Arithmetica ſpeculatiua magiſtri Gaſparis Lax Aragonenſis de ſarinyena duodecim libris demonſtrata.

Hemon le feure

Venundatur Pariſiis in vico diui Jacobi ab Emundo le feure ſub ſigno creſcentis albi vitam degente.

BIBLIOTECA NAZ. VITTORIO EMANUELE ROMA

Generoſo et eruditiſſimo domino Dño Franciſco de mello tũ auito: et claro ſtẽmate: tum optimis moꝛibus p̄dito: philoſopho ac mathematico iſigni Gaſpar lax S.

COmpertũ ſatis habes mi nobiliſſime Frãciſce quantum totius ne dicam naturalis phie ſpeculationi ſed omnibus ꝓpemodũ doctrinis. Arithmetice ſpeculationes cõducãt ſane que numeroꝝ ꝓprietates ⁊ rationes earũdemq; ꝓportiões enucleant: quibus abiectis in phiſicis calculationibus (quas te ſũmopere coluiſſe in tuo quẽ ſub nobis egiſti laudatiſſimo tyrocinio cognoui) aut in mathematicis inſpectionibus (qbus totus incumbis) firmum aliquid aut ſtabile ꝓbari aut reprobari nõ poteſt. Sine hac igitur ĩ naturalibus ⁊ phiſicis ꝯſiderationibus arithmetices ſpeculatione / peribit oĩs indagande veritatis ſtudiũ: aut explodendoꝛũ erroꝛũ peritia: oĩs denũ philoſophie acribologia: ⁊ mathematum (quoꝛũ ignari ad Pithagoricas ſcolas nõ admittebant) certitudo ruet. Quare cũ a nobis creberrime / cũ aliqs ſimul ꝯdiſcipulis chariſſimis expoſtulaſſes: vt q̃ vobis in phia naturali olym exſcribenda dederã impreſſioni mãdarẽ: huiuſq; votis annuiſſem (vt debui) purarithmetices theoreumata aliqua ⁊ ꝓblemata p̄mittenda cẽſuimus: q̃ tibi alio vacui maioꝛi munere dono dare ac tuo nomini vt magis ſplẽderent illuſtriſſimo dicare ſtatuimus: cũ nobilitate tua / moꝛũ ⁊ doctrine ſplendoꝛe decoꝛis plurimũ ſit illis acceſſurũ: letioꝛẽq; oĩm conſenſũ habitura. Aſt certe hoc munere digNioꝛẽ reperi nemĩnẽ. quãdo is ſis: qui ſpretis ſeculi delitijs / blãdiſq; luſitani regis curie illecebris / ⁊ fauoꝛabili iura / in qua nobilibus equalis / ꝑceribus arctiſſima neceſſitudine deuinctus / regi acceptiſſimus lautiſſime ⁊ feliciſſime viuere potuiſſes. hoc tñ pariſiẽſe gimnaſiũ delegeris: in quo gentelitio ⁊ auito nomini melleoꝛũ / poſt tot exercituũ egregios duces / poſt tot ꝯgeſta triumphis p̄conia / tu p̄mus hoc ſũmum decus adideris: vt non plus gloꝛie (q̃ maxima fuit) militari diſciplina ſit ꝯſecutum: q̃ ꝑ te doctrina ſit adepturũ. Nã taceo nõ mediocrẽ ĩ ſoluta oꝛatiõe ⁊ poeſis modulatione ſuauiloquẽtiã: cũ oẽs in oꝛõnẽ ⁊ verſũ tuũ veniãt adiurate Camene. Preterea q̃ñ tũ in liberalium artium ſtudijs nobiles coetaneos excellueris tirones. quod ipſe me doctoꝛe expertus ſũ. Nonne admirandum et ſingulare id eſt tui acerrimi ingenij opus: totius nature quaſi poꝛtentum: q̃ hoc elapſo biennio ita omnes ſis mathematices partes adſecutus: vt pares paucos ⁊ raros habeas: ſiſq; poſt hac habiturus neminem. At nec in arithmetica / aut geometria ſolum: ſed in aſtrologia / Coſmographia / in opticis / ſpecularijſq; ita preſtas: vt nemo tibi inſpectionẽ aliquã ꝙuis difficilẽ ꝓponat quã nõ paucis ⁊ euidẽtiſſimis medijs aperias. Merito igitur hoc a me tibi / munuſculum mathematicis demõſtrationibus refertum debebat: cuius tu cẽſoꝛ optimus ⁊ ꝯtra nebulones ꝓtectoꝛ eſſe iure potes. Q̃ð ſi non tam terſũ ac cõptũ eſt: vt tuo celeberrimo nõie ſit adoꝛnandum: parce oꝛo doctiſſime Franciſce ſcis eñ me in hac arithmetica, nullo doctoꝛe meum precipitaſſe ingeniolum: q̃ð vt ſunt hoim ingenia ad errorem ꝓcliuia hallucinari facile potuit. Tu tñ id opuſculũ quantulumcũq; eſt / benigne vt oẽs ſoleſ / cõfoue: ⁊ ipſius paruitatem / amoꝛis noſtri ardentiſſimo affectu rependẽ: ⁊ ab oblatratoꝛum dẽtibus tui nõis ſplendoꝛe me atq; ipſum ꝓtege: in tuũ peculiũ vtrũq; hilari vultu ſuſcipe. Uale literarum decus / tibiq; deus diu et feliciſſime viuere ꝯcedat. Ex edib⁹ noſtris literarijs Collegij montis acuti Pariſius Kalendis Junijs.

Argumentũ duodecim libꝛoꝛũ arithmetices Gaſparis Lax

Primus numeroꝛum communes pꝛopꝛietates oſtendit.
Secundus pꝛopoꝛtionum ⁊ pꝛopoꝛtionalitatum communes paſſiones demonſtrat.
Tertius de numero pꝛimo ⁊ compoſito ⁊ de numeris adinuicem pꝛimis ⁊ compoſitis ⁊ de numeris in aliqua pꝛopoꝛtione minimis conſiderat.
Quartus numeroꝛum continuo pꝛopoꝛtionalium pꝛopꝛietates diſcutit.
Quintus additionem ſubſtractionem ⁊ partitionem pꝛopoꝛtionum docet.
Sextus de numeris quadratis cubicis ſuperficialibus ſimilibus ⁊ ſollidis ꝯtractat.
Septimus numeri paris imparis parit paris pariter imparis impariter paris perfecti habundantis ⁊ diminuti pꝛopꝛietates aperit.
Octauus de commenſurabilitate ⁊ incommenſurabilitate quoꝛumcunq; eiuſdem rationis inquirit.
Nonus fractionum vulgarum additiones ſubſtractiones multiplicationes ⁊ diuiſiones declarat.
Decimus ſpecierum pꝛopoꝛtionum rationalium inequalitatis pꝛocreationes ex ipſa equalitate et reſolutiones ipſarum in eandem equalitatem ⁊ earum compoſitionem enucleat.
Undecimus trium medietatũ pꝛincipaliũ ſcʒ ariſmetice geometrice et muſice ꝓprietates explanat
Duodecimus aliarum medietatum minus pꝛincipalium paſſiones inueſtigat.

Gaſparis Lax arithmetica ſpeculatiua duodecim libris demonſtrata feliciter incipit.

Libri primi Diffinitiones.

1 Vnitas eſt qua vnaqueque res vna dicitur.

2 Numerus eſt multitudo ex vnitatib⁹ ꝯpoſita

3 Naturalis ſeries numerorum dicitur in qua ſecundum vnitatis additionem fit ipſorum computatio.

4 Differentia numerorum appellatur numer⁹ quo maior abundat a minore.

5 Numeri ab alijs equidiſtare dicuntur cum ipſorum ad illos equales ſunt differentie.

6 Numeri ab aliquo equidiſtare dicuntur cum ipſorum ad illum differentie ſunt equales.

7 Numeri circum ſe poſiti ſunt quorum differentia eſt vnitas.

8 Numeri autem circum aliquem poſiti dicuntur cum cuiuſlibet illorum ad illum differentia eſt vnitas.

9 Numeri autem circum aliquos poſiti ſunt quorum cuiuſlibet ad quemlibet illorum ſibi relatum differentia eſt vnitas.

10 Numerus per aliquem multiplicari dicitur qui totiens ſibi coaceruatur quotiens in multiplicante eſt vnitas et ille idem multiplicatus dicitur.

11 Numerus autem aliquem multiplicans eſt in quo totiens vnitas reperitur quotiens multiplicatus ſibi coacernatur.

12 Productus vero eſt qui ex eorum multiplicatione creſcit.

13 Numerus aliquem numerare dicitur qui ſecundum aliquē multiplicatus illum producit.

14 Numeratus autem ab aliquo eſt qui ex mnltiplicatione illius per aliquem producitur.

15 Pars alicuius eſt que cum alia illud conſtituit.

Duplex eſt pars alicuius q̄dā aliquota et q̄dā nō aliquota.

16 Pars aliquota alicuius eſt que pluries ſumpta adequate il-
lud reddit et illa eadem ſub multiplex illius dicitur Et cum preciſe bis ſumpta adequate illud reddit
ſub duplum ſimuliter et .2. pars aliquota et medietas illius dicitur Et cum preciſe ter ſub triplum ſi-
militer et .3. pars aliquota et ita deinceps.

17 Pars autē non aliquota alicuius eſt pars illius que non pluries ſumpta adequate reddit illud.

18 Numerus denominans partem aliquotam alicuius totius eſt ille ſecundum quem ipſa multiplicata producit illud totum.

19 Similes partes aliquote reſpectu aliquorum dicuntur que ab eodem numero illorum partes aliquote denominantur et ille eque ſub multiplicia dicuntur.

20 Prima et ſimplex numeri pars eſt vnitas.

21 Multiplex alicuius eſt quod ex illo pluries ſumpto adequate reſnltat. Et ſi ex illo preciſe bis ſumpto adequate reſultet duplum illius dicetur Et ſi ex illo preciſe ter ſumpto triplum et ita deinceps.

22 Eque multiplicia reſpectu aliquorum dicuntur quorum illa ſunt ſimiles partes aliquote.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

23 Numeru𝔷 diuidere per aliqueʒ eſt ipſum in tot partes equales quot ſunt vnitates in illo per quem diuiditur adequate ſecare.

24 Nūerus diuiſor eſt ſcd̄ʒ quē ſumūt partes equales in diuiſo

25 Partes autem in quas aliquid diuiditur diuidētia appellāt

26 Numerus autem quotiens eſt numerus ex diuiſione alicuius per aliquem perueniens et ille idem eſt maximus nūerus ſecundū queʒ diuiſor in diuiſo reperit.

27 Cum duorum numerorum inequalium cuilibet eadem fuerit cōmunis pars aliquota quotiens illa fuerit in minori tot partes aliquote maioris dicetur eſſe minor Et tote partes aliquote maioris erit minor quotiens illa communis pars fuerit in maiori.

28 Menſura alicuius ē que ſemel aut pluries ſumpta ad equate illud reddit.

29 Commenſurabilia dn̄r quibus eſt eadeʒ menſura cōmunis

30 Incōmenſurabilia dn̄r quibus nō eſt mēſura cōmunis eadē

Pro iſtarum diffinitionum perfecta intellectione aliquis ſuccincte tangam que pro ſequentibus etiam deſeruient.

Circa primum igitur diffinitionem, eſt aduertendum ꝙ ariſmeticus imaginatur vnitatem diſtinctam a re, qua ipſa dicitur vna et eam imaginatur indiuiſibileʒ eo modo quo reales imaginantur, ſolem loquendo de vnitate predicamentali de qua ariſmeticus procedit et propterea ibi [illegible] ariſmeticus, nec eſt cura ſi alias alium modum dicendi inſecutus ſim, quia quantumcunqʒ non realiter et de facto ſint tales vnitates, ſicut hic modus imaginatur: hoc tamen non impedit demonſtrationes. abſtrahentiuʒ enim non eſt mendacium. ſi enim illud impediret demonſtrationes, perirent omnes methematicales ſcientie ſecundum viam nominaliuʒ. nec iſta impedient ea que de fractionibus numerorum et vnitatum imaginantur doctores in his materijs. Pro nunc igitur ſecundum iſtam imaginationem ariſmetico more procedemus. Hoc ſuppoſito diffinitio illa prima eſt manifeſta.

Circa ſecundam diffinitionem conſimiliter eſt ſupponendū, ꝙ ariſmeticus imaginatur numerum à rebus numeratis diſtinctum eſſe ponendum, ſaltem predicamentaleʒ, de quo procedit eo modo quo reales ſolent ponere. nec eſt imaginandum, ꝙ numerus realiter et de facto ex vnitatibus conſtituatur ſecundum illam viam, ſed potius eſt accidens indiuiſibile ſicut et vnitas, omni carens parte, ſed cum illud conceditur, intelligitur quod numerus eſt accidens preſupponens plures vnitates, et per hoc ab vnitate differt, et ita poterit intelligi diffinitio poſita. Et ad hunc ſenſum etiam debent intelligi omnia que videntur huic imaginationi contrauenire, vt puta cum dicitur aliquam vnitatem eſſe partem numeri, aut aliquem numerum eſſe alterius numeri partem. intelligenda enim ſunt adhūc ſenſum, ꝙ talis vnitas eſt vna illarum que a tali numero preſupponūtur. et numerus aliquis dicitur pars alterius, quia alius preſupponit eaſdem vnitates quas ipſe preſupponit et aliam vel alias. Et per idem dicetur numerus aliquis ex aliquibus ad equate componi, quia adequate preſupponit vnitates quas illi preſupponūt. Et propter cōſimilem cauſam dicetur numerus in numeros aut vnitates aut in numerum et vnitatem diuidi. Et dicetur etiam numerus addi numero, quia ſumitur numerus preſupponens tot vnitates quot ſunt ille omnes quas illi preſupponunt. et propter conſimilem cauſam dicetur vnitas numero addi, et non propterea quia ex illis aliquis numerus efficiatur. Et ex his apparet, ꝙ proprie nullus numerus eſt altero maior aut minor. ſed ad hunc ſenſum, quia plures aut pauciores vnitates preſupponit. nec numerus proprie dicetur vnitate maior: ſed quia plures vnitates ꝑſupponit, et non vnitas. et propter conſimilem cām etiam dicetur numerus aliquis in aliqua proportione ſe habere ad numerum aliquem aut ad vnitatē. Patet vltra ꝙ ex additione vnitatis ad aliquem numerum aut numeri ad numerum, non proprie efficitur maior numerus: Tū quia illa non adduntur taliter ꝙ numerum proprie componant. vnde ſatis manifeſte ſequit illud. Tum etiam quia indiuiſibile additum diuiſibili aut indiuiſibili non facit maius. ſed ſi ex additione vnitatis ad numerum, aut numeri ad numerum dicatur maior nūerus effici, illud poterit adhunc ſēſū ſaluari: ſeʒ ꝙ ſi fiat talis additio ad ſenſum ſecundum quem pōt fieri, ſumitur inde nūerus plures preſupponens vnitates. et in proportionabili ſenſu debebit intelligi, ꝙ aliquis numerus excedat aliquē numerum per vnitatem aut numerum. Et pari forma, dicetur nūerum aliquem eſſe aliquot vnitates, ad hunc ſenſum intelligetur ꝙ preſupponit tot vnitates, et dicetur numerus aliquis eſſe aliquot partes aliquote aut aliqui numeri quia preſupponit omnes illas vnitates quas illi preſupponunt. Et ita de alijs omnibus locutionibus in hac materia tritis. ſʒ de his plura in phiſicalibus i materia de quātitate diſcreta dicentur. ibi ergo cum cōmuniter loquētibꝰ loquimur. poterunt tamen dicta intelligi vt dictum eſt. Occurrit tn̄ difficultas circa iſtā diffinitionem. quia videtur vnitas ab ea excludi. hoc tn̄ videtur ꝯtrauenire Boetio in principio ſue ariſmetice, vbi hoc habet, vnitateʒ numerorū fontē princi=

pluresq; etiā numeri appellatione cenſemus. Sed ad hoc dicendū eſt, ꝙ interdū ly numerus capitur ſtricte ꝑut diffinitus eſt: ⁊ tunc vnitas nō eſt nūerus. iterdum aūt capitur large, ꝓut ↄprehendit numerum ſtricte ſumptum ⁊ vnitatē. ⁊ hoc modo tm̄ valet ſicut hoc totum, multitudo ex vnitatibus cōpoſita vel principium numeri. et ſic capiendo intellexit Boetius vnitatem numerum appellari. ⁊ hoc modo frequenter in ſequentibus ſub numero eam comprehendemus.

Circa tertiā diffinitionē occurrit difficultas, an incipiendo a numero denario vel quocūq; alio, ⁊ capiēdo aliquot nūeros ꝑ ↄtinuā additionē vnitatis aggregatū ex talib⁹ poſſit dici ſeries nālis nūerorum, vel vtrū ſolū inchoando ab vnitate. Hec tñ difficultas ad nomē ↄſiſtit. ſi dicat̄ ꝙ opȝ inchoare ab vnitate, ſic poterit intelligi diffinitio illa, naturalis ſeries nūerorum eſt ordinatio aliquoꝝ nūerorum ab vnitate inchoando, in qua ꝗlibet nūerus ſequēs imediate ꝑcedentem ipm̄ per ſolā vnitatē excedit. ſi aūt dicatur alio modo, oportebit tollere illā ꝑticulā ab vnitate inchoando. ⁊ qualitercūq; dicat̄, ibi vnitas ſub nūero ↄprehēditur: q2 alias ſi inchoaretur ab vnitate incluſiue, diffinitio non cōueniret tali aggregato. adhuc occurrit parua difficultas, an capta naturali ſerie ſi numeri illi aliter diſponerentur, an tunc ex ipſis reſultaret naturalis ſeries numerorum. Ad hoc poteſt dici ꝙ non, niſi cum hoc manerent taliter ordinati.

Circa quartā diffinitionez aduerte ꝙ illic ſub nūero vnitas cōprehēditur. alias eñ diffinitio illa nō ↄueniret differentie .7. ad .6. ⁊ iuxta iſtam diffinitionē poteſt diffiniri ly dr̄a aliquoꝝ in toto ſuo ambitu, prout ad quorūcūq; duorum inequalium differentiam tam extra numeros ꝙ̄ in numeris ſe extendit, hoc modo. Differentia aliquorum eſt exceſſus quo maius illorum excedit minus eorumdem.

Circa diffinitionē quintam, eſto ꝙ ſatis clara ſit ex ſe, aduerte ꝙ illa poterit ſic intelligi. Numeri ab alijs equidiſtantes, dicūtur numeri ſic ſe hñtes ꝙ cuiuſlibet illorum ad quēlibet alioꝝ ſibi relatum equalis eſt differētia, ſicut cuiuſcūq; alterius eorūdem ad alterū alioꝝ ſibi relatū. ſimilit̄ ⁊ cuiuſlibet alioꝝ ad quēlibet ſibi relatū equalis eſt dr̄a ſicut cuiuſcūq; alterius eorumdem ad alium illorum ſibi relatum. et propterea tres numeri inequales poterunt ab alijs tribus inequalibus eſſe equidiſtantes: et quatuor a quatuor, ſed nulli inequales a pluribus vel paucioribus inequalibus ꝙ̄ ipſi ſint, erunt equidiſtantes.

Sexta diffinitio clara eſt. et ex ipſa ſequitur ꝙ nō plures numeri inequales ꝙ̄ duo ſūt ab aliquo equidiſtātes. ⁊ inde eſt ꝙ hec ↄña nō valet. a. ⁊ b. ſūt eqdiſtātes a e. ſimiliter ⁊ d. ⁊ e. ꝙ̄ a. ⁊ b. ⁊ d. ⁊ e. ſūt eqdiſtātes a c. niſi īpropꝛie caperet̄ ↄñns ex ↄñti pȝ ꝙ nulli numeri inequales dicerentur ab aliquo equidiſtantes, niſi vnus illoꝝ ſit illo maior ⁊ reliquus minor.

Septima diffinitio eſt etiam manifeſta. et poteſt dici ↄñr ad ipſam ꝙ tres numeri ſunt circū ſe poſiti, ſimiliter et quatuor ⁊ quinq;: ⁊ ſic ↄñr. ⁊ ita dicendo nō reqꝛetur ad hoc ꝙ aliqui numeri ſint circum ſe poſiti ꝙ cuiuſlibet illoꝝ ad quemlibet alium eorumdem differentia ſit vnitas: ſed ſatis eſt ꝙ nullus poſſit dari inequalis circumq; illoꝝ, quin ille ſit quocūq; illorum maior aut quocūq; minor. Poſſet etiam oppoſitū dici. ⁊ tunc requireretur ad illud ꝙ cuiuſlȝ illorum ad quemlibet alium eorumdem differentia eſſet vnitas ⁊ tunc non plures ꝙ̄ duo poſſent eſſe circum ſe poſiti quocunq; tamen iſtorum modorum dicatur facilis eſt diffinitionis expoſitio.

Octaua diffinitio eſt clara. Et ex ipſa ſequitur ꝙ non plures numeri ꝙ̄ duo ſunt circum aliquem poſiti nec aliqui inequales dicentur circum aliquem poſiti niſi alter illorum ſit illo maior et reliquus eodem minor. Ex hijs diffinitionibus conſtat ꝙ ſi aliqui numeri ſunt circum aliquem poſiti illi ſunt ab eo equidiſtantes et non oportet econuerſo ⁊ propterea illi termini ſe habent ſicut ſuperius et inferius ⁊ pariforma quicunq; numeri circum aliquos poſiti ſunt equidiſtantes ab illis ⁊ non econuerſo.

Nona diffinitio proportionabiliter exponatur ſicut quinta mutatis mutandis.

Circa decimam diffinitionem eſt aduertendū ꝙ diuerſimode ſolet capi ille terminus multiplicatio. alia enim ratione dicitur linea multiplicari per lineam, ⁊ alia ratione dicit̄ aliquid multiplicari per numerum, ⁊ alia ratione dr̄ aliquid multiplicari ſecundum ꝑtez aliquotam. de ꝑmo modo multiplicationis non ſpectat ad ariſmeticum mentionem facere, ſed ad geometram: ⁊ de illo facit mentionem euclides ſpecialiter ſc̄do elementorum ſuorum. de alijs autem duobus ariſmetici eſt conſiderare, ⁊ ſignanter de primo de quo ibi procedemus. de alio autem mō multiplicationis in .9. fiet mentio. ⁊ eſto ꝙ diffinitio illa videatur ſolum procedere de multiplicatione numeri per numerum, tamen loquendo de multiplicatione eo modo quo eſt in propoſito ſermo, non ſolū numerus per numerum multiplicari poteſt, ſed etiam quantitas continua ſimiliter et alia per numerum multiplicari poſſunt. Unde vniuerſaliter loquendo illud dicitur multiplicari, quod totiens ſibi coaceruatur quotiens in numero multiplicante ipſum eſt vnitas. Et ex hijs poteſt haberi diffinitio multiplicationis in toto ſuo ambitu, ita loquēdo. Eſt enim multiplicatio alicuius, coaceruatio ipſius totiens ſibiipſi, quotiens vnitas in numero multiplicante ipſum reperitur. In hac diffinitione vnitas

ſub numero comprehenditur. vnde vnitas per nūerū multiplicatur: ſimiliter ⁊ nūer⁹ p vnitatē, ⁊ vni-
tas per ſeipſam, ⁊ aliud a numero vel vnitate poteſt etiam per vnitatem multiplicari, ⁊ propterea diſ
finitio illa non ſic in rigore intelligenda eſt, ꝙ ad hoc ꝙ aliquid multiplicetur, requiratur ꝙ pluries ſi
bi coaceruet: ſed oportet ſubintelligere in diffinitione hāc particulam ſub diſiunctione: ſcʒ aut ꝙ pre
ciſe ſemel ſumatur ſi multiplicans ſit vnitas. Et ex hoc apparet quid ſit aliquid ducere in aliquē nu-
merum. Eſt enim illud multiplicari per talem numerum.

Undecima et duodecima diffinitiones ex hiis ſunt manifeſ
te. Unde etiam conſtare poteſt, quid ſit numerus aliquid multiplicās quodcumqꝫ fuerit. Et quid ſit
numerum aliquid multiplicare. Et quid ſit productum ex multiplicatione alicuius quodcumqꝫ fuerit
per aliquem numerum. Unde productum ex multiplicatione alicuius nūeri per aliquē numerum, eſt
ille in quo eſt totiens ille multiplicatus quotiens in multiplicante illum eſt vnitas. Et ex hijs conſta-
re poteſt, ꝙ ſi aliquid multiplicetur per numerum maiorem vnitate, illud creſcit, ad hūc ſenſum ꝙ in-
de productum eſt multiplicato maius. Hoc dico ad differentiam multiplicationis fractionis per fra
ctionem, de qua fiet mentio in nono: in tali enim multiplicatione, vt apparebit, non opꝫ ſimile ꝯtingere.

In decimatertia et decimaquarta diffinitionibus ſub nu-
mero vnitas comprehendi debet de neceſſitate in vltimis particulis, quia ſolet concedi in hac materia
frequenter, ꝙ idem numerat ſeipſum prout ex multis concluſionibus apparebit: modo nichil nūerat
ſeipſum per aliquem numerum diſtinguendo cōtra vnitatem. ⁊ ex hoc apparet quid ſit aliquid ab ali
quo numerari in toto ſuo ambitu, prout ad quecumqꝫ tam extra numeros quam in numeris ſe extendit.
Eſt enim illud ex multiplicatione illius per aliquem numerum produci.

Circa quintamdecimam diffinitionem aduerte ꝙ metha-
mathici ſimiliter et ariſmetici ſpeculatiui antiqui, per partē alicuius, ſolum partem quam aliquotam
vocamus intelligebant. ſed quia ꝯmuniter, nō adeo ſtricte ſolet ille terminus capi, in ſeq̄ntib⁹ ſcd̄m ꝯmu-
nem modum procedemus per partem indifferenter partem aliquotam ſimiliter ⁊ non aliquotam in-
telligentes. ⁊ ꝓpterea poſita eſt diffinitio illa partis in communi, ſimiliter et diuiſio cum membrorum
diffinitionibus. ¶ Hic tamē aduerte, ꝙ frequenter in hijs materijs ſolent doctores ꝓcedere de ali-
quo, quod eſt pars alterius, ſimiliter ⁊ de pte aliquota ⁊ de parte nō aliquota, vbi tamen realiter ⁊ de
facto nō ita eſt. illud tn̄ ſaluatur ad hūc ſenſum, ꝙ eſt pars talis vel pti illius equalis. ⁊ ita ſi fiat men
tio de parte aliquota aut non aliquota, ⁊ ad proportionabilem ſenſū etiam poteſt ꝓcedi, ꝙ aliquid cō-
ponitur aut reſultet ex aliquibus, eſto ꝙ illa non ſint realiter ⁊ de facto partes illius. ⁊ ſi impoſterum
ſimilia aſſumantur, que non videantur ſtare cum hac diffinitione, in proportionabili ſenſu poterunt
ſaluari. ⁊ ad hunc ſenſum etiam ꝓcedemus in ſequentibus more antiquorum, cum aſſumemus aliqd
eſſe medietatem alicuius, aut partem aliquotam aut non aliquotam, aut aliquid diuidi in aliqua vel
ex aliquibus componi, eſto ꝙ procedēdo in rigore, ſicut cōmunis modus procedit, non habeant ꝓum.

Diuiſio poſita illic et decimaſexta ⁊ decimaſeptima diffini
tiones ſunt note. Ex quib⁹ apparet ꝙ eodemmodo diffinitur ly ſubmultiplex alicuius et ly pars aliq̄-
ta alicuius, eſto ꝙ communis modus cōcederet ꝙ aliquid eſt ſubmultiplex alicuius quod non eſt ps
aliquota illius. ſed illud non impedit modum loquendi in hijs materijs. Unde dicendum eſt ꝙ in diſ-
finitione partis aliquote, vbi dicitur que pluries ſumpta ſubintelligi debet ly ſecūdum ſe vel aliquod
ſibi equale. et proportionabiliter de diffinitione ſubmultiplicis dicatur. Et ita procedendo non eſſet
dubia illorum terminorum conuertibilitas. et ita procedunt doctores communiter in hijs materijs, et
nos etiam procedemus.

Decimaoctaua diffinitio nota eſt ex ſe. Circa ipſam tamen
aduerte, ꝙ vnitas nullā partem aliquotam denominat: quia tunc illa deberet eſſe ps aliquota ſui ip-
ſius, cum per vnitatem multiplicata ſeipſam ꝓducat. ſed quilibet alius numerus aliquam partem a-
liquotam denominat, ⁊ quelibet ps aliquota alicuius, ab aliquo nūero denominatur illius pars ali-
quota. ⁊ licet eadē pars a diuerſis numeris poſſit denominari reſpectu diuerſorū, non tamen reſpe-
ctu eiuſdem pro eodem tempore. Et ex iſta diffinitione apparet ꝙ medietas vniuſcuiuſqꝫ, a binario
denominatur pars aliquota illius, ⁊ tertia pars a ternario, ⁊ ita deinceps.

Decimanona diffinitio eſt manifeſta. Et ex ip̄a appet ꝙ ea-
dem rōne aliqua dicuntur ſimiles ptes aliquote aliquorū, et eq̄ ſubmultiplicia reſpectu eorūdem. Et
hedem ſūt illorum terminoꝝ diffinitiones. quod ꝓpter ꝯmunem modū loquendi poterit ſaluari, ſicut
ꝯuertibilitas illoꝝ duorū terminorū, pars aliquota alicuius, ſubmultiplex alicuius. Et ex hoc appa-
ret, q̄ ſūt diſſimiles ptes aliquote aliquorū aut ineq̄ ſubmultiplicia reſpectu eorūdem. ſūt enim q̄ a di-
uerſis nūeris denoiantur ptes aliquote reſpectu illoꝝ. Et ſi ex hoc inferas ꝙ aliq̄ ſunt ſimiles ptes
aliquote reſpectu aliquoꝝ, et diſſimiles ptes aliquote reſpectu eorūdem. nūerus enim quaternarius a
quaternario denominatur ps aliquota. 16. ⁊ ſimiliter binarius reſpectu octonarij. quare illi ſūt ſimi
les ptes aliquote reſpectu illoꝝ. Et ex altera pte q̄ternari⁹ a binario denoiaꝛ ps aliquota octona-
rij, ⁊ binari⁹ ab octonario reſpectu. 16. quare videnꝛ illi diſſimiles ptes aliq̄te illoꝝ. Hāc difficulta-
tem ⁊ alias huiuſmodi, que interdum in hijs materijs occurrere poſſunt, facillime ex logica poteris

diſſoluere, ſiue vno modo ſiue alio velis loqui: quare eas relinquam.

Circa vigeſimam diffinitionē aduerte ꝙ ideo vnitas dicit̄ cuiuſcum numeri prima pars: quia quelibet alia pars numeri ipſam preſupponit ⁊ non econuerſo et dicitur ſimplex qui a omni caret parte.

Circa vigeſimamprimā diffinitionem aduerte ꝙ ex eo ꝙ frequenter ſolet concedi ꝙ aliquid eſt multiplex alicuius quod non realiter eſt illius pars vbi in illa diffinitiōe dicit̄ ex illo pluries ſūpto ⁊ cetera poterit hec particula ī diffinitiōe ſub intelligi: ſcʒ vel ex aliquo equali illi/ et tunc facile ſaluabitur illud. Eſt vltra ſupponendum ꝙ quodlibʒ multiplex alicuius ab aliquo numero denominatur multiplex illius ⁊ quilibet numer⁹ preter vnitatē poteſt aliquod multiplex denominare.

Circa vigeſimamſecundā diffinitionem cōſimilis difficultas poteſt occurrere ſicut circa diffinitionē ſimiliū partium aliquotarum. ⁊ ad ſaluandum cōmunem modum loquendi poterit intelligi cum ꝯſimili addito: vt puta vbi dicitur quorum illa ſūt ſimiles partes aliquote, intelligendo hāc particula ſub diſiunctione vel illis equalia. Et ex hoc poteſt apparere que ſint ineq multiplicia reſpectu aliquorum. ſunt enim ea quorum illa vel illis equalia ſunt diſſimiles partes aliquote. ⁊ ad difficultatē que poteſt ibi occurrere; q2 videtur aliqua eſſe eque multiplicia ⁊ ſeque multiplicia reſpectu eorundem, patet ex dictis qualiter ſit procedendum in eius ſolutione.

Circa vigeſimamtertiā diffinitionem aduerte, ꝙ alio modo loquimur de diuiſione vulgariter, ⁊ alio modo ſolēt loqui ariſmetici practici de diuiſione cum eam ponunt vnā ſpeciē algoriſmi: ⁊ alio modo fit ſermo de diuiſione in fractionibus vulgaribus. de iſto ſcdo modo in. 9. fiet mentio. ⁊ ꝓcedendo pͦmo mō de diuiſione, nichil aliud eſt aliquid diuidere ꝙ ipſū in aliquot partes adequate ſecare, ſiue ille equales ſiue inequales, ⁊ hec acceptio diuiſionis eſt magis ampla ꝙ illa de qua procedit preſens diffinitio. Sed ꝑ diuiſione de qua ariſmeticus practicus mētionē facit in illa ſpecie algoriſmi, aduerte ꝙ ad huc duobus modis poſſem⁹ de tali diuiſiōe loqui. Uno mō large, ⁊ hoc modo ſufficeret ad hoc ꝙ aliquid diuideret̄ ꝑ aliquid, ꝙ adequate ſecaretur in tot partes equales quot ſunt vnitates in illo, aut adequate in tot partes equales quot ſunt vnitates in illo ⁊ aliquā vltra minorē illo ꝑ quē diuiditur: ⁊ hoc modo videtur ꝓcedere ariſmetic⁹ practic⁹ frequēter cū in operatione iuxta illam ſpēm algoriſmi aliquis numerus diuiditur non adequate in tot ptes equales qt ſūt vnitates in diuiſore/ ſed ī tot ⁊ aliquā vltra minorē diuiſore. Et cōmuniter ꝓcedit̄ talē diuiſionem fieri ſecundum ꝙ ariſmetica docet. ⁊ illud contingit vniuerſaliter qñ diuiſor non eſt ſubmultiplex nūero diuidēdo, nec illi equalis, ſicut patet diuidendo. 18. per. 4. Et ita ꝓcedendo de diuiſione, ſi aliquis ſecundum rl̃as ſpēi algoriſmi deberet aliquem numerūʒ diuidere per aliquem, eſto ꝙ ineqnueniret ſaltem debite operando ſecundum illas regulas, ꝙ diuideret in tot partes equales quot ſūt vnitates in diuiſore et aliquam vltra que eſſet equalis diuiſori aut ea maior, tamen nō inconueniret ꝙ adequate illum diuideret in tot partes equales quot ſūt vnitates in diuiſore ⁊ vnam equalem vni illarum aut maiorē quacumq illarum aut minorē. Primum patet diuidēdo. 12. ꝑ. 5. ſcdm patet diuidendo. 14. ꝑ. 5. Tertiū ptʒ diuidendo. 16. per. 5. ⁊ ꝓcedendo etiam de iſta diuiſiōe non oportet ſi aliquis numerus ꝑ aliquēʒ diuidatur, et quod inde ꝓuenit per diuiſorē multiplicetur, quod redeat ille numerus diuiſus: ʒ bene oportet illud aut ꝙ redeat aliquis numer⁹ qui cum illa parte in quam diuiditur vltra illas partes equales ſumptas ſecundum diuiſorem ꝯſtituat illum numerum diuiſum ſicut ex ariſmetica/ practica/ apparet vniuerſaliter tamen oportet ſi aliquis numer⁹ ꝓducat̄ ex multiplicatione alicuius ꝑ aliquem ⁊ ille idēʒ diuidatur ꝑ multiplicātē ꝙ redeat ille multiplicatus ymmo ſi ille productus diuideretur ꝑ multiplicatum rediret ille multiplicās ex quo ſicut apparebit ex vna concluſione ille idem produceretur ſi econuerſo multiplicans per multiplicatum multiplicaretur. Patet vltra ꝙ ſtat bene aliquem nūerum vt puta a hoc modo diuidere per aliquē certum numerū vt puta per. b. ⁊ ꝙ proueniat. c. ⁊ tñ diuidendo. a. per. c. non proueniret. b. ſed maior nūerus ꝙ̄. b. hoc patet diuidendo. 12. per. 10. Uerum eſt tamen ꝙ tunc inconueniret ꝙ proueniret minor numerus ꝙ̄. b. Hec omnia iterum ex ariſmetica practica ſunt manifeſta/ ſed diffinitio poſita nō ꝓcedit de iſta acceptione diuiſionis. ſed alio modo capitur magis ſtricte ⁊ tunc ad hoc ꝙ aliquid diuidat̄ per aliquē numerum, requiritur ꝙ adequate ſecetur in tot partes equales quot ſunt vnitates in numero per quē diuiditur. ⁊ ſecundum hanc acceptionem procedit diffinitio data. et ita procedendo nullus numerus poterit diuidi per aliquem numerum, niſi ille ſit ipſi equalis: aut ſub multiplex ad ipſum, niſi ad fractiones recurratur. numerus enim denarius nō poteſt per quaternarium diuidi ſine fractione. ⁊ procedendo de hac diuiſione, ſi aliquis numerus diuidatur per aliquem numerum et poſtea iterum per illum qui ꝓuenit diuidatur, ꝓuenit alius diuiſor. ⁊ ſi aliquis per aliquem diuidatur ⁊ proueniens per diuiſorem multiplicetur ꝓducetur numer⁹ diuiſus. ariſmeticus ſpeculatiuus frequēter de iſto modo diuiſionis facit ſermonem. ⁊ frequenter de illo modo diuiſionis de quo vulgariter loqmur. raro autē vel nunꝙ de alia acceptione ſtatim tacta ibi non tangitur diffinitio diuiſionis ſicut vulgariter capit̄/ quia preſupponitur tanꝙ nota. iterdum ergo de diuiſione de qua loquimur vulgariter in ſequentib⁹ fiet mentio. ⁊ iterdum de vltima acceptione. qñ igitur de vna acceptione/ ⁊ quando de alia ꝓceditur, ex modo loquendi poterit ſatis ignoteſcere. qñ enim fit mentio de diuiſiōe vulgariter loquendo, non fit mentio ꝙ aliquis numerus debeat eſſe diuiſor/ quia illud non oportet/ ſed qñ de alia diuiſione fit

ſeruio bene ſit mentio de illo quia illō oportet. His igitur ſuppoſitis diffinitio illa eſt manifeſta. Hic tñ ſupponendum eſt ꝙ non ſolum numerus poteſt per numerum diuidi ſed etiam aliquid aliud poteſt iuxta illam ſpeciem algoriſmi diuidi per numerum ſi aliquid tamen diuidatur iuxta illam ſpeciem ſub ratione numeri diuiditur imaginantur enim in illo ꝑtes equales ſumpte ſecundum aliquem numerū ex cuius diuiſione per aliquem numerum apparet diuiſio illi⁹ per illum diuiſorē ⁊ ex his poteſt ſufficienter apparere quid ſit aliquid diuidere per numerum ſiue illud fuerit numerus ſiue non proporcionabiliter procedendo. Eſt enim illud in tot partes equales adequate ſecare quot ſunt vnitates in diuiſore.

Uiceſima quarta ⁊ viceſima quinta diffinitiones ex his que dicta ſunt euadunt note.

Circa .26. diffinitionem aduerte ꝙ cum ſit diuiſio ſecundum illam ſpecieꝫ algoriſmi de qua facta eſt mentio ſiue loquimur ſtrictiſſime ſiue alio modo aliquis numerus ex tali diuiſione prouenit qui numerus quotiēs ſolet vocari ⁊ duo denotat talis numerus / primo enim denotat ꝙ diuiſor ſecundum ipſū reperitur in diuiſo vt puta totiens quotiens vnitas eſt in ipſo ⁊ non pluries ⁊ propter hanc denotationem vocatur numerus quotiens ſecūdo denotat ꝙ diuidendo talem numerū ꝑ illuꝫ diuiſorem partes in quas diuiditur debent eſſe quales illi ſaltem ille que inueniuntur in diuiſo ſecundum diuiſorem ⁊ propter hanc denotationem poteſt vocari numerus ex diuiſione prouenieus ⁊ ſi loquamur de tali diuiſione ſtrictiſſime denotaret ille numerus ꝙ quelibet illarum partium in quas adequate diuiditur talis numerus per illum diuiſorem ſit equalis illi / ſed ſi loquamur alio modo denotabit ꝙ tot partes equales illi quot ſunt vnitates in diuiſore ⁊ non tot maiores illo in illo diuiſo reperiuntur. Ex quo patet ꝙ ſi ſtrictiſſime deberet numerus denarius diuidi ꝑ quaternariū recurrendo ad fractiones quod ex tali diuiſione ꝓueniret non eſſet numerus ſed eſſet numerus cum aliqua fractione. His intellectis diffinitio illa eſt manifeſta.

Circa .27. diffinitionem eſt aduertendum ꝙ non aliud eſt dictu quod prima pars pretendit ꝙ ſi diceretur ꝙ ſi aliqua ſit pars aliquota duorum numeroꝝ inequalium minor illorum adequate reſultat ex tot partibus equalibus non communicantibus quarum quelibet eſt aliquota maioris quot ſunt vnitates in numero ſecundū quem illa pars communis multiplicata illum minorem ꝓducit. Exemplum patet de numero .9. reſpectu .12. quia enim numerus ternarius eſt vtriuſqꝫ pars aliquota ⁊ ipſe ter reperitur in nūero / 9. et per ſeipſum multiplicatus illum producit numerus .9. adequate reſultabit ex tribus partibus aliquotis maioris equalibus nōcommunicātibus / quia tres vnitates reperiuntur ſolum in illo ſecundum quem multiplicata ipſum producit. Et ſi per reſpectū ad vnitatē loquamur ille adequate reſultabit ex nouem partibus equalibus non communicantibus quarum ꝙlibet eſt aliquota maioris. Unde qñ diuerſorum numerorum inequalium quilibet eſt pars maioris et minoris / minor erit tot partes aliquote maioris ad ſenſum datum quot ſunt vnitates in quocūqꝫ numero ſecundum quem aliqua illarum partium communium multiplicata illum producit. ¶ Pro ſecunda parte eſt aduertendum ꝙ idem eſt petere quota pars aliquota illius eſt hoc et petere a quo numero denominatur hoc pars aliquota illius et idem eſt dicere hoc eſt tota vel tota pars illius ac ſi diceretur hoc eſt pars aliquota illius a tali vel tali numero denominata hoc ſuppoſito ſenſus illius ſecunde partis eſt ꝙ ille numerus minor in tali caſu adequate reſultat ex aliquot partibus equalibus non communicantibus quarum quelibet eſt aliquota maioris denominata ab illo numero ſecundum quem illa pars communis multiplicata illum maiorem producit ⁊ ideo in exemplo dato / quia ille numerus ternarius eſt vna quarta maioris ille minor adequate reſultabit ex quartis maioris ⁊ quia etiam vnitas eſt vtriqꝫ illorum pars cōmunis et eſt duodecima pars maioris ille minor adequate reſultabit ex duodecimis maioris non communicantibus ⁊ ita vniuerſaliter in quibuſcūqꝫ in quibus diuerſorum numerorum inequaliū quilibet eſt vtriuſqꝫ pars aliquota. Et ex his apparere poteſt in huiuſmodi caſibus quot et quote partes maioris eſſet minor. Hec diffinitio ſic expoſita eſt vt indifferenter verum habeat ſiue dicamus totum diſtingui ab omnibus ſuis partibus ſimul ſumptis ſiue non et propter ꝯſimilem cauſam vbi in ſequentibus dicetur aliquem numerum eſſe partes maioris aliquotas / aut non aliquotas aut eſſe tot partes aut tote partes / aut tot ⁊ tote in conſimilibus ſenſibus intelligantur huiuſmodi dicta vt indifferenter ſecundum omnem modum verum habeant quia tamē talis eſt modus loquendi doctoruꝫ in hac materia loqmur vt ipſi. Hic tamen aduerte ꝙ in his ſenſibus procedendo ſicut concedimus in caſibus tactis numerum eſſe partes aliquotas maioris tot aut totas ita etiam poſſemus concedere numerū maiorem eſſe tot aut totas partes aliquotas minoris multi tamen antiquorum per aliquem numerum eſſe partes alicuius intelligebant illum eſſe minorem illo ⁊ non partem aliquotam illius / ſed partes aliquotas illius hoc tamē non obſtante bene poteſt dici ꝙ aliquis numerus eſt pars aliquota alicui⁹ ⁊ partes aliquote ymmo procedendo ad ſenſuꝫ datum interdum erit neceſſarium illud ꝯcedere de hoc tamen non eſt curandum quia ad nomen cōſiſteret hec difficultas. Finaliter aduerte ꝓ iſta diffinitione ꝙ ipſa proportionabiliter omnino poteſt deſeruire ꝓ quibuſcumqꝫ commēſurabilibus extra numeros ſicut pro numeris deſeruit mutatis mutandis.

Circa .28. diffinitionem aduerte ꝙ ad hoc ꝙ aliquid ſit menſura alicuius nō requiritur ꝙ ſit illi⁹ pars aliquota / ſed ſatis eſt ꝙ ſit equale illi vel illius pars aliquota / et ratio huius poteſt aſſignari ex communi modo loquendi ſolet enim proportio rationalis ſic ꝯmuniter diffiniri. Eſt duorum cōmenſurabilium habitudo ſolet inſuper ꝯcedi ꝙ cuiuſlibet numeri ad vnitatem eſt proportio rationalis vnde manifeſte conſtat quemlibet numerum ⁊ vnitatem eſſe cōmenſurabilia loquendo co

modo quo in illa diffinitione. Unde per commēſurabilia intelligunt illa quibus eſt eadem communis menſura vnde manifeſte ſequitur cum nichil aliud ab vnitate ſit menſura vnitatis ipſam vnitatē eſſe ſui ipſius menſuram vnde apparet intētum hoc ſuppoſito diffinitio illa ex manifeſta.

Circa .29. et triceſimam diffinitiones aduerte ꝙ loquendo de commenſurabilitate vt in propoſito quicunq; duo numeri ſunt commenſurabiles ſimulr̃ ⁊ quilibet eſt vnitati commenſurabilis aliter tamen ſit mentio de ꝯmenſurabilitate numerorū in tertio ꝯmunis modus loquitur de cōmenſurabilitate: hoc modo ⁊ inde apparet ꝙ ad hoc ꝙ aliqua ſint ꝯmenſurabilia: hoc modo non requiritur ꝙ idem ſit vtriuſq; pars aliquota: hoc patet de numero ⁊ vnitate. Hoc ſuppoſito diffinitiones ille ſunt manifeſte. Finaliter aduerte ꝙ in expoſitionibus predictarum diffinitionū ille ad alia applicate ſunt: quia in ſequentibus multe demonſtrationes extra numeros tangetur ꝓ quarū intellectionibus illa ſunt neceſſaria et propter illud etiam iſte due vltime diffinitiones poſite ſunt.

Dignitates.

1 Omne totū eſt mai⁹ ſua parte Et omnis ps minor ſuo toto

2 Quecunq; que eidem ſunt equalia inter ſe ſunt equalia.

3 Quicquid altero duorum equalium eſt maius eſt etiam reliquo maius. Et quicquid eſt altero duorum equalium minus eſt reliquo minus.

4 Quicquid eſt maius maiori aliquorū eſt maius minori eorūdem. Et quicquid eſt minus minore aliquorum eſt minus maiore eorundem.

5 Cuiuſcunq; totius omnes ptes ſimul ſūpte ipſi toti equātur.

6 Si equalib⁹ equalia addātur vel idē cōe q̄ fiēt erūt equalia.

7 Si equalibus inequalia addātur que fient erunt inequalia.

8 Si ab equalibus equalia auferantur vel idem ipſis commune remanētia erunt equalia.

9 Si ab equalib⁹ inequalia auferāt remanētia erūt inequalia

10 Si altero duorum equalium inuariato reliquo aliquid addatur vel ab eo auferatur fient inequalia.

11 Si inequalibus equalia addātur vel idē cōe fient inequalia

12 Si ab inequalibus equalia auferantur vel idem ipſis commune remanentia erunt inequalia.

13 Si inequalium maiori maius addatur ꝙ̄ minore aut a minori maius auferatur ꝙ̄ a maiori aut maiori addatur aliquod: et a minori auferatur aliquod remanebunt inequalia.

14 Si maiori inequalium inuariato a minori aliquid remoueatur / aut ipſi addatur maius aut minus ꝙ̄ eorū differentia remanebunt inequalia. Et ſi minori inuariato maiori addatur aliquid / aut ab eo auferat maius aut minus differētia ipſorū remanebūt inequalia

15 Si aliquorum duum alicui tertio ſit equale cui reliquum ē inequale illa ſunt inequalia.

16 Quorumcunq; inequalium differentia eſt ſicut differentia maioris ad quodlibet equale minori ſimiliter ⁊ ſicut differentia cuiuſlibet equalis maiori ad illud minus vel illi equale.

17 Si aliquorum alique partes ſunt equales vel ipſis eadē cōmunis ſimiliter ⁊ reſidue partes ſunt equales illa ſunt equalia. Et ſi aliqua ſint equalia ⁊ alique partes eorum ſunt equales vel eadem illis communis reſidue etiam erunt equales.

18 Si aliquorum alique partes ſint equales vel eadē ipſis cōmunis ⁊ reſidue inequales illa ſunt inequalia ⁊ illud cuius pars illarum inequalium eſt maior ē altero maius. Et ſi alicuius aliqua pars aliqua parte alterius ſit maior ⁊ reſidua pars eiuſdem reſidua alterius ſit etiam maior vel illi equalis erit illud altero maius. Et ſi aliqua ſint inequalia ⁊ alique partes eorū ſint equales vel eadem ipſis communis reſidua pars maioris erit maior reſidua minoris.

19 Omne totum ex aliquibus compoſitū, ex qualibꝫ parte eius et differentia illius ad illam adequate reſultat. Et quodlibet altero maius ex tali minori vel ſibi equa-

li ⁊ differentia ipſorum adequate reſultat.

20 Cuiuſlibet totius ad quamlibet ſuam partem differētia eſt reſidua pars eiuſdem totius ab illa ⁊ quamlibet ſuam partem per reſiduum eius ab illa excedit.

21 Quorūcunq̧ duorum inequaliū inter q̄ aliquid mediat differentia ex differentijs eorum ad quodlibet mediū inter illa adequate reſultat. Et ſi inter duo inequalia plura medient inequalia differentia illorum ex omnibus differentijs inter mediorum ⁊ illorū ad intermedia adequate componetur.

22 Si fuerint duo inequalia differentia eorum minore adita: vel a maiori ablata efficientur equalia.

23 Si quorūcūq̧ vni tm̄ addatur quātū ab altero eorūdē ſubſtrahitur aggregatum ex illis remanebit equale. Et ſi alicui tantum ex vna parte addatur q̄tum ex eo ab alia ſubſtrahitur remanebit equale.

24 Omne adequate compoſitum ex duobus equalibus non cōicantibus ad quodlibet illorum eſt duplum. Et illorum quodlibet eſt eius medietas. Et omne adeq̄te ꝯpoſitum ex tribus equalibus non ꝯmunicantibus ad quodlibet illorum eſt triplū ⁊ ita deinceps.

25 Si aliquid adequate componatur ex duobus non communicantibus ⁊ ad vnum illorum ſit duplum ad reliquum etiam erit duplum et erunt illa duo equalia.

26 Quecunq̧ que eidem vel equalibus ſunt eque multiplicia: vel eque ſubmultiplicia inter ſe ſunt equalia. Et ex ꝯūti ſi aliqua ſint inequalia et vnum illorum alicui. tertio ſit aliqual'r multiplex aut ſubmultiplex reliquū non erit eidē taliter multiplex aut ſubmultip ex nec alicui illi equali. Et ſi aliquorum vnū fuerit aliqualiter multiplex aut ſubmultiplex alicui cui reliquum non eſt taliter multiplex aut ſubmultiplex: illa ſunt inequalia.

27 Quicquid alicui eſt multiplex aut ſubmultiplex cuilz equali illi eſt taliter multiplex aut ſubmultiplex. Et quodlibet equale ipſi alteri ⁊ cuilibet equali illi erit taliter multiplex aut ſubmultiplex.

28 Quecunq̧ quorum ſimiles partes aliquote ſūt equales ſūt inter ſe equalia: ſimiliter ⁊ quecunq̧ que equalium ſunt ſimiles partes aliquote: ⁊ quorumcunq̧ equalium ſimiles partes aliquote ſunt equales.

29 Quorūcūq̧ inequalium ſimiles partes aliquote ſūt inequales et earū maior que maioris illorum talis pars aliquota eſt ⁊ que minoris minor. Et quecūq̧ quorum inequalia ſunt ſimiles partes aliquote ſunt inequalia ⁊ cuius maius illorū inequaliū talis pars aliquota eſt. eſt maius ⁊ cuius minus minus.

30 Si aliquid ſit pars aliquota vnius duorum et nō ſit ſimilis pars aliquota alterius illa ſunt inequalia. Et ſi fuerint duo inequalia ⁊ aliquod tertium ſit pars aliquota vnius illorum illud non erit tota pars aliquota alterius ⁊ cuius vnum inequalium eſt pars aliquota reliquum non eſt talis pars aliquota.

31 Cuiuſlibet nūeri vnitas eſt pars aliquota ab ipſo denoīata aliquota ⁊ quemlibet numerum vel vnitatem vnitas numerat.

32 Quilibet nūerus totus eſt in ſerie ab vnitate inchoādo quota pars aliquota eius eſt vnitas.

33 Quilibet numerus in vnitatem ductus ſeipſum producit ſimiliter ⁊ in quemcunq̧ vnitas ducatur ipſemet inde producetur.

34 Quanto pars aliquota alicuius a maiori nūero denoīatur pars aliquota illius tanto minor eſt ⁊ quanto a minore maior.

35 Si quotcunq̧ totidem equalia primū primū ꝙ ſcd̄z ſcd̄m et ſic conſequenter vel idem equaliter excedant vel equaliter ab ipſis vel ipſo excedantur illa inter ſe ſunt equalia.

36 Quotiens aliquid in aliquo reperitur tociens ab eo ſubſtrahi poteſt ⁊ quotiens aliquid ab aliquo ſubſtrahi poteſt totiens ī illo reperitur.

37 Quelibet quātitas totiens multiplicari poteſt: vt quātilibet eiuſdem rationis excedat.

Petitiones.

1 Quocumqꝫ numero quãtumlibet maiorem contingit ſumere. Similiter ⁊ cuilibet quotcumqꝫ poſſunt ſumi equales. Et cuilibet quotcumqꝫ eque multiplices. Et cuilibet qualeſcumqꝫ multiplices.

2 Nullus numerus poteſt in infinitum diminui cuiuſlibet enim diminutio in vnitate ceſſat.

3 Series numerorum in infinitũ poteſt augeri nec poteſt dari in ea numerus quin eo maiorem in ſerie contingat cum ipſo collocare.

4 Nunꝙ maius numerat minus.

5 Si duo numeri inequales eundum numeruꝫ nũerẽt maior eorum per minorem numerum numerabit illum ꝙ minor illum numeret. Et ſi aliqui per diuerſos numeros eundem numerent qui per maiorem illum numerabit erit minor ⁊ qui per minorem maior.

6 Si aliquis numerus numeret diuerſos numeros inequales per diuerſos numeros ipſos numerabit maiorem per maiorem minorem per minorem. Et ſi duo inequales duos per eundem numerent illi numerati erunt inequales ⁊ maior a maiori per illum numerum numerabitur minor autem a minori. Et ſi aliqui ab eodem numero per eundem numerum numerentur illi ſunt equales.

7 Nullus numerus ductus in numerũ maiorẽ vnitate ſeipſũ producit. Sed vniuerſaliter inde ꝓductus erit multiplex illi denoīat⁹ ab illo in quẽ ducit̄. Et ſi nũerus per numerum maiorem vnitate numeret aliquem numerũ ille nũeratus erit multiplex illi denominatus ab illo per quem illum numerat.

8 Si aliquis nũerus in duos equales ducatur tantum producetur ex ductu illius in vnum illorum ſicut in reliquum. Et ſi duo equales in eundem ducantur tantũ producetur ex ductu vnius in illum ꝙtum ex ductu alterius in eundem.

9 Si aliquis numerus in duos inequales ducatur vel duo inequales in ipſũ ex ipſo in maiorẽ maior ꝓducetur ꝙ ex ipõ in minorẽ. Similit̄ ex maiori in ipm̄ maior ꝙ ex minori in ipſum. Et ſi ex aliquo in ſe maius producatur ꝙ ex altero in ſe ille erit altero maior.

10 Si duorũ numerorum alter in alterũ ducatur minor producetur ꝙ ex ductu aliorum duorum alterius in alterum quorum vnus vno illorũ eſt maior et reliquus reliquo maior vel illi equalis ⁊ maior producetur ꝙ ex ductu aliorum duorum alterius in alteꝝ quorum vnus vno illorum eſt minor ⁊ reliquus etiam reliquo vel illi equalis.

11 Si vnus numerus in ſeipſuꝫ ducatur maius producetur ꝙ ex ductu minoris ipſo in ſe ſimiliter ⁊ ꝙ ex ductu illius in minorẽ ipſo. Similiter ⁊ ꝙ ex ductu duorũ vnius in alterũ quoꝝ quilibet eſt eo minor aut vnus ſibi equalis ⁊ alter minor ⁊ minor producetur ꝙ ex ductu ipſius in maiorem ipſo ſimiliter ⁊ ꝙ ex ductu duorum quorum quilibet eſt eo maior aut vn⁹ ſibi equalis ⁊ alter maior vnius in alterum.

12 Si aliqd numeret aliquid eo maius illud ẽ ps aliquota illi⁹.

13 Nulla pars aliquota alicuius eſt maior medietate eiuſdeꝫ.

14 Si duorum inequaliũ minus ex maiori detrahatur quo ad poſſit nichil remanebit aut remanebit minus minori.

15 Si detracto minori ex maiori quo ad poſſit, ſuperſit aliquid: maius non erit multiplex minoris. Et ſi maior non fuerit multiplex minoris, minori ab ipſo detracto quo ad poſſit, remanebit minus minore: ſi dua tamen pars maioris ab illo quod ſupererit, erit multiplex minoris, vel illi equalis.

16 Si duorum inequaliuꝫ maior fuerit multiplex minoris minori ab ipſo detracto quo ad poſſit nichil ſupererit. Et ſi nichil ſuperſit ex tali detractiõe maior erit multiplex minoris.

17 Si minor ex maiori detrahatur pluries, aut ſemel; et aliquid remanſerit ex maiori tali detractione factam minor numerabit reliquam partem maioris ab illa quę remanebit; et erit illi equalis, aut ſubmultiplex ad illam.

18 Si parte alicuius totius maiorata totum remanſerit equale reliquam partem illius tm̄ deperdere ꝙtum illa maiorata ad quirit neceſſe eſt. Et ſi toto manente equali, continuo, aliqua pars eius minoretur, reliquã tm̄ acquirere, quantũ illa perdit, neceſſariũ erit.

19 Si aliquod totũ ex pluribus partibus duabus adequate reſultet ⁊ illo continuo remanente equali vna illarum partium minoretur ⁊ alia tantum acquirat ſicut illa deperdit totum reſiduum ab illis manebit continuo equale.

20 Si numerum datum numerus multiplicet idemq; ꝓductũ diuidat numerum datum redire et ecõtra. Si aliquis numerus datum numerum diuidat et quod ꝑuenit rurſum multiplicet itidem numerum datum redire.

21 Si primum pluries cõtineatur in ſcđo ꝙ̄ tertiuʒ in quarto ⁊ primum totiens adequate contineatur in aliqua parte ſcđi: ſicut tertium in aliqua certa parte quarti continetur primum pluries ꝯtinebitur in reſidua pte ſcđi ꝙ̄ tertiũ in reſidua pte quarti continetur.

Dignitatibus et petitionibus q̄ communiter ſolent poni aliquas alias adiecimus: vt facilius poſſint comprehendi demonſtrationes concluſionum ponendarũ nec minus ſunt note ex ſe ille adiecte ꝙ̄ ille que communiter poni ſolent.

Sed circa illas aliqua notabis ꝓ primus em̃ circa primam dignitatem aduerte ꝙ non ſolum illa in quantitatibus continuis aut diſcretis deſeruire poteſt verum etiam in quibuſcumq; alijs in quibus aliquo modo maioritas aut minoritas reperiri poteſt in actiuitatibus enim ⁊ reſiſtẽtijs ⁊ in intenſionibus ⁊ remiſſionibus et alijs multis eã intelligendo ſicut intelligi debet adeo ꝙ ſe nota erit ſicut in quibuſcumq; alijs diuerſimode tñ intelligi debet ſecũdum ꝙ ad diuerſa applicabitur ⁊ ita de omnibus alijs dignitatibus dicendum eſt nõ tñ ſpectat ad ꝓpoſitũ illas omnes expoſitiones videre nec etiam ad ꝓpoſitum ſpectat ſoluere rationes que cõtra ipſas in rigore ꝓcedendo fieri poſſunt ꝓpter tñ cauſam ſupius tactã vt puta ꝓpter demõſtrationes tãgẽdas in alijs a numeris ſic poſite ſũt dignitates ⁊ petitiones vt in alijs eque bene ſicut in numeris deſeruire poſſint.

Circa primam petitionem eſt aduertẽdum ꝙ non eſt ipſa ſic ingelligenda ꝙ quocumq; numero dato in quacumq; proportione maioris inequalitatis contingat ſumere maiorẽ eo hoc em̃ manifeſte falſũ eſt: ſʒ ad hũc ſẽſũ dʒ itelligi ꝙ quocũq; dato in q̄cũq; ꝓportione multiplici ꝯtingit ſumere maiorẽ eo ⁊ ex ꝯñti ꝙ i quocũq; exceſſu ꝯtingit ſumere maiorẽ ipſo.

Circa quartam quintam et ſextam petitiones eſt aduertendum ꝙ in quibuſcumq; alijs a numeris ille deſeruient eſto ꝙ quinta et ſexta ſolũ in nũeris videanẽ ꝓcedere facile tñ poſſunt ſimiles petitiones ꝓ omnibus poni quas ꝓpter breuitatem relinquimus ſupponentes illas poſſe ad alia applicari ꝙ̄ ad numeros. Eſt vltra aduertẽdum ꝙ ſicut apparet ex euclide ſcđo elementorum linea in lineã duci poteſt alia tñ ratione linea in lineam diceref duci ꝙ̄ numerus in numerum vel aliquid aliud in nũerum hoc tñ non ſpectat ad ꝓpoſitum inquirere: ſed ſoluʒ hoc vnũ ſupponendũ eſt ꝙ ſimilia ꝯtingunt de ductu linee in lineã ſicut octaua nona decima ⁊ vndecia petitiones de ductu nũeri i nũerũ ꝓponũt, ⁊ ꝓpterea petitiões ille debite applicate ꝓ ductu linee in lineam ſimili modo deſeruiẽt. Omnes igitur petitiones ⁊ dignitates que non ſpecialiter pro numeris poſite ſunt pro quibuſcumq; indifferenter intelligantur ille autem que de numeris expreſſe ponũtur et ad alia aplicari poſſunt pro omnibus in quibus deſeruire poterunt teneantur.

Circa vltimam petitionem aduerte ꝙ ipſa procedit de diuiſione prout eſt ſpecies algoriſmi ſtrictiſſime loquendo adhuc.

Finaliter aduerte circa iſtas dignitates et petitiones ꝙ multe alie poſſunt eſſe in hijs materijs dignitates tot enim quot poſſunt eſſe propoſitiones note ex terminis et poſſunt etiã eſſe multe alie petitiones. Si tñ aliquis dubitaret de aliqua iſtarũ petitionum ita ꝙ nõ videretur eſſe ſufficiẽter nota ad hoc vt ſupponeretur ꝓ demonſtrationibus ponẽdis quẽadmodum poſſet alicui apparere de .12. petitione poſita qñ ita cõtingeret ille que poſſent aliquo mõ demonſtrari immediate ex terminis efficerẽtur note: vnde de illa ſic ꝯſtat: qꝛ ſi minus numeret maius cum non nũeret ipſum per vnitatẽ: qꝛ tunc eſſet equalis illi numerabit ipm per maiorem nũeruʒ vnitate: ⁊ per ꝯñs multiplicatũ per maiorẽ vnitate ꝓducet ipſum: ⁊ ꝑ ꝯñs ex terminis pluries adequate erit in illo ⁊ ex ꝯſequenti erit pars aliquota illius. Et ſi forte ſimile contingeret de aliquibus alijs quia faciliima poteſt eſſe deductio non eſt in illo inſiſtendum.

¶ Libri primi Concluſiones.

1 Quorumcumq; duorum numerorum inequalium minor eſt maioris pars aliquota aut partes equales non communicantes ſumpte ſecundũ ipſum quarum quelibet eſt pars aliquota maioris ab ipſo maiori denominata.

Sint a/ nũerus minor ⁊ b/ maior tũc ſi /a/ nũeret /b/ ex .12. petitione /a/ erit pars aliquota /b/ ſi aũt a/ non numeret /b/ cũ vnitas nũeret b/ nõ erit ipſe a vnitas et per ꝯñs erit maior vnitate et ex conſequenti erit plures vnitates equales non communicantes ſumpte ſecundum ipſum a/ quaruʒ quelibet per .3i. dignitatem eſt pars aliquota /b/ ab ipſo /b/ denominata vnde conſtat propoſitum.

Co. **Ex pn̄ti** conſtat ꝙ quorumcūqꝫ duorum ꝯmenſurabilium inequaliū minus eſt pars aliquota maioris aut adequate reſultat ex aliquot partibus equalibus nō ꝯmunicātibus quarū ꝙlibet eſt pars aliquota maioris. ¶ Quia ſi minus nō ſit pars aliquota maioris ſaltē adequate reſultabit ex aliquot partibus equalibus non communicantibus quarum quelibet erit equalis illi mēſure communi ipſi et maiori cū igitur quelibet talis ſit etiam pars aliquota maioris conſtat propoſitum.

2 **Si inequales** numeri equalibus addantur aut equales inequalibus erit compoſitorū differentia ſicut differentia illorum inequalium

Sit/a/ numerus equalis/b/ſitqꝫ/c/maior/d/et c/eorum differentia reſidua autē pars/c/ab illa differētia que erit equalis/d/ſit/f/tūc dico ꝙ dr̄a toti⁹ c a ad totum/d/b/eſt/e. Quia differētia/c/a/ad/f/a/eſt e/ex quo/e/adequate reſultat ex/e/⁊ ex/f/modo/f/a/per.17.dignitatem eſt equalis toti/d/b/ꝙ ꝑ.16.dignitatem differentia totius/c/a/ad totum/d/b/eſt/e/quod eſt propoſitū.

1.co **Ex pn̄ti** ꝯſtat ꝙ ſi equales numeri ab inequalibus auferantur et ex quolibet aliquid remaneat erit remanentium differentia vt differentia compoſitorum ex illis remanentibus: et ex illis ablatis. ¶ Quia ſi illa ablata iterum addantur illis remanentibus per preſentē differentia cōpoſitorum erit ſicut differentia illorum remanentium vnde conſtat propoſitum.

2.co **Patet** inſuper ꝙ in quibuſcumqꝫ alijs a numeris hec etiam verum habēt que preſens et primū correlarium in numeris proponunt. Eadem eſt enim in quibuſcumqꝫ demonſtratio.

3 **Si ab** equalibus numeris inequales auferantur et ex quolibet illorum equaliū aliquid remanſerit erit ablatorum differentia ſicut differentia remanentium.

Sit/a/b/ numerus equalis/c/d/numero ⁊ auferanť/a/maior ex/a/b/⁊/c/minor ex c/d/⁊ remaneant/b/et d. Tunc dico ꝙ differentia b/ad/d/eſt vt differentia a/ad/c. Quia per 9/dignitatem/b/et d/erunt inequales ⁊ b/eſt minus/d/alias per.18.dignitatem/a/b/eſſet maius/c/d/quod eſt contra ypotheſim ſi igitur differentia/a/ad/c/ſit inequalis differentie/b/ad/d/ſit differētia a/ad/c/maior et ex/a/auffero tm̄ ſicut eſt differentia b/ad/d ⁊ illud addo/b/tunc ꝑ.22.dignitatem b/erit equalis d/et qꝛ minus ꝙ erat differentia a maioris ad/c/minorē ablatum eſt ex a/c/inuariato ꝑ 14.dignitatē a/manebit inequalis c/ꝗre ꝑ.18 dignitatem tūc aggregatum ex/a/b/erit inequale/c/d/cum igitur per.23.dignitatē/a/b/manebit eque magnus vt prius ſequitur ꝙ prius non erit equalis/c/d/quod eſt contra ypotheſim.

1.co **Ex pn̄ti** apparet ꝙ ſi ex additione aliquorum duorum inequalium aliquibus duobus inequalib⁹ debeant effici aggregata equalia illorum inequalium addendorum et illorum quibus debent fieri additiones differentie debebunt eſſe equales. ¶ Dato enim oppoſito huius ſi poſtea illa addenda auferantur ab illis aggregatis contingeret oppoſitum preſentis.

2.co **Patet** inſuper ꝙ in quibuſcumqꝫ verum habēt que concluſio cum correlario in numeris proponunt. Eadem enim eſt in quibuſcumqꝫ demonſtratio.

4 **Si aliqui** numeri inequales fuerint circum aliquem poſiti vel equaliter ab eo diſtātes maior illorum erit illo circa quem poſiti ſunt maior et minor erit eodem minor. ¶ Eritqꝫ ipſorum differentia dupla ad differentiam cuiuſlibet illorum ad illum.

Prima pars patet quia dato oppoſito eius vel ambo eſſent illo maiores vel ambo minores vel minor eſſet illo maior et maior eodem minor non poterit hoc vltimum dari: qꝛ tunc illud minus per.4.dignitatem deberet eſſe maius illo maiori quod implicat. Si autem detur primū/tunc minor mediaret inter maiorē et illū et per conſequens non eſſent circa ipſum poſiti vel ab eo equaliter diſtantes quod eſt contra ypotheſim. Et ſi detur ſcd̄m tunc maior mediaret inter minorem ⁊ illum ⁊ tunc non equaliter ab illo diſtarent cum igitur dato illius prime partis oppoſito non poſſint ſe habere in ordine ad illum aliter ꝙ aliquo iſtorummodorum ſequitur ꝙ non poterit illius oppoſitū dari habetur igitur prima pars. ¶ Secunda autem petet quia per.21.dignitatē differentia illorum adequate reſultat ex differētijs maximi ad medium et minimi ad medium cum igitur ex terminus ille ſint equales non communicantes ex.24.dignitate illorum differentia ad quamlibet illarum erit dupla quod eſt propoſitum ſecunde partis.

Co. **Ex pn̄ti** apparet ꝙ in quibuſcumqꝫ hoc verum habet ſcilicet ꝙ ſi duorum inequalium ad idem tertium differentie ſint equales maius illorum erit illo tertio maius ⁊ minus illo tertio minus eritqꝫ differentia illorum duorum dupla ad differentitiam cuiuſlibet illorum ad illud tertium. Eadem eſt penitus in quibuſcumqꝫ demonſtratio ſicut in numeris.

5 **Si duo** numeri inequales fuerint circum aliquem poſiti vel equaliter ab eo diſtātes ille eſt medietas ꝯpoſiti ex illis. Et ſi aliquis numerus ſit medietas alicui⁹ ꝗ ex duob⁹ īeqˀlib⁹ adequate reſultat ꝗcūqꝫ duo ineq̄les ex ꝗbus ille maior ad equate reſultat ſunt equidiſtantes ab illo.

Sit a numerus circa quem ſint poſiti/b/maior et/c/minor vt equaliter ab eo diſtantes et/d/ſit adequate ꝯpoſitus ex/b/et/c. ¶ Tunc dico primo ꝙ/a/eſt medietas d. Dico ſecūdo ꝙ ſi a/ſit medietas/d/⁊ d/adequate reſultet ex/b/maiori ⁊/c/minori/b/et/c/ſunt equidiſtantes ab/a.

¶ Primum patet: quia ex terminus differentia/b/ad/a/eſt equalis differentie/a/ad/c/⁊ ꝑ precedentem/b/eſt maius/a/et/c/minus/a/auffero ergo differentiam/b/ad/a/ex/b/et eam addo/c. Tūc per 22.dignitatē/b/fiet equalis/a/et/c/ſimiliter fiet equalis/a/quare ꝑ ſcd̄am dignitatē illo facto/b ⁊ c erunt equalia et per.23.dignitatē/d/remanebit eque magnum: vt prius cum igitur tūc ꝑ.24.dignitatem/b/ſit medietas/d/erit tunc etiā a medietas d/⁊ quia a/manebit inuariatū vt ſuppono ⁊ d/vt probatum eſt manebit eque magnum vt iam eſt ſequitur ꝙ a eſt iam medietas d quod eſt primum.

¶ Secundum patet: quia dato oppoſito ſit e. maior c. equidiſtans ab a. ſicut c. diſtat ab a. eſſet ſic e. inequalis b. quare per. 18. dignitatem d. eſſet inequalis toti. e. c. cum igitur ex prima parte p̄ntis a. ſit medietas totius c. e. ex. 30. dignitate. a. non erit medietas. d. quod eſt contra ypotheſim.

1. co **Ex p̄nti** apparet ꝙ in quibuſcunqȝ hoc verum habet ꝙ ſi duorum inequaliū ad idem tertiuȝ differentie fuerint equales illud tertium erit medietas compoſiti ex illis inequalibus adequate. Et ſi aliquid ſit medietas alicuius totius quarumcunqȝ duarum partium inequalium non cōmunicantium ex quibus illud totum adequate reſultat vel in quas adequate diuiditur ad illud tertiū differentie erunt equales. Eadem enim eſt penitus demonſtratio.

2. co **Patet** vltra ꝙ in quibuſcunqȝ hoc verum eſt, ꝙ omne adequate compoſitum ex duobus inequalibus non communicantibus, eſt duplum ad mediū per equalem diſtantiam inter illa, ſi tale fuerit. Et ex conſequenti erit maius ꝙ̄ duplū ad minus eorum ⁊ minus ꝙ̄ duplum ad maius eorundem. ¶ Quia ex quo illud medium eſt maius minori ⁊ minus maiori duplum illius medij erit maius ꝙ̄ duplum illius minoris et maius ꝙ̄ duplum illius maioris cum igitur duplum illius medij ſit illud compoſitum conſtat propoſitum.

3. co **Patet** inſuper ꝙ ſi medietas exceſſus maioris ſupra minorē aufferatur a maiori et addatur minori illa efficientur equalia ⁊ quolibet medietas compoſiti. Fient enim equalia vni tertio vt puta medio per equalem diſtantiam quod eſt medietas compoſiti ex illis.

6 **Si inter duos** numeros inequales duo alij inequales equaliter intercipiantur erit compoſitus ex illis interceptis equalis compoſito ex alijs.

Sint a maior et b. minor duo numeri inter quos equaliter intercipiantur c. maior et d. minor: ita vt exceſſus a. ſupra c. ſit equalis exceſſui d. ſupra b. Dico tunc etiam a. b. eſſe equalem toti. c. d. Dematur enim exceſſus a. ſupra c. ex a. et addatur b. tunc per. 22. dignitatem a. fiet equalis c. ⁊ b. equalis d. quare p. 17. dignitatē totus. a. b. illo facto erit equalis toti c. d. cum igitur per. 23. dignitatē totus. a. b. remaneat eq̄ magnus ſequitur ꝙ iā totus a. b. eſt equalis toti c. d. qd̄ eſt poſitū.

1. co **Ex p̄nti** conſtat ꝙ ſi quatuor inequalium primum equaliter excedat ſecundum ſicut tertium excedit a quarto ꝯpoſitum ex primo et tertio erit equale compoſito ex ſecūdo et quarto. ¶ Aufferendo enim exceſſū primi ſupra ſecundū ex primo et addendo tertio eadē eſt demōſtratio. cum demonſtratione preſentis.

2 co **Patet** vltra ꝙ ſi duorum numerorum vnus aliquo aliorum duorum ſit maior per maiorē exceſſū ꝙ̄ reliquus aliorum ſit maiore reliquo ipſorum ꝯpoſitus ex ipſis erit maior compoſito aliorum. ¶ Quia ſi a. ſit maior b. ⁊ c. maior d. ⁊ exceſſus a. ſupra b. maior exceſſu c. ſupra d. cuȝ totus a. d. componatur ex toto b. d. ⁊ ex differentia a. ad b. et totus b. c. ex toto b. d. et ex differentia c. ad d. per. 18. dignitatem totus a. d. erit maior toto b. c. vnde conſtat propoſitum.

3. co **Patet** vltra ꝙ in quibuſcunqȝ ſimilia verificantur his que preſens cum correlarijs in numeris proponunt. Eadem eſt enim penitus in quibuſcunqȝ demonſtratio.

4. c **Patet** vltra ꝙ ſi q̄cūqȝ duo inequalia in ordine ad alia duo inequalia ita ſe habeant ꝙ cuiuſlibet illorum ad quodlibet aliorum ſit ea differentia que alterius ad alterū ꝯpoſituȝ ex illis erit equale ꝯpoſito ex alijs. ¶ Sint enim a. maius ⁊ b. minus et ita ſe habeant in ordine ad c. maius ⁊ d. minus ꝙ differentia a. ad c. ſit que b. ad d. ſimiliter a. ad d. que b. ad c. Tunc dico ꝙ ꝯpoſitum ex a. et b. eſt equale ꝯpoſito ex c. ⁊ d. Quia tunc quodlibet primorū erit inequale cuilibet alioꝝ ex ypotheſi ſit ergo ita ꝙ a. ſit maius c. conſtat tunc b. eſſe minorem d. quia non eſt ei equalis nec eo maior nam alias differētia a. ad d. per. 21. dignitatem adequate ꝯponentur ex differentia a. ad maiorē illorum c. b. et ex differentia illoꝝ inter ſe ⁊ ex differētia minoris illorum ad d. quare dr̄a illoruȝ b. c. eſſet pars differentie a. ad d. quod repugnat ypotheſi erit igitur b. minus d. quo habito ex preſenti conſtat propoſitum. Et ſi ponas c. maiorem a. conſimiliter proba d. eſſe minorem b. quo habito iterū ex preſenti conſtat propoſitum.

7 **Si aliquis numerus primo in duo inequalia non cōmunicātia adequate diuidatur idemqȝ ſecunda diuiſione i alia duo inequalia non cōmunicātia adequate diuidatur duo illorum in que vna illa diuiſionū diuidetur inter illa p que alia diuidetur intercipientur.** ¶ Eritqȝ cuiuſlibet illorum interceptorum ad quodlibet aliorum differentia ſicut differentia alterius interceptorum ad alterum aliorum.

Sit a numerus p̄ma diuiſione adequate diuiſ⁹ in b. maiorē et c. minorem ſitqȝ alia diuiſione adequate diuiſ⁹ in d. maiorē et e. minorem. Sitqȝ b. ineq̄lis d. ¶ Tunc dico primo d. ⁊ e. eſſe interceptos inter b. ⁊ c. aut econuerſo b. ⁊ c. inter d. ⁊ e. Dico ſc̄do differentiam b. ad d. eſſet equalem differētie e. ad c. ⁊ differentiam b. ad e. differentie d. ad c. ¶ Primum patȝ: quia vel b. eſt maior d. vel minor ſi maior per. 4. dignitatē erit etiam maior c. vel ergo c. eſt maior e. vel illi equalis vel minor ſi minor tunc ꝯſtat d. et e intercipi inter b. et c. ſi autem c. eſſet maior e. vel illi equalis tunc ex. 18. dignitate aggregatum ex b. et c. eſſet maius aggregato ex d. ⁊ e. quod eſt ꝯtra ypotheſim patȝ igitur ꝙ ſi b. ſit maior d. inter b. et c. intercipientur d. ⁊ e. Si aūt b. ſit minor d. tunc ꝯſimiliter pba b. ⁊ c. intercipi inter d. ⁊ c. ⁊ habebis ꝓpoſitum primū. ¶ Sc̄dm patet ſtāte enim eadē ypotheſi ſit cum hoc ita ꝙ inter b. et c. intercipiātur d. ⁊ c. ⁊ ſi tūc differentia b. ad d. nō ſit equalis differētie e. ad c. capio f. maiorem d. cuius ad d. dr̄a ſit equalis differentie e. ad c. ille erit inequalis b. q̄re per. 18. dignitatē totus f. c. erit inequalis toti b. c. cū igitur ex ꝓcedētibus totus f. c. ſit equalis toti d. e. ex. 15. dignitate totus b. c.

non erit equalis toti d e quod eſt cōtra ypotheſim erit igitur differentia b ad d vt e ad c ⁊ quia d me diat inter d ⁊ e ⁊ inter d ⁊ c per .21. dignitatem differentia b ad e adequate reſultabit ex differentia b ad d/ ⁊ ex differentia d ad e/ ⁊ etiam differentia d ad e/ adequate ex differentia d ad e ⁊ ex differentia e ad c/ erit igitur differentia d ad e pars communis differentie b ad c/ ⁊ differentie d ad c cum igitur reſidue partes illarum differentiarum probate ſint equales ex .17. dignitate differentia b ad e/ erit equalis differentie d ad c conſtat igitur propoſitum.

1.co **Ex preſenti conſtat ꝙ in quibuſcunq; verificatur ſimile huic** quod preſens in numeris proponit.

2.co **Patet vltra ꝙ ſi compoſitum ex aliquibus duobus fuerit equa**le compoſito ex aliis duobus ⁊ vnum illorum fuerit maius vno aliorum reliquus eorundem per conſimilem exceſſum erit reliquo aliorum minus ⁊ econuerſo ſi vnum vno aliorum fuerit minus reliquis ipſorum reliquo aliorum conſimili exceſſu erit maius. ¶ Quia ſi illa ex quibus ſecundum componitur ſint equalia quodlibet illorum erit ſicut medietas compoſiti ex primis quo facto ex primo correlario precedentis conſtat propoſitum. Si autem ſint inequalia diuidatur primum compoſitum alia diuiſione in talia duo ⁊ ex preſenti conſtabit propoſitum in quibuſcunq;.

3.co **Patet vltra ꝙ ſi fuerint duo equalia et vna pars vnius illo**rum vna parte alterius ſit maior reliqua illius reliq̄ alterius erit per cōſimilē exceſſū minor ⁊ econuerſo ſi minor maior. ¶ Quia tunc ille due partes vnius illorum erunt inequales inter ſe aut due partes alterius alias omnes ille partes eſſent equales inter ſe. hoc igitur habito ex precedenti correlario conſtat propoſitum.

8 **Quocunq; numero dato ſi quotcunq; minores ipſo capian**tur ⁊ totidem maiores ita vt vltimi minorum ad illum ſit ea differentia que illius ad primum maiorum ſimiliter ⁊ illius ad penultimum minorum ea que illius ad ſecundum maiorum ⁊ ita deinceps vſq; ad primum minorum ⁊ vltimum maiorum vocando vtrobiq; primum minimum ⁊ ſecundum minimum aliorum ⁊ ita deinceps erit compoſitus ex illis omnibus equalis illi quod fiet ex ductu illius numeri in numerum illorum.

Sint a primus b ſecundus c tertius ⁊ d quartus minores e ⁊ ſint f primus g ſecūdus h tertius ⁊ k quartus totidem maiores eodem e: ita vt differentie d ad e ⁊ e ad f ſint equales ſimiliter ⁊ differentie c ad e/ ⁊ e ad g ⁊ ita conſequenter vſq; ad a ⁊ k. Tūc dico ꝙ compoſitus ex a. b. c. d. e. f. g. h. k. eſt equalis illi quod fiet ex e in numerum omnium illorum: quia ex terminis d ⁊ f ſunt equidiſtantes ab e. ergo per .5. huius e eſt medietas compoſiti ex d ⁊ f. ergo e totiens reperietur in illo compoſito quot ſunt d ⁊ f. ⁊ per idem totiens reperietur in compoſito ex c ⁊ g quot ſunt c ⁊ g. et ita de cōpoſito ex b ⁊ h ⁊ de compoſito ex a ⁊ k. quare e totiens reperietur in compoſito ex illis omnibus minoribus ⁊ maioribus quot ſunt vnitates in numero illorum addendo igitur ipſummet tali cōpoſito totiens reperietur in compoſito ex omnibus quot ſūt vnitates in numero illorū omnium vnde ex diffinitione multiplicationis conſtat propoſitum In quotcunq; pluribus aut paucioribus conſimilis eſt omnino demonſtratio.

1.co. **Ex preſenti conſtat ꝙ quocunq; numero dato ſi ſumantur** quotcunq; minores ipſo ⁊ totidem maiores ita vt ipſius ad vltimum minorum ſit ea differentia que ipſius ad primum maiorum ⁊ vltimi minorum ad penultimum eorundem que primi maiorum ad ſecūdum eorundem. Et ita deinceps erit compoſitus ex omnibus illis equalis illi quod fiet ex illo in numerum omnium. ¶ Capiantur enim numeri in ordine ad e ſicut ſtatim ita tamen ꝙ d ad e ſit eadem differentia que e ad f/ ⁊ c ad d/ que f ad g/ ⁊ b ad c/ que g ad h/ ⁊ a ad b/ que h ad k/ erit tunc differentia e ad c equalis differentie e ad g/ quia illa adequate componitur ex differentia c ad d. ⁊ ex differentia d ad e ⁊ differentia e ad g adequate ex differentia e ad f equali differentie c ad d/ ⁊ ex differentia f ad g equali differentie d ad e. quare per .17. dignitatem ille erunt equales et per idem differentia e ad b erit equalis differentie e ad h ⁊ ex cōſiti differentia e ad a differentie e ad k quo habito ex pſiti cōſtat demonſtratio ꝓpoſiti in forma. Et in quotcūq; pluribus aut paucioribus cōſimiliter cōſtat ꝓpoſitū.

2.co **Patet vltra ꝙ in quibuſcunq; aliis a numeris ſimilia verifi**cantur hiis que preſens cum primo correlario in numeris proponunt.

9 **Quibuſcunq; duobus numeris inequalibus datis ſi ſuman**tur quotcunq; minores minori ⁊ totidem maioris maiori: ita vt minoris illorum ad vltimum minorū ſit ea differentia que maioris ad primum maiorum ⁊ minoris ad penultimū minorum q̄ maioris ad ſecundum aliorum: ⁊ ita deinceps erit compoſitus ex omnibus equalis producto ex compoſito illorum in medietatem numeri omnium.

Sint d minor ⁊ e maior duo numeri et ſint a primus b ſecundus ⁊ c tertius minores d/ ⁊ ſint f primus g ſecundus ⁊ h tertius totidem maiores e ⁊ differētia d ad c ſit que e ad f ⁊ d ad b/ que e ad g/ ⁊ d ad a/ que e ad h. Tūc dico ꝙ compoſitus ex a. b. c. d. e. f. g. h. eſt equalis ꝓducto ex toto d e in medietatem numeri illorū: quia ex terminis c ⁊ f erunt equidiſtātes ab illis ſcz d ⁊ e quare per 6. huius totus d e erit equalis toti c f/ ⁊ per cōſ ſemel adequate erit in binario ex c ⁊ f/ ⁊ per idē ſemel

adequate reperietur in binario ex b ⁊ g/ ⁊ p idem ſemel adequate in binario ex a ⁊ h/cū igitur ſemel adequate ſit in binario ipſorū totiens adequate erit in compoſito ex omnibus quot ſūt binarij omniū ſed illi in duplo plures ſunt ꝙ binarij ipſorum: ergo totiens adequate reperiet in omnibus quot ſūt vnitates in numero ſubduplo ad numerum illorum omnium quo habito ex diffinitione multiplicationis ꝯſtat ꝓpoſitū. In quotcūqꝫ pluribus aut paucioribus ꝯſimilis eſt penitus demonſtratio.

1.co. **Ex pñti cōſtat ꝙ in tali caſu cōpoſitus ex omnibus erit equa**lis producto ex compoſito ex primo minorum ⁊ vltimo maiorum in medietatem numeri omnium et etiam producto ex compoſito ex ſecundo minorum ⁊ penultimo maiorū in eandē medietatē ⁊ ita deinceps. ¶ Quia quilꝫ illorꝫ ꝯpoſitorū ꝓbatus eſt equalis ꝯpoſito ex illis duobus inequalibus.

2.co **Patet vltra ꝙ ſi datis duobus numeris inequalibꝰ ſumātur** quotcūqꝫ minores minori ⁊ totidem maiores maiori ita vt differentia minoris ad vltimū minorum ſit que maioris ad primum maiorum ⁊ vltimi minorum ad penultimum eorūdem que primi maiorum ad ſecundum ipſorum ⁊ ita deinceps erit ꝯpoſitus ex omnibus equalis ꝓducto ex cōpoſito ex illis duobus in medietatem numeri omniū. Et etiam producto ex compoſito ex primo minorum ⁊ vltimo maiorum in eandē medietatem ⁊ ita deinceps. ¶ Captis eñi numeris in ordine ad d minorem et e maiorem ſicut ſtatim ita tamen vt d ad c ſit ea differentia que c ad f ⁊ c ad b ꝙ f ad g ⁊ b ad a que g ad h erit tunc ex ypotheſi ⁊ ex .17.⁊.21. dignitatibus differentia d ad b que c ad g ⁊ ex pñti p idē differentia d ad a/ vt e ad h quo habito ex preſenti et correlario primo conſtat totum huius propopoſitum.

3.co **Patet vltra ꝙ in quibuſcunqꝫ verificantur ſimilia hys que pꝛe**ſens cum precedētibꝰ correlarijs in numeris ꝓponunt. Eadē eſt enim in quibuſcunqꝫ demonſtratio

10 **Si duo numeri reſpectu aliorum duorꝫ ita ſe habuerint ꝙ** primus ſit tota pars aliquota primi quota ſecundus ſecundi erit compoſitus ex illis tota pars ꝯpoſiti ex alijs ſicut primus primi. Et ita ſi quotcumqꝫ in ordine ad totidem alios ita ſe habuerint.

Primū patꝫ ſit a tota pars aliquota b quota c eſt d. Tunc dico ꝙ totus a c eſt tota ps aliquota totius b d quota a eſt b. Quia b poterit diuidi adequate ī tot ſimiles ptes a/ ſicut d reſpectu c diuidatur. ꝙ b in ſimiles a adequate ſimiliter ⁊ d in ſimiles ptes c. tūc coniungatur prima ps b cū pma d erit tūc ꝯpoſitū ex illis ſicut totus a c ſimilī ⁊ ſicut compoſitū ex ſcda cū ſcda ꝯiungat igit ſcda cū ſcda ⁊ ita fiat deinceps quo ad nichil remāſerit ex b nec ex d cū igit talis coniunctio totiens adequate fieri poſſit quotiens a reperitur in b ⁊ quotiēs c in d numerus equalis compoſito ex a ⁊ c poterit totiens adequate ſumi in aggregato ex b ⁊ d quotiēs a in b ⁊ c in d quare ex terminis totus a c eſt tota pars aliquota totius b d quota a eſt b qđ eſt primū. Conſimilis eſt demōſtratio ſcdi.

1.co. **Ex preſenti apparet ꝙ in quibuſcunqꝫ hoc verum habet ſcꝫ ꝙ** ſi quotcūqꝫ ī ordine ad totidē alia ita ſe habuerint ꝙ primū ſit tota ps aliquota ⁊ eque ſubmultiplex primi ſicut ſcdꝫ ſcdi ⁊ ſic ꝯñr ⁊ oīa illa fuerint eiuſdem rōnis erit aggregatū ex omnibus illis tota ps aliquota ⁊ eq̄ ſubmultiplex aggregati ex oībus alijs ſicut pmū pmi. Et ex ꝯñti ſi quotcūqꝫ in ordine ad totidē alia ita ſe habeāt ꝙ pmū ſit eq̄ mltiplex pmi ſicut ſm ſcdi ⁊ ita deinceps erit ꝯpoſitū ex illis eq̄ mltiplex ꝯpōiti ex alijs ſicut pmū pmi. Cōſimilr ē ei demōſtratio ſuppoſita ſigtiōe ⁊ maiorꝫ

2.co **Patet vltra ꝙ ſi aliquid ſit pars aliquota alicuius totius et** illud habeat ptē aliquotā illud totū habebit etiā ſimilē ptē aliquotā diuiſo eñi illo toto adeq̄te ī partes equales minoris ⁊ a q̄libꝫ tali capta vna pte eq̄li illi pti aliquote minoris aggregatū ex illis erit tota ps aliq̄ta illiꝰ totiꝰ ſicut illa ps aliquota illius minoris Eadē eñi ē demōſtratio huiꝰ ſicut pñtis

11. **Si duo nūeri talit ſe habeāt reſpectu aliorū duorū ꝙ primus** ſit aliq̄t ptes aliq̄te eq̄les pmi ⁊ ſcds ſit tot ſimiles ptes aliq̄te ſcdi aggregatꝰ ex pmis duobꝰ erit tot ſil'es ptes aliq̄te aggregati ex alijs ſicut pmꝰ pmi. ⁊ ita ſi q̄tcūqꝫ reſpū totidē aliorꝫ ita ſe habeāt

Primū patꝫ ſit a aliquot ptes aliquote ſimiles b ⁊ c ſit tot ſimiles ptes aliquote d. Tūc dico ꝙ totus a c eſt tot ſimiles ptes aliquote totius b d ſicut a reſpectu b diuidaī eñi a in tales b ⁊ c ſimilr in tales d tūc ex pcedenti pma ps a cū pma pte c erūt tota ps aliquota b d ſicut pma ps a reſpectu b ⁊ ſic de ſcda pte a cū ſcūda c/ ⁊ ita de alijs ſi fuerint plures quo ad nichil remāſerit ex a nec ex c/ ⁊ q̄ totiēs adequate ꝯtingit facere talē ꝯiunctionē quot ſunt tales ptes in a adequate ſeq̄tur ꝙ aggregatū ex pma pte a cum pma c totiens adequate reperieī in a c quot ſūt tales ptes in a/ adequate ⁊ p ꝯñs in a c adeq̄te tot ſimiles ptes aliquote b d reperiētur ſicut in a reſpectu b erit igiī a c tot ſimiles ptes aliquote b d ſicut a reſpectu b quod eſt pmū Secūdi conſimilis eſt demōſtratio.

Co. **Ex preſenti conſtat ꝙ in quibuſcūqꝫ alijs a numeris hoc verū** hꝫ vēꝫ ꝙ ſi quotcūqꝫ reſpectu totidē aliorꝫ ita ſe habeāt ꝙ pmū ſit tot ſimiles ptes aliq̄te pmi ſicut ſcdꝫ ſcdi ⁊ ſic ꝯñr fuerintqꝫ oīa eiuſdē rōnis erit aggregatū ex omnibus illis tot ſimiles ptes aliq̄te aggregati ex oībus alijs ſicut pmū pmi. Cōſimilis eñi eſt penitus demōſtratio in quibuſcūqꝫ alijs.

12 **Si quotiens vnitas in primo totiens ſecundus in tertio quo**tiens vnitas in ſecundo totiens primus in tertio.

Hec verū habet eſto ꝙ ſub nūero vnitas ꝯprehēdat q2 ſi prim⁹ eſſet vnitas ſcđs eſſet equalis tertio et tūc manifeſte ꝯſtaret ꝓpoſitū ſimiliter ſi ſcđs eſſet vnitas tūc tertius eſſet equalis pmo ⁊ iterū manifeſtū eſſet ꝓpoſitū Supereſt ergo pñtē demōſtrare vbi pmus eſt maior vnitate: ſimilr̄ ⁊ ſcđs Sint igit̄ a pmus nūerus ⁊ b ſcđs maiores vnitate ⁊ quotiēs vnitas in a totiens b ſit in e tertio. Tūc dico ꝙ a totiens eſt in e q̄tiens vnitas eſt in b dando eīm a adequate in vnitates ⁊ e in totidē ptes eq̄les b tūc pma ps a erit tota ps aliquota pme ptis e quota ſcđa reſpectu ſcđe ⁊ ſic ꝯñr: ꝗ ꝑ añ pcedētē totus a erit tota ps aliquota reſpectu e q̄ta pma ps a eſt reſpectu pme e ſ3 pma ps a eſt tota reſpectu pme e quota ē reſpectu b. ꝗ a eſt tota ps aliquota e q̄ta pma ps a ē reſpectu b. ſ3 per. 31. dignitatē pma ps a eſt ps aliquota b denoīata ſcđm b ꝗ a eſt ps aliquota e denomināta ſecundum b quare ex terminis a totiens erit in e quotiens vnitas in b quod eſt propoſitum.

1. co. **Ex pñti ꝯſtat ꝙ ſi prim⁹ nūer⁹ ſit pars aliquota tertij a ſcđo** denoīata ⁊ pmus ſit maior vnitate erit ſcđs ps aliq̄ta eiuſdem tertij a primo denominata. ❡ Quia ꝑ preſentē ſcđs erit in tertio quotiēs vnitas in primo ⁊ per ꝯñs cū primus ſit maior vnitate pluries adequate erit in tertio quare ex terminis erit pars aliquota tertij quod eſt propoſitum.

2. co **Patet vltra ex pñti qualiter ſit pcedēdū ad inueniēdū nūerū** hñtē duo gña ptiū aliq̄tarū q̄cūqȝ fuerit illa, aut plura. Capiāt̄ ci nūeri denoīantes tales ptes ⁊ ducat̄ pm⁹ in ſcđm. tūc ex pcedenti correlario, cū adiutorio. 7. petitiōis, q̄lȝ illoꝝ erit ps aliq̄ta a reliq̄ denoīata, q̄re ille pduct⁹ hēbit ptes aliq̄tas ab illis duob⁹ denoīatas. Ducat̄ inſuꝑ pduct⁹ in. 3. ⁊ ꝑ idē ide pductus hēbit ptē aliq̄tā ab illo tertio denoīatā: ⁊ puta illud pductū ex. 1. in. 3. q̄re ꝑ. 2. correlariū antepcedentis habebit etiam partes aliquotas a primo ⁊ ſcđo denoīatas. ſic igit̄ continuo ꝓcedēdo vſqȝ ad vltimū ꝯſimilr̄ oīno, ꝯſtat ꝙ vltimo pductus habebit ptes aliq̄tas ab oīb⁹ illis denoīatas.

13. **Si duorum numerorum fiat alterna multiplicatio continuo producetur idem.**

Sit c pduct⁹ ex a in b. Tūc dico ꝙ idē c fit ex b in a q2 poſtꝗ̄ c fit ex a in b ex diffinitiōe multiplicatiōis q̄tiēs vnitas in b totiēs a in c ꝗ ex pcedēti q̄tiēs vnitas i a totiēs b i c q̄re iterū ꝑ diffinitionem multiplicationis ex b in a fiet c quod eſt propoſitum Hec demonſtratio procedit ſiue ſub numero vnitas comprehendatur in concluſione ſiue non.

1. co **Ex preſenti conſtat ꝙ ſi primus numerus numeret ſecundū** per tertium tertius numerabit eundem ſecundum per primū adhuc vtrobiqȝ ſub numero vnitatem comprehendo. Ex terminis enim ⁊ ex demonſtratione preſentis hoc apparet euidenter.

2. co **Patet vltra ꝙ ſi aliquis nūer⁹ bis ducat̄ i alterū tm̄ pducet̄** ſicut ex ductu illius ſemel in alterū ⁊ ex ductu alterius ſemel in ipſum hoc in forma ſequitur ex pñti.

3. co **Patet vltra ꝙ ſi aliquis nūerus maior vnitate nūeret aliquē** nūerū nūerabit illū ꝑ minorē illo nūerato. ❡ Nā ſi ꝑ maiorē illo nūerato nūeraret illū ex pcedēti correlario ille nūeraret nūeratū maior ſc3 minorē qđ eſt īpoſſibile. Et ſi ꝑ eq̄lē illi nūerato nūeraret illū cum vnitas etiam ꝑ illum numeret illum numeratum duo numeri inequales numerarent illum numeratum per eundem numerum quod eſt impoſſibile.

4. co **Patet vltra ꝙ ſi aliquis maior vnitate nūeret aliquē nūerū** ille ꝑ quē ipm nūerabit erit ps aliquota illi⁹ nūerati ab illo nūerāte denoīata. Et ex ꝯñti ſi aliqs maior vnitate ſit ps aliq̄ta alicui⁹ ab aliq̄ denoīata ille denoīans erit eiuſdē ps aliq̄ta ab illo denoīata. ❡ Quia ꝑ duo correlaria pcedētia ille nūerabit illū nūeratū ꝑ illā ptē aliquotā ⁊ erit eo mior quare ex terminis ⁊ ex. 12. petitione ille erit pars aliquota illius ab illa parte denominata.

5. co **Patet vltra ꝙ ſi aliquis nūerus habeat ptē aliquotā quotacūqȝ** fuerit ille numerabitur a denoīante illam partem in ipſo. ❡ Quia ex terminis illa pars aliquota per illum denominantem numerabit illum quo habito ex pmo correlario pñtis conſtat ꝓpoſitum.

14. **Si aliquis numerus in aliquot numeros ſeorſum ducatur** aggregatum ex inde pductis erit equale illi quod fiet ex ductu illius in aggregatum ex illis.

Sit a nūerus ex q̄ in b fiat d ⁊ ex ipo in c fiat e fitqȝ f ꝯpoſitus ex illis pductis ⁊ g ꝯpoſitus ex b ⁊ c Tūc dico ꝙ ex a in g fit f. Nā ex pcedenti ex b in a fiet d ⁊ ex c in a fiet e q̄re ex t̄minis quotiēs vnitas in a totiēs b in d ⁊ totiēs ēt c in e. ſi igit̄ a ſit vnitas d erit eq̄lis b ⁊ e eq̄lis c ⁊ ꝑ ꝯñs ex. 17. dignitate g erit eq̄lis f q̄re ꝑ. 33. dignitatē ex a i g fiet eq̄le f. Si aūt a ſit maior vnitate erit tūc ex pcedēti ⁊ ex. 7. petitiōe. d multiplex b ⁊ e eq̄ multiplex reſpectu c q̄re ex pmo correlario. 10. hui⁹ f erit eq̄ multiplex g ſicut d reſpectu b cū igit̄ d ſit multiplex b denoīatū ab a f erit multiplex g denoīatū ab eodē a quare ex t̄minis ex g in a fiet f ergo ꝑ pcedentem ex a in g fiet etiā f quod eſt ꝓpoſitum. Et conſimiliter omnino poteſt demonſtrari ꝓpoſitum ſi a in plures duobus ducatur.

1. co **Ex pñti cōſtat ꝙ ſi aliquis numerus nūeret aliquos nūeros** ſeorſū ꝑ aliq̄s nūeros ille nūerabit aggregatū ex illis nūerat; ꝑ aggregatū ex illis q̄b⁹ illos nūerat. Et ſi aliquorum cuiuſlibet aliquis ſit pars aliquota ille erit compoſiti ex illis pars aliquota denominata a numero compoſito ex illis a quibus denominatur illoꝝ pars aliquota. Et ſi aliquid ſit pars

aliquota vnius et equale alteri erit pars aliquota compoſiti ex equali et ex illo cuius eſt pars aliq̃ta

2.co **Patet vltra ꝙ in quibuſcunq; hoc verum habet ꝙ ſi aliquid** numeret diuerſa per diuerſos numeros ille numerabit compoſitum ex illis numeris per ↄpoſitū ex illis. Et ſi aliquid diuerſorum ſeorſum ſit ps aliquota erit cōpoſiti ex illis pars aliquota denominata a numero compoſito ex illis a quibus denominatur pars aliquota illorū quemadmodū ſi aliquid multiplicetur per aliquos numeros ſeorſum compoſitum ex omnibus inde productis erit equale illi quod fiet ex illo in aggregatum ex illis numeris. ¶ Horum correlariorum demonſtrationes in numeris ex terminis et ex dignitatibus et petitionibus ⁊ ex preſenti manifeſtiſſime conſtant. Et in alijs a numeris conſimiliter apparent.

15 **Si aliquis numerus numeret detractuꝫ ex aliquo ſimiliter** ⁊ reſiduum ille numerabit totum per numerum compoſitum ex illis per quos numerat detractum ⁊ reſiduum Eritq; illius totius pars aliquota ab illo compoſito denominata.

Sit a b totus numerus ⁊ a detractus ex eo ⁊ b reſiduus c autem nūeret a per d ⁊ b per e. Tūc dico ꝙ c numerabit totum a b ꝑ totum d e ⁊ eſt pars aliquota totius a b denominata a toto d e. Quia per precedentem ex c in totum d e fiet equum compoſito ex a et b ꝫ per conſequens numerabit illum compoſitum per totum d e ⁊ quia totus d e eſt maior vnitate ⁊ ex c in totum d e fit totus a b erit per .7. petitionem totus a b multiplex ad c denominatus a toto d e ⁊ per conſequēs c eſt pars aliquota totius a b denominata a toto d e conſtat igitur totum propoſitum.

1.co. **Ex preſenti conſtat ꝙ ſi quotcunq; numeri nō communicā**tes ita ſe habeant reſpectu euiſdē ꝙ quilibꝫ ſit multiplex reſpectu illius vel illi equalis erit compoſitus ex omnibus illis ad illum eundem multiplex. ¶ Quia per pñtem cōpoſitus ex primo ⁊ ſcđo erit ad illum multiplex ⁊ ex ↄpñti compoſitus ex illo compoſito ⁊ ex tertio etiam ꝑ preſentē erit multiplex ad eundem ⁊ ſic conſequenter vſq; ad vltimū quo habito manifeſte conſtat totum propoſitum.

2.co **Patet vltra ꝙ in quibuſcunq; alijs a numeris ſimilia verifi**cantur hijs que preſens cū correlario in nūeris ꝓponunt. Eadem eſt eñ in quibuſcūq; demōſtratio

16 **Si quotcunq; numeri in eundem ducantur cōpoſitus ex in**de productis erit equalis illi quod fiet ex compoſito ex illis in eundem.

Sit d productum ex a in e ⁊ e ꝓductum ex b in e ⁊ f ↄpoſitum ex a ⁊ b ⁊ g ↄpoſitū ex d ⁊ e. Tunc dico ꝙ ex f in c fiet g. Quia per .13. huius d fit ex c in a ⁊ e ex c in b quare ꝑ antecedentē g fiet ex c in f. & ꝑ .13. hui⁹ g fiet ex f in c qđ eſt ꝓpoſitū Conſimilis ē demōſtratio i quibuſcūq; plurib⁹.

1.co. **Ex preſenti cum adiutorio antecedentis manifeſte conſtat** ꝙ ex ductu cuiuſcunq; numeri in ſe tantum producitur ſicut ex ductu illius in oēs ſuas partes ſeorſum ⁊ tm̄ etiam q̄ntum ex ductu omniū ſuarū ꝑtium in ipſum ⁊ tm̄ etiam ſicut ex ductu illius in quaſcūq; partes ipſius ex quibus adequate reſultat et tm̄ etiam ſicut ex ductu talium partium in ipſum.

2.co **Patet vltra ꝙ ex ductu numeri habentis medietatem in ali**quem numerū duplum ꝓducetur ad illud quod ꝓducetur ex ductu medietatis illius in eundē. Et ex ductu alicu⁹ nūeri i nūe₊ hñtē medietatē duplū fit ad illud qđ fit ex ductu illi⁹ in medietatē eiuſdē ⁊ ex ductu alicuius numeri bis in alterum tm̄ ſicut ex ductu dupli ad illū in eundem ⁊ tm̄ etiā ſicut ex ductu illius in duo equalia alteri ⁊ tantum ſicut ex ductu alterius bis in illum ⁊ tantum ſicut ex ductu duorum equalium alteri in illum ⁊ tm̄ ſicut ex ductu alterius in duo equalia illi.

3.co **Patet vltra ꝙ in quibuſcunq; hoc verum habet ꝙ ſi plura e**iuſdem rationis in eundem numerum ducantur ſeorſum aggregatum ex omnibus inde productis erit equale illi quod fit ex aggregato ex omnibus illis in aggregatum illorum.

4.co **Patet finaliter ꝙ ſi quotcunq; plura numerent totidem alia** per eundem nūerum ↄpoſitū ex illis nūerabit ↄpoſitū ex alijs ꝑ eundē nūe₊ ſaltē ſi illa nūerātia ſint euiſdē rōnis inter ſe ſimiliter ⁊ illa numerata ex terminis eñ ⁊ ex pñti manifeſte conſtat illud.

17 **Si aliquorum numerorum quilibet in aliquorum quēlibet** ducāt ↄpoſit⁹ ex oīb⁹ inde ꝓductis erit eq̄lis illi qđ fiet ex ↄpoſito ex oībus illis in ↄpoſitū ex alijs.

Ducatur quilibꝫ iſto₊ nūero₊ a b c in quēlibꝫ illo₊ d e f. Tūc dico ꝙ ↄpoſit⁹ ex oīb⁹ īn ꝓductis eſt eq̄lis illi qđ fiet ex toto a b c in totū d e f. Q₂ ꝑ .14. hui⁹ pluries repetitā ex a in d e ⁊ f ſeorſū tm̄ fit ſicut ex a in totū d e f ⁊ ex b i d e ⁊ f ſeorſū tm̄ ſicut ex b in totū d e f ⁊ ex c i d e ⁊ f ſeorſū tm̄ ſicut ex c in totū d e f. & ex a b c ſeorſū in d e ⁊ f ſeorſū tm̄ fiet ſicut ex a b c ſeorſū i totū d e f. ſꝫ ꝑ ꝓcedētē ex a b c ſeorſū in totū d e f tm̄ fit ſicut ex toto a b c in totū d e f. & ↄpoſitū ex oībus ꝓductis ex a b c ſeorſum in d e ⁊ f ſeorſuꝫ erit equale illi quod fiet ex toto a b c in totum d e f qđ eſt ꝓpoſitum. Conſimilis eſt omnino demonſtratio in quocunq; pluribus.

Co. **Ex pñti conſtat ꝙ in quibuſcunq; hoc verū habet vꝫ ꝙ ſi ali**quorum eiuſdem rōnis quodlibet in aliquorum numerorum quēlibet ducatur aggregatū ex omnibus

inde productis erit equale illi quod producetur ex ductu aggregati ex omnibus illis in aggregatum ex omnibus illis numeris Eadem enim eſt demonſtratio in quibuſcunqꝫ.

18 **Si primus numerus numeret ſecundum per tertium queli**bet pars aliquota primi numeri bit ſimilem partem aliquotam ſecundi per eundem tertium.

Hoc ideo eſt quia quacunqꝫ parte aliquota primi data ſi omnes equales illi in primo reperte ducantur ſeorſum in illum tertium per .16. huius ſcđs erit equalis ꝯpoſito ex omnibus illis productis cum igitur illa producta ſint tot adequate quot ſunt ille partes primi quodlibet illorum productorum erit tota pars aliquota illius ſecūdi quota vna illarum eſt reſpectu primi: ⁊ per cōſequens cum ex terminis quodlibet illorum productorum debeat numerari a tali parte primi per illum tertium conſtat propoſitum.

1.co. **Ex preſenti cōſtat ꝙ ſi primus numerus ſit pars aliquota ſe**cundi quelibet pars aliquota primi erit tota pars aliquota ſimilis partis aliquote ſecundi quota primus eſt ſecundi. Conſimilis eſt enim demonſtratio.

2.co **Patet vltra ꝙ in quibuſcunqꝫ ſimilia verificātur hijs que pre**ſens cum correlarijs in numeris proponunt. Conſimilis eſt enim omnino demonſtratio.

19 **Si duo numeri inequales in eundem ducantur erit produc**torum differentia equalis illi quod fiet ex differentia illorū i eūdem numerum. Et ſi idem in duos inequales ducatur erit productorum differētia equalis illi quod fiet ex illo in differentia illorum.

Primum patet ſint a numerus maior ⁊ b minor ⁊ c eorū differentia reſidua aūt pars a ab illa differentia ſit d quam conſtat eſſe equalem b ducaturqꝫ a in e ⁊ fiat f ⁊ b in idem e et fiat g. Tunc dico ꝙ differentia f ad g eſt equalis illi quod producitur ex c in e/ quia per .16. huius f/ eſt equalis compoſito ex productis ex c in e ⁊ ex d in e quare differentia f ad productuꝫ ex d in e erit ꝓductū ex c in e/ ſed per .8. petitionē ex d in e tm̄ fit ſicut ex b in e/ ergo dr̄a f ad g ꝓductū ex b in e/ erit productuꝫ ex c in e. vnde conſtat primum. ¶ Secundum ex primo ⁊ ex .13. huius ꝯſtat in forma.

1.co **Ex preſenti conſtat ꝙ ſi idē numerus in duos inequales du**catur vel duo inequales in illum differentia productorum erit illi equalis vel eo maior. Et ſi quotcūqꝫ numeri ita ſe habeant ꝙ primi ad ſecundum ſit ea differentia que ſecūdi ad tertiuꝫ ⁊ que tertij ad quartum et ita deinceps ⁊ omnes ſeorſum in eundē ducanẽ vel idem in omnes ſeorſuꝫ ⁊ inde ꝓducti eodem ordine capiantur erit primi producti ad ſcđm ea differentia q̄ ſcđi ad tertium ⁊ ita deinceps. ¶ Primum patꝫ: qꝛ ex preſenti ⁊ ex .13. huius differētia ꝓductorum fiet ex illo in differentiam multiplicatorum ⁊ per ꝯñs numerabitur ab illo ꝑ differentiam multiplicatoruꝫ ⁊ per ꝯñs erit differentia illa maior illo vel illi equalis. ¶ Secundū patꝫ: qꝛ ex p̄ſti quorumcūqꝫ duorū primorum ꝓductorū differentia eſt equalis illi quod ſit ex ductu illius differentie communis in illum eundem numerum in quem omnes ducuntur aut ex ductu illius in talem differentiam.

2.co **Patet vltra ꝙ ſi duo numeri inequales duos alios per eundē** numerum numerent differentia illorum per eundem numerum numerabit differentiam aliorum. Et ſi quotcumqꝫ numeri inequales ad totidem alios fuerint eque multiplices aut eque ſubmultiplices differentie ipſorum ad differentias illorum conſimiliter ſe habebunt. Et preſenti enim et primo correlario conſtat huius demonſtratio in forma.

3.co **Patet vltra ꝙ quibuſcūqꝫ duobus numeris inequalibus da**tis ⁊ quocūqꝫ numero ſignato ꝯtingit duos eq̄ multiplices illoꝝ reperire quoꝝ quilibꝫ ſimiliẽ ⁊ eoꝝ dr̄a ſit maior illo ſignato. Nã multiplicatis illis duob⁹ nūeris datis ꝑ aliquē maiorē illo ſignato prouenitẽs inde erūt eq̄ multiplices illoꝝ ⁊ quilibet illoꝝ ē maior illo ſignato ⁊ ex p̄ſti illoꝝ dr̄a ꝓducetẽ ex illo multiplicāte in dr̄am illoꝝ datoꝝ ⁊ ꝑ ꝯñs illa dr̄a erit maior illo multiplicāte vel illi equalis ⁊ ꝑ ꝯñs maior illo ſignato vñ ꝯſtat ꝓpoſitū. ¶ Et ſi datis duabus quātitatib⁹ inequalibus ⁊ data tertia eiuſdē rōnis cū qualibꝫ illaꝝ velis inuenire duas eq̄ multiplices illaꝝ quarū q̄libꝫ ſimiliẽ ⁊ eaꝝ dr̄a ſit maior illa tertia multiplica dr̄am illarū duarum aſſumptarum donec excedat illam tertiam ⁊ illo facto multiplica illas duas ꝑ eūdē nūeꝝ ꝑ quē illa dr̄a multiplicata excedit illam tertiā ⁊ quātitates prouenientes inde erunt queſite. Hoc ꝓportionabiliter demōſtratur ſicut ſimile in numeris ⁊ demōſtratio ſimilis in numeris ex preſenti conſtat.

4.co **Patet inſuper ꝙ in quibuſcunqꝫ alijs a numeris ſimilia veri**ficanẽ hijs q̄ p̄ſñs cū correlarijs in nūeris proponunt Conſimilis eſt enī in quibuſcūqꝫ demōſtratio.

20 **Si aliquis numerus numeret aliquem totum numerum ſi**militer ⁊ detractum ab eo ille idem numerabit reſiduum eiuſdem.

Pro iſta ſupponendum eſt ꝙ cuiuſcumqꝫ totius quelibet pars poteſt dici detractum ex ipſo ſimiliter ⁊ quelibet reſiduum illius. Sit igitur a b totus numerus ⁊ a detractus ex eo ⁊ b reſiduum c autem numeret totum a b ſecundum d et numeret etiam a detractum quem ex ſexta petitione numerabit per minorem numerum q̄ ſit d ſit igitur ille e ⁊ reſidus pars d ſit f. Tunc dico

ꝙ c nūerat b reſiduū. Duco enim c in f et fiat g erit tūc per .14. huius totus a g eq̄lis toti a b ergo .17. dignitatem g erit equalis b cum igitur c numeret g per f nūerabit etiā b per f vñ ꝯſtat ꝓpoſitum

1.co **Ex pn̄ti conſtat ꝙ ſi aliquis numerus numeret totum ꝑ ali-** quem tertiū numerum ⁊ nūeret etiam detractū ex illo numerabit illū detractum per detractū ex illo tertio ⁊ numerabit reſiduum illius per reſiduū illius tertij. Hoc eſt in forma in pn̄ti demonſtratur.

2.co **Patet vltra: ꝙ ſi aliquid ſit pars aliquota alicuius totius et** ſit etiam pars aliquota detracti ex illo aut equalis illi detracto ille erit pars aliquota reſidui aut eq̄lis illi reſiduo. Hoc ex terminis et ex preſenti conſtat.

3.co **Patet vltra ꝙ in quibuſcunq̄ alijs a numeris ſimilia verifi-** cantur hijs que preſens cum correlarijs in numeris proponunt.

4.co **Patet vltra ꝙ in quibuſcūq̄ hoc verū habet ſcȝ ꝙ nichil nūe-** rans duo inequalia eſt maius dr̄a eorundē nec aliqua pars aliquota duorūȝ inequaliū eſt maior dr̄a eorū nec aliquod nūerans maius ipſo eſt maius differētia eorūdem. ¶ Quia vtrobiq̄ maius erit ſicut totū ⁊ minus ſicut detractum ⁊ dr̄a ſicut reſiduū quo habito ex pn̄ti cum correlarijs precedentibus ꝯſtat ꝙ ſi detur huius oppoſitum continget ꝙ maius nūeret minus quod eſt impoſſibile.

5.co **Patet finaliter ꝙ in quibuſcunq̄ hoc verū habet ꝙ ſi aliquo-** rum duorum non communicantium vnum ſit equale alicui tertio vel ad illud multiplex ⁊ reliquū non ſit ad illud multiplex vel illi equale compoſitum ex illis non erit ad illud ideȝ multiplex. ¶ Quia dato oppoſito huius ex terminis haberetur ſtatim oppoſitum preſentis.

21 **Si primus numerus numeret ſecundum per quartū et ſecū-** dus tertium per quintum primus numerat tertium per productum ex quarto in quintum.

Sit a primus numerus numerās b per d quartum ⁊ b nūeret c tertiū ꝑ e quintū ⁊ ex d in e fiat f. Tunc dico ꝙ a nūerat c ꝑ f quia ex diffinitiōe multiplicatiōis d totiēs adeq̄te erit in f quotiens vnitas in e ⁊ ꝑ idē b totiēs in c q̄tiēs vnitas in e ꝑ d totiēs i f q̄tiēs b i c cū igit̄ a nūeret b ꝑ d a numerabit primaȝ ꝑtem c equalem b ꝑ primam partem f equalem d ⁊ ſecundam per ſecundam et ita deinceps cum igitur probatum ſit tot adequate eſſe partes equales b in ipſo c quot ſūt equales d in f per primum correlarium .14. huius a numerabit totum c per totum f quod eſt propoſitum.

1.co. **Ex preſenti conſtat ꝙ ſi quotcūq̄ ita ſe habeant ꝙ primū nu-** meret ſecundum ⁊ ſcd̄m tertiuȝ ⁊ ita deinceps vſq̄ ad vltimū primū nūerabit quēlibet ſequētē ſcd̄ȝ ꝑ productū ex nūero ꝑ quem numerat primū p̄cedētē illū in numeꝝ ꝑ quem ille primus nūerat illū ſequentē. ¶ Q; eīn taliter nūeret tertiū ex pn̄ti conſtat quo habito ⁊ facto .3. 2. et .4. 3. ex pn̄ti etiā ꝯſtat ꝓpoſitum de .4. ⁊ ꝓportionabiliter de quolibet alio vſq̄ ad vltimum ꝯſtabit propoſitum.

2.co **Patet vltra ꝙ in quibuſcunq̄ alijs a numeris ſimilia verifi-** cantur hijs que concluſio cum correlario in numeris proponunt.

22 **Quelibet ꝑs aliquota ꝑtis aliquote alicuius totius eſt pars** aliq̄ta eiuſdē toti⁹ denoīata a nūero ꝓducto ex ductu vni⁹ illoꝝ nūeroꝝ illas ꝑtes denoīantiū i reliquū

Sit a pars aliquota b denoīata ſcd̄m d ⁊ b pars aliquota c denoīata ſcd̄m e et ex d in e fiat f. Tunc dico a eſſe partē aliquotā c denoīatam ſcd̄m f q2 ex terminis a nūerat b ꝑ d ⁊ eſt minus b ⁊ b nūerat c per e ⁊ eſt minus c quare per .4. dignitatē a eſt minus c ⁊ per precedentem numerat c ꝑ f ⁊ per conſequens per .12. petitionem a eſt pars aliquota c cum igitur probatuȝ ſit ex a in f fieri c erit ex terminis f denominans a partem aliquotam c quod eſt propoſitum.

1.co. **Ex pn̄ti ꝯſtat ꝙ ſi quotcūq̄ numeri ita ſe habeant ꝙ primi⁹ ſit** ꝑs aliquota ſcd̄i ⁊ ſcd̄s tertij ⁊ ita deinceps erit p̄mus ꝑs aliquota cuiuſlibet ſequētis ſcd̄ȝ denoīata a nūero qui fit ex ductu numeri denoīantis ipm̄ in primū p̄cedētē illū in nūeꝝ denoīanteȝ illū primū in illū ſequentē. Hoc eodē mō deducit̄ ex p̄ſenti ſicut correlariū p̄cedentis ex ipſa deducebatur.

2.co **Patet vltra ꝙ ſi quotcūq̄ nūeri ita ſe habeant ꝙ primus ſit** multiplex ſcd̄i ⁊ ſcd̄s tertij vel illi equalis ⁊ tertius quarti vel illi equalis ⁊ ita deinceps erit p̄mus cuiuſlibet ſequētis multiplex. Et ſi p̄mus ſit ſubmultiplex ſcd̄i ⁊ ſcd̄s tertij vel illi equalis ⁊ ita deinceps primus erit ſubmultiplex cuiuſlibet ſequentis. Hoc euidenter ex preſenti ⁊ primo correlario p̄cedentis cum adiutorio .12. petitionis euidenter conſtat.

3.co **Patet vltra ꝙ in quibuſnunq̄ alijs a numeris ſimilia verifi-** cantur hijs que concluſio preſens cum correlarijs in numeris proponunt.

23 **Quocūq̄ nūero dato ipſoq̄ in duas ꝑtes adequate diuiſo ex** ipſo in vnā illarū ꝑtiū q̄cūq̄ fierit tm̄ fit q̄tū ex ductu illius ꝑtis in ſeipſā et ex ductu illius in alterā

Sit a numerus adequate diuiſus in b ⁊ c. Tunc dico ꝙ ex a in b tm̄ fit ſicut ex b in b et ex b in c quia per .13. huius ex b in c tantum fit ſicut ex c in b quare ex b in b ⁊ ex b in c tm̄ fit

ſicut ex b/ in b/ ⁊ ex c/ in b/ ſed ꝑ .16. huius ex b/ in b/ ⁊ ex c/ in b/ tantum fit ſicut ex a/ in b/ ergo ex b/ i b/ ⁊ ex b/ in c/ tantum fit ſicut ex a/ in b/ quod eſt pꝛopoſitum.

Co. **Ex pꝛeſenti ꝯſtat ꝙ ſi numerus adequate in duo diuidat̄ ex** illo toto in ſe tm̄ fiet ſicut ex ipſo in vnā illarū ꝑtium q̄cūq̧ fuerit ⁊ ex reliqua in eādē ⁊ in ſe. ¶ Qꝛ ſi a/ ſit adequate diuiſus in b/ et c/ ꝑ pꝛimū correlariū .16. huius ex a/ in ſe tm̄ fit ſicut ex a/ in b/ ⁊ ex a/ in c/ ⁊ ꝑ ꝑñtem ex a in c/ tm̄ fit ſicut ex c/ in ſe ⁊ ex c/ in b/ g̃ ex a/ in ſe tantum fit ſicut ex a/ in b/ ⁊ ex c/ in b/ ⁊ ex c/ in ſe vnde conſtat pꝛopoſitum.

24. **Si numerus adequate in duo diuidatur quod fit ex ductu il**lius in ſeipſū equū eſt illi qđ fit ex ductu vtriuſq̧ diuidentium in ſe ⁊ ex ductu vnius bis in alterum.

Sit a numerus adequate diuiſus in b/ ⁊ c. Tūc dico ꝙ ex a/ in a/ tm̄ fit ſicut ex b/ in b/ ⁊ ex c/ in c ⁊ ex b/ bis in c. Qꝛ per .14. huius ex a/ in a/ tm̄ fit ſicut ex a/ in b/ ⁊ ex a/ in c/ ⁊ ꝑ pꝛecedentem bis ſumptā ex a/ in b/ tm̄ fit ſicut ex b/ in b/ et ex b/ in c/ ⁊ ex a/ in c/ tm̄ ſicut ex c/ in c/ et ex c/ in b/ ergo ex a/ in b/ ex a/ in c/ equū fit illi quod ex b/ in b/ ⁊ ex b/ in c/ ⁊ ex c/ in c/ ⁊ ex c/ in b/ ſed ex b/ in c/ et ex c/ in b/ ꝑ ſcđm correlariū .13. huius tm̄ fit ſicut ex b/ bis in c/ ergo ex a/ in b/ ⁊ ex a/ in c/ equum fiet illi quod ex b/ in b/ et ex b/ bis in c/ ⁊ ex c/ in c. ⁊ per conſequens ex a/ in a/ equum fiet illi quod fiet ex b/ in b/ et ex b/ bis in c/ et ex c/ in c/ quod eſt pꝛopopoſitum.

1.co. **Ex pꝛeſenti cōſtat ꝙ ſi aliquis numerus adequate in duo e**qualia diuidatur ex ipō in ſe tm̄ fiet ſicut ex vno illorum diuidētium quater in alterum et tm̄ etiam ſicut ex vno illorū quater in ſe. Quia ex quocūq̧ illorum in ſe tm̄ fit ſicut ex illo in alterum quo habito ex demonſtratione pꝛeſentis apparet pꝛopoſitum in forma.

2.co **Patet vltra ꝙ ſi aliquis numerus vna diuiſione in duo ine**qualia adequate diuidatur et alia diuiſione in duo alia icqualia adequate diuidatur duorum illorum in que vna diuiſione adequate diuiditur vnū erit maximū illoꝝ quatuoꝛ ⁊ reliquū minimum ſitq̧ ex illis duobus quorū vnū eſt maximū et aliud minimū in ſe ductis maius q̄ ex aliȷs duob⁹ in ſe ductis. Et quo abundat ꝯpoſitum ex his q̄ ex maximo et minimo in ſe ſupra ꝯpoſitum ex hȷs que ex aliȷs in ſe eo abundat quod fit ex vno aliorū in reliquū bis ſupra id quod fit ex maximo i minimū bis. ¶ Pꝛimum patꝫ ex .7. huius. Et ſcđm ptꝫ ſit a/ numerus adequate diuiſ⁹ in b/ maiorē ⁊ c/ minorē ⁊ ſit alia diuiſione adequate diuiſus in d/ maiorē ⁊ e/ minorē ſitq̧ b/ omnium illoꝝ quatuoꝛ maxim⁹ ⁊ c/ minim⁹. Tunc dico ꝙ ex b/ in ſe et ex c/ in ſe maius fit q̄ ex d: in ſe et ex e/ in ſe. Quia ꝑ .7. huius exceſſus b/ ſupra d/ erit equalis exceſſui e/ ſupra c/ qui ſit f/ tūc ex f/ bis in d/ maius fiet q̄ ex f/ bis in e/ eū igitur ex pñti quod fit ex b/ in ſe excedit id quod ex d/ in ſe ꝑ id quod ex f/ in ſe ⁊ ex f/ bis in d/ ⁊ quod ex e/ in ſe id quod ex c/ in ſe ꝑ id quod ex f/ in ſe ⁊ ex f/ bis in c/ maioꝛ erit exceſſus illius quod ex b/ in ſe ſupra id quod ex d/ in ſe q̄ illius quod ex e/ in ſe ſupra id quod ex c/ in ſe quare per ſecundum correlarium .6. huı⁹ ꝯpoſitū ex hȷs q̄ ex b/ in ſe ⁊ ex c/ i ſe mai⁹ eſt ꝯpoſito ex hȷs q̄ ex d/ i ſe ⁊ ex c/ i ſe. ¶ Tertiū patet: quia ex pꝛeſenti ex maximo et minimo in ſe et ex maximo bis in minimū tm̄ fit ſicut ex diuiſo in ſe ſimiliter et ex alȷs duobus in ſe et ex vno eorū bis in alterū quare cōpoſitum ex his q̄ ex maximo ⁊ minimo in ſe ⁊ ex maximo bis in minimum erit equale compoſito ex illis q̄ ex aliȷs in ſe ⁊ ex vno aliorum bis in alteꝝ quo habito ex tertio correlario .7. huius ⁊ ex .2. ꝑte pñtis correlarȷ ꝯſtat ꝓpoſitū.

3.co **Patet vltra** ꝙ ſi fuerint quatuoꝛ nūeri inequales quoꝝ ꝓꝛimus ſit omniū maximus: ⁊ quartus ſit omnium minimus et ꝓmus equaliter excedat ſecundū ſicut tertius quartum ex pꝛimo et ex quarto in ſe maius fiet q̄ ex ſecūdo et ex tertio in ſe. Hoc eodē modo cōſtat ſicut ſecunda pars pꝛecedentis correlarȷ quia illi quatuoꝛ numeri ſe hñt ſicut ypotheſis huius ſuponit.

25 **Si numerus adequate in duo diuidatur quod fit ex ductu** illius totus in ſeipſum cum eo quod fit ex ductu vnius illarum partium in ſeipſam erit equum illi qđ producetur ex ductu illius totius in illam partem bis et alterius ſemel in ſeipſam.

Sit/ a numerus adequate diuiſus in b/ ⁊ c. Tūc dico ꝙ ex a/ in a/ ⁊ ex b/ in b/ tm̄ fit ſicut ex a/ bis in b/ ⁊ ex c/ in c/ qꝛ ex p̄cedenti ex a/ in a/ equū fit illi quod ex b/ in b/ ⁊ ex c/ in c/ ⁊ ex b/ bis in c/ ſi ergo vtrinq̧ addatur quod fit ex b/ in b/ ex .6. dignitate illa efficiētur equalia ⁊ per ꝯñs quod fit ex a/ in a/ cū eo qđ ex b/ i b equū eſt ei quod fit ex b/ bis i b/ ⁊ ex c/ ſemel in c/ ⁊ ex b/ bis in c/ ſed qđ fit ex b/ bis in b/ et ex b/ bis in c/ ꝑ .14. huius bis repetitam equum eſt ei qđ fit ex b/ bis in a/ et ex b/ bis in a/ ꝑ .13. huius bis ſumptā tm̄ fit ſicut a: bis in b: ergo quod ex b: bis i b et ex b bis in c et ex c ſemel in c equum eſt ei quod ex a bis in b et ex c ſemel in c ⁊ per conſequēs quod ex a: in a: cum eo quod ex in b: eſt equale illi qđ ex a bis in b: ⁊ ex c: ſemel in c: quod eſt pꝛopoſitum.

Co. **Ex pꝛeſenti cōſtat ꝙ quibuſcunq̧ duobus nūeris inequalib⁹** datis ꝙ fiet ex ductu vtriuſq̧ in ſeipſū erit equale illi qđ fiet ductu maioꝛis bis in minorē aut ecōtra ⁊ ex ductu differētie ipſoꝝ in ſeipſā ⁊ ex ꝯñti maius q̄ duplū ad illud qđ fit ex ductu vnius in alterū ¶ Maioꝛ eñi erit vt adequate diuiſū i minorē ⁊ i dr̄am ipoꝝ. Et tunc eadē eſt demonſtratio penit⁹.

26 **Si numerus adequate in duo inequalia diuidatur ex ipō in** ſe equum producetur illi quod fit ex ductu vnius illarum partium in alteram quater cum eo quod fit ex ductu differentie ipſorum in ſeipſam.

Sit a numerus adequate diuiſus in b/maiorem et c.minorem ſitqꝫ d/differentia b/ad c. Tūc di co ꝙ ex a/in a/tm̄ fit ſicut ex b/quater in c/cuȝ eo quod ex d/in d. Quia ex.24.huius ex a:in a:tm̄ fit ſicut ex b:in b:⁊ ex b:bis in c:et ex c:in c:⁊ quod fit ex b:in b:ex c:in c:ex correlario p̄ce dentis equum eſt ei quod fit ex b:bis in c:et ex d:differētia ipſorum in d:ergo quod fit ex b:in b:et ex b:in c:ex b:bis:in c:equum erit ei quod fit ex b:quater in c:et ex d:in d:ergo ex a:in a:equū fiet illi q̄d ex b:quater in c:⁊ ex d:in d:quod eſt propoſitum.

Co. **Ex preſenti apparet concluſio illa que ſub aliis verbis ponit** ab euclide.9.elementorum vcȝ ꝙ ſi numerus in duo diuidatur ⁊ ei addatur alius numerus equalis vni diuidentium quod fiet ex ducta totius compoſiti in ſeipſum equum erit ei quod fiet ex ductu prioris in adiectum quater et ex reliquo diuidētium in ſeipſum. ¶ Capto enim toto aggregato ⁊ ipſo diuiſo in duo adequate vt puta in numerum p̄exiſtentem et adiectum differentia illarum duarum partium erit reſidua pars preexiſtentis ab illa que eſt equalis illi adiecto. Et hoc habito eadē eſt demōſtratio cum demonſtratione preſentis.

27 **Si numerus adequate ī duo inequalia diuidatur quod fiet** ex minori diuidentium in ſe cum eo quod fiet ex toto in eorum differentiam equum erit ei quod fit ex maiori diuidentium in ſeipſum.

Sit a numerus adequate diuiſus in b:maiorem ⁊ c:minorem ſitqꝫ differentia eorum d. Dico igitur ꝙ illud quod fit ex c:in c:cum eo quod fit ex a:in d:eſt equale illi quod producitur ex b in ſeipſum. Quia ex a:in d:per.16.huius tantum fit ſicut ex c:in d:et ex b:in d:addendo igitur vtrunqꝫ quod fit ex c:in c:conſtat ꝙ id quod fiet ex c:in c:cum eo quod fiet ex a:in d:equum erit illi quod fiet ex b:in d:et ex c:in d:et ex c:in c:cum igitur b:adequate diuidatur in c:et d per correlarium.23.huius ex b:in d:⁊ ex c:in d:et ex c:in c:tm̄ fiet ſicut ex b:in b:et per conſequens ex c:in c:⁊ ex a in d: tantum fiet ſicut ex b:in b:quod eſt propoſitum.

1.co **Ex preſenti ſequitur ꝙ ſi duorum numerorum inequalium** quilibet in ſe ducatur erit productorum differntia equalis ꝓducto ex differentia ipſorum in aggregatum ex illis. Et propterea ſi duo proximi in ſe ducantur productorum differentia erit ſicut aggregatum ex illis. Hoc correlarium patet quia productum ex maiori in ſe per preſentē addit ſupra productum ex minori in ſe illud quod producitur ex ductu aggregati ex ipſis in eorum differentiam.

2.co **Patet vltra ex preſenti concluſio illa que ſub aliis verbis po** nitur ab euclide.9.elemētorum ſcȝ Si fuerit numerus in duo equalia diuiſus eiqꝫ alius nūerus adiunctus quod fit ex ductu totius ꝯpoſiti in adiūctum cum eo quod fiet ex vno illorum equalium in ſe equum erit illi quod fiet ex compoſito ex altero equali et adiecto in ſe ducto. Capto enim tali cōpoſito diuidam ipſum in duas partes inequales quarum vna erit vna illarum in quas primus diuidebatur ꝑ equalia. Tunc ille adiunctus erit differentia illarum partium in quas diuiditur iſto modo totꝰ ille aggregatus quo habito eadem eſt penitus demonſtratio cum demonſtratione preſentis.

28 **Si numerus adequate in duo inequalia diuidatur ex vna ꝑ** te ⁊ in duo equalia ex alia quod fiet ex vno illorum equaliū in ſeipſum equum erit ei quod fiet ductu vnius illoruȝ inequalium in reliquum cum eo quod fiet ex differentia vnius illoꝝ inequalium ad vnuȝ illorum equalium in ſeipſum.

Sit a numerus adequate diuiſus in b:maiorem ⁊ c:minorem ſitqꝫ alia diuiſione adequate diuiſus in duo equalia quorum vnum ſit d:ꝙ ex.24.dignitate debet eſſe medietas a. Cōſtat tunc ex.5.huius ꝙ b:⁊ c:equaliter diſtabunt ab ipſo d:et ex.4.huiꝰ b:erit maiꝰ d:⁊ c:minꝰ ſit igit̄ e differentia b:ad d:ſimiliter ⁊ d:ad c. Tunc dico ꝙ ex d:in ſe tm̄ fit ſicut ex b:in c: et ex e:in ſe. Quia ex quo b:adequate reſultat ex c:differētia ipſius ad d:et ex e:differentia d:ad c:et ex c:per.16.huiꝰ ex b:in c:tm̄ fiet ſicut ex c:bis in e:et ex c:in ſe addendo igitur illi quod fit ex e:in ſe aggregatum erit equum illi quod fiet ex e:in ſe ⁊ ex c:bis in e:et ex c:in ſe et qꝛ d:adequate reſultat ex c:et e:ex d:in ſe per.24.huius tantum fiet ſicut ex e:in ſe:et ex c:bis in e:et ex c:in ſe ergo ex d:in ſe tantuȝ fiet ſicut ex b:in c:et ex e:in ſe quod eſt propoſitum.

Co. **Ex preſenti conſtat ꝙ quorumcūqꝫ trium numerorū imme**diate ſe ſequentiū in ſerie ex vno extremorum in reliquum fiet vnum minus q̄ȝ ex medio in ſe ducto. ¶ Nam per.5.huius medius illorum erit medietas cōpoſiti ex aliis quare ille cōpoſitus diuidetur vna diuiſione in duos equales illi medio et alia in illos duos extremosquare ex preſēti quod fiet ex medio in ſe addet ſupra id quod fiet ex vno extremorum in reliquū id quod fiet ex dr̄a maximi ad medium in ſe cum igitur illa dr̄a ſit vnitas ex vnitate in ſe fiat ipſamet vnitas conſtat propoſitum.

29 **Si aliquis numerus vna diuiſione in duo ſequalia adequa** te diuidatur ⁊ alia diuiſione ſimiliter in duo alia ſequalia diuidatur adequate quod fiet ex ductu maximi illorū quatuor in minimuȝ eorumdem cum eo quod fiet ex ductu differentie maximi omnium ad maximum medioꝝ in differentiam illius maximi ad minimum mediorum equum erit illi quod producetur ex ductu vnius mediorum in alterum.

Sit a numerus vna diuiſione adequate diuiſus in b:maiorē et c:minorem ſit inſuper alia diuiſione adequate diuiſus in d:maiorē et e:minorem quorum quilibet ſit inequalis b:ſimiliter ⁊ e. Conſtat tunc ex. 7. huius ꝙ d:et e:equaliter intercipiātur inter b:et c:aut econuerſo ſit igitur ita ꝙ inter b:et c:intercipiantur d:et e:ita ꝙ b: ſit omnium quatuor maximus ⁊ c:minimus tunc ex eadē erit eadē differētia b:ad d:⁊ e:ad c ſimiliter eadē erit differētia b:ad e:⁊ d:ad c:ſit igitur f:differētia cōmunis b:ad d:et e:ad c:⁊ differentia communis b:ad e:⁊ d:ad c:ſit g. Tunc ꝯſtat ex. 19. dignitate ꝙ b:adequate componitur ex f:et d:⁊ ex eandem d:adequate componitur ex g:et c:⁊ e:adequate cōponitur ex f:et e. Dico igitur tunc ꝙ ex b:in c:⁊ ex f:in g:tm̄ fit ſicut ex d:in e. Quia p. 14. huius ex d:in e:tm̄ fit ſicut ex d:in e:⁊ ex d:in f:ſed p. 13. huius ex d:in f:tm̄ fit ſicut ex f:in d:⁊ per. 14. huius ex f:in d:tm̄ ſicut ex f:in c:et ex f:in g:ergo ex d:in e:tm̄ fit ſicut ex d:in c:⁊ ex f:in e:et ex f:in g: ſed p 16. hui⁹ ex d:in e:et ex f:in c:tm̄ fit ſicut ex b:i c:ꝙ ex d:i e:tm̄ fiet ſicut ex b:i c:⁊ ex f:i g:ꝙ. ē ꝓpoſitū.

1.co **Ex preſenti apparet ꝙ numero ſic duabus diuiſionibus diuiſo** ex maximo omniū in minimū cū eo quod fit ex differentia maximi omnium ad maximum mediorum in differentiam maximi mediorū ad minimū omnium aut cum illo quod fit ex differētia minimi mediorum ad minimū omnium in differentiam maximi omnium ad minimū mediorum aut maximi mediorū ad minimi omnium aut econuerſo equum fiet illi quod ex ductu vnius mediorum in alterū. Eadem omnino eſt demonſtratio huius cum demonſtratione preſentis ſuppoſita. 7. huius

2.co **Patet vltra ꝙ ſi capiantur quatuor numeri ſic ſe habētes ꝙ** primus equaliter excedatur a ſecundo ſicut ſecundus a tertio et tertius a quarto qui proportionales ariſmetice dicuntur ex ductu vnius illorū mediorū in alterū magis fiet ꝙ̄ ex ductu extremi in extremum. Et pari forma ſi fuerint quattuor quorū primus equaliter excedatur a ſcd̄o ſicut tertius a quarto ⁊ ſit primus minimus ⁊ quartus maximus omniū tunc ex ſcd̄o in tertiū magis fiet ꝙ̄ ex pmo in quartum. ¶ Utrobiqꝫ enim in hijs caſibus ex primo correlario. 6. huius aggregatū ex extremis eſt equale compoſito ex medijs. Et tunc ex preſenti conſtat propoſitum.

30 **Si numerus adequate in duo equalia vna diuiſiōe diuidatur alia vero in duo inequalia ꝙ̄ fient ex inequalibus in ſe ductis ſimul accepta erūt duplū illis ꝙ̄ fiēt ex ductu vnius illoꝝ equaliū in ſe et ex ductu dfe illi⁹ ad vnū illorū inequaliū in ſe pariter acceptis.**

Sit a numerus in duo equalia adequate diuiſus quorum vnum ſit b:ſit inſuꝑ alia diuiſione diuiſus in duo inequalia ſcꝫ c:maius ⁊ d:minus ⁊ differētia d:ad b:ſit e:que p. 5. huius debet etiam eſſe differentia c:ad b. Tunc dico ꝙ ꝓducta ex c:in ſeipſum ⁊ ex d:in ſeipſum ſunt duplum illis que fient ex b:in ſe ⁊ ex e:in ſe pariter acceptis qꝛ ex c:in ſe p. 24. huius tantum fit ſicut ex b:in ſe et ex e:in ſe et ex b:bis in e:exuperat ergo illud ꝓductum ex c:in ſe illa duo producta ſcꝫ ex b:in ſe et ex e:in ſe p illud quod fit ex b:bis in e:et quod fit ex b:bis in e:cum eo quod fit ex d:in ſe per. 25. huius eſt equum illis duobus ꝓductis qꝛ b:diuidi poteſt in e:et d:ergo ex c in ſe et ex d in ſe tm̄ fiet ſicut ex e:bis in ſe ⁊ ex b:bis in ſe ⁊ per conſequens duplum illis que fient ex b:ſemel in ſe⁊ ex e:ſemel in ſe quod eſt propoſitum.

31 **Si fuerit numerus in duo equalia adequate diuiſus aliusqꝫ ei addatur quod fiet ex toto compoſito in ſe cum eo quod fiet ex adiuncto in ſe duplum ſunt illis que fiunt ex vno illoꝝ diuidentiū in ſe cū eo quod fit ex ductu aggregati ex vno illoꝝ ⁊ adiecto i ſeducto.**

Sit a numerus adequate diuiſus in b:⁊ c:equales addaturqꝫ ei d:et reſultet e. Tunc dico ꝙ ex e:in ſe et ex d:in ſe duplū fit illis que fiunt ex b:in ſe et ex c:d:in ſe. Quia p. 24. huius ex e:in ſe tm̄ fiet ſicut ex b:in ſe ⁊ ex c d in ſe ⁊ ex e i ſe ⁊ ex c d i b bis exupat ergo illd̄ qd̄ fit ex e:i ſe illd̄ quod fit ex b:in ſe ⁊ ex c d:in ſe p illud quod fit ex c d:bis in b:et p conſequens per illud quod fit ex c d:bis in c:modo illud quod fit ex c d:bis in e:cum eo quod fit ex d:in ſe p. 25. huius equum eſt illis ꝙ̄ fiunt ex c d:in ſe ⁊ ex c in ſe ergo et illis que fiūt ex b:in ſe et ex c d:in ſe ergo ex c in ſe et ex d in ſe tm̄ fiet ſicut ex c d bis in ſe et ex b bis in ſe et p ꝯñs duplū illis ꝙ̄ fiēt ex c d ſemel in ſe ⁊ ex b ſemel in ſe quod eſt propoſitum.

Ex his concluſionibus demonſtratis poſſunt facillime demōſtrari omnes ꝯcluſiones. 2. elemētorum euclidis vſqꝫ ad. 11. excluſiue ſuppoſita demōſtratione prime illarū que alio modo ꝙ̄ in numeris demonſtrari debet ipſa tamen ſuppoſita alie proportionabiliter demōſtrari poſſūt ſicut demoſtrate ſunt ſimiles illis ibi in numeris.

32 **Si quota pars aliquota eſt totus numerus totius nūeri fuerit detractus ex eo detracti ex alio erit reſidu⁹ illius reſidui alterius tota pars aliq̄ta q̄ta tot⁹ toti⁹**

Sit a b: totus nūerus tota ps aliq̄ta totius c d:q̄ta a detract⁹ ex eo eſt c:detracti ex alio. Tūc dico b:reſiduum eſſe totam partē aliquotam d:reſidui quota totus a b:eſt totius c d: Quia ſit e: numerus cuius b:ſit tota ps aliq̄ta q̄ta a:eſt c:erit tūc p. 10. huius totus a b:tota prs aliquota totius c e:quota a:eſt c:⁊ per ꝯñs tota quota a b:eſt totus c d:⁊ p conſequens totus c d: eſt equalis toti c e:quare per. 17. dignitatē e:erit equalis d:⁊ p ꝯñs b:erit tota ps aliquota d:quota eſt reſpectu e:⁊ per ꝯñs quota a:eſt c:quare ⁊ quota a b:eſt totius c d:quod eſt propoſitum.

1.co **Ex preſenti conſtat ꝙ ſi totus numerus numeret totuꝫ ſicut**

detractus ipſius numerat detractum alterius reſiduus numerabit reſiduum ſicut totus totum. ¶ Hoc ex ſecūdo correlario.19.huius ꝯſtat in forma ex quo totus numerus et detractus ab eo ſūt ſicut duo numeri inequales et reſiduus eſt ſicut eorum differentia.

2.co **Patet vltra ꝙ in quibuſcunq̧ ſimilia verificantur hiis que** concluſio cum correlarijs in numeris proponunt. Et conſimilis eſt demonſtratio.

33 **Si totus numerus fuerit aliquot partes aliquote alterius** totius et detractus ex eo fuerit tot ſimiles partes aliquote detracti ex alio erit reſiduꝰ illius tot ſimiles partes aliquote reſidui alterius ſicut totus totus.

Sit a b:totus numerus aliquot partes aliquote:e d:alterius totius et a:detractus ex eo ſit tot ſimiles partes aliquote e:detracti ex alio. Tunc dico ꝙ b:eſt tot ſimiles ꝑtes aliquote ipſius d:ſicut totus a b:reſpectu e d. ¶ Et ad hoc oſtendēdū primo oportet demōſtrare ꝙ in tali caſu poſſit aliquis dari reſpectu cuius b:ſit tot ſimiles partes aliquote ſicut a:eſt reſpectu e:qḋ ſic oſtenditur. Diuido enim totum a b:adequate in tales partes e d:totius ⁊ a prima auffero vnā ꝑtem equalem cuilibet illarum ex quibus a:adequate reſultat quarum quelibet eſt talis ꝑs:c:hoc poterit fieri quia talis pars aliquota e:ꝑ.29.dignitatem erit minor tali parte e d:et ex ſecūda auffero etiam vnā talem ⁊ ſic vſq̧ ad vltimā. Hoc facto illa reſidua q̄ remanebunt erunt equalia ⁊ ex illis adequate reſultabit b:quia adequate reſultabit ex illis reſiduis cū igiť tot nūero ſint illa reſidua ſicut illa ablata tot partes equales non cōmunicantes adequate reperientur in b:quot erunt tales ꝑtes e:in a:ex quibus adequate reſultat capiā igitur numerum eque multiplicem ad quodlibet illorū reſiduorum ex quibus adequate reſultat b ſicut e ad quodlibet illorum ablatorum ex quibus adequate reſultat a tunc ille erit nūerus petitus quia b adequate reſultat ex tot talibus ꝑtibus aliquotis illius non communicātibus ſicut a reſpectu e ꝑtꝫ igitur illud. Hoc tñ aliqui tanq̄ notum in huius demonſtratione preſupponunt cum tñ dubium eſſe poſſit. ¶ Iam ad ꝓpoſiti demonſtrationem deueniamus dato enī illius oppoſito ſit e nūerus inuētus ꝑ ſtatī demōſtratū cuiꝰ b ſit tot ſimiles ꝑtes aliquote ſicut a reſpectu e hoc habito ꝯclude ꝯſimiliť oīno ꝓpoſitū ex.11.huiꝰ ſicut in p̄cedēti ꝯcludebať ex.10.huius

Co. **Ex preſenti conſtat ꝙ in quibuſcunq̧ ſimile verificatur huic** quod ipſa in numeris proponit. Eadem enim eſt in quibuſcunq̧ demonſtratio.

34. **Si primus fuerit tota pars aliquota ſecundi quota tertius** quarti fueritq̧ ſecundus tota pars aliquota quinti quota quartus ſexti erit p̄mus quinti tota pars aliquota quota tertius ſexti.

Sit a primus tota pars aliquota b ſecundi quota d tertius e quarti ſitq̧ b ſcḋs tota ꝑs aliquota c quinti quota e quartus f ſexti. Tunc dico ꝙ a eſt tota pars aliquota c quota d eſt f ſit g denominans a in b ille idē ex terminis ⁊ ex ypotheſi erit denominans d in e ſit inſuꝑ h denominās e in c tūc ille ex terminis ⁊ ex ypotheſi denominabit e in f ⁊ ex g in h fiat k tūc ex.22.huius a erit ꝑs aliquota c denominata ſecundum k ⁊ ꝑ eandem d erit etiam pars aliquota f denominata ſecundū k erit igitur a tota pars aliquota c quota d eſt f quod eſt propoſitum.

1.co. **Ex preſenti apparet ꝙ ſi primus fuerit tota pars aliquota ſe**cundi quota quartus ſexti fueritq̧ tertius quarti tota ꝑs aliquota quota ſecūdus quinti erit primus tota ꝑs aliquota quinti quota tertius ſexti. ¶ Hoc enī eodē modo demonſtratur. Quia primus erit pars aliquota quinti denominata a numero qui fit ex ductu illorum numerorū vnius in alterū quorum vnus denominat p̄mum in ſecundo ⁊ quartum in ſexto ⁊ alius ſecundū in quinto ⁊ tertiū i quarto prout ex.22.huius apparet et ex eadē tertius erit pars aliquota ſexti ab eodem numero denominata. Patet igitur propoſitum.

2.co **Patet inſuper ꝙ ſi primus fuerit in ſecundo totiens adequa**te quotiens tertius in quarto ⁊ ſecūdus in quinto quotiēs quartus in ſexto erit p̄mꝰ totiēs adequate in quinto quotiens tertius in ſexto. Et ſi primus ſit totiens adequate in ſcḋo quotiēs quartus in ſexto et ſecundus in quinto quotiens tertius in quarto erit primus totiens adequate in quinto quotiens tertius in ſexto. Hec eodem modo demonſtrantur ex.21.huius ſicut preſens ex.22.

3.co **Patet vltra ꝙ in quibuſcunq̧ aliis a numeris ſimilia cōtin**gunt hiis que preſens cum correlariis in numeris proponunt.

35 **Si fuerit primus tota pars aliquota ſecundi quota tertius** eſt quarti ſimiliter et primus fuerit tota pars aliquota quinti quota tertius ſexti erit primus tota ꝑs aliquota aggregati ex ſecundo et quinto quota tertius aggregati ex quarto et ſexto.

Sit a primus numerus tota pars aliquota b ſecūdi quota d tertiꝰ eſt e quarti ſit inſuper a tota ꝑs aliquota c quinti quota d eſt f ſexti. Tūc dico ꝙ a eſt tota pars aliquota aggregati ex b ⁊ c ſicut d aggregati ex e ⁊ f ſit enī g nūerus a quo a denominať pars aliquota b ille idē erit a quo d denoiabitur pars aliquota e ex terminis et ex ypotheſi ⁊ ꝑ idē ab eodem numero a quo a denominatur pars aliquota c denoiatur d ꝑs aliquota f ſit igitur ille h ⁊ aggregatū ex g et h ſit k tunc ex a in k tñ fiet ſicut aggregatum ex b et c ꝑ.14.huius ⁊ ꝑ eandem ex d in k fiet tñ ſicut aggregatum

ex e et f cuȝ igitur k ſit maior vnitate ex. 7. petitione a eſt pars aliquota totius c b denominata ſecū dum k ⁊ d totius e f ab eodem denominata conſtat igitur propoſitum.

co **Ex preſenti apparet ꝙ in quibuſcunq; alijs a numeris ſimi**le verificatur huic quod preſens in numeris proponit. Eadem eſt in quibuſcunq; demonſtratio.

2. co **Patet ſecundo ꝙ in quibuſcunq; hoc verum habet ꝙ ſi primū** totiens adequate reperiatur in ſecundo quotiens tertiū in quarto ⁊ primū ſit etiam totiens adequa te in quinto quotiens tertium in ſexto primum totiens adequate erit in aggregato ex ſecūdo ⁊ quin to quotiens tertium in aggregato ex quarto et ſexto. Eadem eſt penitus demonſtratio.

36 **Si fuerit primus tota pars aliquota vel tot ſimiles ptes ali**quote ſecundi ſicut tertius quarti et primus ſit equalis tertio erit ſecūdus equalis quarto. Et ſi pri mus fuerit maior tertio erit ſecundus maior quarto et ſi minor minor.

Sit a b primus tota pars aliquota aut tot ſimiles partes aliquote c ſcdi ſicut d e tertius re ſpectu f quarti. ¶ Tūc dico primo ꝙ ſi a b eſt equalis d e/c eſt equalis f. Dico ſcdo ꝙ ſi a b ſit maior d e/c eſt maior f. Dico tertio ꝙ ſi eſt minor d e c etiā eſt minor f. ¶ Primū patet et impri mis ſi a b ſit pars aliquota c ex. 28. dignitate ꝯſtat propoſitū. Et ſi a b ſit partes aliquote c diuido a b adequate in tales partes c q̄ ſint a ⁊ b ⁊ ſic ꝯñr ſi plures fuerint ſimiliter diuido d e adequate i ta les partes aliquotas f q̄ ſint d et c ⁊ ſic ꝯñr ſi plures fuerint erit tunc ex ypotheſi a tota pars totius a b quota d eſt totius d e quia a totiens adequate eſt in a b quotiēs d in d e ⁊ per ꝯñs ex. 28. dignita te a eſt equalis d ⁊ quia ex ypotheſi a eſt etiam tota ps aliquota c quota d eſt f p eandem dignitatē c erit equalis f quod eſt ꝓpoſitū. ¶ Secundum ꝯſimiliter patet ſit eñ tūc a b maior d e ⁊ imprimus ſi a b ſit pars aliquota c ex. 29. dignitate cōſtat propoſitū. Et ſi fuerit partes aliquote c et non pars aliquota diuiſo a b ſicut ſtatim ſimiliter ⁊ d e erit tūc a tota pars aliquota totius a b quota d eſt toti us d e quare p. 29. dignitatem a erit maior d cum igitur etiam ex ypotheſi a ſit tota pars aliquota c/ quota d eſt f iterum ex eadem dignitate cōſtat c eſſe maiorem f quod eſt ſecundum. ¶ Tertium hinc efficitur notum ſit enim tunc a b minor d e ⁊ tunc facto d e primo f ſecundo a b tertio ⁊ c quarto con ſimiliter patet propoſitum tertij ſicut ſecundum oſtenſum eſt.

Co. **Ex preſenti patet ꝙ in quibuſcunq; verum habet quod con**cluſio in numeris proponit. Et eadem eſt demonſtratio.

37 **Si primus fuerit tota pars aliquota ſecundi quota tertius/** quarti fueritq; primus minor tertio erit primus tertij tota pars aliquota aut tot ſimiles partes ali quote ſicut ſecundus quarti.

Sit a primus numerus tota ps aliquota b c ſecundi quota d tertius eſt e f quarti ſitq; a minor d. Tunc dico ꝙ a eſt tota pars aliquota aut tot ſimiles ptes aliquote ipſius d ſicut b c eſt reſpectu e f diuidō enim b c in ſuas partes equales a que ſint b ⁊ c et ſic ꝯñr ſi plures fuerint diuido inſuper e f adequate in ſuas partes equales d que ſint e ⁊ f ⁊ ita ſi plures fuerint ꝯſtat tunc ex ypo theſi ꝙ c b habet adequate tot partes equales a ſicut e f reſpectu d cum igitur ex ypotheſi a ſit mi nus d erit prima pars b c equalis ipſi a tota pars aliquota aut tot ſimiles ptes aliquote pme partis e f equalis d ſicut a eſt d ⁊ ſimiliter ſecūda reſpectu ſecunde: et ſic ꝯñr ſi plures fuerint Si igitur pri ma pars fuerit tota pars aliquota prime ſicut a reſpectu d ⁊ ſic cōſequenter per. 10. huius totus b c erit tota pars aliquota totius e f ſicut pma pars eius reſpectu prime partis e f et p conſequēs ſicut a reſpectu d quod eſt propoſitum. Si aūt prima pars b c fuerit tot ſimiles partes aliquote prime e f ſicut a reſpectu d ⁊ ſic cōſequenter de alijs p. 11. huius totus b c erit tot ſimiles partes aliquote to tius e f ſicut prima pars eius reſpectu prime illius ⁊ p ꝯñs ſicut a reſpectu d patet igit̄ propoſitum.

38 **Si primus fuerit tot ſimiles partes aliquote ſecundi ſicut** tertius quarti fueritq; primus minor tertio erit primus tota pars aliquota aut tot ſimiles partes a liquote tertij ſicut ſecundus quarti.

Sit a b primus numerus tot ſimiles partes aliquote c ſecūdi ſicut d e tertius f quarti ſitq; a b/ minor d e. Tunc dico ꝙ a b eſt tota pars aliquota aut tot ſimiles ptes aliquote d e ſicut c reſpectu f diuido eñ a b adequate in tales partes c q̄ ſint a ⁊ b ⁊ ſic ꝯñr ſi plures fuerint et ſimiliter diuido d e in tales partes f q̄ ſint d ⁊ e ⁊ ſic ꝯſequenter ſi plures fuerint tunc ex ypotheſi tot tales p tes c adequate erunt in a b ſicut ipſius f in d e quare a erit tota pars aliquota a b quota d eſt d e cuȝ igit̄ a b ſit minor d e ex. 29. dignitate a erit minor d ⁊ ex ypotheſi a erit tota pars aliquota c quota d eſt f facio igitur a primū c ſcdm d tertium ⁊ f quartum ⁊ tunc ex precedenti a erit tota pars aliquota aut tot ſimiles partes aliquote d ſicut c reſpectu f/ſi igit̄ fuerit tota pars aliquota cum totus a b ſit adequate ꝯpoſitus ex tot partibus equalibus a ſicut d e ex partibus equalibus d p. 10. huius tot a b erit tota pars aliq̄ta totius d e ſicut a reſpectu d ⁊ per ꝯñs ſicut c reſpectu f ꝙ ē ꝓpoſitū. Si aūt a fuerit tot ſimiles partes aliquote d ſicut c reſpectu f per idē ex. 11. huius totus a b erit tot ſimiles partes aliquote totius d e ſicut a reſpectu d et per conſequens ſicut c reſpectu f.

Co. **Ex preſenti et ex precedēti euidēter ſequitur ꝙ ſi primus fue**rit tota pars aliquota aut tot ſimiles partes aliquote ſecūdi ſicut tertius quarti ⁊ primus ſit minor

tertio erit pꝛimus tota pars aliquota aut tot ſimiles partes aliquote tertij ſicut ſecundus quarti. Et ſi pꝛimus fuerit maioꝛ tertio tertiꝰ erit tota ꝑs aliquota aut tot ſimiles ꝑtes aliq̄te pꝛimi ſicut quartus ſecundi. Pꝛima pars huius apparet ex coꝛ: q2 ſi pꝛimus ſit tota pars aliquota ſecundi quota tertius quarti. Eadem erit demonſtratio ſicut precedentis ⁊ ſi tote eadem erit ſicut demonſtratio preſentis. Secunda aũt pars eodem modo apparet faciendo alio oꝛdine ex tertio pꝛimum et ex quarto ſecundum ⁊ ex pꝛimo tertium ⁊ ex ſecundo quartum. ¶ Hic aduerte ꝙ eſto ꝙ in quibuſcunqꝫ in quibus pꝛimum eſt cõmenſurabile tertio ſimilia verificentur hijs que precedens ⁊ pñs ⁊ eiꝰ coꝛrelariũ in numeris ꝓponunt tamen ibi non ꝓponimus illa demonſtranda in alijs a numeris: quia nõ poſſunt ſimiliter in alijs demonſtrari ſicut in numeris niſi ſupponeretur vnũ cuius demonſtratio in .8. apparebit videlicet ꝙ ſi aliqua ſint ꝯmenſurabilia quicq̄d eſt cõmenſurabile vni eoꝛuꝫ eſt alteri commenſurabile. Sed vniuerſaliter hoc ex .54. ⁊ .55. ſuppoſitionibus ſcdi et ex permutata ꝓpoꝛtionalitate et ex pꝛima huius cum pꝛima ſcdi faciliime poterunt demonſtrari.

39 **Si pꝛimus numerus pluries contineat ſecundum ꝗ̄ tertius** quartum tertius nullam partem aliquotam quarti totiens aut pluries continebit ꝗ̄ pꝛimus ſimilem partem aliquotam ſecundi contineat.

Sit a pꝛimus numerus qui pluries contineat b ſecundum ꝗ̄ c tertius continet d quartũ. Tunc dico ꝙ c nullam partẽ aliquotam d totiens aut pluries ꝯtinet ꝗ̄ a ſimilẽ aliquotam b contineat: quia dato oppoſito ſit e pars aliquota d et f tota pars aliquota b ⁊ c totiens aut pluries contineat e ꝗ̄ a ꝯtineat f conſtat tunc f eſſe in a ſecundum numerum ſecundum quẽ multiplicata producit b totiens quotiens b eſt in a modo e non reperitur in c ſecundum illum numerũ vel maioꝛem quia ex quo e eſt tota pars aliqua d quota f eſt b multiplicata per illum numerũ produceret d totiens quotiens f multiplicata per illuꝫ producit b ⁊ per ꝯñs totiens quotiens b reperitur in a aut pluries ⁊ per ꝯñs d totiens aut pluries eſſet in c ꝗ̄ b in a quod eſt contra ypotheſim non ergo reperitur e ſecũdũ illum numerum vel maioꝛem in c ſecundum quem f reperitur in a vnde conſtat ꝓpoſitum.

1.co **Ex pꝛeſenti conſtat ꝙ ſi pꝛimus nũerus pluries ꝯtineat ſcdm** ꝗ̄ tertius quartum pꝛimus quamlibet partẽ aliquotam ſecũdi pluries ꝯtinebit ꝗ̄ tertius ſimilẽ ꝑtẽ aliquotam quarti ꝯtineat ſi quartus talẽ ꝑtem aliquotã habeat. Cõſimilis eſt penitus demonſtratio

2.co **Patet vltra ꝙ in quibuſcunqꝫ alijs a numeris ſimilia verificentur** hijs que preſens cum coꝛrelario in numeris ꝓponunt.

40. **Si pꝛimus ſit tot ſimiles ꝑtes aliquote ſecundi ſicut tertius** quarti ⁊ pꝛimus non ſit pars aliquota ſecundi tertius non erit ꝑs aliquota quarti. Et ſi tunc pꝛimus ſit pars aliquota ſecundi erit tertius tota pars aliquota quarti.

Sit a b pꝛimus numerus tot ſimiles partes aliquote c ſecundi ſicut d e tertius reſpectu f quarti ſit inſuper a b pars non aliquota c. Tũc dico ꝙ d e eſt pars non aliquota f. Quia capio vnam illarũ partium c in a b que ſit a ⁊ vnã illarum f in d e que ſit d tunc ex ypotheſi a erit tota pars aliquota c quota d eſt f ⁊ totiens etiam a adequate reperietur in a b quotiẽs d in d e/⁊ per ꝯſeqñs a erit tota pars aliquota a b quota d eſt d e/ſi igit̃ d e ſit pars aliquota f capio g cuius a b ſit tota ꝑs aliquota ſicut d e reſpectu f tũc ex .34. huius a erit tota pars aliquota g quota d eſt f/cum igitur ex ypotheſi a ſit tota pars c quota d eſt f ſequitur a eſſe totam partem aliquotam c quota eſt reſpectu g ⁊ per ꝯñs ex .28. dignitate c eſt equalis g. ⁊ per cõſequens totus a b erit tota ꝑs aliq̄ta c q̄ta reſpectu g ⁊ per ꝯñs tota quota d e eſt reſpectu f quod eſt ꝯtra ypotheſim. ¶ Secũdũ ex hoc efficitur noſtrum. Quia ſi ponatur ꝙ a b ſit pars aliquota c conſimiliter cõcludetur ꝙ d e ſit tota reſpectu f ſicut in preſenti concluſum eſt ꝙ a b eſt tota reſpectu c ſicut d e reſpectu f.

Co. **Ex pꝛeſenti conſtat ꝙ in b quibuſcũqꝫ alijs a numeris ſimile** verificatur huic quod preſens in numeris pꝛoponit. Et conſimilis eſt demonſtratio.

41 **Si pꝛimus numerus totiens adequate fuerit ĩ ſecũdo quo**tiens tertius in quarto fueritqꝫ pꝛimus in detracto ex ſecũdo totiens adequate quotiens tertius in detracto ex quarto erit pꝛimus totiens adequate in reſiduo ex ſcdo q̄tiens tertius ĩ reſiduo ex q̄rto

Sit a pꝛimus aliquotiens adequate in b c. ſecũdo ⁊ d. 3. totiẽs adequate in e f. quarto ſit ĩſuper a totiens adequate in b detracto ex b c quotiens d in e detracto ex e f. Tunc dico ꝙ a totiens adequate eſt in c reſiduo b c quotiens d in e reſiduo e f quia poſtꝗ̄ a pluries adequate eſt in b c ⁊ in b adequate ſemel aut pluries numeret b c per g h ⁊ b ꝑ g. tunc ex ypotheſi d numerabit e f per g h ⁊ e per g. duco igitur a in h ⁊ fiat k tũc ex .14. huius aggregatuꝫ ex b ⁊ k erit equale toti b c ⁊ ꝑ ꝯñs ex .17. dignitate c erit equale k. ⁊ per ꝯñs a nũerabit c ꝑ h ⁊ ꝑ ideꝫ eodẽ modo ꝯcludes ꝙ d nũeret f per h quo habito ſequitur ꝙ a totiẽs adeq̄te reperietur in c quotiẽs d in f quod eſt ꝓpoſitum.

Co. **Ex pꝛeſenti apparet ꝙ in quibuſcunqꝫ verum habet quod cõ**cluſio in numeris ꝓponit. Et eadem eſt demonſtratio.

42 **Quoꝛumcunqꝫ duoꝛum numeroꝛum inequalium minoꝛ eſt** pars aliquota maioꝛis aut ipſo ex maioꝛi detracto quo ad poſſit q̄d remanebit erit illiꝰ minoꝛis ꝑs a-

liquota aut ptes aliquote equales non cõmunicantes ſũpte ſcðm ipſum ⁊ denoīate a minori illoꝝ.
Hoc ideo eſt quia quibuſcunqꝫ talibus datis ſi maioꝛ ſit multiplex minoris ex terminis minoꝛ erit maioris pars aliquota. Si autem maioꝛ non ſit multiplex minoris tunc ex .15. petitione minori ex maiori detracto quo ad poſſit ſupererit minoꝛ numerus illo minori qui per pꝛimam huius ſe habebit ad minoꝛem ſicut pꝛeſens ꝓponit patꝫ igitur propoſitum.

Co. **Ex pꝛeſenti conſtat ꝙ quoꝛumcũqꝫ duoꝛum cõmenſurabiliũ** inequaliuꝫ minus eſt pars aliquota maioris aut ipſo ex maiori detracto quo ad poſſit quod ſupererit erit illius minoris ps aliquota aut ptes aliquote equales nõ cõmunicantes. ¶ Quia quibuſcunqꝫ talibus datis ſi minus non ſit ps aliquota maioris ſit b maius illoꝝ ⁊ c minus ⁊ a cõmunis menſura illis tũc b erit multiplex ad a / quia erit maius a ab ipſo numeratũ ⁊ c etiam erit multiplex ad a. quia ex ypotheſi nõ poterit eſſe equale a nec c minus erit. ꝫ eo maius ⁊ quia ab ipſo numeratur per .12. petitionem c erit multiplex ad a ⁊ p .15. petitionẽ c detracto ex b quo ad poſſit remanebit minus c ſubſtrahatur ergo c ex b ſemel tunc illud quod remanebit erit multiplex ad a vel illi equale : quia alias accideret oppoſitum .5. correlarij .20. huius ſubſtrahatur igitur iterũ ſemel c ex illo reſiduo ſi poſſit tunc per idẽ quod remanebit erit multiplex ad a vel illi equale ⁊ ſic ↄ̄ſr continget quo ad non amplius poterit fieri ſubſtractio cum igitur tandẽ vt ꝓbatum eſt per talem ſubſtractionẽ deueniet̃ ad aliqđ minus c. a q̃ nõ ãplioꝛ poterit fieri ſubſtractio cũ ad illud deuentũ fuerit erit illud eq̃le a vł multiplex ad a vt ꝓbatũ eſt. Et ſi eq̃le a erit ps aliq̃ta c ⁊ ſi multiplex ad a erit ptes equales ipſi a nõ cõmunicãtes quare cũ a ſit pars aliquota c erit partes aliquote c eq̃les nõ cõmunicãtes qđ ẽ ꝓpoſitũ.

43 **Si pꝛimus ſit tot ſimiles partes aliquote ſecũdi ſicut terti⁹** quarti fueritqꝫ pꝛimus pars non aliquota ſecundi quotiens pꝛimus erit in ſecũdo totiens adequate tertius erit in quarto. Et quod ſuperit in ſecundo erit tota pars aliquota vel tot ſimiles partes aliquote pꝛimi ſicut quod ſupererit in quarto reſpectu tertij.

Sit a b pꝛimus tot ſimiles partes aliquote c ſecundi ſicut d e tertius f quarti ſit inſ̃r a b. pars non aliquota c. ¶ Tunc dico pꝛimo ꝙ totiens a b eſt in c quotiens d e in f. Dico ſecũdo ꝙ aliquid vltra ſuperit in c ſimilit̃ ⁊ aliquid vltra in f ⁊ quod ſupererit in c erit tota pars aliquota aut tot ſimiles partes aliquote a b ſicut quod ſupererit in f reſpectu d e. ¶ Pꝛimum patꝫ diuido ab adequate in tales partes c quarum pꝛima ſit a ⁊ ſimiliter diuido d e adequate in tales partes f quarum vna ſit d tunc ex ypotheſi tot tales ptes aliquote c adequate reperientur in a b ſicut reperiẽtur in d e reſpectu f ⁊ per ↄ̄ñs a erit tota pars aliquota a b ſicut d reſpectu d e ⁊ ex ypotheſi a erit tota pars aliquota c quota d eſt f ſi igitur a b pluries ſit in c q̃ d e in f aut econtra cũ a totiens adequate ſit in c ſicut d in f accideret oppoſitum .39. huius qđ eſt impoſſibile patꝫ igit̃ pꝛimum. ¶ Secundum aũt patet qꝛ per .40. huius d e erit pars non aliquota f quemadmodũ a b eſt pars nõ aliquota c quare per precedentem detracto a b ex c quo ad poſſit aliquid remanebit quod erit pars aliquota aut partes aliquote a b ⁊ per eandẽ ſubſtracto d e ex f quo ad poſſit aliquid remanebit qđ erit pars aliquota aut partes aliquote d e ſubſtrahatur: ergo a b quo ad poſſit ex c ⁊ totum qđ ſubſtrahetur ſit g ⁊ reſiduũ h ſubſtrahatur inſuper d e ex f quo ad poſſit ⁊ totum ſubſtractum ſit k ⁊ reſiduum l. ↄ̄ſtat tunc a b totiens adequate eſſe in g quotiens d e in k. Dico igitur tunc ꝙ h eſt tota pars aliquota aut tot ſimiles partes aliquote a b ſicut l reſpectu d e. Quia diuidã a b in tales partes c adequate quaruꝫ vna ſit a ſimiliter ⁊ d e in tales partes f quarum vna ſit d tunc ex ypotheſi a totiens adequate in a b quotiẽs d in d e ⁊ a b totiens in g quotiens d e in k quare per correlariũ ſcðm .34. huius a erit totiens adequate in g quotiens d in k cum igit̃ a totiẽs etiam adequate ſit in c toto quotiens d in f toto ex antecedenti a totiens adequate erit in h reſiduo ſicut d ĩ l ſi igit̃ a ſit equalis h. d erit equalis l ⁊ ſi a ſit minoꝛ h d erit minoꝛ l ⁊ erit totiens adequate in l ſicut a in h ſed a probatus eſt tota pars aliquota a b ſicut d reſpectu d e. ergo h erit tota pars aliquota aut tot ſimiles ptes aliquote a b ſicut l. reſpectu d e patet igitur ſecundum.

1.co **Ex pꝛeſenti conſtat ꝙ ſi pꝛimus fuerit tot ſimiles partes ali**quote ſecundi ſicut tertius quarti fueritqꝫ pꝛimus pars non aliquota ſecundi erit ⁊ tertius pars nõ aliquota quarti ⁊ pꝛimus totiens adequate poterit ſubſtrahi ex ſcðo ſicut tertius ex quarto ⁊ quod ſupererit ex ſecundo erit tota pars aliquota aut tot ſimiles partes aliquote pꝛimi ſicut quod ſupererit ex quarto reſpectu tertij. Hec omnia ex pꝛeſenti ⁊ ex .36. dignitate manifeſte conſtat.

2.co **Patet vltra ꝙ in quibuſcunqꝫ verificantur ſimilia hys que** pꝛeſens cum correlario in numeris proponunt. Conſimilis enim eſt demonſtratio.

44 **Si pꝛimo totiens dempto de ſecundo quo ad poſſit ⁊ totiens** detracto tertio d e quarto tota pars aliquota vel tot ſimiles partes aliquote pꝛimi relinquant̃ ex ſecundo ſicut relinquũt̃ ex quarto reſpectu tertij erit pꝛimus tot ſimiles ptes aliq̃te ſcði ſicut t̃ti⁹ q̃rti

Hec eſt conuerſa pꝛecedentis ſit igitur ita ꝙ a pꝛimo totiens detracto ex b c ſecundo quo ad poſſit remaneat c ex illo ſecũdo ⁊ totum quod aufferret̃ ſit b ⁊ d tertio totiens ſubſtracto ex e f quarto remaneat f ex illo quarto ⁊ totum quod ſubſtrahetur ſit e ⁊ ſit c tota pars aliquota aut tot ſimiles partes aliquote a ſicut f reſpectu d / ↄ̄ſtat tunc a totiẽs adequate eſſe in b quotiẽs d in e. Tunc dico ꝙ a eſt tot ſimiles partes aliquote reſpectu totius a b ſicut d reſ-

pectu totius d f. Quia ſi ſit c tota pars aliquota a quota f reſpectu d per ſcdm correlarium .34. huius e totiens adequate erit in b ſicut f in e et per ꝯñs per .15. huius e erit tota pars aliquota b e quota f reſpectu totius e f cum igitur ex ypotheſi a tot partes equales e adequate contineat ſicut d reſpectu f erit a tot ſimiles partes aliquote totius b e ſicut d reſpectu e f. Si aũt e nõ ſit pars aliquota a ſed partes aliquote erit ex ypotheſi f tot ſimiles ptes aliquote d capio igit̃ vnam illarum partiũ a in e q̃ ſit g et vnam illarum d in f q̃ ſit h erit tũc ex ypotheſi g totiẽs adequate in a quotiens h in d et ẽt a totiens adequate eſt in b quotiens d in e quare ex ſcdo correlario .34. huius g totiẽs adequate in b quotiens h in e cum igitur g etiam ex ypotheſi ſit totiens adequate in e quotiens h in f p .15 huius g erit tota pars aliquota totius b e quota h totius e f et quia g ex ypotheſi eſt tota ps aliqta a quota h reſpectu d. a erit tot ſimiles partes aliquote totius b e ſicut d reſpectu e f vnde totum ꝯſtat propoſitum. ¶ Aliqui in demonſtratione huius aſſumunt hoc vnũ tanq̃ notũ vz ꝙ poſſit capi aliquis numerus vt puta g qui ſit tote partes f quote a eſt reſpectu b e. Hoc tñ multum dubium eſſe poteſt.

44. **Ex preſenti ꝯſtat ꝙ in quibuſcunq; verum habet ſimile huic** quod ipſa in numerus proponit. Conſimilis eſt enim in quibuſcuſcumq; demonſtratio.

45. **Si trium numerorum tertius in productum ex primus ducat̃** tñ ꝓducet̃ ſicut ex primo in ꝓductũ ex alijs duob⁹ et tñ etiã ſicut ex ſcdo in ꝓductũ ex alijs duob⁹.

Sint a primus b ſecũdus et c tertius et ex a in b fiat d et e fiat ex c in d ſed ex c in b fiat f et ex f in a fiat g et ex c in a fiat h et ex h in b fiat k conſtat tunc ex .13. huius ꝙ g fit ex a in f et k ex b in h dico g e g et k eẽ eq̃les qr ex t̃minis c nũrat f p b et f nũerat g p a g ex .21. h⁹ c numerat g p productum ex a in b qui ex ypotheſi eſt d. Et quia etiam c numerat h p a et h numerat k per b p eandem c numerat k p ꝓductum ex a in b qui eſt d. Et quia ex terminis c numerat c per d. c numerabit illos tres ſcilicet c g et k per eundem numerum ergo per .6. petitionem illi tres ſũt eq̃les.

46. **Si quotcunq; numerorum primus in ſecundum ducatur et** inde productus in tertium et iterum ꝓductus inde in quartũ et ita deinceps vſq; ad vltimũ vltimus productus erit equalis vltimo qui produceretur ſi aliorum duorum a primis vnus in alterũ ducatur et productus inde in aliũ illorum et ita deinceps quo ad nullus relinquatur.

Quod precedens de tribus numeris propoſuit hec de quotcũq; pluribus proponit ipſam tamen in quatuor numeris demonſtrabo et ex ꝯſiti de quotcunq; pluribus poterit ꝓportionabilit̃ demonſtrari. Sint igit̃ quatuor nũeri a primus b ſecundus c tertius et d quartus et ex a in b fiat e et f ex e in c et ex f in d fiat g et ex alia parte ex b in c fiat h et ex h in d fiat k et ex k et a fiat l. Tunc dico ꝙ g eſt equalis l. Quia ex .13. huius et ex terminis ipſe d numerat k per h et k numerat l per a: ergo ex .21. huius d numerat l p ꝓductũ ex a in h: ſed per p̃cedentem et per .13. huius productũ ex a in h eſt equale producto ex c in e q̃ ex ypotheſi eſt f: ergo d numerat l p f et quia ex terminis et ex ypotheſi et ex .13. huius d numerat g p f per .6. petitionem g erit equalis l quod eſt propoſitum. Et ſi ab alijs duobus inciperet talis multiplicatio conſimilit̃ poteris probare d numerare vltimum productum p f. Et ſi ſumant̃ quinq; numeri facta primo demonſtratione in quatuor eodẽ modo concludes vltimum illorum nũerare vltimum ꝓductum in quocunq; alio ordine per eundẽ numerum ſicut numerat vltimum productũ in primo ordine. Et ꝓportionabilit̃ ſi quotcũq; plures ſumant̃.

47 **Si duorum numerorum iuxta ſe poſitorum quorũ nullus** eſt vnitas minor ducat̃ in aliquem quocunq; illorum maiorẽ cuius ad maiorem differentia ſit maior vnitate maius producet̃ q̃ ex maiori illorum per ſe multiplicato.

Sint a numerus minor et b maior iuxta ſe poſiti quorum nullus ſit vnitas et ſit c maior b et exceſſus ipſius ſupra b ſit maior vnitate qui ſit d. Tunc dico ꝙ ex a in c maius producitur q̃ ex b in ſe. Hoc autem ſic probatur. Sit enim e maior b ſola vnitate conſtat tunc ipſum eſſe minorem c quare per .14. huius ex a in c tñ fiet ſicut ex a in e et ex a in differentiam c ad e quare ꝓductum ex a in c exuperabit productũ ex a in e per productum ex a in d ſaltẽ ad e quod erit equale a vel eo maius et per ꝯñs mai⁹ vnitate cum igitur per correlarium .28. huius quod fit ex b in ſe preciſe addat vnitatẽ ſupra id quod fit ex a in e maior erit exceſſus ꝓducti ex a in c ſupra productum ex a in e q̃ producti ex b in ſe ſupra productum ex a in e et per conſequens productum ex a in c maius erit producto ex b in ſe quod eſt propoſitum.

48. **Si duorum numerorum quorum nullus eſt vnitas ſed alter** eſt maior binario alter in alterum ducatur productus inde erit maior q̃ compoſitus ex illis.

Sint a et b duo numeri quorum nullus ſit vnitas ſed a ſit maior binario et ſit c ꝯpoſit⁹ ex a et b et d ꝓductus ex a in b. Tunc dicõ ꝙ d eſt maior c. Quia ſi a ſit equalis b tunc b preciſe bis erit in c. et quia per .13. huius ex b in a fit d ex diffinitione multiplicationis b totiens erit in d quotiens vnitas in a. et per ꝯñs pluries q̃ bis quare d erit maior c. Si aũt a et b ſint inequales per ſecundũ correlarium .5. huius c erit minus q̃ duplum ad maiorem illorũ: et per ꝯñs maior illorum non pluries erit in c cũ igit̃ c fiat ex q̃libz illorũ in alterũ ex terminis maior illorum totiens eſt in d quotiens vnitas in minori illorũ ſed ex ypotheſi in minori illorum vnitas ẽ bis aut pluries: ergo maior illorum erit bis aut pluries in d. et per conſequens d eſt maior c quod eſt propoſitum.

¶ Primi elementorum arithmethices Gaſparis Lax finis.

¶ Secundi Elementorũ arithmetices Gaſparis Lax.
¶ Diffinitiones.

1 PRoportio Eſt duorum comparatorũ in aliquo vtriq; communi in quo maioritas vel minoritas equalitas aut inequalitas proprie vel improprie reperitur vnius ad alterum habitudo.

2 Antecedens alicuius proportiõis Eſt terminus ex cuius comparatione ad alterum proportio illa prouenit.

3 Conſequens autem alicuius ꝓportionis eſt terminus proportionis que ex comparatione alterius ad illum prouenit.

Proportionũ quedã ẽ ꝓportio equalitatis ⁊ q̃dã iequalitatis

4 Proportio equalitatis eſt duoꝝ equaliũ vni⁹ ad alteꝝ hitudo

5 Proportio autem inequalitatis eſt duorum inequaliũ vnius ad alterum habitudo.

Proportionum inequalitatis Quedam maioris inequalitatis Et quedam minoris inequalitatis.

6 Proportio maioris inequalitatis Eſt duorum inequaliũ maioris ad minus habitudo.

7 Proportio autem minoris inequalitatis Eſt duorũ inequalium minoris ad maius habitudo.

8 Proportiones dicuntur eiuſdem rationis quarũ quelibet eſt equalitatis aut quelibet maioris inequalitatis aut quelibet minoris inequalitatis.

9 Proportio illa dicitur pars alterius que eſt eiuſdem rationis cũ illa ⁊ ambo t̃mini ipſius īter t̃mīos alterius īterciplũt vel vn⁹ tm̃ ⁊ alius alicui alterius eſt eq̃lis

10 Proportio aũt dicitur cũ alia ꝯmunicare q̃n eſt eiuſdẽ rationis cũ illa ⁊ vnus terminus illius intercipit̃ inter terminos alterius vel vn⁹ alteri⁹ īter t̃minos eius

11 Tunc ꝯtinentia numeri in nũero aut alicuius q̃ꝫcũq; fuerit in aliquo ſibi cõmenſurabili equalis ẽ ꝯtinentie q̃titatis ꝯtinue in q̃titate cõtinua q̃n nũerus ille eſt equalis illi ſicut q̃titas ꝯtinua q̃titati ꝯtinue vel eſt tota pars aliquota aut ſimiles ꝑtes aliquote illius ſicut illa q̃titas ꝯtinua illius cõtinue. ¶ Tũc aũt ꝯtinẽtia alicuius in aliquo ſibi incõmẽſurabili equalis eſt ꝯtinentie q̃titatis ꝯtinue ĩ alia q̃titate ꝯtinua cũ illud ꝯtinetur in illo ſicut ⁊ illa q̃titas continua in alia ⁊ nullam partem aliquotã illius pluries continet illud q̃ ſimilem partem aliquotam illius q̃titatis continue contineat alia neq; econuerſo.

12 Tunc cõtinentia prime q̃titatis cõtinue in ſecunda equalis eſt continentie tertie in quarta cum illa ꝯtinetur in ſecũda ſicut ⁊ tertia ĩ quarta ⁊ nulla pars aliquota illius pluries continetur in ſecunda q̃ ſimilis pars aliquota tertie in quarta nec econuerſo nec prima pluries continetur in ſecunda q̃ tertia in quarta nec econuerſo.

13 Tunc autem continentia prime q̃titatis continue in ſecũda maior eſt continentia tertie in quarta cum prima pluries continetur in ſecunda q̃ tertia in quarta vł aliqua pars aliquota prime pluries continetur in ſcða q̃ ſimilis pars aliquota tertie in quarta. Tũc autem minor eſt cum econtrario contingit.

14 Tunc continentia primi in ſcðo equalis eſt cõtinẽtie tertij in quarto cum continentia q̃titatis continue in quantitate continua equalis continentie primi in ſecundo eſt equalis continentie q̃titatis in q̃titate continua equali continentie tertij in quarto. Tunc autem eſt maior q̃n talis eſt maior tali ⁊ tunc minor quando minor.

15 Proportiones ille ſunt ſimiles aut equales inter ſe que ſunt eiuſdem rationis ⁊ termini minores earũ equalr̃ in maioribus corũdem ꝯtinẽtur vel cum illarum termini ſũt inter ſe equales Diſſimiles aũt ⁊ īequales ſũt q̃ ſũt diuerſaꝝ rõnũ aut cõtinẽtia termini minoris vnius illarum in maiori eiuſdẽ eſt inequalis continentie minoris alterius in maiori eiuſdem.

16 Proportionũ maioris inequalitatis illa eſt altera maior cuius termini minoris in maiori ꝯtinentia eſt maior ꝯtinentia termini minoris alterius ĩ maiori eiuſdẽ. Et talium illa ẽ alt̃a minor cui⁹ ꝯtinẽtia t̃mini minoris ĩ maiori minor ẽ ꝯtinẽtia t̃mini minoris alt̃i⁹ ĩ maiori eiuſdẽ

17 Proportionum autē minoris inequalitatis illa eſt altera maior cuius ꝯtinentia termini minoris in maiori minor eſt continentia termini minoris alterius in maiori eiuſdē. ¶ Et taliū illa eſt altera minor cuius continentia termini minoris in maiori maior eſt cōtinentia termini minoris alterius in maiori eiuſdem.

18 Proportionalitas eſt ſimilitudo proportionum.

Duplex eſt proportionalitas. quedā ꝯtinua. ⁊ q̄dā diſcōtinua

19 Proportionalitas Continua Eſt ſimilitudo proportionum ꝑ terminum communem medium vel per terminos communes medios copulatarū Et hec inter tres terminos ſed non inter pauciores reperiri poteſt.

20 Proportionalitas Diſcontinua eſt ſimilitudo proportionū non per terminum communem medium aut per terminos communes medios copulatarum. Hec autem inter quatuor terminos ⁊ non inter pauciores inuenitur.

21 Cum continuate fuerint hedem vel diuerſe proportiones dicetur proportio primi ad vltimum ex omnibus compoſita.

22 Proportio dicitur ex aliquibus proportionibus adequate cōponi cū q̄lꝫ illaꝝ eſt illius ps et nulla ꝓportio ē ps illi⁹ qui ſit aliqua illaꝝ vel cū aliqua eaꝝ cōicās.

23 Quantitates quarū proportio eſt vna proportionales nominantur Et numeri quorum proportio eſt vna proportionales dicuntur.

24. Termini proportionales ſunt quorum proportio eſt vna.

Duplices ſunt termini proportionales. Quidam Continuo proportionales. Quidam vero diſcontinuo proportionales.

25 Termini Continuo proportionales ſunt termini proportionales inter quos continua proportionalitas reperitur.

26 Termini autem Diſcontinuo proportionales ſunt termini proportionales inter quos non reperitur continua proportionalitas.

27. Cum fuerint tres termini cōtinuo proportionales dicetur ꝓportio primi ad tertiū vocando p̄mū maximū tāq̄ ꝓportio p̄mi ad ſcđꝫ duplicata tertij aūt ad ſcđꝫ tāq̄ ꝓportio tertij ad p̄mū duplicata ⁊ cū fuerint q̄tuor ꝓportio p̄mi ad q̄rtū erit tāq̄ ꝓportio p̄mi ad ſcđm triplicata quarti aūt ad tertiū tāq̄ ꝓportio q̄rti ad p̄mū triplicata ⁊ ꝓportionabilit̄ deinceps.

Sex ſunt ſpecies proportionalitatis vel rectius modi arguēdi in huiuſmodi proportionalitatibus efficaces Ut puta Proportionalitas Conuerſa. Permutata Coniuncta. Diſiuncta. Euerſa. ⁊ Aequa.

28 Conuerſa proportionalitas eſt modus arguendi vbi ex ſimilitudine aliquarū proportionum infertur ſimilitudo ꝓportionū ꝯſītium illarum ad añtia earumdem.

29 Permutata proportionalitas eſt modus arguendi in quo ex ſimilitudine aliquarum proportionum infertur ſimilitudo proportionis antecedentis vnius illarum ad antecedens alterius cum proportione ꝯſequētis illius ad conſequens alterius.

30 Coniuncta proportionalitas Eſt modus arguendi in quo ex ſimilitudine aliquarum proportionuꝫ infertur ſimilitudo proportionis aggregati ex añte ⁊ ꝯñte vnius illarum ad cōſequens eiuſdem cū ꝓportione aggregati ex añte ⁊ ꝯñte alterius ad ꝯñs eiuſdem.

31 Diſiuncta proportionalitas Eſt modus arguēdi in quo ediuerſo ad proportionalitatem coniunctam arguitur vt puta vbi infertur ſimilitudo aliquarum ꝓportionum ex ſimilitudine proportionis aggregati ex antecedente ⁊ conſequente vnius illarum ad conſequens eiuſdem cum proportione aggregati ex añte ⁊ ꝯſequente alterius ad ſuum conſequens.

32 Euerſa proportionalitas Eſt modus arguendi in quo ex ſimilitudine aliquaꝝ proportionū īfert̄ ſimilitudo proportionis aggregati ex añte ⁊ ꝯñte vnius illarū ad añs eiuſdē cū ꝓportione aggregati ex añte ⁊ ꝯñte alterius ad ſuū añs vel vbi ediuerſo arguitur

Euerſa ꝓportionalitas duplex eſt q̄dā ꝯiuncta ⁊ q̄dā diſiūcta

33 Euerſa proportionalitas Coniuncta Eſt modus arguēdi in quo ex ſimilitudine aliquaꝝ ꝓportionū infertur ſimilitudo ꝓportionis aggregati ex añte ⁊ ꝯñte vnius illarum ad añs eiuſdem cum proportione aggregati ex añte ⁊ ꝯñte alterius ad antecedēs ſuum.

34 **Euerſa proportionalitas diſiuncta Eſt modus arguendi in** quo e diuerſo ad pportionalitatē euerſā ꝯiunctā arguitur vt puta vbi infert ſimilitudo aliquarum pportionū ex ſimilitudine proportionis aggregati ex antecedente ⁊ conſequente vnius illarum ad añs eiuſdem cū proportione aggregati ex antecedente ⁊ conſequente alterius ad antecedens eiuſdem.

35 **Equa proportionalitas eſt modus arguendi in quo ex ſimili**tudine aliquarum pportionum proprie vel iproprie ꝯtinuatarum cū totidē alijs eodē mō ꝯtinuatis directe vel idirecte repta infert ſimilitudo pportionis pmi añtis vnius illarum ꝯtinuationū ad vltimū ꝯñs eiuſdem cum proportione pmi añtis alterius continuationis ad vltimum conſequens eiuſdem.

Duplex eſt pportionalitas equa q̄dā directa et q̄dā idirecta.

36 **Directa proportionalitas Equa eſt modus arguendi vbi ex** ſimilitudine aliquarum proportionū pprie vel improprie ꝯtinuatarum cum totidem alijs ſimiliter continuatis directe reperta infertur ſimilitudo proportionis primi antecedētis vnius illarum continuationum ad vltimū ꝯñs eiuſdem cum proportione primi antecedētis alterius ad vltimū ꝯñs eiuſdem

37 **Indirecta proportionalitas equa Eſt modus arguēdi vbi ex** ſimilitudine aliquarum proportionum proprie vel improprie ꝯtinuatarum cum totidē alijs ſimiliter ꝯtinuatis indirecte reperta infertur ſimilitudo pportionis pmi antecedentis vnius illarū ꝯtinuationū ad vltimū ꝯñs eiuſdem cū proportione pmi antecedētis alterius ad vltimum conſequens eiuſdem.

Circa predictas diffinitiones vt clare earū intellectio appareat aliqua ſuccincte tangam.

Pro prima igitur diffinitione eſt aduertēdum. Primo q loquēdo ſicut in pposito illa dicūtur ꝯparari in aliquo q̄ ſic ſe hñt q illud ꝯuenit ambobus equalit vel inequaliter ita q dicuntur equalia vel inequalia quo ad illud pprie vel improprie vel vnum maius ⁊ alterū minus. Et ppterea nō repugnaret diffinitioni eſto q ponatur in ea illa pticula ꝯparatorū pter operationem intellectus aliquā ponere proportionē iter aliqua de hoc tñ nō eſt multū curandum Eſt vltra aduertēdū q ſicut cōiter ſolet dici ly pportio pōt capi ſtricte ⁊ pōt capi cōiter. Stricte capiēdo pportio ſolū repitur iter q̄titates eiuſdē gñis ſubalterni vt puta quarum q̄l; ē ꝯtinua vl̄ q̄l; diſcreta ipſis ꝯpatis q̄ ad eq̄litatē vl̄ ieq̄litatē pprie dictā vt puta ſcd; aliquā dimēſionē vel ſcd; multitudinē q: ſolū reperitur iter illa q̄ proprie dicūtur equalia vel quorū vnū dr altero maius aut minus Et ſolū tales q̄titates taliter ꝯparate ita ſe hñt Numerus eñ nō dr maior aut minor q̄titate ꝯtinua nec illi eq̄lis maxime ſcd̄m mathematicorum imaginationē pcedēdo ⁊ propter hoc ēt eſto q due q̄titates ꝯtinue in actiuitate reſiſtentia aut itenſione aut alio huiuſmodi ꝯparentur nō ꝯuenit proportio proprie dicta. Et hoc modo capiendo ſolet ſic diffiniri. Proportio eſt duarum q̄titatū eiuſdē gñis hītudo. Que diffinitio ſic poterit iuxta dicta itelligi. Eſt duarum q̄titatū eiuſdē gñis i aliqua rōne q̄titatis vtrique ꝯuenienti ꝯparatarum hītudo. Aliqui adderēt i iſta diffinitione vbi dr eiuſdē gñis ly ppinqui hoc forte ad ſecludendū lineā ⁊ ſuperficiē hoc tñ nō oportet ymo ſi ꝯparentur quo ad lōgitudinē ꝯueniet pportio pprie dicta Et eſto q nō ita eſſet nō oporteret illud addere ymo nec oporteret addere ly eiuſdē gñis q: ſi aliqua q̄cūque fuerint poſſint ꝯparari i aliquo taliter ſicut dictū eſt iter illa repietur pportio pprie ſūpta ⁊ non aliter ppterea igitur ſine illa: diffinitio eſſet bona q: tñ ꝯmuniter ſolet addi/ poſita eſt illa pticula i diffinitione in pposito oē q̄tū extēſū ſiue q̄titas ꝯtinua poneretur diſtincta a re q̄ta ſiue nō reputatur q̄titas. Occurrit ibi difficultas Utrū nūerus ad vnitatē ſit pportio pprie dicta q: ſcd̄m diffinitionē datā videtur q nō ſ; de hoc nō eſt multū curandū ſiue dicatur q ſic ſiue dicatur q nō. Si tñ diceretur q ſic facile poſſēt dicta ſaluari. Euclides. 5. Ele. diffinitione. 3. ſic diffinit proportionē. Proportio eſt duarum q̄titatecūque ſint eiuſdē gñis q̄titatū vnius ad alterā hītudo. Et videtur illa pcedere de pportione hoc mō capiēdo Cāpanus tñ videtur velle q diffinitio illa procedat de proportiōe ꝯmuniter ſūpta ⁊ propterea vbi dr duarum q̄titatū itelligēdū eſt duorum aliquo mō hñtium rōnem q̄titatis. Et dicūtur illa aliquo mō hr̄e rōne; q̄titatis q̄ aliquo mō dicūtur equalia vel iequalia vt puta pprie vel iproprie vl̄ quorū vnū pprie vel iproprie dr altero maius vl̄ minus nō tñ multū refert ſic vel ſic dicere i illa pma diffinitione data nō ita ſtricte de pportione pcedimus. Alio mō capitur ly pportio ꝯmuniter. ⁊ ad hoc q inter aliqua ſit pportio hoc mō ſatis eſt q ꝯparentur i aliquo qd̄ vtrique ꝯueniat ⁊ q dicantur equalia pprie vel iproprie quo ad illud aut vnū altero maius aut minus ⁊ ita procedit diffinitio pma aliq diffinientes illū terminū ꝯmuniter ſūptū addūt ly vniuoco vbi dr ꝯparatorum i aliquo ⁊ cā illius apud eos eſt q: licet ſtilus dicatur acutus ſimiliter ⁊ vox q: tñ acuties nō dr vniuoce de voce ⁊ de ſtillo ideo ſtillus ⁊ vox nō ꝯparantur inuicē i acutie ſed ex hoc q ipſi dicūt apparet q pticula illa ſuperflue additur q: quicq̄d ſecluditur p illā pticulā ſecluditur p ly ꝯparatorum i aliquo q: illa nō ꝯparantur i illo vt expſſe ipſi dicūt ⁊ quicq̄d ſit ex primo notabili poſito in principio patet etiam quod non oportet illam pticulam in illa diffinitione addere. Prima igitur diffinitio de proportione hoc modo ſumpta procedit et ex predictis clara eſt intellecto qualiter aliqua dicantur improprie equalia vel vnum altero maius aut minus. Unde illa dicuntur improprie equalia vel vnum altero maius vel minus que non quo ad aliquā dimēſionē vel ſecundum multitudinem dicūtur equalia vel vnum altero maius aut minus: ſed quo ad aliquid aliud vt puta quo ad intenſionem quia ſunt equaliter intenſa vel vnū intenſius alio vel quo ad actiuitatē

aut reſiſtentiam aut aliquo alio modo huiuſmodi ⁊ hoc modo attribuitur equalitas proportionibus Similiter maioritas minoritas que nõ proprie eis attribui poſſunt ex quo non ſunt ꝗtitates: ſed attribuitur equalitas ipſis propter rationem que tangitur in quinta decima diffinitione et maioritas ⁊ minoritas propter rationes tangendas in alijs duabus ſequentibus.

Circa ſecundam ⁊ tertiam diffinitiones non eſt difficultas aliqua ex ipſis tamẽ apparet ꝙ in ꝓportione maioris inequalitatis terminus maior eſt antecedens ⁊ minor conſequens in proportione autem minoris inequalitatis econuerſo i proportione autem equalitatis terminus ille qui ad alium comparatur dicitur antecedens.

Circa quartam .ſextam .ſeptimam ⁊ octauam diffinitiones Eſt aduertendum ꝙ illic proceditur de equalitate ⁊ inequalitate: maioritate ⁊ minoritate ſicut in prima diffinitione. Capiũtur etiam illi termini omnes large ſicut ly ꝓportio in diffinitione pͥma. Eſt vltra aduertendũ ꝙ alia proportio prouenit ex ꝯparatione alicuius maioris ad aliquod minus eo ⁊ ex ꝯparatione eiuſdem minoris ad idem maius quẽadmodum de relationibus ſcđm viam realium cõtingit. Utrum tñ proportionabiliter alia ꝓportio equalitatis proueniat ex ꝯparatione a ad b ꝗ̃ ex ꝯparatione b ad a ſuppoſita equalitate a ad b de hoc non eſt cura in propoſito quicqd tamen ſit tales proportiones eſſent eiuſdẽ rationis ſimiles ⁊ equales ꝙ non contingeret vbi illi termini eſſent inequales prout ex ſequentibus apparebit. His ſuppoſitis diffinitiones ille ſunt omnes faciliime.

Circa nonam Eſt aduertendum ꝙ addĩ in ipſa ly que ẽ eiuſdẽ rationis eſt ea ad denotandum ꝙ nulla proportio maioris inequalitatis eſt pars ꝓportionis minoris inequalitatis nec econuerſo nec aliqua equalitatis eſt ꝑs ꝓportionis inequalitatis aut econuerſo ratio huius in expoſitione .17. diffinitionis apparebit ⁊ ꝓpterea nulla cõponitur ex aliqua ꝓportione aut ex aliquibus niſi oẽs ſint eiuſdẽ rationis. Et ad illud quod poſſet ꝯtra hoc afferri qꝛ Euclides ⁊ Iordanus videntur imaginari oppoſitum de hoc inferius fiet mẽtio hoc itellecto diffinitio eſt clara ⁊ exemplũ pͥme partis pꝫ de ꝓportione ſex ad quiꝗ reſpectu proportionis octo ad quatuor. Scđe aũt pꝫ exemplũ tam de ꝓportione .8. ad .6. ꝗ̃ de ꝓportione .6. ad .4. reſpectu ꝓportionis .8. ad .4. Et ſimilr imaginãdũ eſt proportionẽ .4. ad .6. eſſe ꝑtem ꝓportionis .4. ad .8. ⁊ ita i alijs ꝓportionibus minoris inequalitatis: qꝛ eſto ꝙ cõmuniter imaginãtur loquẽtes in materia proportionũ .4. ad .6. maiorem eſſe ꝓportione .4. ad .8. hoc tñ non repugnat illi qꝛ ſaluabitur ꝑ hoc ꝙ ꝓportio minoris inequalitatis ponetur tanꝗ̃ terminus ꝓuatiuus. Proportio aũt maioris inequalitatis tanꝗ̃ poſitiuus quẽadmodum de itenſione et remiſſione contigit ſicut ſtatim tangeẽ ⁊ ideo quẽadmodũ ꝑs remiſſionis eſt maior remiſſio ꝗ̃ tota remiſſio ita nõ icõueniet ꝙ ꝑs proportionis minoris inequalitatis ſit maior proportio minoris inequalitatis et maior proportio quam tota proportio minoris inequalitatis cuius eſt pars. Ex iſta diffinitione apparet eiudẽ ꝙ nulla ꝓportio eſt ꝑs ꝓportionis eq̃litatis nec aliꝗ̃ eq̃litatis ex aliqbꝰ ꝯpoĩt

Circa decimam diffinitionẽ Eſt aduertendũ ꝙ ꝓpter ꝯſimilem cauſaꝫ ſicut i precedẽti additur in ea illa ꝑticula ſcꝫ eiuſdẽ rõnis nulle eñ proportiones diuerſarũ rõnum communicant. Et ex his apparet pͥmo ꝙ nulle proportiones diuerſarũ rõnum eandẽ ꝯſtituũt nec ſũt partes eiuſdẽ. Patꝫ ſcđo ꝙ hec ꝯña non valet: iſte ꝓportiones ꝯmunicant i aliquo termino: ergo ꝯmunicãt ymo demonſtratis ꝓportionibus eiuſdẽ rõnis ꝯña nõ valeret: pꝫ hoc de ꝓportione .8. ad .4. ⁊ .4. ad .2. Patꝫ vltra qđ ad hoc ꝙ aliqua ꝓportio cũ aliqua ꝯmunicet nõ reqͥrit ꝙ aliqͥs terminꝰ eius iter terminos illius itercipiatur. Patꝫ de qualꝫ ꝓportione totali reſpectu ꝑtis eius ſed ſatis eſt dum fuerit eiuſdem rõnis ꝙ vnus terminus alterius iter termĩos eius itercipiatur ⁊ ꝓpterea i illa diffinitione additur vltima particula ſub diſiunctione. Patꝫ vltra ex hꝭ ꝙ ſi teneatur ꝓportionem nũeri binarij ad vnitatem eſſe indiuiſibilẽ ad hoc ꝙ alique ꝓportiones ꝯmunicent nõ requiretur ꝙ eadẽ ꝓportio ſit vtriuſꝗ ꝑs qꝛ proportio idiuiſibilis cõmunicat cum diuiſibili ſed ſufficiet illud ꝙ dictũ eſt vbi tamen alique communicarent ⁊ non ſe haberent ſicut totum ⁊ pars oporteret ꝙ eadem eſſet vtriuſꝗ pars ymo ⁊ ꝙ cuiuſlibet illarum vnus terminus inter terminos alterius interciperetur. Patet vltra ꝙ nulla proportio equalitatis cum aliqua communicare poteſt.

Circa vndecimam diffinitionẽ ⁊ alias tres ſequẽtes eſt Aduertendum ꝙ ſecundum Euclidem 7. Elementorum diffinitione .17. Proportio minoris nũeri ad maiorem eſt talis vel talis ſecundum ꝙ minor nũerus eſt tota ꝑs aliquota, vel tote partes aliquote maioris. ⁊ hoc voluit dicere cum dixit in dicta diffinitione, numeri ad numerũ dicitur proportio, minoris quidem ad maiorem in eo ꝙ eſt maioris pars aut partes: maioris vero ad minorẽ, ſecundum ꝙ eum continet ⁊ eius partẽ vel partes. ⁊ hoc idem habet Iordanus in principio .2. elementorum ſue ariſmetice diffinitione ſcđa. ⁊ ſcđm Euclidẽ diffinitione vigeſima eiuſdẽ .7. denominatio ꝓportionis minoris numeri ad maiorẽ, eſt pars vel partes illius minoris q̃ in maiori ſunt: maioris autem ad minorem, totum vel totũ ⁊ pars vel partes, prout maior ſuperfluit. quod Iordanus parũ clarius tangit diffinitione ſeptima eiuſdem ſcđi, vbi dicit, denominatio dr̃ ꝓportionis, minoris quidẽ ad maiorẽ, pars vel partes quota vel quote illius fuerint: maioris aũt ad minorem, numerus ſecundum quẽ eum continet, ⁊ pars aut partes minoris que in maiori ſuperfluũt. ⁊ habet vltra Euclides diffinitione .22. ꝙ ille proportiones dicuntur ſimiles, q̃ eandem recipiũt denoiationem: illa aũt dr̃ maior q̃ maiorẽ hꝫ denoiationem ⁊ q̃ minorẽ, minor. ⁊ idẽ hꝫ Iordanus vltima diffinitione eiuſdẽ ſcđi. ⁊ ad ſaluãdũ ea q̃ ipſi imaginãtur, puta ꝙ q̃to ꝓportio aliqua maioris inequalitatis eſt maior, tãto ꝓportio minoris inequalitatis i eiſdẽ terminis reꝑta eſt minor: Opꝫ iſta itelligere hoc mõ. vcꝫ ꝙ denoiatio ꝓportiõis minoris nũeri ad maiorẽ, eſt ꝑs aliq̃ta maioris, q̃ta ille minor eſt illius maioris, ſi fuerit ꝑs aliquota eius: vel ſi nõ, erit ꝑs ⁊ tote ꝑtes

aliquote maioris,quot et quote ille minor eſt illius maioris.Si enim minor numerus ſit ſubduplus
ad maiorem,denoīatio talis proportionis erit ſecūda pars aliquota,vel medietas.Si aūt fuerit ſubtri
plus,denominatio erit tertia pars aliquota.⁊ ſic ↄſr in alijs.Et vbi minor nō eſſet pars aliquota,ſed
eſſet ſubſexquialter ad maiorem,denominatio talis proportionis eſſet due tertie:quia minor tunc eſt
due tertie maioris.⁊ vbi eſſet ſubſexquitertius,denoīatio eſſet tres quarte.nec imaginandū ē,ꝙ ſub-
ſexquialtera denominetur a medietate,vel a ſecūda parte aliquota.⁊ ſubſexquitertia a tertia parte:
qꝛ tūc maior eſſet denoīatio ſubſexqaltere ꝙ̄ ſubſexqtertie.⁊ ꝑ ↄ̄ñs ſubſexqaltera eſſet maior ſubſexq
tertia,quod intentioni eorum expreſſe contrauenit. Propterea igitur oportet dicere ſicut dictum eſt.
quare proportio ſubſexqaltera rectius diffiniretur iſto modo,eſt habitudo minoris ad maius cuius
maioris illud minus eſt due tertie,ꝙ̄ eo modo quo communiter ſolet diffiniri.Sic ſcꝫ,Eſt habitudo
minoris ad maius continēs ipſum minus preciſe ſemel ⁊ medietatem eius.⁊ proportionabiliter poſ-
ſet dici de diffiniendis alijs ſpeciebus ſpecialiſſimis proportionis minoris īequalitatis.nec valeret
forte dicere,ꝙ ex quo ſcd̄a pars aliquota denominatur a nūero binario,⁊ tertia a ternario,quod ſub-
ſexqaltera denoīabitur a ſcd̄a parte aliquota ⁊ ex ↄ̄ñti a binario,⁊ ſubſexquitertia a tertia parte ali
quota,⁊ ex ↄ̄ñti a ternario.⁊ ſic denoīatio ſubſexquitertie maior eſſet:qꝛ tunc ꝑ idem denoīatio ſexq
tertie maior eſſet ꝙ̄ denoīatio ſeſqaltere.⁊ per ↄ̄ñs ſeſquitertia maior ſeſqaltera:quod eſt manifeſte
falſum.ꝓpterea opꝫ dicere ſicut dictum eſt,ꝙ inter iſtas denoīationes taliū ꝓportionum minoris in-
equalitatis,illa dicet̄ aliqua altera maior ex eo:qꝛ dato eodē hn̄te talem ꝑtem aliquotam vel tales ꝑ
tes aliquotas,a qua vel qbus vna illarū denominatur:⁊ ſimiliter talem vel tales a qua vel qbus alia
denoīat̄:maior ꝑs illi⁹ reſultat ex illa vel illis a q̄ vel qb⁹ illa denoīat̄,ꝙ̄ ex illa vł illis a q̄ vł qb⁹ alia
denoīat̄.⁊ qꝛ.ȝ. ꝑte alicui⁹ maiorē ꝑtē ↄſtituūt ꝙ̄ due ꝑtie eiuſdē,ꝓpterea deniatio ſubſexquitertie di
cetur maior ꝙ̄ denominatio ſubſexquialtere.⁊ proportionabiliter in alijs dicendum eſt.⁊ per hoc fa-
cile poteſt iudicari inter quaſcumqꝫ duas ꝓportiones minorum numerorum ad maiores,cuius deno-
minatio eſt maior.Et ſi occurrat ibi difficultas circa illud quod hic preſupponitur,de inuentione nu-
meri qui habeat talem partem aliquotam vel tales a qua vel quibus vna illarum denominatur,ſimi-
liter ⁊ reliqua:ſecundum correlarium.12.ꝑmi docet talis nūeri inuentionem.⁊ per hoc facile pote-
rit iudicari de quibuſcūqꝫ duabus proportionibus minoris inequalitatis ī numeris reperibilibus,cu
ius illarum denominatio ſit maior,⁊ ex conſequenti que earuꝫ ſit altera maior.Sed quo ad ꝓportio-
nes maiorum numerorum ad minores,voluit dicere ꝙ denoīatio proportionis maioris numeri ad mi-
norem,eſt numerus ſcd̄m quem maior continet minorem:⁊ hoc ſi pluries adequate ↄtineat.vel nume
rus ſcd̄m quem eū continet,⁊ pars aliquota vel partes aliquote quaꝫ vel quas vltra ↄtinet.⁊ ibi ſub
numero vnitas ↄprehenditur ꝓpter proportiones ſuperparticulares ⁊ ſuperpartientes.Et prop-
terea denominatio proportionis numeri dupli ad ſuū ſubduplum,erit nūerus binarius.⁊ tripli ad ſub
triplum,ternarius.⁊ ita in alijs multiplicibus.⁊ denominatio ꝓportionis ſeſquialtere,eſt vnitas cum
ſecunda parte aliquota.⁊ ſeſqtertie,vnitas cum tertia parte aliquota:⁊ ita de alijs.⁊ in hijs dicetur
denoīatio alicuius maior,ex eo qꝛ ille numerus q̄ ſe ſolo vel cum parte aliquota vel partibus aliquo-
tis eſt denominatio illius,maior ē illo numero qui ſe ſolo vel cū parte aliquota vel partibus aliquotis
eſt denominatio alterius.vel qꝛ aliquis numerus ſumptus ſecundum illum numerum cum parte ali-
quota vel ꝑtibus aliquotis eius que ſūt denominatio illius,maiorem nūerū ↄſtituūt,ꝙ̄ ipſemet ſūpt⁹
ſecundū numerum cū parte aliquota vel partibus aliquotis ipſius q̄ ſunt denoīatio alterius.⁊ prop
terea denoīatio ſeſqaltere maior eſt denoīatione ſeſqtertie:qꝛ dato nūero hn̄te ſcd̄am partē aliquo-
tam;ſimiliter ⁊ tertiā:ipſe ſemel ſumptus cū ſua ſcd̄a parte aliquota,maiorem nūerum reddit,ꝙ̄ ipſe
ſemel ſumptus cū ſua tertia.⁊ ꝑ idem denominatio dupleſupbipartiētis tertias,maior eſt denoīatiōe
duple ſuptripartiētis quītas:qꝛ dato numero hn̄te tertias ⁊ quītas,ille bis ſumptus cū duabus tertijs
eius maiorē numerum ↄſtituunt,ꝙ̄ ille bis ſumptus cū tribus quintis.⁊ proportionabiliter ī qbuſcū
qꝫ alijs ſpēbus.Et ex hijs manifeſte conſtat,ꝙ ſi duo numeri inequales ad eundem maiorem compa-
rentur,denominatio proportionis maioris ad illum maior erit denominatione proportionis mino-
ris ad illum:⁊ denominatio proportionis illius ad minorem maior erit denominatione proportionis il
lius ad maiorem.hoc manifeſte ſeqtur ex fundamento huius modi dicendi,nec aliqua eget demon-
ſtratione.⁊ pariforma conſtat ꝙ ſi duo inequales ad eundem minorē ipſis comparentur,denomina-
tio proportionis maioris ad illum maior erit denominatione proportionis minoris ad illum.⁊ deno
minatio ꝓportionis illius ad minoreꝫ maior erit denominatione proportionis illius ad maiorē.hoc
apparet ex modo cognoſcendi tacto ad cognoſcendū maioritatem aut minoritatem denoīationū ſe-
cundum iſtum modum dicēdi,nec aliqua alia idiget demonſtratione.Et ex his manifeſte poteſt ap-
parere modus procedendi ad cognoſcendum de quibuſcumqꝫ duabus ꝓportionib⁹ maioris inequa-
litatis in numeris reperibilib⁹,cuius illarū denominatio ſit maior.capitis em̄ illis,quarū vna ſit a
ad b/⁊ alia ſit c ad d/ inueniatur ꝑ ſcd̄m correlarium.12.ꝑmi numerus habens ſimiles partes ali-
quotas ſicut habet b,ſimiliter ⁊ ſicut habet d,Si b d habeāt partes aliquotas:ita ꝙ nullus illaruꝫ
b d habeat partem aliquotam qui ille iuentus habeat ſimilem partem aliquotaꝫ:⁊ ſit ille e:Conſtat
tūc,ꝙ poterit dari aliqs nūer⁹,cu⁹ e erit tota ꝑs aliq̄ta aut tot ſimiles ꝑtes aliq̄te ſicut b reſpectu
a:qꝛ ſi b ſit ꝑs aliquota a,nō ē q̄ſtio:⁊ ſi ſit ꝑtes aliq̄te,capta ſimili ꝑte aliq̄ta i e ſicut vna illaꝝ ē reſ-
pectu b,⁊ capto nūero q̄ ſit eq̄ mł̄tiplex ad illā ſicut a ē ad illā b,erit e tota ꝑs aliq̄ta aut tot ſimiles
ꝑtes aliquote illius ſicut b reſpectu a.Sit ergo ille f,⁊ per idē poterit dari aliqs nūerus cuius e ſit to
ta pars aliquota aut tot ſimiles partes aliquote ſicut d eſt reſpectu c.Sit ergo ille g erit tunc f ad e

ea proportio q̄ a ad b, et g ad e que e ad d. Si igitur f ſit maior g, denominatio ꝓportionis f ad e ma-
ior erit q̄ denominatio ꝓportionis g ad e. Et ex ↄ̄ſiti denominatio proportionis a ad b maior denoia-
tione ꝓportionis e ad d. Et ſi f ſit minor g, erit minor, ⁊ ſi eq̄lis, equalis. Et ita in quibuſcū℥ numeris
poterit procedi. Si aūt alter illoꝝ b d non habeat partē aliquotā: ſed ſit vnitas, crūe facilius oſtēdet
ꝓpoſitū. ſuppoſito ei ꝙ b ſit vnitas, capiā e nūerū ſe hñtem ad d ſicut a ad vnitatem, ita ꝙ ſi a ſit vni-
tas, e ſit equalis d: ⁊ ſi maior vnitate, e ſit eq̄ multiplex ad d ſicut a ad vnitatē. Et tunc manifeſtiſſime
apparebit quod q̄rimus. Eſt vltra aduertendum ꝙ de ꝓportione equalitatis nullā faciunt mentio-
nem: nūeros enim equales ꝓ eodē reputant: imaginātur tamen ꝙ ex quo quelibet proportio maioris
inequalitatis ab aliquo toto nūero aut a toto cum parte aliquota vel ꝑtibus aliquotis denominatur,
⁊ quelibꝫ ꝓportio minoris inequalitatis a parte aliquota vel ꝑtibus aliquotis: ⁊ q: oē totū quacū℥ ꝑ
te ſua aliquota eſt maius, ſimiliter ⁊ quacū℥ parte eius cōpoſita ex partibus aliquotis eiuſdem: pro
pterea cuiuſcū℥ proportionis maioris inequalitatis denoīatio cuiuſcū℥ minoris inequalitatis de-
nominatione eſt maior. ⁊ ex ↄ̄ſiti ꝙ q̄libet maioris inequalitatis quacū℥ minoris inequalitatis ſit ma
ior. ⁊ hoc tenendū eſt ſcd̄m eos pro fundamento. ⁊ per idē faciēdo mentionem de proportione equali-
tatis, ſicut tāgit Nicolaus horen in principio ſuaꝝ proportionum, q̄libꝫ proportio maioris inequalita-
tis quacū℥ equalitatis eſt maior: ⁊ q̄libet ꝓportio equalitatis quacū℥ minoris inequalitatis eſt ma
ior: ⁊ conformiter loquendo poſſet dici ꝙ ꝓportio equalitatis denominatur ab vno vel vnitate, ⁊ pro-
pterea eſſet minor denominatione ꝓportionis maioris inequalitatis, ⁊ eſſet maior denominatione ꝓ
portionis minoris inequalitatis: q: vnū quod℥ maius eſt ſua ꝑte aliquota, ſimiliter et ꝑte eius com-
poſita ex partibus aliquotis euſdē. Sic igitur ꝓcedendo, euidenter apparet eorum intētio. ſed ita di-
cendo, oſtenditur modus cognoſcēdi q̄ ꝓportio ſit alia maior in nūeris. pari forma in quibuſcū℥ aliis,
dūmodo tales fuerint rationales. non tñ apparet modus pro irrationalibus, per quē poſſit cognoſci
quare vna dicatur altera maior vel illi equalis, in quo non ꝑua difficultas eſt. q: igit̄ in ſequētibus cō-
cluſiones in quibuſcū℥ ꝓportionibus demonſtrare intēdo, alium modum dicendi tangā, per quē vni
uerſalit̄ poterunt hec oīa tam in proportionibus irrationalibus, q̄ rōnalibus cognoſci, et facilius. Et
illo modo loquēdo poterunt ↄcluſiones ponende demonſtrari. non tñ erit ꝓpterea diſcrepantia in cō-
cluſionibus ponēdis. queciū℥ eñ que verificātur dicendo ſcd̄m eorū modum dicēdi explanatū, veri-
ficabuntur etiā iſto modo dicendo: ⁊ econuerſo: ſaltem ſi nō ſit diſcrepātio quo ad hoc, ꝙ inferius tāge
tur de ↄparatiōe ꝓportionū diuerſaꝝ rōnū. Hiis tñ nō obſtantibus: q: intentiones predictoꝝ docto-
rum nō ſatis clare ex verbis ipſoꝝ apparent, volui hec tāgere, vt intentio eorum quo ad hec clare ap
pareret: ⁊ q: etiā illud p̄ſupponemus in ſequentibus eſſe veruꝫ quod de denoīationibus ꝓportionū
numeroꝝ tam maioris inequalitatis: q̄ minoris inequalitatis ſcd̄m intentionem eorum dictum eſt, vt
puta ꝙ taliter vel taliter denoīatio ꝓueniat, hoc eñ nō ↄtrauenit modo dicēdi quē īſecuturi ſumus, ⁊
ad alia dicēda poterit ↄferre, ⁊ ſignant ꝓ demōſtrationib⁹ tāgēdis in. 10, hec oīa ſupponenda ſunt.

Sed anteq̄ ad modum dicendi quē inſecuturi ſumus deueniamus tangā principia que Eu-
clides. 5. elemētoruꝫ habet ad cognoſcendū que ꝓportiones ſint equales ⁊ que
inequales. Et inequaliuꝫ q̄ ſit maior ⁊ que minor. Pro illo igitur eſt aduertendum, ꝙ ſcd̄m ipſū Eu
clidem. 5. elemētorum diffinitione. 6, captis. 4. terminis, ⁊ captis eq̄ multiplicibus ad primū ⁊ ter-
tium illorum, ⁊ captis eq̄ multiplicibus ad ſcd̄m ⁊ quartum: ſi ita ſe habeant talia multiplicia, ꝙ ſi ta-
le multiplex ꝑmi addat ſupra tale ſcdī, illud tale multiplex tertij addet ſupra illud quarti: ⁊ ſi minuit,
minuit: ⁊ ſi equat, equat: Tunc ꝓportio primi ad ſcd̄m erit que tertij ad quartum. Et ſi ꝑmi ad ſcd̄m
fuerit ea ꝓportio q̄ tertij ad quartū, illa multiplicia talit̄ ſe debebunt habere. Ita ꝙ in effectu ꝑ illaꝫ
diffinitionem nō aliud vult dicere, q̄ hoc. ſcꝫ ꝙ ad hoc ꝙ alique proportiones ſint equales, requiritur
⁊ ſufficit ꝙ captis eq̄ multiplicibus ad antecedentia ipſaruꝫ ex vna ꝑte, ⁊ captis eque multiplicibus
ad ↄſequentia ipſaꝝ ex altera: ſi tale multiplex antecedentis vnius illaꝝ addat ſupra tale ↄſequētis,
illius tale multiplex antecedētis alterius addet ſupra tale cōſequētis ipſius: ⁊ ſi minuit, minuit: ⁊ ſi
equat, equat. ⁊ poterunt ex hoc facile diffiniri ꝓportiones equales ſcd̄m ipſum. Et ſcd̄m ipſum diffi-
nitione. 8. quīta, Si capiant̄ quatuor termini, ⁊ captis eque multiplicibus ad ꝑmum ⁊ tertium, ſimilit̄
⁊ captis eque multiplicibus ad ſcd̄m ⁊ quartū: ⁊ tale multiplex primi addat ſupra tale ſecundi, ⁊ tale
tertij nō addat ſupra tale quarti: tunc ꝓportio ꝑmi ad ſcd̄m erit maior q̄ tertij ad quartum. ita q̄ in ef
fectu ꝑ illam diffinitionē non aliud vult dicere, q̄ ꝙ ad hoc, ꝙ aliqua ꝓportio ſit altera maior, requi-
ritur ⁊ ſufficit ꝙ poſſit dari aliquod multiplex antecedentis illius quod addat ſupra aliq̄d multiplex
ↄſītis ipſius, ⁊ eque multiplex antecedentis alterius ſicut eſt illud antecedētis illius nō addat ſupra
eque multiplex ↄſequentis ipſius ſicut eſt illud ↄſequentis illius. Et ex hoc etiā ſatis cōſtat quid re-
quiratur ⁊ ſufficiat ad hoc ꝙ aliqua ꝓportio ſit altera minor. Hec igitur ſūt fūdamēta ipſius in hac
materia. q̄ multis valde remota a ſenſu videntur, ⁊ nō ſatis nota vt ꝓ principijs in hac materia ſuman-
tur. ymo ſicut manifeſte apparet, multas ↄcluſiones ex his principijs demonſtrat Euclides in. 5, q̄ lō
ge faciliores ſunt his principijs. Et ꝓpterea aliqui niſi ſūt hec principia demōſtrare, ſicut Campa-
nus allegat in fine expoſitionis diffinitionū. 5. de Hameto filio Joſephi, qui in ſua epl'a quā facit de
ꝓportione ⁊ ꝓportionabilitate, tentauit ea demonſtrare. Errauit tñ, ſicut Cāpanus ipſe dicit, in mul
tis: ⁊ ſignāter in hoc, ꝙ in demonſtratione quā nititur facere, p̄ſupponit aliquas ꝓportiones eſſe eq̄-
les, quod nō ↄſtat. Et non oſtendit etiā quare alique debeant dici equales: quod neceſſariū eſſet. Nos
tñ in ſequentibus hec principia demōſtrabimus: ⁊ alia principia, que faciliima ſūt, aſſumemus ad oſtē
dendū q̄d req̄rat̄ ⁊ ſufficiat ad hoc ꝙ alique ꝓportiones ſint equales, ⁊ q̄d ad hoc ꝙ aliq̄ ſint inequa-

les,⁊ quid ad hoc ꝙ aliqua ſit altera maior. Si forte tñ non tantũ placeant hec principia,ſicut illa Eu
clidis:poterunt ꝯcluſiones huius ſcḋi,que ex his principijs immediate ꝓbãt,et principijs Euclidis
facile demõſtrari:⁊ in fine huius ſcḋi illas demõſtrabo per illa principia Euclidis,vt vnuſquiſq; poſ
ſit eligere modum demonſtrandi qui magis placebit.

Pro iſto igitur modo dicendi quẽ inſecuturi ſumus,eſt aduertẽdum,ꝙ equalitas et inequalitas,
maioritas aut minoritas ꝓportionũ eiuſdem rationis,per equalitatem antecedentium
cum ꝯſequentibus,aut per equalitatẽ ꝯtinentie terminoꝝ minorum in maioribus,aut penes maiorita
tem aut minoritatem talis ꝯtinentie attendẽda eſt,ſicut ex .15. diffinitione ⁊ alijs duabus ſequentib⁹
apparebit. Pro illo igiť opʒ cognoſcere,quare aliqua cõtinentia alicui alteri dicatur equalis,aut ea
maior vel minor. Et quia hoc nõ poteſt clarius cognoſci,ꝙ̄ habẽdo recurſum ad ſimiles ꝑtes aliquo=
tas ꝯtentorum,eo modo quo in his diffinitionibus ꝓceditur:⁊ frequẽter in numeris aut in alijs ter=
minis danť duo minores ꝯtenti in maioribus,⁊ nullus illorum habet similẽ ꝑtem aliquotam ſicut ali=
us:⁊ in quãtitatibus ꝯtinuis non poteſt illud ꝯtingere:oportebit ad cognoſcendum ꝯtinentias nũero=
rum in numeris,aut alioꝝ terminorum in alijs,eſſe equales vel inequales,habere recurſũ ad ꝯtinen=
tias equales illis in ꝯtinuis repertas:⁊ ſcḋm eorum exigẽtiam iudicandum erit. Et propterea p̄mit=
titur illa .11. diffinitio,⁊ additur poſtea .14. ,vt per ꝯtinentias q̄titatum ꝯtinuarum in q̄titatibus cõ=
tinuis,in quibuſcũq; alijs poſſimus iudicare de equalitate aut inequalitate ꝯtinẽtiarũ. Et ex .12. ⁊
13. diffinitionibus apparet,datis duabus ꝯtinẽtijs in q̄titatibus ꝯtinuis repertis,ſi ille ſint inequa=
les,quare vna earũ dicatur maior ⁊ reliqua minor:⁊ ſi ſint equales,quare dicanť equales. Hic tñ eſt
ſupponendũ vnum,vʒ ꝙ vbi duo ꝯtinerentur in alijs duobus,⁊ quoliʒ illoꝝ eẽt diuiſibile in ſẽper diui=
ſibilia:nõ eſſet neceſſarium ad ꝯgnoſcendum an ille ꝯtinẽtie ſint equales vel inequales inter ſe,habe
re recurſum ad ꝯtinentias q̄titatum continuarum in q̄titatibus continuis. Sed in illis poterit iudi=
cari conſimiliter ſicut de duabus repertis in quantitatibus continuis:q: nullum illoꝝ ꝯtentorum ha
bebit ꝑtem aliquotam,q̄n aliud similẽ habeat partem aliquotã:ſed in nũeris ⁊ in alijs non ſe haben=
tibus ſic,quo ad illud,ſicut q̄titates ꝯtinue,neceſſarium eſſet ad cognoſcendũ illud,habere recurſum
ad ꝯtinentias q̄titatum ꝯtinuarum in ꝯtinuis. Per illam tñ primã diffinitionẽ apparet de quibuſcũ=
q; duabus continẽtijs repertis in alijs a cõtinuis,ſiue ille ſint in numeris ſiue in alijs,quare ſint eq̄=
les duabus continẽtijs repertis in q̄titatibus ꝯtinuis. Hic tñ ſupponitur,ꝙ quecũq; continẽtia da=
ta,inuenitur illi equalis in q̄titatibus ꝯtinuis,ſicut in quadam ſuppoſitione tangeť. Et ſi petas qua=
liter poterit cognoſci datis duabus q̄titatibus ꝯtentis in alijs duabus inequaliter,que pars aliquo=
ta vnius illarum ꝯtentarum,pluries ꝯtineatur in illa in qua ꝯtinetur,ꝙ̄ ſimilis pars aliquota alteri⁹
In alia.vt puta,vbi a q̄titas minor contineretur in b maiori,⁊ c in d maiori ipſa,⁊ iſte continẽtie ſũt in=
2 equales:qualiter cognoſceretur illud. Pro iſto aduerte,ꝙ ſi ꝯtinentie illarum q̄titatum ſint note,et
ſcias illas cõtinentias inuenire in tribus terminis,ita ꝙ ſcias inuenire vnã q̄titatem,vt puta e,ꝙ̄ cõ=
tineatur in f ſicut a in b,⁊ in g ſicut c in d,facile eſſet illud cognoſcere:q: tunc oporteret ꝙ f eſſet ineq̄=
lis g,alias eñ ille ꝯtinentie eſſent equales. Si igiť f ſit maior g,ꝯtinentia a in b maior erit continentia
c in d,quẽadmodũ cõtinentia e in f maior erit ꝯtinẽtia e in g. Et illa pars aliquota,de qua eſt queſtio,
poterit ſic inueniri:quere partẽ vnam aliquotã e,ꝙ̄ bis aut pluries contineať in dr̃a f ad g,que ſit h.fa
4 autem cile,poteris talem inuenire,ſi exceſſus ille ſit equalis e,vel maior e:ſed ſi fuerit minor,per vnã petitio=
nem exceſſus f ſupra g poteſt totiens multiplicari ꝙ cõſtituet maius e.tũc tota ꝑs aliquota e,quota
erit ille exceſſus f ſupra g,talis compoſiti,per viceſimam nonam dignitatem erit minor illo exceſſu,⁊
per ꝯſequens continebiť in illo exceſſu. Et ꝑ ꝯñs,medietas talis partis aliquote,que etiaʒ erit pars
aliquota e,ꝯtinebitur bis aut pluries in illo exceſſu. Hoc igiť pacto poterit h talis ꝑs reperiri. Dico
igitur,ꝙ h pluries ꝯtinebitur in f,ꝙ̄ in g. hoc aũt manifeſtũ eſt.quo habito,dico ꝙ tota ꝑs aliquota e
ſicut h reſpectu e,que ſit k,pluries ꝯtinetur in b,ꝙ̄ ſimilis pars aliquota c,ꝙ̄ ſit l,ꝯtineatur i d.hoc eñ
inductiue in omnibus apparet. Et ꝯtingeret etiaʒ hoc demõſtrare ꝑ equam ꝓportionalitateʒ directã
q: ſicut h ad e ita k ad a ⁊ ſicut e ad f ita a ad b. Ergo ꝑ equam ꝓportionalitatem directaʒ ſicut h ad
f ita k ad b.⁊ ꝯſimiliter ꝯcludatur ꝙ l ad d ſicut h ad g cũ igiť h pluries ſit in f ꝙ̄ in g:k pluries con=
tinebitur in b ꝙ̄ l i d. Quia tñ demõſtratio eque ꝓportionalitatis directe nondũ viſa eſt,ſufficiat pro
nunc ꝙ illud inductiue apparet verũ. Et ſi tunc f eſſet minor g,ꝯtinentia a in b minor eſſet ꝯtinẽtia c
1 i d,q̄admodũ ꝯtinẽtia e i f ẽ minor ꝯtinẽtia e i g.et eodẽmõ poteris inuenire ꝑtẽ aliq̃tã q̄ſitã.ſet ex hoc
apparet,ꝙ ſi ꝯtinẽtie a in b ⁊ c in d eſſẽt ſicut ꝯtinentie nũeroꝝ in numeris,⁊ illud ꝯſtaret,facile eſſet
reperire quod q̄ritur:q: facile eſſet inuenire duas ꝯtinentias equales illis in tribus q̄titatibus con=
tinuis eo modo quo tactum eſt,q: continẽtie taliũ duorum numerorũ in numeris,quibus ille ſunt eq̄=
les,ex dictis ſtatim facile poterunt poni in tribus numeris,quibus inuẽtis,capiať quecũq; q̄titas,⁊
inueniant tres q̄titates inequales,quarũ minor totiens ꝯtineat illam ſicut minor illorũ trium nũero=
rum ꝯtinet vnitateʒ,⁊ media ſicut medius,⁊ maxima ſicut maximus:⁊ in illis tribus inuenitur quod
3 petiť. Si aũt ille continẽtie non eſſẽt ſicut continẽtie nũerorum in numeris,aut eſſent ignote,⁊ nõ ſci=
res eas reducere ad cõtinentias repertas in tribus q̄titatibus ꝯtinuis:oporteret ꝙ inductiue ꝓce=
deres ꝑ partes aliquotas ad inueniendũ quod petis,donec aliqua occurreret,⁊ ſi poſſit ꝓceſſus in i
finitũ dari in talib⁹ modis ꝓcedẽdi ſaltẽ ſyncathegoreumatice,⁊ nõ ſcires inuenire qḋ petis,nõ eſſet
incõueniens:in multis eñ ꝯtinentijs ignotis poteſt illud ꝯtingere:nec erit illud maius incõueniẽs,ꝙ̄
quod ſint multe ꝓportiones ignote.ymo adhuc ꝓcedẽdo ſcḋm principia Euclidis,ſimilia poſſũt con=
tingere. Ex quo ſtat bene,ꝙ aliqua ꝓportio ſit altera maior,⁊ tñ dupla antecedentiũ nõ ſe habebũt

ſic ꝙ duplum antecedētis maioris addat ſupra aliqđ multiplex ꝯſequentis maioris. Et duplum anꝰ-
cedentis minoris nō addat ſupra eque multiplex ꝯſequentis minoris. Et poſſet etiā ſtare cum illo, ꝙ
dupla antecedentiuꝫ nō ſe haberent ſic, neq; tripla: ⁊ cū illis poſſet ſtare ꝙ nec quadrupla ſe haberēt
ſic. ⁊ ſic in infinitum ſyncathegoreumatice. Et ꝓpterea nō inconueniret ſcđm principia Euclidis, ꝙ in
multis caſibus, vbi ſūt proportiones inequales, neſciremus inuenire eq̄ multiplicia ātecedentiū q̄
taliter ſe haberent. Quare nec illud qđ dictum eſt, inconueniet: nec eſt minor difficultas in talibus ca-
ſibus ſcđm principia Euclidis inuenire talia eque multiplicia ātecedentiuꝫ ⁊ ꝯſequentiū, q̄ ſcđm hec
principia q̄ inſequimur, inuenire ꝑtem aliquotam. Propterea in his non eſt facienda vis. Et ex his mani-
feſte apparet, ꝙ ſicut ꝯtinentia alicuius in aliquo maior eſt ꝯtinentia eiuſdē in minori, ita vniuerſalit̄
ꝯtinentia alicuius in aliquo maior erit ꝯtinentia maioris illo in eodē. Et ꝓpterea facile erit ꝯgnoſcere
de quibuſcūq; duabus ꝯtinentijs duorum numerorū in duobus nūeris, q̄ illarū ſit maior, reducendo
eas ad tres terminos, quorū vnus talibus duobus modis in alijs duobus ꝯtineatur. quod facile fiet
ex dictis ſtatim in expoſitionibus. 17. diffinitionis. 7. elementorum Euclidis ⁊. 2. diffinitionis ſecūdi
elementorum arithmetices iordani.

Circa. 15. diffinitionem, ⁊ alias duas ſequentes, eſt aduertendū ꝙ illic preciſe ſit mentio de ꝯpa-
ratione ꝓportionum eiuſdem rōnis inter ſe. de cōparatione autem proportionum diuerſarū
rationum, quo ad maioritatē aut minoritatem, imaginant̄ aliq ꝙ nulla proportio maioris inequalita-
tis eſt maior aut minor proportione aliqua equalitatis aut minoris inequalitatis, aut alicui earū equa-
lis: nec etiā aliqua equalitatis reſpectu alicuius minoris inequalitatis. Hoc em̄ habet Braduardinꝰ
in ſuis ꝓportionibus, ⁊ multis rationibus nititur illud probare. Sed q2 Euclides, ⁊ Jordanus, ⁊ alij
omnes mathematici oppoſitū imaginātur: nos etiam eorū imaginationi conformiter loquemur, ⁊ ſol-
uemus rationes Braduardini, ⁊ alias difficiliores q̄ ꝓ illa parte fieri poſſent. Eſt igit̄ aduertēduꝫ ꝙ
ſcđm fundamenta Euclidis i principio. 5. que recitata ſūt, neceſſarium eſt dicere ꝙ q̄libet proportio
maioris inequalitatis quacūq; proportione equalitatis aut minoris inequalitatis ſit maior. Et queliꝫ
equalitatis quacunq; etiā minoris inequalitatis ſit maior: q2 ſi a ad b ſit proportio maioris inequali-
tatis, ⁊ c ad d equalitatis aut minoris inequalitatis, poterit dari aliqđ multiplex a qđ addet ſupra aliqđ b,
⁊ eque multiplex c ſicut illud a nō addet ſupra eque multiplex d ſicut eſt illud b. Hoc facile pōt inueni-
ri, ⁊ inferiꝰ oſtendet̄. ⁊ pariforma ſi a ad b ſit ꝓportio equalitatis, ⁊ c ad d minoris inequalitatis: ſic e poterit ꝯtige-
re, ⁊ ꝓpterea neceſſario dicendū eſt ita tenētis illis fundamētis. Sed ſcđꝫ fundamenta que nos tene-
mus, nō eſſet neceſſariuꝫ ita dicere, ſed poſſet bene teneri id quod Braduardinus imaginatur: ⁊ tūc nō
oporteret oīa que in ſuppoſitionibus ponūtur, habere verum. Sed q2, vt dictū eſt, Euclides ⁊ Jorda-
nus ita imaginant̄, ⁊ cōmuniter oēs mathematici, illud idem nos inſequemur. Et ſi petas, que erit ra-
tio quare quecūq; ꝓportio maioris inequalitatis dicetur maior quacūq; ꝓportione minoris inequa-
litatis, ⁊ ſimilit̄ ⁊ quacūq; equalitatis, ⁊ ſimiliter ⁊ de ꝓportione equalitatis reſpectu proportiōis mino-
ris inequalitatis: Poterit ad hoc dici, ꝙ iđ queliꝫ ꝓportio maioris inequalitatis quacūq; ꝓportiōe
equalitatis eſt maior, ⁊ ſimilit̄ quacūq; minoris inequalitatis, q2 ꝓportio eſt habitudo ātis ad conſe-
quens: ⁊ in proportione maioris inequalitatis ꝯñs imaginat̄ eſſe vnum integrum, ⁊ āñs eſt maius cō-
ſequēte. i proportione autem minoris inequalitatis, ꝯñs imaginatur eſſe vnū integrum: ⁊ āñs eſt mi-
nus ꝯñte. in proportione autem equalitatis āñs eſt equale ꝯñti. Et quaſi proportionabiliter aſſignā-
da eſſet ratio, ſicut deberet imaginari ſcđm imaginationē Jordini quā inſequitur, quo ad iſtam diffi-
cultatem, in numeris: et Euclides etiā. 7. elemētorum. Et pariforma etiā, ſi peteret̄ ratio, quare pro-
portio minoris inequalitatis bipedalis ad tripediale maior eſt ꝓportione pedalis ad tripedale: et ita in
alijs, diceretur ꝓportionabilit̄, ſicut dicēdū eſſet ſm eos. puta q2 bipedale eſt maior ꝑs tripedalis q̄
ſit pedale. Et ita in alijs, ceſto ꝙ illa eſſēt icōmēſurabilia, reducendo tales ꝓportiones ad. 3. t̄minos.
nec magis ad placitū erit hec dictu, q̄ illud qđ ipſi imaginant̄ de ꝓportionibus numerorū, puta ꝙ
per denoīationes debeant cognoſci, q2 ad placitū cōſiſtit ꝙ taliter denominātur. Iſtum igitur modū
in ſequentibus tenebimus. ⁊ hec que dicta ſūt de comparatione proportionū diuerſarū rationum, tan-
q̄ fundamenta in ſequentibus tenebunt̄. Et inter ſuppoſitiones ponendas ānumerabuntur.

1 Sed contra ipſum multipliciter poteſt argui. Primo enim ſic arguit̄: capio a proportionem
maioris inequalitatis inter duas q̄titates ꝯtinuas: ⁊ b ꝓportionē minoris inequa-
litatis. tūc a habet infinitas ꝑtes proportionales non cōmunicantes, quarum queliꝫ eſt ꝓportio ma-
ioris inequalitatis, ⁊ per ꝯñs q̄liꝫ maior b, cum igit̄ b ſit ꝓportio aliqualiter magna, ſeqtur ꝙ a eſt infini-
te magna ꝓportio. ꝯſequentiam ꝓbo, q2 ſi queliꝫ illarum partium a eſſet equalis b, ex diffinitione in-
finiti a eſſet infinite magna ꝓportio: ergo à fortiori poſtq̄ q̄liꝫ eſt maior b; a erit infinite magna ꝓportio.
2 Iteꝫ ſcđo, q2 poſtq̄ a eſt maior b, ⁊ a eſt finite magna ꝓportio: ſimiliter ⁊ b: a i aliqua ꝓportione erit
maior b. hoc autē ſtare nō poteſt: q2 illa proportio eſſet maioris inequalitatis. ⁊ quacūq; tali data, a po-
terit ſe habere i tali ad aliquam partē eius que eſt ꝓportio maioris inequalitatis inter q̄titatis conti-
nue data ergo tali parte, q̄ ſit c: a ad c eſſet ea ꝓportio que a ad b. ⁊ ꝑ ꝯñs ꝑ ſimile i ꝓportionibus
ſicut in q̄titatibus, ex. 9. quīti euclidis c eſſet equalis b, quod eſt cōtra fundamentū huiuſmodi dicē-
3 di. Item etiā q2 poſtq̄ a eſt maior b ⁊ a eſt finite magna ꝓportio ⁊ b ſimiliter b aliquotiens ſumpta
4 redderet a vel maiorē a hoc i quibuſcūq; alijs ꝯtingere poteſt mō illud non poteſt ſtare. igit̄. Itē ex
prima decimi Euclidis ꝑ ſimile i ꝓportionibus ſicut i q̄titatibus continuis poſtq̄ a ꝓportio eſt ma-
ior b aufferendo maius q̄ dimidiū ex a ⁊ iterum aufferendo maius q̄ dimidiū ex reſiduo. ⁊ ſic ꝯñter.
tandē remanebit pars a minor b ⁊ q̄liꝫ pars a eſt ꝓportio maioris inequalitatis ergo aliqua ꝓportio

maioris inequalitatis aliqua ꝓportione minoris īequalitatis erit minor.¶Et ꝯſimiliter poteſt ꝓbari
ꝙ nō quelꝫ ꝓportio maioris īequalitatis quacūq; equalitatis ſit maior nec quelibet minoris īequali
tatis quacūq; equalitatis ſit minor.¶Pro ſolutione iſtorū argumētorum ⁊ aliorū multorū que poſſēt
huic ꝓpoſito applicari:Eſt primo aduertendū,ꝙ licet proportio maioris inequalitatis ꝯparetur pro= p. notabile.
proportioni minoris inequalitatis quo ad maioritatem vel minoritatem vel equalitatem,nō tñ ei pro=
portionatur ſic ꝙ ſit aliqua ꝓportio illius ad illā.Prima pars ptꝫ.q2 eſt illa maior,aut minor,aut illi
equalis. Scd̄a pars ptꝫ.q2 non poteſt ſignari proportio certa illius ad illā:⁊ ſimile eſt quo ad hoc,ſi=
cut de angulo rectilineo reſpectu anguli ꝯtingentie.Eſt eñ qlꝫ angulus rectilineus quocūq; angu=
lo ꝯtingentie maior,ꝓut ex.15.tertii Ele.Euclidis euident apparet.nulla eſt tñ ꝓportio illius ad
illum:q2 ſtatim ſequeretur aliquē angulū ꝯtingentie alicui rectilineo eſſe equalē.⁊ ſimile ꝯtingit de
ꝓportiōe equalitatis,tam reſpectu maioris īequalitatis,ꝙ̄ reſpectu ꝓportiōis minoris īequalita=
tis.Et per hoc ptꝫ ſolutio ſcd̄i argumenti.¶Et ſi ꝯtra hoc arguas,q2 eſt aliqua habitudo a ad b,ergo
a ad b erit proportio maioris īequalitatis poſtꝙ̄ a eſt maior b.ꝯña tenet ex diffinitione proportionis
maioris īequalitatis:⁊ añs patꝫ,q2 a ꝯparatur b,ergo a ad b eſt aliqua habitudo:Ad hoc poteſt dici,
ꝙ nō quelꝫ habitudo maioris ad minus eſt proportio maioris īequalitatis:ſed ſolū habitudo quam
habet maius ad minus,quo ad hoc,ꝙ ꝯtinet ipſū,⁊ vltra aliquid adequate,quod eſt illo maiore minus.
⁊ proportionabilr̄ dicatur de diffinitione ꝓportionis minoris inequalitatis,⁊ de diffinitione propor
tionis in cōmuni.¶Eſt vltra aduertendum,ꝙ quēadmodū quilꝫ angulus rectilineus habet īfinitas p= ſcdm.
tes non cōmunicantes,quarū quelꝫ eſt angulus rectilineus,⁊ maior quocūq; angulo contingentie:⁊
tñ non propterea aliquis angulus rectilineus eſt īfinite magnus,eſto ꝙ qlibet angulus contingentie
ſit aliꝙ̄tulū magnus:ita etiam nō īconueniet,ꝙ aliqua proportio maioris inequalitatis habeat īfini=
tas partes non cōmunicantes,quarꝫ quelꝫ ſit maior quacūq; ꝓportione minoris īequalitatis,⁊ que=
libet minoris īequalitatis ſit aliꝙ̄tulum magna:tñ talis maioris inequalitatis nō erit ꝓpterea infini=
te magna.⁊ ratio huius eſt,q2 nō eſt certa proportio alicuius ꝓportionis maioris īequalitatis ad ali=
quam minoris īequalitatis.Si eñ eſſet aliqua,nō poſſet illud ꝯtingere.¶His ſuppoſitis,reſpondeo
Ad 1 ad rōnes.Ad primam,nego ꝯſequentiam:⁊ ad probationē,vbi arguis a fortiori,ꝯceſſo añte nego cō
ſequentiā et nego illam tenere a fortiori bene teneret a fortiori ſi a ad b eſſet certa ꝓportio:ſimiliter
2.3 ꝯtium a ad b.Ad ſcd̄am patꝫ ſolutio ex ꝑmo notabili.Ad tertiam,nego illā ꝯñam.bene tñ valeret ſi
a ad b eſſet aliqua proportio.Et ſi ꝯtra hoc arguas,q2 b īfinities ſumpta reddet propoꝛtionē īfinitā,
⁊ a eſt finita ſolum,ergo reddet ꝓportionem maiorē a.aliàs aliquod finitū aliquo īfinito eſſet maius,
vel illi equale:Ad hoc nego añs.vnde dico,ꝙ licet poſſit dari aliqua ꝓportio maioris īequalitatis in=
finita,nō poterit tñ dari ꝓportio minoris īequalitatis īfinita:⁊ propterea non poterit b infinities ſu=
mi taliter,ꝙ reſultet aliqua proportio minoris īequalitatis infinite magna,bene tñ poterit aliqua da=
4 ri īfinite plus.Ad quartam dico ꝙ non opꝫ ꝙ ꝯtingat ſimile in proportionibus,quo ad illud,ſicut i ꝙ̄=
titatibus,qñ inter tales proportiones nō eſt proportio aliqua.quemadmodū nec oportet ꝙ ſimile cō=
tingat de angulis iter quos nō eſt proportio,puta de angulo rectilineo ⁊ de angulo cōtingentie,ſicut
Campanus tangit ſupra illam ꝯclōnē Euclidis allegatā.in quibuſcūq; tñ inequalibus,inter que eſt
5 ꝓportio,ſimile contingeret.q2 ad quecūq; demonſtratio illius cōcluſionis applicari poteſt.¶Sed ar=
guitur iam ꝓbando ꝙ nulla proportio equalitatis ſit maior proportione minoris īequalitatis aut mi
nor proportione maioris inequalitatis:q2 nulla ꝓportio equalitatis eſt magna,ymo quelꝫ eſt indiuiſi=
bilis.ergo nulla erit maior ꝓportione minoris inequalitatis,nec minor ꝓportione maioris īequalita.
ꝯña videtur nota ex mō exponēdi propōnum de ꝯparatiuo:⁊ añs ꝓbatur,q2 nulla proportio equali=
2 tatis habet partem aliquā ꝓdut ex.9.diffinitione apparet,ergo nulla talis erit diuiſibilis.¶Itē etiā
aliqua proportio maioris īequalitatis eſt īdiuiſibilis,ergo nō quelꝫ maioris īequalitatis quacūq; mi
noris īequalitatis eſt maior nec quacūq; equalitatis.ꝯña tenet.q2 dato oppoſito ꝯñtis cū antecedēte,
aliquod īdiuiſibile aliquo diuiſibili eſſet maius,ſimilr̄ ⁊ aliquo īdiuiſibili.ꝙ manifeſte falſuꝫ apparet
ex modo exponēdi ꝓpoſitionum de ꝯparatiuo ⁊ ſuperlatiuo.añs patet de proportione binarij ad vni
Ad 1 tatem.Ad primū iſtorum,ꝯcedendum eſt in ꝑmis ꝙ proportio equalitatis ē īdiuiſibilis:q2 oīu ꝑte et
omni ꝯpoſitione caret:non tñ propterea ſequitur ꝙ illa nō ſit maior proportione minoris īequalitatis:
nec ſeqtur ꝙ non ſit magna.vnde poteſt dici,primo ꝙ improprie dr̄ magna,vt puta ex eo q2 denoiatur
ab vnitate vel equalitate.¶Poteſt etiā alio modo dici,ꝙ i his non attendit̄ magnitudo rōne diuiſibili=
tatis,ſed rōne ꝯtinentie ꝯñtis in añte,vel econuerſo.⁊ q2 continentia añtis proportionis equalitatis in
2 minori poteſt dici magna aliquo mō,ꝓpterea proportio equalitatis aliquo modo dicetur magna.¶Ad
ſcd̄m poteſt ꝯcedi ꝙ illa ꝓportio ſit indiuiſibilis.ymo de neceſſitate debet cōcedi,imaginando nume
rum ⁊ vnitatem more ariſmethicorū:ſi imaginaremur fractiones.hoc tñ nō tolleret illam eſſe magnā.
quia ꝯtinentia añtis eius in ꝯſequente eſt aliꝙ̄tulū magna:⁊ per illud ſumitur magnitudo.¶Et ſi ar=
guas adhuc,ꝓbando ꝙ proportio equalitatis ſit maior ꝓportione maioris inequalitatis,q2 ſit a ad b
proportio equalitatis ⁊ c ad d ꝓportio maioris inequalitatis.Tūc patꝫ propoſitū.q2 maior eſt habi=
tudo a ad b,ꝙ̄ c ad d.ergo maior eſt proportio a ad b ꝙ̄ c ad d.ꝯña tenet a diffinitione ad diffinitum.⁊
añs ꝓbatur.q2 maior eſt ſimilitudo a ad b/ꝙ̄ c ad d/ergo maior habitudo.añs patet,q2 ſuppono cete
ra,quo ad alia,eſſe paria.¶Ad hoc rñdeo,negando iſtam vltimā ꝯñam.vnde nō attendit̄ maioritas ha=
bitudinis per maioritatē ſimilitudinis añtis cū ꝯſequente,ſaltē loquendo de habitudine de qua pro=
cedit diffinitio:ſed penes hoc,quòd añs eſt maius ꝯñte vel minus vel īequale.⁊ vl̄r,maioris ad min9
dr̄ eſſe maior habitudo ꝙ̄ equalis ad equale,q2 eſt eo maius ⁊ equalis ad equale maior habitudo ꝙ̄

minoris ad maius qꝛ eſt equale illi ⁊ aliud eſt altero minus loquẽdo de habitudĩe de qua loq̄mur ĩ ꝓ-poſito ex cuius maioritate aut minoritate ſumenda eſt maioritas aut minoritas in proportionibus ſicut ex dictis poteſt apparere.

Circa decimam octauam diffinitionem eſt ſupponendũ ꝙ in ꝓpoſito ſolum procedimus de proportionalitate geometrica immo eſto ꝙ moderni ꝑ proportionalitatẽ qualʒ medietatẽ itelligant antiqui tamen non illomodo vtuntur ſolam proportionalitateʒ geometricam intelligentes per proportionalitatem tunc diffinitio eſt clara.

Circa decimam nonam ⁊ .20. diffinitiones aduerte ꝙ diuerſimode ſolent illi termini diffiniri illic tñ poſite ſũt diffinitiones q̄ clariores appent Et pro ipſaꝝ intellectiõe eſt aduertendũ ꝙ ideo aliq̄ proportiones dñr ꝑ terminũ ꝯmunem mediũ vel terminos ꝯmunes medios copulate qꝛ cuiuſcunq̨ illaꝝ qualʒ terminus q̄ non eſt maximus aut minimus inter oẽs terminos illarũ eſt añs vnius ⁊ ꝯñs alterius ⁊ copulãtur iterdum ꝑ vnum terminũ tñ ⁊ hoc qñ inter terminos illarum precise vnus reperitur qui nõ eſt maximus aut minimus ipſoꝝ eſt tñ terminus maior vnus illaruʒ ⁊ minor alterius interdũ aũt copulãtur per plures termĩos ⁊ hoc qñ plures tales termini medij iter terminos earum reperiunt. Exemplum primi patet de proportionibus .6. ad .4. ⁊ .4. ad .2. Exemplũ ſcdi de proportionibus .8. ad .4. ⁊ .4. ad .2. ⁊ .2. ad .1. Et ex hoc pʒ ꝙ ſi duo equalia eidẽ tertio proportionentur ſimilitudo illarũ proportionũ nõ erit proportionalitas ꝯtinua ſed diſcõtinua qꝛ proportiones ille nõ copulãtur ꝑ terminũ ꝯmunẽ medium aut terminos ꝯmunes medios ⁊ propterea licet id quod cõmuniter ſolet dici de proportionalitate ꝯtinua veʒ ꝙ inter tres terminos ⁊ nõ iter paucio res reperiri poteſt verũ habet non tñ illud qđ cõmuniter ſolet duci de proportionalitate diſcontinua veʒ ꝙ ad minus requirat .4. terminos in propoſito eñ eſt inſtantia ⁊ vniuerſalr qñ idem caperetur pro añte vtriuſq̨ illarum ſimiliũ vel idem pro conſequente propterea illud quod ſubdit in .vigeſima diffinitione intelligatur extra talem caſum tunc diffinitiones ille ſunt clare.

Circa 21. diffinitionẽ eſt aduertendum ꝙ ex modo loquendi Euclidis in multis locis ſimiliter ⁊ Jordani ⁊ alioꝝ mathematicorũ apparet videntur ipſi imaginari ꝙ quacũq̨ proportione data q̄ ſit gratia exempli a ad b capto quocũq̨ termino eiuſdem rõnis cũ illis pro medio iter illa extrema illius ꝓportionis ad hũc ſenſũ ꝙ a ꝯparet ad illum ⁊ ille ꝯparetur ad b ſiue ille ſit maior quocũq̨ illoruʒ ſiue minor ſiue vno maior ⁊ altero minor tũc proportio a ad b ꝯponetur ex proportione a ad illũ terminũ ⁊ ex proportione illius termini ad b ⁊ ꝙ ille due proportiones ꝯtinuantur Et ex conſequenti dicerent aliqui ꝯſequẽter loquendo ꝙ queliʒ illarum proportionũ erit pars proportionis a ad b. Sed ꝯtra hoc poteſt argui ſatis efficaciter qꝛ ſeq̄retur ex illo ꝙ aliquid eſſet pars alterius qđ eſſet pars illius. Similit ⁊ ꝙ aliquid ꝯponeretur ex aliquo alio qđ cõponeret ex ipſo hec autẽ ſatis abſurda ſũt ꝙ ſequantur tñ pʒ qꝛ capio ꝓportionem quatuor ad duo ⁊ imaginor numerũ .8. mediuʒ inter illa extrema ad ſenſum datũ tunc proportio .8. ad .2. illo modo dicendo erit pars proportionis .4. ad .2. ⁊ proportio .4. ad .2. ex illa ꝯponetur modo clarum eſt ex altera pte ꝙ proportio .4. ad .2. eſt ps ꝓportiõis .8. ad .2. ⁊ hec .8. ad .4. ex illa ꝯponit Hec videt manifeſte ſeq̄ ex illo modo dicẽdi q̄ ſatis abſurda in ſtudio naturalis philoſophie ſũt ymo non videntur reprobatione digna. Quare nõ eſt credẽdum ꝙ Euclides ⁊ Jordanus ⁊ alij mathematici ceperint illa dicta in ſenſibus quos videntur facere ideo ad ꝯformandum illa dicta veritati aliquas diſtinctiones ponã ꝑ quas ſaluabunt. Et tandẽ apparebit ꝙ nõ erit difficultas niſi ad nomẽ. Primo igitur ſupponendũ eſt ꝙ duobus modis poſſunt alique proportiones continuari improprie ſcilicet ⁊ ad illud ſufficit ꝙ ipſis aliquo ordine diſpoſitis ꝯñs pme ſit añs ſcđe ⁊ ꝯñs ſcđe añs .3. ſi tot fuerint ⁊ ita deinceps vſq̨ ad vltimum. Et hoc modo due proportiones quarũ vna eſt maioris iequalitatis ⁊ altera minoris continuantur. Alio modo poſſunt aliq̄ continuari ꝓprie ⁊ ad hoc requiritur ⁊ ſufficit ꝙ ſint eiuſdẽ rõnis ⁊ ꝙ quilibʒ terminus alicuius illaꝝ qui nõ eſt maximus aut minimꝰ iter terminos illarũ ſit ꝯñs vniꝰ ⁊ añs alterius Eſt vltra aduertendũ ꝙ duobus modis poteſt itelligi aliquã proportionẽ ex aliquibus cõponi. Uno modo ꝓprie ⁊ ad hoc oportet ꝙ tales proprie ꝯtinuentur ⁊ quelʒ ſit illius pars. Alio modo poteſt itelligi improprie ad hunc ſenſum veʒ ꝙ iter extrema talis ꝓportionis ꝓprie vel improprie ꝯtinuentur tales proportiones. Et hoc modo nõ aliud erit proportionẽ aliquam ex aliquibus ꝯponi q̄ illas iter extrema illius ꝓprie vel improprie ꝯtinuari. Et hoc modo ꝓportio aliqua bñ poterit ꝯponi ex aliquibus ⁊ eſſe pars vnius illarum ⁊ poterit aliqua ex aliqua ꝯponi que iterum ex ipſa ꝯponitur dico igit ꝙ doctores allegati vbi loquebãtur de continuatione ⁊ de ꝯpoſitione ꝓportionum loquebant large. Et ad ꝓportionabilem ſenſum poſſet etiã ꝯcedi ꝙ aliqua eſt pars alterius q̄ eſt pars ipſius puta ad hunc veʒ ꝙ aliqua iter extrema alicuius reperit ꝯtinuata cũ aliqua alia q̄ etiam iter extrema illius reperit cum aliqua alia ꝯtinuata. Nã tñ iſti modi loquendi valde extranei multis viderẽtur aliter loquar vbi ſcʒ ipſi dicerent aliquã ꝓportionem ex aliquibus ꝯponi dicam iter extrema illius ꝯtinuari proprie vel improprie Et ita de alijs locutionibus eorũ q̄ in rigore nõ videntur vere Nec erit diſcrimen niſi forte ad nomen in his modis loquẽdi ⁊ in idem redibunt quo ad ꝯcluſiones ponendas propter tñ cauſam tactam aliter loquar q̄ ipſi ⁊ clarius Et ex his apparet ſolutio argumenti facti. Tñ aduerte ꝙ pꝛima diſtinctio poſita non ſolũ ꝓ huius difficultatis diſſolutione deſeruit verũ etiam pro diffinitionibus ſpecieꝝ ꝓportionalitatis ⁊ ſignanter ꝓ diffinitionibus eq̄ proportionalitatis ⁊ membrorũ diuidentiũ illã eſt accõmoda Satis eñ difficile eſſet diffinitiones illas clare ⁊ ſufficienter aſſignare ſine hoc. vbi tñ hac diſtinctione ſuppoſita facile erit illud. Propter igit hec oĩa illa prima diſtinctio poſita eſt. Sed occurrit adhuc difficultas. An pñs diffinitio procedat de ꝯtinuatiõe ꝓpor-

tionum ꝓprie dicta ſimiliter ⁊ de ꝯpoſitione ꝓportionū ꝓprie dicta. Sed ad hoc dico breuiter ꝙ ſi in
illa eſſet ſermo de cōpoſitione ꝓprie dicta oporteret ꝙ etiā ꝓcederet de ꝯtinuatiōe ꝓprie dicta ſed ſi
ꝓcederetur de cōpoſitione large poſſet indifferēter ꝓcedi de cōtinuatione quocūq modo indifferen
ter ⁊ verū haberet. Sed iam oritur alia difficultas ſuppoſito ꝙ ꝓcedat solū de cōtinuatione ꝓprie dic
ta ſimiliter de ꝯpoſitione ꝓprie dicta quia ſcḋm dicta illa indifferenter ꝓcedet de ꝓportionibꝰ mino
ris inequalitatis ſicut ⁊ de ꝓportionibus maioris inequalitatis modo illud nō videtur ſtare qꝛ tunc
ꝓportio. 4. ad. 8. cōponeret etiā ex ꝓportionibus. 4. ad. 6. ⁊. 6. ad. 8. propter ⁊ ex ꝯñti ꝓportio. 4.
ad. 6. erit pars ꝓportionis. 4. ad. 8. quod videtur repugnare ꝯmuni imaginationi omniū in hac ma-
teria imaginant enim ꝯmuniter oēs ꝙ quāto aliqua ꝓportio maioris inequalitatis reperta īter ali-
quos ṫmios maior eſt tanto ꝓportio minoris inequalitatis repta inter illos terminos erit minor. Vñ
ſequit ꝙ ꝓportio. 4. ad. 5. maior ē ꝙ̄ ꝓportio. 4. ad. 8. ⁊ ex alia pte ꝑ ꝓmā dignitatē ad ꝓportiones
applicatam videtur ꝙ ꝓportio. 4. ad. 8. debet eſſe maior ꝙ̄. 4. ad. 6. ex quo proportio. 4. ad. 6. eſt
pars illius. Pro iſta difficultate eſt aduertendū ꝙ ſcḋm principia tacta q̄ habet Euclides. 5. Ele-
mentorum neceſſariū eſt dicere ꝙ quanto aliqua ꝓportio maioris īeq̄litatis eſt alia maioris īequalita
tis maior tanto ꝓportio minoris inequalitatis repta īter ṫmios illius eſt minor ꝓportiōe minoris īeq̄
litatis repta inter terminos alterius hoc ſatis notū eſt intelligenti illa principia bene tñ veruȝ eſt ꝙ
non inſequēdo illa principia nō neceſſario ſequeret illud. Quicquid tñ ſit qꝛ ille modus dicendi tri-
tus eſt apud omnes mathematicos ⁊ ariſmeticos ſpeculatiuos illū, nec ōcuſſe inſequemur in ſequen-
tibus Et ratio huius ſcḋm principia q̄ nos inſeqmur iam tacta eſt ſupius oportet igit difficultatem
illam diſſoluere Et ꝓ ipſa diſſoluenda dicam ſicut michi videtur eſſe dicendū ad ſaluendum oīa que
debent ꝓcedi ꝯſequenter loquendo ad illū modū dico igitur ꝓmo ꝙ eſto ꝙ in diffinitione illa ꝓcedat
de ꝯtinuatione ꝓportionum proprie dicta adhuc verum habet in ꝓportionibus minoris īequalitatis
adeo bene ſicut ī ꝓportionibus maioris inequalitatis Dico ſcḋo ꝙ cū illo poteſt adhuc ſoluari illud
veȝ ꝙ q̄to aliqua ꝓportio maioris inequalitatis repta inter aliquos ṫmios eſt maior tāto proportio
minoris inequalitatis repta inter eoſdē eſt minor ⁊ Ad ſaluandū illud habēdus erit recurſus ad ter
minos poſitiuos ⁊ ꝓuatiuos diceret enī ꝙ ꝓportio maioris inequalitatis diceret poſitiue ⁊ ꝓportio
minoris inequalitatis ꝓuatiue Et ꝓpterea quēadmodum remiſſio vt. 4. eſt pars remiſſionis vt. 8.
⁊ tñ eſt maior remiſſio ꝙ̄ remiſſio vt. 8. ita etiā ꝓportio. 4. ad. 6. erit pars ꝓportionis. 4. ad. 8. erit
tñ maior ꝓportio ꝙ̄ ꝓportio. 4. ad. 8. Et ad illam dignitatem dico ꝙ non habet verū applicando il-
lam ad ea que ꝓuatiue dicūtur ſicut de remiſſione ꝯſtat Et ita dicendo manifeſte cōſtat ꝙ quēadmo
dum datis duabus qualitatibus īequaliter intenſis aut remiſſis in eadē ꝓportiōe ī qua intenſio vni
us eſt maior intēſione alterius remiſſio alterius eſt maior remiſſione illius ita in eadē ꝓportione in q̄
aliqua ꝓportio maioris inequalitatis reperta īter aliquos terminos eſt maior ꝓportione maior ineq-
qualitatis repta īter alios ꝓportio minoris inequalitatis reperta īter alios erit maior ꝓportione mi
noris inequalitatis repta inter alios hoc eſt tanq̄ fundamentū tenendum eſt in quibuſcūq ꝓportio
nibus tā rationalibus ꝙ̄ irrationalibus nec poteſt alit ꝓbari ꝙ̄ per ſimile in alijs poſitiuis ⁊ ꝓuatiu-
uis. Nec eſt curandū ibi an ꝓportio maioris īequalitatis ſit eadem res cum proportione minoris in-
equalitatis qꝛ qualitercūq dicatur quo ad hoc nō repugnat dictis nec dicendis ſane intelligēdo ea
ſcḋm tñ viam noīalium poteſt indifferenter dici ꝙ ly ꝓportio maioris inequalitatis ſupponit ꝓ am-
bobus terminis cognotando ꝙ alter ſit maior altero et ly ꝓportio minoris īequalitatis etiā ꝓ ambo
bus ſupponeret cognotando ꝙ alter eſſet altero minor. Et poſſet etiam dici ⁊ melius ꝙ ly ꝓportio
maioris inequalitatis ſupponit ꝓ termino maiori cognotando ꝙ ꝯparetur ad minorem Et li ꝓportio
minoris inequalitatis oppoſito modo melius tñ ſaluant oīa ſcḋm viam realium ſi enim in rigore vel-
lemus ꝓcedere difficile eſſet oīa que cōmuniter dicūtur ſaluare ſcḋm viā noīalium. Propterea nō
amplius inſiſtam in hijs ſed procedam ſecūdum geometre imaginationem in hijs materijs. ¶ Sed
pro maiori intellectione eorum que dicta ſunt de compoſitione ꝓportionuȝ aliqua deducā ex eis cor
relaria. Primum ſi fuerit aliqua ꝓportio maioris īequalitatis īter aliquos terminos ⁊ detur mediū
aliquod inter illos illa adequate ꝯponetur ex ꝓportione maioris ad illud mediū ⁊ ex ꝓportiōe illius
medij ad minimū ⁊ proportio minoris īequalitatis repta inter illos adequate ꝯponetur ex ꝓportiōe
minoris ad illud mediū ⁊ ex ꝓportione illius medij ad maximū ⁊ ſi detur duo media inequalia ꝓpor-
tio maioris ad illud ꝯponetur adequate ex ꝓportione maioris ad maximū illorum mediorū ⁊ ex pro-
portione maximi illorum mediorū ad minimū mediorum ⁊ ex ꝓportione minimi mediorꝫ ad minimum
aliorꝫ ⁊ ꝓportionabiliter ſi plura media inequalia ſumātur ⁊ ꝯſimiliter de ꝓportione minoris īequa
litatis dicat ⁊ tñ ē ꝙ ꝓportio. 8. ad. 4. ex vna pte adeq̄te ꝯpōit ex ꝓportiōe. 8. ad. 6. ⁊ ex ꝓportiōe
6. ad. 4. ⁊ ex alia pte adeq̄te ꝯponit ex ꝓportiōe. 8. ad. 7. et ex ꝓportiōe. 7. ad. 6. ⁊ ex ꝓportiōe. 6.
ad. 5. ⁊ ex ꝓportiōe. 5. ad. 4. ⁊ ꝓportionabilr ī alijs ⁊ de ꝓportiōe minoris īeq̄litatis. 4. ad. 8. ſimile
ꝯtigit. Scḋm correlariū dat aliqua ꝓportio īter a ⁊ b terminos q̄ adequate ꝯponit ex aliquibus nō
cōmunicantibus ⁊ tñ nullius illarū b eſt terminus ſimile pōt ꝯtingere de a eſto ꝙ illi fuerint termini
finiti imaginor ibi totum ab oībus ſuis partibus ſimul ſumptis diſtingui hoc ſuppoſito facile oñdi
tur illud ſit a tripedale ⁊ b bipedale pars a ⁊ diuido exceſſum a ſupra b in ptes ꝓportionales in qua
ꝓportione volueris minoribus terminatis verſus b ⁊ ſigno īfinitas ptes ordinatim quarꝫ prima cō-
tineat b ⁊ omnes illas ptes ꝓportionales illius exceſſus dēpta prima ⁊ alia ꝯtineat b ⁊ omnes illas
dēptis ꝓma ⁊ ſcḋa ⁊ ſic in īfinituȝ tunc ꝓportio a ad b adequate ꝯponitur ex ꝓportiōe a ad illā ꝓmā
partem ⁊ ex ꝓportione illius ꝓme ad illā ſcḋaȝ ⁊ ſic in infinitū tñ nullius illarꝫ ꝓportionum b eſt ter-

minus facile eſt oſtēdere ſimile de a. Tertium correlariū proportio a ad b adequate ꝯponitur ex aliquibus proportionibus nō cōmunicantibus ⁊ nullius illaꝝ a vel b eſt terminus ⁊ ſimile de ꝓportione b ad a hoc ſic oſtēditur ſigno e medium inter a ⁊ b tunc ꝑut ex p̄cedenti correlario apparere poteſt ꝓportio a ad e componi adequate ex aliquibus ⁊ nullius illarum a erit terminus ⁊ per idem correlarium ꝓportio e ad b adequate ꝯponetur ex aliquibus non cōmunicantibus ⁊ nullius illarū b erit terminus ſed ꝓportio a ad b adequate ꝯponetur ex talibus proportiōibus ex quibus ꝓportio a ad e cōponitur quarū nullius a eſt terminus ⁊ ex illis ex quibus ꝓportio e ad b cōponitur quarum nullius b eſt terminus igiť ꝓpoſitum correlarij. Quartum correlarium aliqua eſt ꝓportio īter aliquos terminos que adequate ꝯponitur ex aliquibus ꝓportionibus ⁊ reſpectu cuiuſꝫ illarū terminus maior eſt terminus ⁊ ꝓportionabile de minori ꝯtingit hoc tm̄ nō pōt ꝯtingere vbi ille eſſent finite vel nō cōmunicantes nec etiam hec tria correlaria vltima in numeris verificari poſſunt.

Uiceſima ſecūda diffinitio manifeſta ē ex ſe nec aliqua eget expoſitione.

Circa 23. ⁊ 24. diffinitiones eſt aduertendum ꝙ diffinitiones ille ꝓcedunt de q̄titatibus numeris ⁊ terminis geometrice ꝓportionalibus Eſt vltra aduertendū ꝙ diffinitio terminorum ꝓportionalium geometrice ſic poteſt in rigore dari. Sunt termini īter quos ſimiles ꝓportiones reperiūtur quoꝝ quilibet alicuius illarū eſt terminus ⁊ ꝓportionabiliter in rigore poterunt diffiniri q̄titates ꝓportionales ſimiliter ⁊ numeri ⁊ per hoc patꝫ qualiter ſint intelligende diffinitiones ille in rigore ꝓcedendo. ¶ Occurrit tm̄ difficultas an captis quatuor terminis equalibus illi dicātur ꝓportionales qꝛ diffinitio videtur eis ꝯpetere ⁊ ex altera ꝑte multa ſolent ꝯcedi que nō vidētur ſtare cū illo. Solet eīm dici ꝙ cū fuerint tres termini ꝯtinuo ꝓportionales ꝓportio primi ad vltimū erit tā q̄ ꝓportio p̄mi ad ſcd̄m duplicata ⁊ ſi fuerint quatuor triplicata hec eīm habet Euclides .5. Ele. diffinitionibus .10. ⁊ .11. Ad hoc dico breuiter ꝙ illud ꝯſiſtit ad nomen tenēdo tm̄ ꝙ ſic intelligēde eſſēt diffinitiones Euclidis vbi tales termini eſſent inequales ⁊ ita ꝓcedit etiā .27. diffinitio ſicut ſtatꝫ apparebit ſi tm̄ oppoſitum teneretur facile eſſet ſaluare diffinitionem tactam ſubintelligendo ly non equales inter ſe melius tamen eſt dicere alio modo.

Circa diuiſionem terminorum ꝓportionalium ⁊ duas diffinitiones mēbrorum. Eſt aduertendū ꝙ conſimiliter diuiſio illa ⁊ diffinitiones mēbrorum ꝓcedunt de terminis ꝓportionalibus geometrice continuo aut diſcontinuo tunc diffinitiones ille ſūt manifeſte. Eſt tm̄ aduertendū ꝙ cauſa quare termini diſcontinuo ꝓportionales illo modo diffiniunť ⁊ nō ſic ſunt termini ꝓportionales īter quos diſcontinua ꝓportionalitas reperiť eſt iſta qꝛ hoc vltimo modo diffiniēdo ydē termini eſſēt continuo ꝓportionales ⁊ diſcontinuo ꝓportionales ptꝫ captis .8. 4. 2. 1. inter illos eīm continua ꝓportionalitas reperitur vt manifeſte cōſtat ⁊ diſcōtinua etiam qꝛ reperitur ſimilitudo iſtarum duarū ꝓportionum .8. ad .2. ⁊ .4. ad .1. que non copulantur ꝑ terminū cōmunem mediū vel terminos communes medios ſi tamen hoc nō habeatur ꝑ inconueniēti poſſet etiam taliter dari diffinitio.

Circa 27. diffinitionem eſt aduertendum ꝙ illud quod in prima parte ꝓponitur ex diffinitionibus .21. 22. ⁊ ex dignitate .24. ad ꝓportionem applicata euidēter cōſtat qꝛ proportio primi ad tertium vocando p̄mum maximū adequate cōponitur ex ꝓportionib⁹ p̄mi ad ſcd̄ꝫ ⁊ ſecūdi ad tertium q̄ ſunt equales ⁊ nō cōmunicant ꝑut ex .1 . diffinitione poteſt colligi ergo ſequiť ex dicta dignitate taliter applicata ꝙ ꝓportionm p̄mi ad tertiū erit dupla ad ꝓportionem p̄mi ad ſecundū. Secunda aūt pars apparet ex dictis ſupra .21. diffinitionē qꝛ in eadē ꝓportione in qua proportio aliqua maioris inequalitatis eſt maior alia in eadē ꝓportione ꝓportio minoris inequalitatis repta inter terminos alterius erit maior ꝓportione minoris inequalitatis reperta inter terminos illius taliter eīm ſe habet priuatiua in ordine ad ſua poſitiua ⁊ ex eiſdem fundamētis euidēter patent om̄es alie ꝑtes Ex iſta diffinitione ſatis apparet ꝙ ipſa ꝓcedit vbi tales termini nō ſunt equales vbi eīm eſſēt equales patꝫ manifeſte ꝙ nō haberent verū hic tm̄ aduerte ꝙ vbi eſſent tres termini cōtinuo ꝓportionales vocando p̄mum minimū ꝓportionē p̄mi ad vltimum vocaret Euclides duplicatam ad ꝓportionē p̄mi ad ſcd̄m ⁊ vbi eſſent quatuor triplicatā prout ex .10. ⁊ .11. diffinitionibus .5. eius apparere poteſt nō tm̄ ita intelligendū eſt illud ꝙ velit dicere illam eſſe duplam ad talē qꝛ cum ꝓportio dupla ſit maioris inequalitatis deberet eſſe maior illa quod manifeſte repugnat principijs eius vult tm̄ per illud dicere ꝙ adeq̄te ex duab⁹ talibus reſultat ⁊ ꝓportionabiľr vbi ſūt .4. ⁊ ſi ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ vbi tm̄ ꝓportiōales eſſēt eq̄les adhuc eūdē modū loq̄ndi ſeruāt antiq̄ mathematici ⁊ geometre Sꝫ illud difficili⁹ ſaluareť niſi valde extranee vt puta ad hūc ſenſū ꝙ iter extrema talis ꝓportiōis primi ad vltimū inueniūtur due tales ꝓportiones p̄me ad ſcd̄m cōtinuate aut tres ſi tales termini fuerint quatuor ſed ad hūc ſenſum oporteret concedere ꝙ aliqua ꝓportio equalitatis ad aliquam eandem eſt duplicata triplicata ⁊ ita deinceps ymo ꝙ aliqua ad aliquam eſt duplicata ⁊ triplicata que ad ipſam reciproce [illegible] duplicata triplicata ⁊ ita deinceps.

Circa modos proportionalitatis ibi poſitos eſt aduertendū ꝙ aliqui ſolēt vocare illos modos ſpecies ipſius ꝓportionalitatis rectius tamen ſecundū ꝙ ſolēt aſſignari debent dici modi arguendi ſicut ibi tāgitur ⁊ illo modo ꝓcedendo aſſignātur diffinitiones illorum terminoꝝ ſi tamē vellemus dicere ꝙ illi termini ſint ſpecies ꝓportionalitatis oporteret aliter aſſignare diffinitiones. Undeꝫ ꝓportionalitatem ꝯuerſam oporteret ītelligere ſimilitudinē aliquaꝝ ꝓportionum taliter ſe h̄ntium ī ordine ad alias ſimiles ꝙ ille ꝓueniunt ex ꝯparatione ꝯñtium aliarum ad añtia earūdem ⁊ aliquo modo diceref ly ꝓportionalitas ꝯuerſa relatiue in ordine ad aliam ꝓportionalitatem q̄ etiam

diceretur proportionalitas ꝯuerſa per reſpectū ad ipſam ⁊ ꝓportionabiliter diceretur de alijs ita ꝙ captis illis modis arguendi ſimilitudines illarū ꝓportionū q̄ inferuntur denominarentur tales proportionalitates per reſpectū ad añtia ex q̄bus iferūtur ſicut expſſe de vna quaq̦ tāget ⁊ adhuc ita dicēdo poſtq̄ illi tm̄i relatiue dicerētur ⁊ nō ly ꝓportionalitas nō eſſēt ſpēs illi⁹ tm̄i eſſētialit ⁊ qddi tatiue iferiores ſed eſſēt tm̄i iferiores gn̄aliter meli⁹ igit̄ eſt ⁊ magis ꝯueniēs ꝓpoſito ponere tales modos ꝓportionalitatū eſſe modos arguēdi hoc tn̄ nō obſtāte expreſſe apparebit qualit̄ ſit dicendū imaginādo illos eē ſpēs ꝓportiōalitatꝫ ſaltē iꝓprie dictas ⁊ q2 diffinitiōes illoꝝ tm̄oꝝ nō ſatis clare ymo valde ꝯfuſe ſaltē aliq̄ ſolēt aſſignari illic tāgūt̄ diffinitiōes clarior mō quo poſſūt aſſignari.

Circa diffinitionem proportionalitatis ꝯuerſe que prima inter illos modos ꝓportionalitatis ſolet cōmuniter poni exemplū patet ſic arguendo qualis eſt ꝓportio a ad b talis eſt c ad d. ergo qualis b ad a talis d ad c. hic modus arguendi eſt ꝓportionalitas conuerſa ⁊ ita de ſimilibus eſto ꝙ plures proportiones aſſumerentur in antecedente ⁊ in conſequente ponendo tamen proportionalitatem conuerſam ſpeciem ꝓportionalitatis ſaltem improprie dictā illa ſimilitudo proportionum que īfertur ex antecedente talis modi arguendi diceretur proportionalitas conuerſa per reſpectum ad ſimilitudinem illarum proportionū ex qua infertur ⁊ etiam illa ſimilitudo ex qua infertur diceretur ꝓportionalitas conuerſa per reſpectum ad illam ⁊ ita loquendo de proportionalitate conuerſa poſſet ſic diffiniri. Eſt ſimilitudo aliquarum proportionum taliter ſe hn̄tium in ordine ad totidez ſimiles ꝓportiones inter ſe ꝙ ille reſultant ex ꝯparatione conſequentium illaruz ad antecedentia earumdem.

Circa diffinitionem permutate proportionalitatis patz exemplū ſic arguendo. qualis eſt proportio a ad b talis ē c ad d. ergo qualis a ad c. talis b ad d hic modus arguēdi, dicitur proportionalitas permutata ⁊ ita de ſimilibus eſto ꝙ plures proportiones ſumerētur. Si autem proportionalitas permutata ponatur ſpecies proportionalitatis proportionabiliter omnino dicendum eſt ſicut de proportionalitate conuerſa ⁊ ſi aliqua dicatur proportionalitas permutata per reſpectum ad aliquam aliam illa etiam ediuerſo dicetur proportionalitas permutata per reſpectum ad ipſam.

Circa diffinitionem Coniuncte proportionalitatis patet exemplum ſic arguendo: qualis eſt proportio a ad b talis eſt c ad d. ergo qualis eſt a b ſimul iunctorum ad b talis eſt c/ d/ ſimul iunctorum ad d ⁊ ita ſi plures proportiones ſumantur in antecedente: ſed procedendo de coniuncta proportionalitate prout eſt ſpecies proportionalitatis ſimilitudo illaruz proportionū que infertur diceretur ꝓportionalitas cōiuncta per reſpectum ad ſimilitudinem ꝓportionū que aſſumuntur in añte ⁊ illa ſimilitudo proportionū que aſſumūtur in añte non diceret̄ ꝓportionalitas ꝯiuncta per reſpectū ad illam ſed ſolum diſiuncta ⁊ ex dictis poterunt ſufficienter diffiniri iſti termini capiendo ipſos ꝓut ſunt ſpecies proportionalitatis ſaltem improprie dicte.

Circa diffinitionem diſiuncte proportionalitatis patet exemplum de iſto modo arguendi qualis eſt proportio a b ſimul iunctorū ad b talis eſt c d ſimul iunctorū ad d ergo qualis eſt ꝓportio a ad b talis eſt c ad d ⁊ ita ſi plures ꝓportiones aſſumātur i añte. Et ex dictis ſtatim apparet qd̄ ſit dicēdum ſi procedamus de diſiuncta proportionalitate ponendo eam ſpeciem proportionalitatis.

Circa diffinitionem Euerſe proportionalitatis Eſt aduertendum ꝙ illa datur ſub diſiunctione: vt in ipſa tam euerſa ꝓportionalitas ꝯiuncta q̄ȝ diſiuncta cōprehendatur ⁊ per primā ptē euerſa ꝓportionalitas ꝯiuncta ꝯprehendit̄ ꝑ ſcd̄am aūt euerſa ꝓportionalitas diſiūcta ⁊ exēpla patebūt ſtatī ⁊ pariforma qd ſit dicēdū ſi ille t̄minus ponat̄ ſpēs vel termin⁹ iferior ad ꝓportionalitatē.

Circa diffinitionem euerſe ꝓportionalitatis cōiuncte patet exemplum ſic arguēdo qualis eſt ꝓportio a ad b talis eſt c ad d ergo qualis a b ſimul iunctoruz ad a talis c d ſimul iunctorum ad c ⁊ ita ſi plures modi arguendi ponantur ſed ponendo euerſam proportionalitatez coniunctā ſpeciem proportionalitatis dicēdum eſſet ꝙ ſimilitudo illa proportionum que infertur eſſet proportionalitas euerſa cōiuncta per reſpectum ad ſimilitudinem que aſſumitur ⁊ ſimilitudo illa que aſſumitur eſſet proportionalitas euerſa diſiuncta per reſpectum ad illam ⁊ ex predictis poſſunt ſufficienter haberi diffinitiones illoꝝ terminorū ⁊ ita ꝓcedendo ille termin⁹ euerſa ꝓportionalitas ꝯprehenderet illas duas ꝓportionalitates ⁊ cognotaret ſub diſiunctione illa que cōnotant illi duo termini proportionalitas euerſa ꝯiuncta ⁊ ꝓportionalitas euerſa diſiuncta ⁊ facile poteſt haberi ei⁹ diffinitio ex dictis.

Circa diffinitionem euerſe ꝓportionalitatis diſiūcte ptz exēplū ſic arguēdo qualis eſt ꝓportio a b ſimul ſūptoruz ad a tales eſt c d ſimul ſūptoꝝ ad c ergo q̄lis eſt a ad b talis eſt c ad d.

Circa diffinitionem Eque proportionalitatis Eſt aduertendum ꝙ in ea ponitur ly directe vel indirecte reperta ad comprehendendum directam ꝓportionalitatē equā q̄ per primā particulā illarū ꝯprehendit̄ ⁊ ad ꝯprehendendā etiam indirectam q̄ per ſcd̄am illarum ꝯprehendit̄ ⁊ ideo exempla ſtatim apparebūt ꝓ intellectione tn̄ illius diffinitionis ⁊ illarū ſequētium eſt aduertendum ꝙ illud d2 capi pro primo antecedēte in aliqua ꝯtinuatione aliquarum ꝓportionuz qd̄ capit̄ p̄ciſe pro añte ⁊ nullo pacto ꝓ ꝯñte aut ꝙ ſic ſe habꝫ ꝙ illis aliquo ordine poſitis capit̄ pro antecedente p̄me hoc addo q2 interdum in ꝯtinuatione improprie dicta poteſt fieri circulatio redeundo in eundem terminum a quo fit inchoatio ⁊ tunc eſto ꝙ quilz terminus poſſet capi ꝓ primo añte hoc tamen eſſet diuerſimode ꝯſiderando ⁊ inchoando in tali ꝯtinuatione. Et ꝓportionabiliter illud dicit̄ capi ꝓ vltimo ꝯñte in aliqua ꝯtinuatione aliquaꝝ ꝓportionuz ꝙ ſic capitur ꝓ ꝯñe in ea ꝙ nullo pacto capit̄ ꝓ añte aut ꝙ ſic ſe hꝫ ꝙ illis aliq̄ ordīe diſpoſitis capit̄ ꝓ ꝯñe vltime. Eſt vltra aduertēdū ꝙ tūc reperit̄ directe ſilitudo īter aliq̄s ꝓportiōes ꝯtinuatas cū totidē alijs ſilr̄ mō ꝯtinuatis qñ ꝓportio p̄mi añtis ad p̄mū ꝯñs in vna illarū ꝯtinuationū eſt ſimilis ꝓportioni p̄mi añtis ad p̄mū ꝯñs in alia ⁊ ſic ꝯſiter

tunc aũt indirecte reperiſ ſimilitudo qñ ꝓportio primi añtis ad primum cõſequens in vna eſt ſimilis ꝓportioni vltimi antecedentis ad vltimum cõſequens alterius ⁊ ꝓportio ſecundi añtis ad ſcðm cõſequens eiuſdem ordinis eſt ſimilis ꝓportioni penultimi añtis ad penultimum ꝯñs in alia ⁊ ita deinceps quouſqꝫ ad vltimũ conſequens vnius ordinis ⁊ ad primum antecedens alterius denominatur. Primũ ꝯñs diciſ illud quod eſt ꝯñs reſpectu primi añtis talis ꝯtinuatiõis ⁊ illud idem dicitur ſecũdum añs ⁊ ſcðm ꝯñs dicitur ꝯñs reſpectu illius ⁊ ſic ꝯñter. Pariformа vltimũ añs diciſ illud qð ẽ añs reſpectu vltimi ꝯñtis ⁊ illud idẽ dicitur penultimũ ꝯñs ⁊ ſic ꝯñter. His ſuppoſitis facile patebit intellectio illius diffinitionis ⁊ aliarum duarum ſequentium viſis exemplis.

Circa diffinitionem igitur ꝓportionalitatis directe patet exemplum ſic arguẽdo qualis eſt proportio a ad b/ talis eſt d ad e/ ⁊ qualis eſt b ad e/ talis eſt e ad f/ ergo qualis eſt a ad e/ talis eſt d ad f/ ⁊ ita ſi plures ꝓportiones ſumãtur continuate ponẽdo aũt equã proportionalitatẽ directã ſpeciem ꝓportionalitatis dicendum eſſet ꝙ illa ſimilitudo ꝓportionum que infertur dicitur equa ꝓportionalitas directa ꝑ reſpectum ad ſimilitudinem illarum ꝓportionum que in añte aſſumitur illa tñ que in añte aſſumitur nõ diceretur equa proportionalitas directa vel indirecta neqꝫ aliquo predictorum modorũ per reſpectũ ad illã ymo nõ oporteret ꝙ eſſet ꝓportionalitas niſi vellemus dicere ꝙ captis duabus ꝓportionibus diſſimilibus inter ſe ⁊ alijs duabus quarũ prima eſt ſimilis prime ⁊ ſecunda ſcðe ꝙ ſimilitudo illarum duarũ ad alias duas ſit ꝓportionalitas ꝙ non videtur verũ eſto ꝙ ad nomen cõſiſtat. Unde diffinitio ꝓportionalitatis intelligenda eſt ſic. Eſt ſimilitudo aliquarum ꝓportionum quarum quelibet cuilibet illarũ eſt ſimilis ibi loquimur ac ſi totũ diſtingueretur a ſuis partibus ⁊ ita oporteret dicere negando illam eſſe proportionalitatẽ ⁊ ita loquendo etiam termini illi inter quos huiuſmodi ꝓportiones reperirentur non eſſent ꝓportionales ⁊ oporteret hanc ꝯñam negare iſti quattuor termini ſũt ꝓportionales ⁊ illi ſunt ꝓportionales ergo iſti ⁊ illi ſunt ꝓportionales. Et ita dicere videtur magis ꝯforme communi modo loquẽdi ſi tñ diceretur oppoſito modo oporteret dicere ꝙ ly proportionalitas nõ divideref diviſione ſufficiẽti in illos ſex terminos capiẽdo illos ꝓ ſpẽbꝰ illiꝰ tñ mõ declarato q̈ igiſ hec diſcrepatio ad nomẽ ꝯſiſtit nõ multũ refert an ſic vel ſic dicatur.

Circa diffinitionem eque ꝓportionalitatis indirecte pꝫ exemplũ de iſto modo arguẽdi qualis eſt proportio a ad b/ talis eſt e ad f/ ⁊ qualis eſt b ad e/ talis eſt d ad e/ ergo qualis eſt a/ ad e/ talis eſt d ad f/ ⁊ ita de ſimilibus eſto ꝙ plures ꝓportiones aſſumantur a parte antecedentis. Ponendo tñ equam ꝓportionalitatẽ indirectã ſpeciem proportionalitatis dicendum eſſet ꝙ ſimilitudo illa proportionũ que infertur dicitur proportionalitas equa indirecta ꝑ reſpectum ad ſimilitudinem ꝓportionum que aſſumitur in antecedente ⁊ illa ſimilitudo que aſſumitur in antecedẽte non eſſet ꝓportionalitas qualiter debeat diffiniri ly equa ꝓportionalitas capiendo ipſum pro ſpecie ꝓportionalitatis ſaltem ĩpropꝛie eo mõ quo de alijs dictũ eſt ex dictis ſufficieſ põt apparere multi alij modi arguẽdi virtute iſtorũ tenẽt qui ad iſtos reduci poſſũt ſed vbi demõſtrabũtur iſtificet mẽtio de illis. Aliqui ꝑter iſtos ſex modos arguẽdi ponunt aliũ modum arguendi quẽ vocant ꝯverſionem rationis Et eſt qñ ex ſimilitudine ꝓportionis alicuius totius ad detractũ ex ipſo cum ꝓportione alterius totius ad ſuum detractũ infertur ſimilitudo ꝓportionum illorũ ad ſua reſidua vt ſi ſic arguã qualis ẽ ꝓportio a b ad a/ talis eſt/ c/ d/ ad c/ ergo qualis eſt a/ b/ ad b/ talis eſt c/ d/ ad d. Sed bonitas huiꝰ modi arguendi inferius demonſtrabitur. Ex iſtis modis arguendi.

Pro demõſtrationibus cõcluſionum ponendarum imprimis ponam aliquas ſuppoſitiones: quarũ alique dignitatibus ⁊ petitionibus in pricipio poſitis ſũt ꝯformes nec magis ꝙ ille probari poſſunt ⁊ illas ita expreſſe ponam ꝓpter diuerſitatem modi ſe habẽdi ꝓportionum maioris inequalitatis ad ſuas ꝑtes ⁊ proportionum minoris inequalitatis ad ſuas alie autem ex diffinitionibus poſitis ⁊ ex earum expoſitionibus ꝓut ex precedẽtibus apparere poterit deducunſ nec alie rationes ipſarum ꝙ in expoſitionibus tacte ſunt aſſignari poſſunt.

¶ Suppoſitiones.

1 Omnis proportio maioris inequalitatis ex aliquibus ꝓportionibus ꝯpoſita qualibet ſua ꝑte eſt maior ꝑ reſiduã partẽ ab illa. Et omnis ꝓportio minoris inequalitatis ex aliquibus ꝯpoſita qualꝫ ſua ꝑte eſt minor ꝑ reſiduã ꝑtem ab illa.

2 Quecũqꝫ ꝓportiones ꝙ eidẽ ſũt equales inter ſe ſunt equales

3. Quelibꝫ ꝓportio que maiori ꝓportiõe duarũ inequalium ẽ maior eſt ẽt minor eorũdẽ maiori ⁊ qlꝫ ꝙ minore duarũ ieqliũ ꝓportionũ ẽ minor ẽ ẽt maiori earũdẽ minor.

4 Cuiuſcumqꝫ proportionis ex aliquibus compoſite omnes ꝑtes ſimul ſumpte equantur ipſi.

5 Si equalibus proportionibus equales proportiones addantur vel eadem ipſis communis que fient erunt equales proportiones.

6 Si equalibus proportionibus inequales addantur proportiones que fient erunt inequales proportiones.

7 Si ab equalibus proportionibus equales proportiones auf-

ferantur vel eadem ipſis communis remanebunt equales proportiones.

8 Si ab equalibus proportionibus inequales ꝓportiones auf- ferantur remanebunt inequales proportiones.

9 Si altera duarum proportionum equalium inuariata reli- que addatur aliqua proportio vel ab ea auferatur fient proportiones inequales.

10 Si inequalibus proportionibus equales proportiones addā- tur vel eadem communis fient inequales proportiones.

11 Si ab inequalibus auferantur equales proportiones vel ea- dem ipſis communis remanebunt inequales proportiones.

12 Quelibet proportio que altera duarum proportionum equa- lium eſt maior eſt reliqua maior. Et quelibꝫ que altera duarū equaliū eſt minor reliqua etiā eſt minor.

13 Si duarum proportionum inequaliū maiori maior propor- tio addatur ꝙ minori aut a minore minor auferatur ꝙ a maiori aut maiori addatur aliqua ⁊ a minori auferatur aliqua remanebunt proportiones inequales.

14 Si maiori duarum ꝓportionū inuariata a minori aliqua re- moueat̄ aut ipſi addat̄ maior aut minor earum dr̄a remanebūt inequales ꝓportiones. Et ſi minori ī- uariata maiori aliq̄ addat̄ aut ab ea auferat̄ maior aut minor dr̄a ipaꝝ remanebūt ieq̄les ꝓportiōes.

15 Si duarum proportionum vna alicui tertie ſit equalis cui reliqua eſt inequalis proportiones ille ſunt inequales.

16 Quarūcūq; ꝓportionū iequaliū dr̄a eſt ſicut dr̄a maioris ad quālibet equalem minori ſimil̄r ⁊ ſicut differentia cuiuſlꝫ equalis maiori ad minorē vel illi equalem.

17 Si aliquarum proportionum alique partes ſint equales vel eadem ipſis ꝯmunis ſimul̄r ⁊ reſidue p̄tes. Et ſint equales ille erūt equales. Et ſi alique ſint equales ⁊ alique partes earum ſint equales vel eadem ipſis communis reſidue etiam partes erunt equales.

18 Si aliquarū ꝓportionum alique p̄tes ſint equales vel eadeꝫ ipſis cōis ⁊ reſidue ieq̄les ille ſūt ieq̄les ⁊ illa cui⁹ p̄s illaꝝ ieq̄liū ē maior ē alī̄a maior ⁊ ſi alic⁹ aliq̄ p̄s aliq̄ p̄te alteri⁹ ſit maior ⁊ reſidua p̄s eiuſdē reſidua p̄te alteri⁹ ſit maior vl̄ illi eq̄lis erit illa alīa maior ⁊ ſi alique ſint inequales ⁊ alique partes earum ſint equales vel eadem ipſis ꝯmunis reſidua pars maioris reſidua minoris erit maior.

19 Omnis proportio totalis ex aliquib⁹ compoſita ex qualibet parte eius ⁊ differentia illius ad illam adequate reſultat.

20 Cuiuſlibet proportionis totalis ad quamlibet ſuam parteꝫ differentia eſt reſidua pars eiuſdem ab illa.

21 Quarūcūq; duarum proportionum inequalium inter quas alia mediat differentia ex differentijs earūdem ad quamlibꝫ ⁊ iter illas mediam adequate reſultat.

22 Si fuerint due ꝓportiones maioris iequalitatis iequales et earum differentia addatur minori vel auferatur a maiori efficientur equales. Et ſi fuerint due mino- ris inequalitatis inequales ⁊ differentia earum addatur maiori vel a minori auferatur fiēt equales.

23 Quibuſcūq; duab⁹ ꝓportionib⁹ equalib⁹ aut iequalib⁹ datis nō cōicātib⁹ ſi tm̄ adeq̄te ab vna auferat̄ quātū alteri addat̄ ꝓportio adequate ex illis ꝯpoſita rema- nebit equalis. Et ſi alicui tm̄ ex vna p̄te addat̄ q̄tum ex ea ab alia ſubſtrahitur remanebit equalis.

24 Omnis ꝓportio maioris inequalitatis adequate cōpoſita ex duabus ꝓportionibus equalib⁹ nō ꝯmunicantibus ad qualꝫ illarū eſt dupla ⁊ omnis adequate com- poſita ex tribus equalibus non ꝯmunicātibus ad quamlꝫ illarum eſt tripla ⁊ ita deinceps.

25 Omnis auteꝫ proportio minoris inequalitatis adequate cō- poſita ex duabus equalibus nō ꝯmunicantibus ad qualꝫ eſt ſubdupla ⁊ omīs adequate compoſita ex tribus equalibus non communicantibus ad quamlibet illarum eſt ſubtripla ⁊ ita deinceps.

26 Si aliqua ꝓportio ex duab⁹ nō ꝯmunicantib⁹ adequate ꝯpo- natur ⁊ ad vnam illarum ſit dupla ad reliquam etiam erit dupla ⁊ ille due erunt inter ſe equales.

27 Necnō ꝓportiōes q̄ eidē vel equalibꝫ ſūt eq̄ multiplices vl̄ eq̄ ſubmultiplices ſūt int̄ ſe eq̄les. Et ex ꝯūti ſi aliq̄ ſint inequales ⁊ vna eaꝝ ſit aliqualit̄ multiplex aut

ea proportio q̄ a ad b et g ad e que e ad d. Si igitur f ſit maior g, denominatio ꝓportionis f ad e maior erit q̄ denominatio ꝓportionis g ad e. Et ex ꝯſiti denominatio proportionis a ad b maior denoīatione ꝓportionis e ad d. Et ſi f ſit minor g, erit minor: ⁊ ſi eq̄lis, equalis. Et ita in quibuſcū numeris poterit procedi. Si aūt alter illoꝝ b d non habeat partē aliquotā: ſed ſit vnitas: erit facilius oſtēdere ꝓpoſitū. ſupoſito ei q̄ b ſit vnitas, capiā e nūerū ſe hñtem ad d ſicut a ad vnitatem, ita q̄ ſi a ſit vnitas, e ſit equalis d: ⁊ ſi maior vnitate, e ſit eq̄ multiplex ad d ſicut a ad vnitatē. Et tunc manifeſtiſſime apparebit quod q̄rimus. Eſt vltra aduertendum q̄ de ꝓportione equalitatis nullā faciunt mentionem. nūeros enim equales ꝓ eodē reputant. imaginātur tamen q̄ ex quo quelibet proportio maioris inequalitatis ab aliquo toto nūero aut a toto cum parte aliquota vel ꝑtibus aliquotis denominatur, ⁊ quelibꝫ ꝓportio minoris inequalitatis a parte aliquota vel ꝑtibus aliquotis: ⁊ qꝛ oē totū quacū ꝑte ſua aliquota eſt maius, ſimiliter ⁊ quacū parte eius cōpoſita ex partibus aliquotis eiuſdem: propterea cuiuſcū proportionis maioris inequalitatis denoīatio cuiuſcū minoris inequalitatis denominatione eſt maior. ⁊ ex ꝯſiti q̄ q̄libet maioris inequalitatis quacū minoris inequalitatis ſit maior. ⁊ hoc tenendū eſt ſcđm eos pro fundamento. ⁊ per idē faciēdo mentionem de proportione equalitatis, ſicut tāgit Nicolaus horen in principio ſuaꝝ proportionum, q̄libꝫ proportio maioris inequalitatis quacū equalitatis eſt maior: ⁊ q̄libet ꝓportio equalitatis quacū minoris inequalitatis eſt maior. ⁊ conformiter loquendo poſſet dici q̄ ꝓportio equalitatis denominatur ab vno vel vnitate, ⁊ propterea eſſet minor denominatione ꝓportionis maioris inequalitatis, ⁊ eſſet maior denominatione ꝓportionis minoris inequalitatis: qꝛ vnū quod maius eſt ſua ꝑte aliquota, ſimiliter et ꝑte eius compoſita ex partibus aliquotis eiuſdē. Sic igitur ꝓcedendo, euidenter apparet eorum intētio. ſed ita dicendo, oſtenditur modus cognoſcēdi q̄ ꝓportio ſit alia maior in nūeris. pari forma in quibuſcū aliis, dūmodo tales fuerint rationales. non tñ apparet modus pro irrationalibus, per quē poſſit cognoſci quare vna dicatur altera maior vel illi equalis. in quo non ꝑua difficultas eſt. qꝛ igiť in ſequētibus cōcluſiones in quibuſcū ꝓportionibus demonſtrare intēdo, aliū modum dicendi tangā, per quē vniuerſaliť poterunt hec oīa tam in proportionibus irrationalibus, q̄ rōnalibus cognoſci: et facilius. Et illo modo loquēdo poterunt ꝯcluſiones ponende demonſtrari. non tñ erit ꝓpterea diſcrepantia in cōcluſionibus ponēdis. quecū eñ que verificātur dicendo ſcđm eorū modum dicēdi explanatū, verificabuntur etiā iſto modo dicendo: ⁊ econuerſo. ſaltem ſi nō ſit diſcrepatio quo ad hoc, q̄ inferius tāgetur de ꝯparatiōe ꝓportionū diuerſaꝝ rōnū. Hiis tñ nō obſtantibus: qꝛ intentiones predictoꝝ doctorum nō ſatis clare ex verbis ipſoꝝ apparent, volui hec tāgere, vt intentio eorum quo ad hec, clare appareret: ⁊ qꝛ etiā illud p̄ſupponemus in ſequentibus eſſe veruꝫ quod de denoīationibus ꝓportionū numeroꝝ tam maioris inequalitatis: q̄ minoris inequalitatis ſcđm intentionem eorum dictum eſt, vt puta q̄ taliter vel taliter denoīatio ꝓueniat, hoc eñ nō ꝯtrauenit modo dicēdi quē īſecuturi ſumus, ⁊ ad alia dicēda poterit ꝯferre, ⁊ ſignanť ꝓ demōſtrationibꝰ tāgēdis in .10. hec oīa ſupponenda ſunt.

Sed anteq̄ ad modum dicendi quē inſecuturi ſumus deueniamus tangā principia que Euclides .5. elemētoruꝫ habet ad cognoſcendū que ꝓportiones ſint equales ⁊ que inequales. Et inequaliuꝫ q̄ ſit maior ⁊ que minor. Pro illo igitur eſt aduertendum, q̄ ſcđm ipſū Euclidem .5. elemētorum diffinitione .6. captis .4. terminis, ⁊ captis eq̄ multiplicibus ad primū ⁊ tertium illorum, ⁊ captis eq̄ multiplicibus ad ſcđm ⁊ quartum: ſi ita ſe habeant talia multiplicia, q̄ ſi tale multiplex p̄mi addat ſupra tale ſcđi, illud tale multiplex tertij addet ſupra illud quarti: ⁊ ſi minuit, minuit: ⁊ ſi equat, equat: Tunc ꝓportio primi ad ſcđm erit que tertij ad quartum. Et ſi p̄mi ad ſcđm fuerit ea ꝓportio q̄ tertij ad quartū, illa multiplicia taliť ſe debebunt habere. Ita q̄ in effectu ꝑ illaꝫ diffinitionem nō aliud vult dicere, q̄ hoc, ſcꝫ q̄ ad hoc q̄ alique proportiones ſint equales, requiritur ⁊ ſufficit q̄ captis eq̄ multiplicibus ad antecedentia ipſaruꝫ ex vna ꝑte, ⁊ captis eque multiplicibus ad ꝯſequentia ipſaꝝ ex altera: ſi tale multiplex antecedentis vnius illaꝝ addat ſupra tale ꝯſequētis illius: tale multiplex antecedentis alterius addet ſupra tale cōſequētis ipſius: ⁊ ſi minuit, minuit: ⁊ ſi equat, equat. ⁊ poterunt ex hoc facile diffiniri ꝓportiones equales ſcđm ipſum. Et ſcđm ipſum diffinitione .8. quīti, Si capianť quatuor termini, ⁊ captis eque multiplicibus ad p̄mum ⁊ tertium, ſimiliť ⁊ captis eque multiplicibus ad ſcđm ⁊ quartū: ⁊ tale multiplex primi addat ſupra tale ſecundi, ⁊ tale tertij nō addat ſupra tale quarti: tunc ꝓportio p̄mi ad ſcđm erit maior q̄ tertij ad quartum. ita q̄ in effectu ꝑ illam diffinitionē non aliud vult dicere, q̄ q̄ ad hoc q̄ aliqua ꝓportio ſit altera maior, requiritur ⁊ ſufficit q̄ poſſit dari aliquod multiplex antecedentis illius quod addat ſupra aliqđ multiplex ꝯſitis ipſius, ⁊ eque multiplex antecedentis alterius ſicut eſt illud antecedētis illius nō addat ſupra eque multiplex ꝯſequentis ipſius ſicut eſt illud ꝯſequentis illius. Et ex hoc etiā ſatis cōſtat quid requiratur ⁊ ſufficiat ad hoc q̄ aliqua ꝓportio ſit altera minor. Hec igitur ſūt fūdamēta ipſius in hac materia. q̄ multas valde remota a ſenſu vidētur, ⁊ nō ſatis nota vt ꝓ principijs in hac materia ſumantur. ymo ſicut manifeſte apparet, multas ꝯcluſiones ex his principijs demonſtrat Euclides in .5. q̄ lōge faciliores ſunt his principijs. Et ꝓpterea aliqui niſi ſūt hec principia demōſtrare, ſicut Campanus allegat in fine expoſitionis diffinitionū .5. de Hameto filio Joſephi, qui in ſua ep̄la quā facit de ꝓportione ⁊ ꝓportionabilitate, tentauit ea demonſtrare. Errauit tñ, ſicut Cāpanus ipſe dicit, in multis: ⁊ ſignāter in hoc, q̄ in demonſtratione quā nititur facere, p̄ſupponit aliquas ꝓportiones eſſe eq̄les, quod nō ꝯſtat. Et non oſtendit etiā quare alique debeant dici equales. quod neceſſariū eſſet. Nos tñ in ſequentibus hec principia demōſtrabimus: ⁊ alia principia, que faciliima ſūt, aſſumemus ad oſtēdendū q̄d req̄rať ⁊ ſufficiat ad hoc q̄ alique ꝓportiones ſint equales, ⁊ q̄d ad hoc q̄ aliq̄ ſint inequa-

les,⁊ quid ad hoc ꝙ aliqua ſit altera maior. Si forte tñ non tantũ placeant hec principia,ſicut illa Eu
clidis,poterunt ꝯcluſiones huius ſcdi,que ex his principijs immediate ꝓbãtur ex principijs Euclidis
facile demõſtrari:⁊ in fine huius ſcdi illas demõſtrabo per illa principia Euclidis,vt vnuſquiſqȝ poſ
ſit eligere modum demonſtrandi qui magis placebit.

Pro iſto igitur modo dicendi quẽ inſecuturi ſumus,eſt aduertẽdum,ꝙ equalitas et inequalitas,
maioritas aut minoritas ꝓportionũ eiuſdem rationis,per equalitatem antecedentiuȝ
cum ꝯſequentibus,aut per equalitatẽ ꝯtinentie terminoꝝ minorum in maioribus,aut penes maiorita
tem aut minoritatem talis ꝯtinentie attendẽda eſt,ſicut ex.15.diffinitione ⁊ alijs duabus ſequentibꝰ
apparebit. Pro illo igiṫ opȝ cognoſcere,quare aliqua cõtinentia alicui alteri dicatur equalis,aut ea
maior vel minor Et quia hoc nõ poteſt clarius cognoſci ꝙ̃ habẽdo recurſum ad ſimiles ꝑtes aliquo-
tas ꝯtentorum,eo modo quo in his diffinitionibus ꝓceditur:⁊ frequẽter in numeris aut in alijs ter-
minis danṫ duo minores ꝯtenti in maioribus,⁊ nullus illorum habet ſimilẽ ꝑtem aliquotam ſicut ali-
us:⁊in quãtitatibus ꝯtinuis non poteſt illud ꝯtingere:oportebit ad cognoſcendum ꝯtinentias nũero-
rum in numeris,aut alioꝝ terminorum in alijs,eſſe equales vel inequales,habere recurſũ ad ꝯtinen-
tias equales illis in ꝯtinuis repertas:⁊ ſcdm eorum exigẽtiam iudicandum erit. Et propterea ꝑmit-
titur illa.11.diffinitio,⁊ additur poſtea.14.,vt per ꝯtinentias ꝙ̃titatum ꝯtinuarum in ꝙ̃titatibus cõ-
tinuis,in quibuſcũqȝ alijs poſſimus iudicare de equalitate aut inequalitate ꝯtinẽtiarũ. Et ex.12.⁊.
13.diffinitionibus apparet,datis duabus ꝯtinẽtijs in ꝙ̃titatibus ꝯtinuis repertis,ſi ille ſint inequa-
les,quare vna earũ dicatur maior ⁊ reliqua minor:⁊ ſi ſint equales,quare dicanṫ equales. Hic tñ eſt
ſupponendũ vnum,vȝ ꝙ vbi duo ꝯtinerentur in alijs duobus,⁊ quodlȝ illoꝝ eẽt diuiſibile in ſẽper diui-
ſibilia:nõ eſſet neceſſarium ad ꝯgnoſcendum an ille ꝯtinẽtie ſint equales vel inequales inter ſe,habe
re recurſum ad ꝯtinentias ꝙ̃titatum continuarum in ꝙ̃titatibus continuis. Sed in illis poterit iudi-
cari conſimiliter ſicut de duabus repertis in quantitatibus continuis:q2 nullum illoꝝ ꝯtentorum ha
bebit ꝑtem aliquotam,quin aliud ſimilẽ habeat partem aliquotã:ſed in nũeris ⁊ in alijs non ſe haben-
tibus ſic,quo ad illud,ſicut ꝙ̃titates ꝯtinue,neceſſarium eſſet ad cognoſcendũ illud,habere recurſuȝ
ad ꝯtinentias ꝙ̃titatum ꝯtinuarum in ꝯtinuis. Per illam tñ primã diffinitionẽ apparet de quibuſcũ-
qȝ duabus continẽtijs repertis in alijs a cõtinuis,ſiue ille ſint in numeris ſiue in alijs,quare ſint eq̃-
les duabus continẽtijs repertis in ꝙ̃titatibus ꝯtinuis. Hic tñ ſupponitur,ꝙ quacũqȝ continẽtia da-
ta,inuenitur illi equalis in ꝙ̃titatibus ꝯtinuis,ſicut in quadam ſuppoſitione tangeṫ. Et ſi petas qua-
liter poterit cognoſci datis duabus ꝙ̃titatibus ꝯtentis in alijs duabus inequaliter,que pars aliquo-
ta vnius illarum ꝯtentarum,pluries ꝯtineatur in illa in qua ꝯtinetur,ꝙ̃ ſimilis pars aliquota alterꝰ
in alia.vt puta,vbi a ꝙ̃titas minor contineretur in b maiori,⁊ c in d maiori ipſa,⁊ iſte continẽtie ſũt in-
1 equales:qualiter cognoſceretur illud. Pro iſto aduerte,ꝙ ſi ꝯtinentie illarum ꝙ̃titatum ſint note,et
ſcias illas cõtinentias inuenire in tribus terminis,ita ꝙ ſcias inuenire vnã ꝙ̃titatem,vt puta e,ꝙ̃ cõ-
tineatur in f ſicut a in b,⁊ in g ſicut c in d,facile eſſet illud cognoſcere:q2 tunc oporteret ꝙ f eſſet ineq̃-
lis g,alias enĩ ille ꝯtinentie eſſent equales. Si igiṫ f ſit maior g,ꝯtinentia a in b maior erit continentia
c in d,quẽadmodũ cõtinentia e in f maior erit ꝯtinẽtia e in g. Et illa pars aliquota,de qua eſt queſtio,
poterit ſic inueniri:quere partẽ vnam aliquotã e,ꝙ̃ bis aut pluries contineaṫ in dña f ad g,que ſit h.fa
2 autem cile,poteris talem inuenire,ſi exceſſus ille ſit equalis e,vel maior e.ſed ſi fuerit minor,per vnã petitio-
nem exceſſus f ſupra g poteſt totiens multiplicari ꝙ cõſtituet maius e:⁊ũc tota ꝑs aliquota e,quota
erit iſte exceſſus f ſupra g,talis compoſiti,per viceſimam nonam dignitatem erit minor illo exceſſu,⁊
per ꝯſequens continebiṫ in illo exceſſu. Et ꝑ ꝯñs,medietas talis partis aliquote,que etiaȝ erit pars
aliquota e,ꝯtinebitur bis aut pluries in illo exceſſu. Hoc igiṫ pacto poterit h talis ꝑs reperiri. Dico
igitur,ꝙ h pluries ꝯtinebitur in f,ꝙ̃ in g.hoc aũt manifeſtũ eſt.quo habito,dico ꝙ tota ꝑs aliquota a
ſicut h reſpectu e,que ſit k,pluries ꝯtinetur in b,ꝙ̃ ſimilis pars aliquota c,ꝙ̃ ſit l,ꝯtineatur i d.hoc eĩ
inductiue in oĩbus apparet. Et ꝯtingeret etiaȝ hoc demõſtrare ꝑ equam ꝓportionalitateȝ directã
q2 ſicut h ad e ita k ad a ⁊ ſicut e ad f ita a ad b. Ergo ꝑ equam ꝓportionalitatem directaȝ ſicut h ad
f ita k ad b.⁊ ꝯſimiliter ꝯcludatur ꝙ l ad d ſicut h ad g cũ igiṫ h pluries ſit in f ꝙ̃ in g:k pluries con-
tinebitur in b ꝙ̃ l i d. Quia tñ demõſtratio eque ꝓportionalitatis directe nondũ viſa eſt,ſufficiat pro
nunc ꝙ illud inductiue apparet verũ. Et ſi tunc f eſſet minor g,ꝯtinentia a in b minor eſſet ꝯtinẽtia c
i d,quẽadmodũ ꝯtinẽtia e i f ẽ mior ꝯtinẽtia e i g.et eodẽmõ poteris inuenire ꝑtẽ aliq̃tã ꝙ̃ſitã.ſet ex hoc
apparet,ꝙ ſi ꝯtinẽtie a in b ⁊ c in d eſſẽt ſicut ꝯtinentie nũeroꝝ in numeris,⁊ illud ꝯſtaret,facile eſſet
reperire quod q̃ritur:q2 facile eſſet inuenire duas ꝯtinentias equales illis in tribus ꝙ̃titatibus con-
tinuis eo modo quo tactum eſt,q2 continẽtie taliũ duorum numerorũ in numeris,quibus ille ſunt eq̃-
les,ex dictis ſtatim facile poterunt poni in tribus numeris,quibus inuẽtis,capiaṫ quecũqȝ ꝙ̃titas,⁊
inueniãṫ tres ꝙ̃titates inequales,quarũ minor totiens ꝯtineat illam ſicut minor illorũ trium nũero-
rum ꝯtinet vnitateȝ,⁊ media ſicut medius,⁊ maxima ſicut maximus,⁊ in illis tribus inuenitur quod
3 petiṫ. Si aũt ille continẽtie non eſſẽt ſicut continẽtie nũerorum in numeris,aut eſſent ignote,⁊ nõ ſci-
res eas reducere ad cõtinentias repertas in tribus ꝙ̃titatibus ꝯtinuis:oporteret ꝙ inductiue ꝓce-
deres ꝑ partes aliquotas ad inueniendũ quod petis,donec aliqua occurreret,⁊ ſi poſſit ꝓceſſus in in
finitũ dari in talibꝰ modis ꝓcedẽdi ſaltẽ ſyncathegorematice,⁊ nõ ſcires inuenire qđ petis,nõ eſſet
incõueniens:in multis eñ ꝯtinentijs ignotis poteſt illud ꝯtingere:nec erit illud maius incõueniẽs,ꝙ̃
quod ſint multe ꝓportiones ignote:ymo adhuc ꝓcedẽdo ſcdm principia Euclidis,ſimilia poſſũt con-
tingere. Ex quo ſtat bene,ꝙ aliqua ꝓportio ſit altera maior,⁊ tñ dupla antecedentiũ nõ ſe habebũt

ſic ꝙ duplum antecedētis maioris addat ſupra aliqḋ multiplex ꝯſequentis maioris. Et duplum antecedentis minoris nō addat ſupra eque multiplex ꝯſequentis minoris. Et poſſet etiā ſtare cum illo, ꝙ dupla antecedentiuꝫ nō ſe haberent ſic, nec tripla: ꝛ cū illis poſſet ſtare ꝙ nec quadrupla ſe haberēt ſic. ꝛ ſic in infinitum ſyncathegorematice. Et ꝓpterea nō incōueniret ſcđm principia Euclidis, ꝙ in multis caſibus, vbi ſūt proportiones inequales, neſciremus inuenire eq̄ multiplicia antecedentiū q̄ taliter ſe haberent. Quare nec illud qḋ dictum eſt, incōueniet: nec eſt minor difficultas in talibus caſibus ſcđm principia Euclidis inuenire talia eque multiplicia antecedentiuꝫ ꝛ ꝯſequentiū, q̄ ſcđm hec principia q̄ inſequimur, inuenire ꝑtem aliquotam. Propterea in his non eſt fienda vis. Et ex his manifeſte apparet, ꝙ ſicut ꝯtinentia alicuius in aliquo maior eſt ꝯtinentia eiuſdē in minori, ita vniuerſalit̄ ꝯtinentia alicuius in aliquo maior erit ꝯtinentia maioris illo in eodē. Et ꝓpterea facile erit ꝯgnoſcere de quibuſcūqꝫ duabus ꝯtinentiis duorum numerorū in duobus nūeris, q̄ illarū ſit maior, reducendo eas ad tres terminos, quorū vnus talibus duobus modis in aliis duobus ꝯtineatur: quod facile fiet ex dictis ſtati in expoſitionibus .17. diffinitionis .7. elementorum Euclidis ꝛ .2. diffinitionis ſecūdi elementorum arithmetices iordani.

Circa .15. diffinitionem, ꝛ alias duas ſequentes, eſt aduertendū ꝙ illic preciſe fit mentio de ꝯparatione ꝓportionum eiuſdem rōnis īter ſe, de cōparatione autem proportionum diuerſarum rationum, quo ad maioritatē aut minoritatem, imaginant̄ aliq̄ ꝙ nulla proportio maioris inequalitatis eſt maior aut minor proportione aliqua equalitatis aut minoris īequalitatis, aut alicui earū equalis: nec etiā aliqua equalitatis reſpectu alicuius minoris ineq̄litatis. Hoc eñ habet Braduardinꝰ in ſuis ꝓportionibus, ꝛ multis rationibus nititur illud probare. Sed qꝛ Euclides, ꝛ Iordanus, ꝛ alij omnes mathematici oppoſitū imaginātur: nos etiam eorū imaginationi conformiter loquemur, ꝛ ſoluemus rationes Braduardini, ꝛ alias difficiliores q̄ ꝓ illa parte fieri poſſent. Eſt igit̄ aduertēduꝫ ꝙ ſcđm fundamenta Euclidis ī principio .5. que recitata ſūt, neceſſarium eſt dicere ꝙ q̄libet proportio maioris inequalitatis quacūqꝫ proportione equalitatis aut minoris inequalitatis ſit maior. Et quelꝫ equalitatis quecunqꝫ etiā minoris inequalitatis ſit maior: qꝛ ſi a ad b ſit proportio maioris inequalitatis, ꝛ c ad d eq̄litatiſ aut minoris īequalitatis, poterit dari aliqḋ multiplex a qḋ addet ſupra aliqḋ b, ꝛ eque multiplex c ſicut illud a nō addet ſupra eque multiplex d ſicut eſt illud b. Hoc facile pōt īueniri, ꝛ īferiꝰ oñdet̄. ꝛ pariformia ſi a ad b ſit ꝓportio eq̄litatis, ꝛ c ad d minoris īeq̄litatiſ: ſic̄ poterit ꝯtingere. ꝓpterea neceſſario dicendū eſt ita tentis illis fundamētis. Sed ſcđꝫ fundamenta que nos tenemus, nō eſſet neceſſariuꝫ ita dicere, ſed poſſet bene teneri id quod Braduardinus imagiatur: ꝛ tūc nō oporteret oīa que in ſuppoſitionibus ponētur, habere verum. Sed qꝛ, vt dictū eſt, Euclides ꝛ Iordanus ita imaginant̄, ꝛ cōmuniter oēs mathematici illud idem nos inſequemur. Et ſi petas, que erit ratio quare quecūqꝫ ꝓportio maioris inequalitatis dicetur maior quacūqꝫ ꝓportione minoris inequalitatis, ſimilit̄ ꝛ quecūqꝫ equalitatis: ſimiliter ꝛ de ꝓportione equalitatis reſpectu proportiōis minoris inequalitatis: Poterit ad hoc dici, ꝙ iḋ quelꝫ ꝓportio maioris inequalitatis quacūqꝫ ꝓportiōe equalitatis eſt maior, ꝛ ſimilit̄ quecūqꝫ minoris inequalitatis: qꝛ ꝓportio eſt habitudo añtis ad conſequens: ꝛ in proportione maioris inequalitatis ꝯñs imaginat̄ eſſe vnum integrum, ꝛ añs eſt maius cōſequētei. proportione autem minoris inequalitatis, ꝯñs imaginatur eſſe vnū integrum: ꝛ añs eſt minus ꝯñte. in proportione autem equalitatis añs eſt equale ꝯñti. Et quaſi proportionabiliter aſſignāda eſſet ratio, ſicut deberet imaginari ſcđm imaginationē Iordini quā inſequitur, quo ad iſtam difficultatem, in numeris: et Euclides etiā .7. elemētorum. Et pariformia etiā, ſi peteret̄ ratio, quare proportio minoris īequalitatiſ bipedalis ad tripediale maior eſt ꝓportione pedalis ad tripedale: et ita in aliis: diceretur ꝓportionabilit̄, ſicut dicēdū eſſet ſm eos. puta qꝛ bipedale eſt maior ꝑs tripedalis q̄ ſit pedale: Et ita in aliis, ſeclo ꝙ illa eſſēt icōmēſurabilia, reducendo tales ꝓportiones ad .3. t̄minos. nec magis ad placituꝫ erit hec dictū, q̄ illud qḋ ipſi imaginant̄ de ꝓportionibus numerorū, puta ꝙ per denoīationes debeant cognoſci: qꝛ ad placitū cōſiſtit ꝙ taliter denominātur. Iſtum igitur modū in ſequentibus tenebimus: ꝛ hec que dicta ſūt de comparatione proportionū diuerſarū rationum, tan q̄ fundamenta in ſequentibus tenebunt̄. Et īter ſuppoſitiones ponendas ānumerabuntur.

1 Sed contra ipſum multipliciter poteſt argui. Primo enim ſic arguit̄: capio a proportionem maioris inequalitatis īter duas q̄ntitates ꝯtinuas: ꝛ b ꝓportionē minoris īeq̄-
litatis. tūc a habet infinitas ꝑtes proportionales non cōmunicantes, quarum quelꝫ eſt ꝓportio maioris īequalitatis, ꝛ per ꝯñs q̄lꝫ maior b, cum igit̄ b ſit ꝓportio aliqualiter magna, ſeq̄tur ꝙ a eſt īfinite magna ꝓportio. ꝯſequentiam ꝓbo, qꝛ ſi quelꝫ illarum partium a eſſet equalis b, ex diffinitione infiniti a eſſet īfinite magna ꝓportio: ergo à fortiori poſt q̄ q̄lꝫ eſt maior b, a erit īfinite magna ꝓportio.
2 Itē ſcđo, qꝛ poſt q̄ a eſt maior b, ꝛ a eſt finite magna ꝓportio: ſimiliter ꝛ b: a ī aliqua ꝓportione erit maior b. hoc autē ſtare nō poteſt: qꝛ illa proportio eſſet maioris īequalitatis, ꝛ quacūqꝫ tali data, a poterit ſe habere ī tali ad aliquam partē eius que eſt ꝓportio maioris īequalitatis iſtar q̄titatis continue: data ergo tali parte, q̄ ſit c: a ad c eſſet ea ꝓportio que a ad b. ꝛ ꝑ ꝯñs ꝑ ſimile ī ꝓportionibus ſicut in q̄titatibus, ex .9. quīti euclidis c eſſet equalis b, quod eſt cōtra fundamentū huiuſmodi dicē-
3 di. Item etiā qꝛ poſt q̄ a eſt maior b ꝛ a eſt finite magna ꝓportio ꝛ b ſimiliter b aliquotiens ſumpta
4 redderet a vel maiorē a hoc ī quibuſcūqꝫ aliis ꝯtingere poteſt mō illud non poteſt ſtare. igit̄. Itē ex prima decimi Euclidis ꝑ ſimile ī ꝓportionibus ſicut ī q̄titatibus continuis poſt q̄ a ꝓportio eſt maior b auferendo maius q̄ dimidiū ex a ꝛ iterum auferendo maius q̄ dimidiū ex reſiduo, ꝛ ſic ꝯñter. tandē remanebit pars a minor b ꝛ q̄lꝫ pars a eſt ꝓportio maioris inequalitatis ergo aliqua ꝓportio

maioris inequalitatis aliqua ꝓportione minoris inequalitatis erit minor. Et ꝯſimiliter poteſt ꝓbari
ꝙ nõ quelʒ ꝓportio maioris inequalitatis quacũqʒ equalitatis ſit maior nec quelibet minoris inequali
tatis quacũqʒ equalitatis ſit minor. Pro ſolutione iſtorũ argumẽtorum ⁊ aliorũ multorũ que poſſẽt
huic ꝓpoſito applicari: Eſt primo aduertendũ, ꝙ licet proportio maioris inequalitatis ꝯparetur pro- p. notabile.
proportioni minoris inequalitatis quo ad maioritatem vel minoritatem vel equalitatem, nõ tñ ei pro-
portionatur ſic ꝙ ſit aliqua ꝓportio illius ad illã. Prima pars ptʒ. q: eſt illa maior, aut minor, aut illi
equalis. Scḋa pars ptʒ. q: non poteſt ſignari proportio certa illius ad illã: ⁊ ſimile eſt quo ad hoc, ſi-
cut de angulo rectilineo reſpectu anguli ꝯtingentie. Eſt eñ qlʒ angulus rectilineus quocũqʒ angu-
lo ꝯtingentie maior, prout ex .15. tertii Ele. Euclidis euidẽt apparet. nulla eſt tñ ꝓportio illius ad
illum: q: ſtatim ſequeretur aliquẽ angulũ ꝯtingentie alicui rectilineo eſſe equalẽ. ⁊ ſimile ꝯtingit de
proportiõe equalitatis, tam reſpectu maioris inequalitatis, q̃ reſpectu ꝓportiõis minoris inequalita-
tis. Et per hoc ptʒ ſolutio ſcḋi argumenti. Et ſi ꝯtra hoc arguas, q: eſt aliqua habitudo a ad b, ergo
a ad b erit proportio maioris inequalitatis poſt q̃ a eſt maior b. ꝯña tenet ex diffinitione proportionis
maioris inequalitatis: ⁊ añs patʒ, q: a ꝯparatur b. ergo a ad b eſt aliqua habitudo: Ad hoc poteſt dici,
ꝙ nõ quelʒ habitudo maioris ad minus eſt proportio maioris inequalitatis: ſed ſolũ habitudo quam
habet maius ad minus, quo ad hoc, ꝙ ꝯtinet ipſũ, ⁊ vltra aliquid adequate, quod eſt illo maiore minus.
⁊ proportionabilr̃ dicatur de diffinitione ꝓportionis minoris inequalitatis, ⁊ de diffinitione propor
tionis in cõmuni. Eſt vltra aduertendum, ꝙ quẽadmodũ quilʒ angulus rectilineus habet infinitas p- ſcḋm.
tes non cõmunicantes, quarũ quelʒ eſt angulus rectilineus, ⁊ maior quocũqʒ angulo contingentie: ⁊
tñ non propterea aliquis angulus rectilineus eſt infinite magnus, eſto ꝙ qlibet angulus contingentie
ſit aliq̃ntulũ magnus: ita etiam nõ inconueniet, ꝙ aliqua proportio maioris inequalitatis habeat infini-
tas partes non cõmunicantes, quarũ quelʒ ſit maior quacũqʒ ꝓportione minoris inequalitatis, ⁊ que-
libet minoris inequalitatis ſit aliq̃ntulum magna: tñ talis maioris inequalitatis nõ erit ꝓpterea infini-
te magna. ⁊ ratio huius eſt, q: nõ eſt certa proportio alicuius ꝓportionis maioris inequalitatis ad ali-
quam minoris inequalitatis. Si eñ eſſet aliqua, nõ poſſet illud ꝯtingere. Hiis ſuppoſitis, reſpondeo
Ad 1 ad rõnes. Ad primam, nego ꝯſequentiam: ⁊ ad probationẽ, vbi arguis a fortiori, ꝯceſſo añte nego cõ
ſequentiã et nego illam tenere a fortiori bene teneret a fortiori ſi a ad b eſſet certa ꝓportio: ſimiliter
2.3 ꝗtium a ad b. Ad ſcḋam patʒ ſolutio ex p̃mo notabili. Ad tertiam, nego illã ꝯñam. bene tñ valeret ſi
a ad b eſſet aliqua proportio. Et ſi ꝯtra hoc arguas, q: b infinities ſumpta reddet proportionẽ infinitã,
⁊ a eſt finita ſolum, ergo reddet ꝓportionem maiorẽ a. alias aliquod finitũ aliquo infinito eſſet maius,
vel illi equale: Ad hoc nego añs. vnde dico, ꝙ licet poſſit dari aliqua ꝓportio maioris inequalitatis in-
finita, nõ poterit tñ dari ꝓportio minoris inequalitatis infinita: ⁊ propterea non poterit b infinities ſu-
mi taliter, ꝙ reſultet aliqua proportio minoris inequalitatis infinite magna, bene tñ poterit aliqua da-
4 ri infinite ꝑua. Ad quartam dico ꝙ non opʒ ꝙ ꝯtingat ſimile in proportionibus, quo ad illud, ſicut i q̃n-
titatibus, q̃ñ inter tales proportiones nõ eſt proportio aliqua: quemadmodũ nec oportet ꝙ ſimile cõ-
tingat de angulis iter quos nõ eſt proportio, puta de angulo rectilineo ⁊ de angulo cõtingentie, ſicut
Campanus tangit ſupra illam ꝯclõnẽ Euclidis allegatã: in quibuſcũqʒ tñ inequalibus, inter que eſt
5 ꝓportio, ſimile contingeret. q: ad quecũqʒ demonſtratio illius cõcluſionis applicari poteſt. Sed ar-
guitur iam ꝓbando ꝙ nulla proportio equalitatis ſit maior proportione minoris inequalitatis aut mi
nor proportione maioris inequalitatis: q: nulla ꝓportio equalitatis eſt magna, ymo quelʒ eſt indiuiſi-
bilis. ergo nulla erit maior ꝓportione minoris inequalitatis, nec minor ꝓportione maioris inequalita-
ꝯña videtur nota ex mõ exponẽdi propõnum de ꝯparatiuo: ⁊ añs ꝓbatur, q: nulla proportio equali-
2 tatis habet partem aliquã prout ex .9. diffinitione apparet, ergo nulla talis erit diuiſibilis. Itẽ etiã
aliqua proportio maioris inequalitatis eſt indiuiſibilis, ergo nõ quelʒ maioris inequalitatis quacũqʒ mi
noris inequalitatis eſt maior nec quacũqʒ equalitatis. ꝯña tenet. q: dato oppoſito ꝯñtis cũ antecedẽte,
aliquod indiuiſibile aliquo diuiſibili eſſet maius, ſimilr̃ ⁊ aliquo indiuiſibili, ꝙ manifeſte falſuʒ apparet
ex modo exponẽdi ꝓpoſitionum de ꝯparatiuo ⁊ ſuperlatiuo. añs patet de proportione binarii ad vni
Ad 1 tatem. Ad primũ iſtorum, ꝯcedendum eſt in p̃mo ꝙ proportio equalitatis ẽ indiuiſibilis: q: omi ꝑte et
omni ꝯpoſitione caret. non tñ propterea ſequitur ꝙ illa nõ ſit maior proportione minoris inequalitatis:
nec ſeqtur ꝙ non ſit magna. vnde poteſt dici, primo ꝙ improprie dr̃ magna, vt puta ex eo q: denotatur
ab vnitate vel equalitate. Poteſt etiã alio modo dici, ꝙ i his non attendit̃ magnitudo rõne diuiſibili-
tatis, ſed rõne ꝯtinentie ꝯñtis in añte, vel edIuerſo ⁊ q: continentia añtis proportionis equalitatis in
2 minori poteſt dici magna aliquo mõ, ꝓpterea proportio equalitatis aliquo modo dicetur magna. Ad
ſcḋm. poteſt ꝯcedi ꝙ illa ꝓportio ſit indiuiſibilis. ymo de neceſſitate debet cõcedi, imaginando nume
rum ⁊ vnitatem more ariſmethicorũ ſi imaginaremur fractiones. hoc tñ nõ tolleret illam eſſe magnã.
quia ꝯtinentia añtis eius in ꝯſequente eſt aliq̃ntulũ magna: ⁊ per illud ſumitur magnitudo. Et ſi ar-
guas adhuc, ꝓbando ꝙ proportio equalitatis ſit maior ꝓportione maioris inequalitatis, q: ſit a ad b
proportio equalitatis ⁊ c ad d ꝓportio maioris inequalitatis. Tũc patʒ propoſitũ. q: maior eſt habi-
tudo a ad b, q̃ c ad d. ergo maior eſt proportio a ad b q̃ c ad d. ꝯña tenet a diffinitione ad diffinitum. ⁊
añs ꝓbatur. q: maior eſt ſimilitudo a ad b, q̃ c ad d, ergo maior habitudo. añs patet, q: ſuppono cete
ra, quo ad alia, eſſe paria. Ad hoc rñdeo, negando iſtam vltimã ꝯñam. vnde nõ attendit̃ maioritas ha-
bitudinis per maioritatẽ ſimilitudinis añtis cũ ꝯſequente, ſaltẽ loquendo de habitudine de qua pro-
cedit diffinitio. ſed penes hoc, quod añs eſt maius ꝯñte vel minus vel inequale. ⁊ vlr̃, maioris ad mino
dr̃ eſſe maior habitudo q̃ equalis ad equale, q: eſt eo maius ⁊ equalis ad equale maior habitudo q̃

minoris ad maius q₂ eſt equale illi ⁊ aliud eſt altero minus loquēdo de habitudīe de qua loq̄mur ī ꝓ-
poſito ex cuius maioritate aut minoritate ſumenda eſt maioritas aut minoritas in proportionibus
ſicut ex dictis poteſt apparere.

Circa decimam octauam diffinitionem eſt ſupponendū ꝙ in ꝓpoſito ſolum procedimus de pro-
portionalitate geometrica immo eſto ꝙ moderni ꝑ proportionalitatē q̄ualꝫ medietatē itel
ligant antiqui tamen non illomodo vtuntur ſolam proportionalitatē geometricam intelligentes per
proportionalitatem tunc diffinitio eſt clara.

Circa decimam nonam ⁊ .20. diffinitiones aduerte ꝙ diuerſimode ſolent illi termini diffiniri il-
lic tñ poſite ſūt diffinitiones q̄ clariores appent Et pro ipſoꝝ intellectiōe eſt aduertendū
ꝙ ideo aliq̄ proportiones dicūt ꝑ terminū ꝯmunem mediū vel terminos ꝯmunes medios copulate q₂
cuiuſcunq₃ illaꝝ qualꝫ terminus q̄ non eſt maximus aut minimus inter oēs terminos illarū eſt añs
vnius ⁊ ꝯñs alterius ⁊ copulātur iterdum ꝑ vnum terminū tñ ⁊ hoc qñ inter terminos illarum pre-
ciſe vnus reperitur qui nō eſt maximus aut minimus ipſoꝝ eſt tñ terminus maior vnius illarū ⁊ mi-
nor alterius interdū aūt copulātur per plures terminos ⁊ hoc qñ plures tales termini medij īter ter
minos earum reperiunt. Exemplum primi patet de proportionibus .6. ad .4. ⁊ .4. ad .2. Exemplū
ſcdi de proportionibus .8. ad .4. ⁊ .4. ad .2. ⁊ .2. ad 4. Et ex hoc ptꝫ ꝙ ſi duo equalia eidē tertio pro
portionentur ſimilitudo illarū proportionū nō erit proportionalitas ꝯtinua ſed diſcōtinua q₂ propor
tiones ille nō copulātur ꝑ terminū ꝯmunē medium aut terminos ꝯmunes medios ⁊ propterea licet
id quod cōmuniter ſolet dici de proportionalitate ꝯtinua vcꝫ ꝙ inter tres terminos ⁊ nō īter paucio
res reperiri poteſt verū habet non tñ illud qḋ cōmuniter ſolet duci de proportionalitate diſcontinua
vcꝫ ꝙ ad minus requirat .4. terminos in propoſito em̄ eſt inſtantia ⁊ vniuerſalr̄ qñ idem caperetur
pro añte vtriuſq₃ illarum ſimiliū vel idem pro conſequente propterea illud quod ſubdit in viceſima
diffinitione intelligatur extra talem caſum tunc diffinitiones ille ſunt clare.

Circa 21. diffinitionē eſt aduertendum ꝙ ex modo loquendi Euclidis in multis locis ſimiliter ⁊
Jordani ⁊ alioꝝ mathematicorū apparet videntur ipſi imaginari ꝙ quacūq₃ proportione
data q̄ ſit gratia exempli a ad b capto quocūq₃ termino eiuſdem rōnis cū illis pro medio īter illa ex
trema illius ꝓportionis ad hūc ſenſū ꝙ a ꝯparet ad illum ⁊ ille ꝯparetur ad b ſiue ille ſit maior quo
cūq₃ illoruꝫ ſiue minor ſiue vno maior ⁊ altero minor tūc proportio a ad b ꝯponetur ex proportione a
ad illū terminū ⁊ ex proportione illius termini ad b ⁊ ꝙ ille due proportiones ꝯtinuantur Et ex con
ſequenti dicerent aliqui ꝯſequēter loquendo ꝙ qualꝫ illarum proportionū erit pars proportionis a
ad b. Sed ꝯtra hoc poteſt argui ſatis efficaciter q₂ ſeq̄retur ex illo ꝙ aliquid eſſet pars alterius qḋ
eſſet pars illius. Similit ⁊ ꝙ aliquid ꝯponeretur ex aliquo alio qḋ cōponeret ex ipſo hec autē ſatis
abſurda ſūt ꝙ ſequantur tñ ptꝫ q₂ capio ꝓportionem quatuor ad duo ⁊ imaginor numerū .8. mediuꝫ
inter illa extrema ad ſenſum datū tunc proportio .8. ad .2. illo modo dicendo erit pars proportionis
.4. ad .2. ⁊ proportio .4. ad .2. ex illa ꝯponetur modo clarum eſt ex altera pte ꝙ proportio .4. ad .2.
eſt ps ꝓportiōis .8. ad .2. ⁊ hec .8. ad .4. ex illa ꝯponit Hec videt manifeſte ſeq̄ ex illo modo dicēdi
q̄ ſatis abſurda in ſtudio naturalis philoſophie ſūt ymo non videntur reprobatione digna. Quare
nō eſt credēdum ꝙ Euclides ⁊ Jordanus ⁊ alij mathematici ceperint illa dicta in ſenſibus quos vi-
dentur facere ideo ad ꝯformandum illa dicta veritati aliquas diſtinctiones ponā ꝑ quas ſaluabunt.
Et tandē apparebit ꝙ nō erit difficultas niſi ad nomē. Primo igitur ſupponendū eſt ꝙ duobus mo
dis poſſunt alique proportiones continuari improprie ſcilicet ⁊ ad illud ſufficit ꝙ ipſis aliquo ordine
diſpoſitis ꝯñs pme ſit añs ſcde ⁊ ꝯñs ſcde añs .3. ſi tot fuerint ⁊ ita deinceps vſq₃ ad vltimum. Et
hoc modo due proportiones quarū vna eſt maioris īequalitatis ⁊ altera minoris continuantur. Alio
modo poſſunt aliq̄ continuari ꝓprie ⁊ ad hoc requiritur ⁊ ſufficit ꝙ ſint eiuſdē rōnis ⁊ ꝙ quilibꝫ ter
minus alicuius illaꝝ qui nō eſt maximus aut minim⁹ īter terminos illarū ſit ꝯñs vni⁹ ⁊ añs alterius
Eſt vltra aduertendū ꝙ duobus modis poteſt itelligi aliquā proportionē ex aliquibus cōponi. Uno
modo ꝓprie ⁊ ad hoc oportet ꝙ tales proprie ꝯtinuentur ⁊ q̄lꝫ ſit illius pars. Alio modo poteſt itel
ligi improprie ad hunc ſenſum vcꝫ ꝙ īter extrema talis ꝓportionis ꝓprie vel improprie ꝯtinuentur
tales proportiones. Et hoc modo nō aliud erit proportionē aliquam ex aliquibus ꝯponi q̄ illas īter
extrema illius ꝓprie vel improprie ꝯtinuari. Et hoc modo ꝓportio aliqua bñ poterit ꝯponi ex aliqui
bus ⁊ eſſe pars vnius illarum ⁊ poterit aliqua ex aliqua ꝯponi que iterum ex ipſa ꝯponitur dico igit
ꝙ doctores allegati vbi loquebātur de continuatione ⁊ de ꝯpoſitione ꝓportionum loquebant large.
Et ad ꝓportionabilem ſenſum poſſet etiā ꝯcedi ꝙ aliqua eſt pars alterius q̄ eſt pars ipſius puta ad
hunc vcꝫ ꝙ aliqua iter extrema alicuius reperit ꝯtinuata cū aliqua alia q̄ etiam īter extrema illius
reperit cum aliqua alia ꝯtinuata. Et tñ iſti modi loquendi valde extranei multis viderētur aliter lo
quar vbi ſcꝫ ipſi dicerent aliquā ꝓportionem ex aliquibus ꝯponi dicam īter extrema illius ꝯtinuari
proprie vel improprie Et ita de alijs locutionibus eorū q̄ in rigore nō videntur vere Nec erit diſcri-
men niſi ꝑciſe ad nomen in his modis loquēdi ⁊ in idem redibunt quo ad ꝯcluſiones ponendas prop
ter tñ cauſam tactam aliter loquar q̄ ipſi ⁊ clarius Et ex his apparet ſolutio argumenti facti. Tū
aduerte ꝙ p̄ma diſtinctio poſita non ſolū ꝓ huius difficultatis diſſolutione deſeruit verū etiam pro
diffinitionibus ſpecieꝝ ꝓportionalitatis ⁊ ſignanter ꝓ diffinitionibus eq̄ proportionalitatis ⁊ mem
brorū diuidentiū illā eſt accōmoda Satis em̄ difficile eſſet diffinitiones illas clare ⁊ ſufficienter aſſi
gnare ſine hoc. vbi tñ hac diſtinctione ſuppoſita facile erit illud. Propter igit hec oīa illa prima di-
ſtinctio poſita eſt. Sed occurrit adhuc difficultas. An p̄ſens diffinitio procedat de ꝯtinuatiōe ꝓpor-

tionum ꝓprie dicta ſimiliter ⁊ de ↄpoſitione ꝓportionū ꝓprie dicta. Sed ad hoc dico breuiter ꝙ ſi in illa eſſet ſermo de cōpoſitione ꝓprie dicta oporteret ꝙ etiā ꝓcederet de ↄtinuatiōe ꝓprie dicta ſed ſi ꝓcederetur de cōpoſitione large poſſet indifferēter ꝓcedi de cōtinuatione quocūq modo indifferenter ⁊ verū haberet. Sed iam oritur alia difficultas ſuppoſito ꝙ ꝓcedat ſolū de cōtinuatione ꝓprie dicta ſimiliter de ↄpoſitione ꝓprie dicta quia ſcḋm dicta illa indifferenter ꝓcedet de ꝓportionibꝰ minoris inequalitatis ſicut ⁊ de ꝓportionibus maioris inequalitatis modo illud nō videtur ſtare qꝛ tunc ꝓportio .4. ad .8. cōponeretur etiā ex ꝓportionibus .4. ad .6. ⁊ .6. ad .8. propter ⁊ ex ↄſīli ꝓportio .4. ad .6. erit pars ꝓportionis .4. ad .8. quod videtur repugnare ↄmuni imaginationi omniū in hac materia imaginantur enim ↄmuniter oēs ꝙ quāto aliqua ꝓportio maioris inequalitatis reperta īter aliquos t̄mios maior eſt tanto ꝓportio minoris inequalitatis repta inter illos terminos erit minor. Vn̄ ſequitur ꝙ ꝓportio .4. ad .5. maior ē ꝙ̄ ꝓportio .4. ad .8. ⁊ ex alia pte ꝑ p̄mā dignitatē ad ꝓportiones applicatam videtur ꝙ ꝓportio .4. ad .8. debet eſſe maior ꝙ̄ .4. ad .6. ex quo proportio .4. ad .6. eſt pars illius. Pro iſta difficultate eſt aduertendū ꝙ ſcḋm principia tacta q̄ habet Euclides .5. Elementorum neceſſariū eſt dicere ꝙ quanto aliqua ꝓportio maioris īeq̄litatis eſt alia maioris īequalitatis maior tanto ꝓportio minoris inequalitatis repta īter t̄mios illius eſt minor ꝓportiōe mīoris īeq̄litatis repta inter terminos alterius hoc ſatis notū eſt intelligenti illa principia bene tñ verū eſt ꝙ non inſequēdo illa principia nō neceſſario ſequeretur illud. Quicquid tñ ſit qꝛ ille modus dicendi tritus eſt apud omnes mathematicos ⁊ ariſmeticos ſpeculatiuos illū incōcuſſe inſequemur in ſequentibus Et ratio huius ſcḋm principia q̄ nos inſeqmur iam tacta eſt ſuprius oportet igitur difficultatem illam diſſoluere Et ꝓ ipſa diſſoluenda dicam ſicut michi videtur eſſe dicendū ad ſaluendum oīa que debent ↄcedi ↄſequenter loquendo ad illū modū dico igitur p̄mo ꝙ eſto ꝙ in diffinitione illa ꝓcedatur de ↄtinuatione ꝓportionum proprie dicta adhuc verum habet in ꝓportionibus minoris īequalitatis adeo bene ſicut ī ꝓportionibus maioris inequalitatis Dico ſcḋo ꝙ cū illo poteſt adhuc ſoluari illud verū ꝙ q̄to aliqua ꝓportio maioris inequalitatis repta inter aliquos t̄mios eſt maior tāto proportio minoris inequalitatis repta inter eoſdē eſt minor ⁊ Ad ſaluandū illud habēdus erit recurſus ad terminos poſitiuos ⁊ ꝑuatiuos diceretur enī ꝙ ꝓportio maioris inequalitatis diceretur poſitiue ⁊ ꝓportio minoris inequalitatis ꝑuatiue Et ꝓpterea quēadmodum remiſſio vt .4. eſt pars remiſſionis vt .8. ⁊ tñ eſt maior remiſſio ꝙ̄ remiſſio vt .8. ita etiā ꝓportio .4. ad .6. erit pars ꝓportionis .4. ad .8. erit tñ maior ꝓportio ꝙ̄ ꝓportio .4. ad .8. Et ad illam dignitatem dico ꝙ non habet verū applicando illam ad ea que ꝑuatiue dicūtur ſicut de remiſſione ↄſtat Et ita dicendo manifeſte cōſtat ꝙ quēadmodum datis duabus qualitatibus īequaliter intenſis aut remiſſis in eadē ꝓportiōe ī qua intenſio vnius eſt maior intēſione alterius remiſſio alterius eſt maior remiſſione illius ita in eadē ꝓportione in q̄ aliqua ꝓportio maioris inequalitatis reperta īter aliquos terminos eſt maior ꝓportione maior inequalitatis repta īter alios ꝓportio minoris inequalitatis reperta īter alios erit maior ꝓportione minoris inequalitatis repta inter alios hoc eſt tanq̄ fundamentū tenendum eſt in quibuſcūq ꝓportionibus tā rationalibus ꝙ̄ irrationalibus nec poteſt aliter ꝓbari ꝙ̄ per ſimile in alijs poſitiuis ⁊ ꝑuatiuis. Nec eſt curandū ibi an ꝓportio maioris īequalitatis ſit eadem res cum proportione minoris inequalitatis qꝛ qualitercūq dicatur quo ad hoc nō repugnat dictis nec dicendis ſane intelligēdo ea ſcḋm tñ viam noīalium poteſt indifferenter dici ꝙ ly ꝓportio maioris inequalitatis ſupponit ꝓ ambobus terminis cognotando ꝙ alter ſit maior altero et ly ꝓportio minoris īequalitatis etiā ꝓ ambobus ſupponeret cognotando ꝙ alter eſſet altero minor. Et poſſet etiam dici ⁊ melius ꝙ ly ꝓportio maioris inequalitatis ſupponit ꝓ termino maiori cognotando ꝙ ↄparetur ad minorem Et li ꝓportio minoris inequalitatis oppoſito modo melius tñ ſaluantur oīa ſcḋm viam realium ſi enim in rigore vellemus ꝓcedere difficile eſſet oīa que cōmuniter dicūtur ſaluare ſcḋm viā noīalium. Propterea nō amplius inſiſtam in hijs ſed procedam ſecūdum geometre imaginationem in hijs materijs. ¶ Sed pro maiori intellectione eorum que dicta ſunt de compoſitione ꝓportionū aliqua deducā ex eis correlaria. Primum ſi fuerit aliqua ꝓportio maioris īequalitatis īter aliquos terminos ⁊ detur mediū aliquod inter illos illa adequate ↄponetur ex ꝓportione maioris ad illud mediū ⁊ ex ꝓportiōe illius medij ad minimū ⁊ proportio minoris īequalitatis repta inter illos adequate ↄponetur ex ꝓportiōe minoris ad illud mediū ⁊ ex ꝓportione illius medij ad maximū ⁊ ſi dētur duo media inequalia ꝓportio maioris ad illud ↄponetur adequate ex ꝓportione maioris ad maximū illorum mediorū ⁊ ex proportione maximi illorum mediorū ad minimū mediorum ⁊ ex ꝓportione minimi mediorū ad minimum aliorū ⁊ ꝓportionabiliter ſi plura media inequalia ſumātur ⁊ ↄſimiliter de ꝓportione minoris īequalitatis dicatur ⁊ tñ ē ꝙ ꝓportio .8. ad .4. ex vna pte adeq̄te ↄpōitur ex ꝓportiōe .8. ad .6. ⁊ ex ꝓportiōe .6. ad .4. ⁊ ex alia pte adeq̄te ↄponitur ex ꝓportiōe .8. ad .7. et ex ꝓportiōe .7. ad .6. ⁊ ex ꝓportiōe .6. ad .5. ⁊ ex ꝓportiōe .5. ad .4. ⁊ ꝓportionabiliter ī alijs ⁊ de ꝓportiōe mīoris īeq̄litatis .4. ad .8. ſimile ↄtīgit. Scḋm correlariū datur aliqua ꝓportio īter a ⁊ b terminos q̄ adequate ↄponitur ex aliquibus nō cōmunicantibus ⁊ tñ nullius illarū b eſt terminus ſimile pōt ↄtingere de a eſto ꝙ illi fuerint termini finiti imaginor ibi totum ab oīnibus ſuis partibus ſimul ſumptis diſtingui hoc ſuppoſito facile oñditur illud ſit a tripedale ⁊ b bipedale pars a ⁊ diuido exceſſum a ſupra b in ptes ꝓportionales in qua ꝓportione volueris minoribus terminatis verſus b ⁊ ſigno īfinitas ptes ordinatim quarū prima cōtineat b ⁊ omnes illas ptes ꝓportionales illius exceſſus dēptis prima ⁊ alia ↄtineat b ⁊ omnes illas dēptis p̄ma ⁊ ſcḋa ⁊ ſic in īfinitū tunc ꝓportio a ad b adequate ↄponitur ex ꝓportiōe a ad illā p̄mā partem ⁊ ex ꝓportione illius p̄me ad illā ſcḋam ⁊ ſic in infinitū tñ nullius illarū ꝓportionum b eſt ter-

minus facile eſt oſtēdere ſimile de a. Tertium correlariū proportio a ad b adequate ꝯponitur ex aliquibus proportionibus nō cōmunicantibus ⁊ nullius illarꝫ a vel b eſt terminus ⁊ ſimile de ꝓportione b ad a hoc ſic oſtditur ſigno e medium inter a ⁊ b tunc ꝑut ex ꝓcedenti correlario apparere poteſt ꝓportio a ad e componi adequate ex aliquibus ⁊ nullius illarum a erit terminus ⁊ per idem correlarium ꝓportio e ad b adequate ꝯponetur ex aliquibus non cōmunicantibus ⁊ nullius illarū b erit terminus ſed ꝓportio a ad b adequate ꝯponetur ex talibus proportiōibus ex quibus ꝓportio a ad e cōponitur quarū nullius a eſt terminus ⁊ ex illis ex quibus ꝓportio e ad b cōponitur quarum nullius b eſt terminus igit̄ ꝓpoſitum correlarij. Quartum correlarium aliqua eſt ꝓportio īter aliquos terminos que adequate ꝯponitur ex aliquibus ꝓportionibus ⁊ reſpectu cuiuſꝫ illarū terminus maior eſt terminus ⁊ ꝓportionabile de minori ꝯtingit hoc tn̄ nō pōt ꝯtingere vbi ille eſſent finite vel nō cōmunicantes nec etiam hec tria correlaria vltima in numeris verificari poſſunt.

Uiceſima ſecūda diffinitio manifeſta ē ex ſe nec aliqua eget expoſitione.

Circa 23. ⁊ .24. diffinitiones eſt aduertendum ꝙ diffinitiones ille ꝓcedunt de ꝗtitatibus numeris ⁊ terminis geometrice ꝓportionalibus Eſt vltra aduertendū ꝙ diffinitio terminorum ꝓportionalium geometrice ſic poteſt in rigore dari. Sunt termini īter quos ſimiles ꝓportiones reperiūtur quorꝫ quilibet alicuius illarū eſt terminus ⁊ ꝓportionabiliter in rigore poterunt diffiniri ꝗtitates ꝓportionales ſimiliter ⁊ numeri ⁊ per hoc patꝫ qualiter ſint intelligende diffinitiones ille in rigore ꝓcedendo. ¶ Occurrit tn̄ difficultas an captis quatuor terminis equalibus illi dicātur ꝓportionales q2 diffinitio videtur eis ꝯpetere ⁊ ex altera ꝑte multa ſolent ꝯcedi que nō vidētur ſtare cū illo. Solet eñ dici ꝙ cū fuerint tres termini ꝯtinuo ꝓportionales ꝓportio primi ad vltimū erit tāꝗ ꝓportio ꝑmi ad ſcđm duplicata ⁊ ſi fuerint quatuor triplicata hec eñ habet Euclides .5. Ele. diffinitionibus .10. ⁊ .11. Ad hoc dico breuiter ꝙ illud ꝯſiſtit ad nomen tenēdo tn̄ ꝙ ſic intelligēde eſſēt diffinitiones Euclidis vbi tales termini eſſent inequales ⁊ ita ꝓcedit etiā .27. diffinitio ſicut ſtatꝫ apparebit ſi tn̄ oppoſitum teneretur facile eſſet ſaluare diffinitionem tactam ſubintelligendo lꝫ non equales inter ſe melius tamen eſt dicere alio modo.

Circa diuiſionem terminorum ꝓportionalium ⁊ duas diffinitiones mēbrorum. Eſt aduertendū ꝙ conſimiliter diuiſio illa ⁊ diffinitiones mēbrorum ꝓcedunt de terminis ꝓportionalibus geometrice continuo aut diſcontinuo tunc diffinitiones ille ſūt manifeſte. Eſt tn̄ aduertendū ꝙ cauſa quare termini diſcontinuo ꝓportionales illo modo diffiniunt̄ ⁊ nō ſic ſunt termini ꝓportionales īter quos diſcontinua ꝓportionalitas reperit̄ eſt iſta q2 hoc vltimo modo diffiniēdo ijdē termini eſſēt continuo ꝓportionales ⁊ diſcontinuo ꝓportionales patꝫ captis .8.4.2.1. inter illos eñ continua ꝓportionalitas reperitur vt manifeſte cōſtat ⁊ diſcōtinua etiam q2 reperitur ſimilitudo iſtarum duarū ꝓportionum .8. ad .2. ⁊ .4. ad .1. que non copulantur ꝑ terminū cōmunem mediū vel terminos communes medios ſi tamen hoc nō habeatur ꝓ incōuenienti poſſet etiam taliter dari diffinitio.

Circa 27. diffinitionem eſt aduertendum ꝙ illud quod in prima parte ꝓponitur ex diffinitionibus .21.22. ⁊ ex dignitate .24. ad ꝓportiones applicata euidēter cōſtat q2 proportio primi ad tertium vocando ꝑmum maximū adequate cōponitur ex ꝓportionib9 ꝑmi ad ſcđꝫ ⁊ ſecūdi ad tertium ꝗ ſunt equales ⁊ nō cōmunicant ꝑut ex .10. diffinitione poteſt colligi ergo ſequit̄ ex dicta dignitate taliter applicata ꝙ ꝓportionm ꝑmi ad tertiū erit dupla ad ꝓportionem ꝑmi ad ſecundū. Secunda aūt pars apparet ex dictis ſupra .21. diffinitionē q2 in eadē ꝓportione in qua proportio aliqua maioris inequalitatis eſt maior alia in eadē ꝓportione ꝓportio minoris inequalitatis repta inter terminos alterius erit maior ꝓportione minoris inequalitatis reperta inter terminos illius taliter eñ ſe habet priuatiua in ordine ad ſua poſitiua ⁊ ex eiſdem fundamētis euidēter patent om̄es alie ꝑtes Ex iſta diffinitione ſatis apparet ꝙ ipſa ꝓcedit vbi tales termini nō ſunt equales vbi eñ eſſēt equales patꝫ manifeſte ꝙ nō haberent verū hic tn̄ aduerte ꝙ vbi eſſent tres termini cōtinuo ꝓportionales vocando ꝑmum minimū ꝓportionē ꝑmi ad vltimum vocaret Euclides duplicatam ad ꝓportionē ꝑmi ad ſcđm ⁊ vbi eſſent quatuor triplicatā ꝑout ex .10. ⁊ .11. diffinitionibus .5. eius apparere poteſt nō tn̄ ita intelligendū eſt illud ꝙ velit dicere illam eſſe duplam ad talē q2 cum ꝓportio dupla ſit maioris inequalitatis deberet eſſe maior illa quod manifeſte repugnat principijs eius vult tn̄ per illud dicere ꝙ adeq̄te ex duab9 talibus reſultat ⁊ ꝓportionabilr̄ vbi ſūt .4. tn̄ ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ vbi tn̄ ꝓportiōales eſſēt eq̄les adhuc eūdē modū loq̄ndi ſeruāt antiq mathematici ⁊ geometre Sꝫ illud difficili9 ſaluaret̄ niſi valde extranee vt puta ad hūc ſenſū ꝙ īter extrema talis ꝓportiōis ꝑmi ad vltimū inueniūtur due tales ꝓportiones ꝑme ad ſcđm cōtinuate aut tres ſi tales termini fuerint quatuor ſed ad hūc ſēſum oporteret concedere ꝙ aliqua ꝓportio equalitatis ad aliquam eandem eſt duplicata triplicata ⁊ ita deinceps ymo ꝙ aliqua ad aliquam eſt duplicata ⁊ triplicata que ad ipſam reciproce eſt duplicata triplicata ⁊ ita deinceps.

Circa modos proportionalitatis illic poſitos eſt aduertendū ꝙ aliqui ſolēt vocare illos modos ſpecies ipſius ꝓportionalitatis rectius tamen ſecundū ꝙ ſolēt aſſignari debent dici modi arguendi ſicut illic tāgitur ⁊ illo modo ꝓcedendo aſſignātur diffinitiones illorum terminorꝫ ſi tamē vellemus dicere ꝙ illi termini ſint ſpecies ꝓportionalitatis oporteret aliter aſſignare diffinitiones. Undeꝑ ꝓportionalitatem ꝯuerſam oporteret ītelligere ſimilitudinē aliquarꝫ ꝓportionum taliter ſe hūtium ī ordine ad alias ſimiles ꝙ ille ꝓueniunt ex ꝯparatione ꝯñtium aliarum ad añtia earūdem ⁊ aliquo modo diceret̄ lꝫ ꝓportionalitas ꝯuerſa relatiue in ordine ad aliam ꝓportionalitatem ꝗ etiam

diceretur proportionalitas ꝯuerſa per reſpectū ad ipſam ⁊ ꝓportionabiliter diceretur de alijs ita ꝙ captis illis modis arguendi ſimilitudines illarū ꝓportionū q̄ inferuntur denominarentur tales proportionolitates per reſpectū ad añtia ex q̄bus īferūtur ſicut expſſe de vna quaq₃ tāgeṫ ⁊ adhuc ita dicēdo poſtq̄ illi t̄ri relatiue dicerētur ⁊ nō ly ꝓportionalitas nō eſſēt ſpēs illi⁹ t̄ri eſſētialiṫ ⁊ q̄ddita tiue īferiores ſed eſſēt t̄ri īferiores gn̄aliter meli⁹ igiṫ eſt ⁊ magis ꝯueniēs ꝓpoſito ponere tales modos ꝓportionalitatū eſſe modos arguēdi hoc t̄n nō obſtāte expreſſe apparebit qualiṫ ſit dicendū imaginādo illos eē ſpēs ꝓportiōalitatꝫ ſaltē īproꝑe dictas ⁊ q2 diffinitiōes illoꝝ t̄rioꝝ nō ſatis clare ymo valde ꝯfuſe ſaltē aliq̄ ſolēt aſſignari illic tāguṫ diffinitiōes clarioꝛ mō quo poſſūt aſſignari.

Circa diffinitionem proportionalitatis ꝯuerſe que prima inter illos modos ꝓportionalitatis ſolet cōmuniter poni exemplū patet ſic arguendo qualis eſt ꝓportio a ad b talis eſt c ad d. ḡ qualis b ad a talis d ad c. hic modus arguendi eſt ꝓportionalitas conuerſa ⁊ ita de ſimilibus eſto ꝙ plures proportiones aſſumerentur in antecedente ⁊ in conſequente ponendo tamen proportionalitatem conuerſam ſpeciem ꝓportionalitatis ſaltem improprie dictā illa ſimilitudo proportionum que īfertur ex antecedente talis modi arguendi diceretur proportionalitas conuerſa per reſpectum ad ſimilitudinem illarum proportionū ex qua infertur ⁊ etiam illa ſimilitudo ex qua infertur diceretur ꝓportionalitas conuerſa per reſpectum ad illam ⁊ ita loquendo de proportionalitate conuerſa poſſet ſic diffiniri Eſt ſimilitudo aliquarum proportionum taliter ſe h̄ntium in ordine ad totidez ſimiles ꝓportiones inter ſe ꝙ ille reſultant ex ꝯparatione conſequentium illaruꝫ ad antecedentia earumdem.

Circa diffinitionem permutate proportionalitatis patꝫ exemplū ſic arguendo. qualis eſt proportio a ad b talis ē c ad d. ergo qualis a ad c. talis b ad d hic modus arguēdi dicitur proportionalitas permutata ⁊ ita de ſimilibus eſto ꝙ plures proportiones ſumerētur. Si autem proportionalitas permutata ponatur ſpecies proportionalitatis proportionabiliter omnino dicendum eſt ſicut de proportionalitate conuerſa ⁊ ſi aliqua dicatur proportionalitas permutata per reſpectum ad aliquam aliam illa etiam ediuerſo dicetur proportionalitas permutata per reſpectum ad ipſam.

Circa diffinitionem Coniuncte proportionalitatis patet exemplum ſic arguendo: qualis eſt proportio a ad b talis eſt c ad d; ergo qualis eſt a b ſimul iunctorum ad b talis eſt c/ d/ ſimul iunctorum ad d ⁊ ita ſi plures proportiones ſumantur in antecedente: ſed procedendo de coniuncta proportionalitate prout eſt ſpecies proportionalitatis ſimilitudo illaruꝫ proportionū que infertur diceretur ꝓportionalitas cōiuncta per reſpectum ad ſimilitudinem ꝓportionū que aſſumuntur in añte ⁊ illa ſimilitudo proportionū que aſſumūtur in añte non diceretur ꝓportionalitas ꝯiuncta per reſpectū ad illam ſed ſolum diſiuncta ⁊ ex dictis poterunt ſufficienter diffiniri iſti termini capiendo ipſos ꝓut ſunt ſpecies ꝓportionalitatis ſaltem improprie dicte.

Circa diffinitionem diſiuncte proportionalitatis patet exemplum de iſto modo arguendi qualis eſt proportio a b ſimul iunctorū ad b talis eſt c d ſimul iunctorū ad d ergo qualis eſt ꝓportio a ad b talis eſt c ad d ⁊ ita ſi plures ꝓportiones aſſumātur i añte. Et ex dictis ſtatim apparet q̄d ſit dicēdum ſi procedamus de diſiuncta proportionalitate ponendo eam ſpeciem proportionalitatis.

Circa diffinitionem Euerſe proportionalitatis Eſt aduertendum ꝙ illa datur ſub diſiunctione: vt in ipſa tam euerſa ꝓportionalitas ꝯiuncta q̄ diſiuncta cōprehendatur ⁊ per primā ptē euerſa ꝓportionalitas ꝯiuncta ꝯprehendiṫ ꝑ ſcd̄am aūt euerſa ꝓportionalitas diſiūcta ⁊ exēpla patebūt ſtatī ⁊ pariforma q̄d ſit dicēdū ſi ille t̄minus ponaṫ ſpēs vel termin⁹ īferioꝛ ad ꝓportionalitatē.

Circa diffinitionem euerſe ꝓportionalitatis cōiuncte patet exemplum ſic arguēdo qualis eſt ꝓportio a ad b talis eſt c ad d ergo qualis a b ſimul iunctoruꝫ ad a talis c d ſimul iunctorum ad c ⁊ ita ſi plures modi arguendi ponantur ſed ponendo euerſam proportionalitatez coniunctā ſpeciem proportionalitatis dicēdum eſſet ꝙ ſimilitudo illa proportionum que infertur eſſet proportionalitas euerſa cōiuncta per reſpectum ad ſimilitudinem que aſſumitur ⁊ ſimilitudo illa que aſſumitur eſſet proportionalitas euerſa diſiuncta per reſpectum ad illam ⁊ ex predictis poſſunt ſufficienter haberi diffinitiones illoꝝ terminorū ⁊ ita ꝓcedendo ille termin⁹ euerſa ꝓportionalitas ꝯprehenderet illas duas ꝓportionalitates ⁊ cognotaret ſub diſiunctione illa que cōnotant illi duo termini proportionalitas euerſa ꝯiuncta ⁊ ꝓportionalitas euerſa diſiuncta ⁊ facile poteſt haberi ei⁹ diffinitio ex dictis.

Circa diffinitionem euerſe ꝓportionalitatis diſiūcte ptꝫ exēplū ſic arguēdo qualis eſt ꝓportio a b ſimul ſūptoruꝫ ad a tales eſt c d ſimul ſūptoꝝ ad c ergo q̄lis eſt a ad b talis eſt c ad d.

Circa diffinitionem Eque proportionalitatis Eſt aduertendum ꝙ in ea ponitur ly directe vel indirecte reperta ad comprehendendum directam ꝓportionalitatē equā q̄ per primā particulā illarū ꝯprehendiṫ ⁊ ad ꝯprehendendā etiam indirectam q̄ per ſcd̄am illarum ꝯprehendiṫ ⁊ ideo exempla ſtatim apparebūt ꝓ intellectione t̄n illius diffinitionis ⁊ illarū ſequētium eſt aduertendum ꝙ illud dı capi pro primo antecedēte in aliqua ꝯtinuatione aliquarum ꝓportionuꝫ q̄d capiṫ p̄ciſe pro añte ⁊ nullo pacto ꝓ ꝯñte aut ꝙ ſic ſe habꝫ ꝙ illis aliquo ordine poſitis capiṫ pro antecedente p̄me hoc addo q2 interdum in ꝯtinuatione improprie dicta poteſt fieri circulatio redeundo in eundem terminum a quo fit inchoatio ⁊ tunc eſto ꝙ quilꝫ terminus poſſet capi ꝓ primo añte hoc tamen eſſet diuerſimode ꝯſiderando ⁊ inchoando in tali ꝯtinuatione. Et ꝓportionabiliter illud diciṫ capi ꝓ vltimo ꝯñte in aliqua ꝯtinuatione aliquaꝝ ꝓportionuꝫ ꝙ ſic capitur ꝓ ꝯñte in ea ꝙ nullo pacto capiṫ ꝓ añte aut ꝙ ſic ſe hꝫ ꝙ illis aliq̄ ordīe diſpoſitis capiṫ ꝓ ꝯñte vltime. Eſt vltra aduertēdū ꝙ tūc reperiṫ directe ſı̄litudo īter aliq̄s ꝓportiōes ꝯtinuatas cū totidē alijs ſı̄r ı mō ꝯtinuatis q̄ñ ꝓportio p̄mi añtis ad p̄mū ꝯñs in vna illarū ꝯtinuationū eſt ſimilis ꝓportioni p̄mi añtis ad p̄mū ꝯñs in alia ⁊ ſic ꝯſiter

tunc aūt indirecte reperit̄ ſimilitudo qñ ꝓportio primi añtis ad primum cōſequens in vna eſt ſimilis ꝓportioni vltimi antecedentis ad vltimum cōſequens alterius ⁊ ꝓportio ſecundi añtis ad ſcdm cōſequens eiuſdem ordinis eſt ſimilis ꝓportioni penultimi añtis ad penultimum ꝯñs in alia ⁊ ita deinceps quouſqꝫ ad vltimū conſequens vnius ordinis ⁊ ad primum antecedens alterius denominatur. Primū ꝯñs dicit̄ illud quod eſt ꝯñs reſpectu primi añtis talis ꝯtinuatiōis ⁊ illud idem dicitur ſecūdum añs ⁊ ſcdm ꝯñs dicitur ꝯñs reſpectu illius ⁊ ſic ꝯſiter. Pariformiter vltimū añs dicit̄ illud qđ ē añs reſpectu vltimi ꝯñtis ⁊ illud idē dicitur penultimū ꝯñs ⁊ ſic ꝯſiter. Hiis ſuppoſitis facile patebit intellectio illius diffinitionis ⁊ aliarum duarum ſequentium viſis exemplis.

Circa diffinitionem igitur ꝓportionalitatis directe patet exemplum ſic arguēdo qualis eſt proportio a ad b/ talis eſt d ad e/ ⁊ qualis eſt b ad c/ talis eſt e ad f/ ergo qualis eſt a ad c/ talis eſt d ad f/ ⁊ ita ſi plures ꝓportiones ſumātur continuate ponēdo aūt equā proportionalitatē directā ſpeciem ꝓportionalitatis dicendum eſſet ꝙ illa ſimilitudo ꝓportionum que infertur dicitur equa ꝓportionalitas directa ꝑ reſpectum ad ſimilitudinem illarum ꝓportionum que in añte aſſumitur illa tñ que in añte aſſumitur nō diceretur equa proportionalitas directa vel indirecta neqꝫ aliquo predictorum modorū per reſpectū ad illā ymo nō oporteret ꝙ eſſet ꝓportionalitas niſi vellemus dicere ꝙ captis duabus ꝓportionibus diſſimilibus inter ſe ⁊ alijs duabus quarū prima eſt ſimilis prime ⁊ ſecunda ſcđe ꝙ ſimilitudo illarum duarū ad alias duas ſit ꝓportionalitas ꝙ non videtur verū eſto ꝙ ad nomen cōſiſtat. Unde diffinitio ꝓportionalitatis intelligenda eſt ſic. Eſt ſimilitudo aliquarum ꝓportionum quarum quelibet cuilibet illaꝝ eſt ſimilis ibi loquimur ac ſi totū diſtingueretur a ſuis partibus ⁊ ita oporteret dicere negando illam eſſe proportionalitatē ⁊ ita loquendo etiam termini illi inter quos huiuſmodi ꝓportiones reperirentur non eſſent ꝓportionales ⁊ oporteret hanc ꝯñam negare iſti quattuor termini ſūt ꝓportionales ⁊ illi ſunt ꝓportionales ergo iſti ⁊ illi ſunt ꝓportionales. Et ita dicere videtur magis ꝯforme communi modo loquēdi ſi tñ diceretur oppoſito modo oporteret dicere ꝙ ly proportionalitas nō divideret̄ diviſione ſufficiēti in illos ſex terminos capiēdo illos ꝓ ſpēbus illius tñ mō declarato qꝛ igit̄ hec diſcrepatio ad nomē ꝯſiſtit nō multū refert an ſic vel ſic dicatur.

Circa diffinitionem eque ꝓportionalitatis indirecte pꝫ exemplū de iſto modo arguēdi qualis eſt proportio a ad b/ talis eſt e ad f/ ⁊ qualis eſt b ad c/ talis eſt d ad e/ ergo qualis eſt a/ ad c/ talis eſt d ad f/ ⁊ ita de ſimilibus eſto ꝙ plures ꝓportiones aſſumantur a parte antecedentis. Ponendo tñ equam ꝓportionalitatē indirectā ſpeciem proportionalitatis dicendum eſſet ꝙ ſimilitudo illa proportionū que infertur dicitur proportionalitas equa indirecta ꝑ reſpectum ad ſimilitudinem ꝓportionum que aſſumitur in antecedente ⁊ illa ſimilitudo que aſſumitur in antecedēte non eſſet ꝓportionalitas qualiter debeat diffiniri ly equa ꝓportionalitas capiendo ipſum pro ſpecie ꝓportionalitatis ſaltem improprie eo mō quo de alijs dictū eſt ex dictis ſufficiēt̄ pōt apparere multi alij modi arguēdi virtute iſtorū tenēt qui ad iſtos reduci poſſūt ſed vbi demōſtrabūtur iſti fiet mētio de illis. Aliqui pter iſtos ſex modos arguēdi ponunt aliū modum arguendi quē vocant ꝯverſionem rationis Et eſt qñ ex ſimilitudine ꝓportionis alicuius totius ad detractū ex ipſo cum ꝓportione alterius totius ad ſuum detractū infertur ſimilitudo ꝓportionum illorū ad ſua reſidua vt ſi ſic arguā qualis ē ꝓportio a b ad a/ talis eſt/ c/ d/ ad c/ ergo qualis eſt a/ b/ ad b/ talis eſt c/ d/ ad d. Sed bonitas huiꝰ modi arguendi inferius demonſtrabitur. Ex iſtis modis arguendi.

Pro demōſtrationibus cōcluſionum ponendarum imprimis ponam aliquas ſuppoſitiones: quarū alique dignitatibus ⁊ petitionibus in pricipio poſitis ſūt ꝯformes nec magis ꝙ ille probari poſſunt ⁊ illas ita expreſſe ponam ꝓpter diuerſitatem modi ſe habēdi ꝓportionum maioris inequalitatis ad ſuas ptes ⁊ proportionum minoris inequalitatis ad ſuas alie autem ex diffinitionibus poſitis ⁊ ex earum expoſitionibus put ex precedētibus apparere poterit deducunt̄ nec alie rationes ipſarum ꝙ in expoſitionibus tacte ſunt aſſignari poſſunt.

¶ Suppoſitiones.

1. Omnis proportio maioris inequalitatis ex aliquibus ꝓportionibus ꝯpoſita qualibet ſua pte eſt maior ꝑ reſiduā partē ab illa. Et omnis ꝓportio minoris inequalitatis ex aliquibus ꝯpoſita qualꝫ ſua pte eſt minor ꝑ reſiduā ptem ab illa

2 Quecūqꝫ ꝓportiones q̄ eidē ſūt equales inter ſe ſunt equales

3. Quelibꝫ ꝓportio que maiori ꝓportiōe duaꝝ inequaliū ē maior eſt ē minor eorūdē maiori ⁊ q̄lꝫ q̄ minore duaꝝ ſeq̄liū ꝓportionū ē minor ē ēt maiori earūdē minor.

4 Cuiuſcūqꝫ proportionis ex aliquibus compoſite omnes ꝑtes ſimul ſumpte equantur ipſi.

5 Si equalibus proportionibus equales proportiones addantur vel eadem ipſis communis que fient erunt equales proportiones.

6 Si equalibus proportionibus inequales addantur proportiones que fient erunt inequales proportiones.

7 Si ab equalibus proportionibus equales proportiones auf-

ferantur vel eadem ipſis communis remanebunt equales proportiones.

8 Si ab equalibus proportionibus inequales pportiones auf-
ferantur remanebunt inequales proportiones.

9 Si altera duarum proportionum equalium inuariata reli-
que addatur aliqua proportio vel ab ea auferatur fient proportiones inequales.

10 Si inequalibus proportionibus equales proportiones addã
tur vel eadem communis fient inequales proportiones.

11 Si ab inequalibus auferantur equales proportiones vel ea
dem ipſis communis remanebunt inequales proportiones.

12 Quelibet proportio que altera duarum proportionum equa
lium eſt maior eſt reliqua maior Et quelibꝫ que altera duarũ equaliũ eſt minor reliqua etiã eſt minor

13 Si duarum proportionum inequaliũ maiori maior propor-
tio addatur ꝙ minori aut a minore minor auferatur ꝙ a maiori aut maiori addatur aliqua [illegible] a minori
auferatur aliqua remanebunt proportiones inequales.

14 Si maiori duarum pportionũ inuariata a minori aliqua re
moueaẜ aut ipſi addaẜ maior aut minor earum dña remanebũt inequales pportiones Et ſi minori i
nariata maiori aliq̃ addaẜ aut ab ea auferaẜ maior aut minor dña ipaꝝ remanebũt ieq̃les pportiões

15 Si duarum proportionum vna alicui tertie ſit equalis cui
reliqua eſt inequalis proportiones ille ſunt inequales.

16 Quarũcũqꝫ pportionũ iequaliũ dña eſt ſicut dña maioris ad
quãlibet equalem minori ſimilr̃ & ſicut differentia cuiuſlꝫ equalis maiori ad minorẽ vel illi equalem.

17 Si aliquarum proportionum alique partes ſint equales vel
eadem ipſis ꝯmunis ſimulr̃ & reſidue ptes et ſint equales ille erũt equales Et ſi alique ſint equales
& alique partes earum ſint equales vel eadem ipſis communis reſidue etiam partes erunt equales.

18 Si aliquarũ pportionum alique ptes ſint equales vel eadeꝫ
ipſis cõis & reſidue ieq̃les ille ſũt ieq̃les & illa cuiꝰ ps illaꝝ ieq̃liũ ẽ maior ẽ alĩa maior & ſi alicꝰ aliq̃
[illegible]
maior & ſi alique ſint inequales & alique partes earum ſint equales vel eadem ipſis ꝯmunis reſidua
pars maioris reſidua minoris erit maior.

19 Omnis proportio totalis ex aliquibꝰ compoſita ex qualibet
parte eius & differentia illius ad illam adequate reſultat.

20 Cuiuſlibet proportionis totalis ad quamlibet ſuam parteꝫ
differentia eſt reſidua pars eiuſdem ab illa.

21 Quarũcũqꝫ duarum proportionum inequalium inter quas
alia mediat differentia ex differentiis earũdem ad quamlibꝫ & iter illas mediam adequate reſultat.

22 Si fuerint due pportiones maioris iequalitatis iequales et
earum differentia addatur minori vel auferatur a maiori efficientur equales Et ſi fuerint due mino
ris inequalitatis inequales & differentia earum addatur maiori vel a minori auferatur fiẽt equales

23 Quibuſcũqꝫ duabꝰ pportionibꝰ equalibꝰ aut iequalibꝰ datis
nõ cõicãtibꝰ ſi tñ adeq̃te ab vna auferaẜ quãtũ alteri addaẜ pportio adequate ex illis ꝯpoſita rema
nebit equalis Et ſi alicui tñ ex vna pte addaẜ ꝙtum ex ea ab alia ſubſtrahitur remanebit equalis.

24\. Omnis pportio maioris inequalitatis adequate cõpoſita ex
duabus pportionibus equalibꝰ nõ ꝯmunicantibus ad quãlꝫ illarũ eſt dupla & omnis adequate com
poſita ex tribus equalibus non ꝯmunicãtibus ad quamlꝫ illarum eſt tripla & ita deinceps.

25 Omnis auteꝫ proportio minoris inequalitatis adequate cõ-
poſita ex duabus equalibus nõ ꝯmunicantibus ad quãlꝫ eſt ſubdupla & omĩs adequate compoſita
ex tribus equalibus non communicantibus ad quamlibet illarum eſt ſubtripla & ita deinceps.

26 Si aliqua pportio ex duabꝰ nõ ꝯmunicantibꝰ adequate ꝯpo
natur & ad vnam illarum ſit dupla ad reliquam etiam erit dupla & ille due erunt inter ſe equales.

27 Necũqꝫ pportiões q̃ eidẽ vel equalibꝫ ſũt eq̃ multiplices vl̃ eq̃
ſubmultiplices ſũt inr̃ ſe eq̃les Et ex ꝯrio ſi aliq̃ ſint inequales & vna eaꝝ ſit aliqualr̃ multiplex aut

ſubmultiplex ad aliquã tertiã reliqua nõ tal'r ſe habebit ad illã tertiã vel illi equalẽ. Et ſi aliquarũ vna fuerit aliqual'r multiplex aut ſubmultiplex ad aliquam ⁊ non alia ille ſunt inequales.

28 Quecũq; ꝓportio multiplex aut ſubmultiplex ad aliquã ad quamlibet equalem illi eſt eque multiplex aut ſubmultiplex. Et quelibet equalis ipſi alteri ⁊ cuilibet equali illi eſt taliter multiplex aut ſubmultiplex.

29 Quecunq; proportiones quarũ ſimiles partes aliquote ſũt equales ſunt inter ſe equales ſimiliter ⁊ quecunq; que equalium proportionum ſunt ſimiles partes aliquote ⁊ quarumcunq; equalium ſimiles partes aliquote ſunt equales.

30 Quarũcũq; ꝓportionũ inequaliũ ſimiles ꝑtes aliquote ſũt inequales ⁊ q̃ maioris illarũ ẽ talis ꝑs aliq̃ta maior eſt ⁊ q̃ mior' mior. Et q̃cũq; q̃rũ inequales ꝓportiões ſũt ſimiles ꝑtes aliq̃te ſũt inequales ⁊ cui' ꝑs aliq̃ta maior ẽ ſimili ꝑte aliq̃ta alteri' maior ẽ ⁊ c' mior mior.

31 Si aliqua ꝓportio ſit ꝑs aliquota vni' duarũ ꝓportionũ et nõ ſit ſimilis ꝑs aliq̃ta alteri' ille due ſũt inequales ⁊ ſi fuerit due inequales ⁊ aliq̃ tertia ſit ꝑs aliq̃ta alic' illarũ illa nõ erit ſimilis ꝑs aliquota alteri' ⁊ cui' vna medium eſt ꝑs aliq̃ta reliq̃ nõ eſt talis ꝑs aliquota.

32 Quelibet proportio ducta in vnitatem ſeipſam producit.

33 Quãto ꝑs aliquota alicui' ꝓportiõis maioris inequalitatis a maiori numero denominatur pars aliquota tanto maior eſt ⁊ quanto a minori minor in ꝓportionibus autem minoris inequalitatis oppoſitum.

34 Si quotcunq; proportiones totidẽ equales vel eandẽ equaliter excedant vel ab illis vel illa equaliter excedantur erunt inter ſe equales.

35 Quotiens aliqua proportio poteſt ab aliqua ſubſtrahi totiẽs in illa reperitur ⁊ quotiens aliqua in alia reperitur totiens ab illa ſubſtrahi poteſt.

36 Quacũq; ꝓportione inequalitatis ſaltẽ finita quãtãcũq; maiorem ꝯtingit ſumere ſimiliter ⁊ cuilibet quotcunq; poſſũt ſumi equales ⁊ cuilibet quotcunq; eque multiplices ⁊ cuilibet qualeſcunq; multiplices.

37 Nunq̃ maior proportio maioris inequalitatis minorem numerat nec minor proportio minoris inequalitatis maiorem numerat.

38 Si due ꝓportiões maioris inequalitatis inequales eãdẽ nũerẽt maior ꝑ maiorẽ nũerũ illã nũerabit q̃ ſit ille ꝑ quẽ minor eã nũerat ⁊ ſi aliq̃ ꝑ diuerſos nũeros eãdem nũerẽt q̃ ꝑ maiorẽ illã nũerabit erit mior ⁊ q̃ ꝑ miorẽ maior i ꝓportõib' aũt mior' inequalitat' oppoſito mõ.

39 Si aliqua proportio maioris inequalitatis diuerſas proportiones inequales nũeret ꝑ diuerſõs nũeros ipſas nũerabit maiorẽ ꝑ maiorẽ ⁊ minorẽ ꝑ minorẽ. Et ſi due inequales duas ꝑ eũdem nũerum nũerent nũerate erunt inequales ⁊ maior ꝑ talẽ nũerum a maiori illarũ numerabitur ⁊ minor a minori in ꝓportionibus aũt minoris inequalitatis oppoſito modo.

40 Si aliqua proportio inequalitatis numeret aliquam inequalem ſibi erit illius pars aliquota.

41 Nulla ꝑs aliquota ꝓportionis maioris inequalitatis ẽ maior medietate eiuſdẽ. Nec aliq̃ ꝑs aliq̃ta ꝓportiõis minoris inequalitat' ẽ minor ꝓportio medietate eiuſdem.

42 Si minor duarũ ꝓportionũ maioris inequalitatis detrahatur ex maiori quo ad poſſit nulla remanebit aut remanebit minor illa minori. Et ſi maior duarũ minoris inequalitatis detrahat' ex maiori quo ad poſſit nichil remanebit aut remanebit maior illa maiori.

43 Si detracta minori ꝓportiõe maioris inequalitatis ex maiori quo ad poſſit ſuperſit aliqua maior non erit multiplex minoris. Et ſi maior non fuerit multiplex minoris minori ab ipſa detracta quo ad poſſit remanebit minor minori reſidua tamen pars maioris ab illa que ſupererit erit multiplex minoris vel illi equalis.

44 Si detracta maiori ꝓportione minoris inequalitatis ex minori quo ad poſſit ſuperſit aliquid maior non erit pars aliquota minoris Et ſi maior non fuerit pars aliquota minoris ipſa ex minori detracta quo ad poſſit remanebit maior maiori reſidua tamen pars ab illa que remanebit erit equalis illi maiori vel illa maior erit illius pars aliquota.

45 Si duarum ꝓportionum maioris inequalitatis inequaliũ minor fuerit pars aliquota maioris illa ex maiori detracta quo ad poſſit nichil ſupererit ⁊ ſi nichil ſuperſit ex tali detractione minor erit pars aliquota maioris. Si autem duarũ ꝓportionum minoris i-

equalitatis inequalium maior ſit pars aliquota minoris ipſa ex minori detracta quo ad poſſit nichil ſuperer it ⁊ ſi ex tali detractione nichil ſuperſit maior erit pars aliquota minoris.

46. Si parte alicuius proportionis maiorata tota illa proportio remanſerit equalis reliquã partem illius per tantum minorari ſicut illa maioratur neceſſe eſt. Et ſi parte alicuius minoratã tota remanſerit equalis reliquã partem eius per tantum maiorari ſicut illa minoratur neceſſarium erit.

47 Si aliqua tota proportio ex pluribꝰ partibus ꝗ̃ duabꝰ adequate reſultet ⁊ illa continuo remanente equali vna illarum partiũ minoretur ⁊ alia per tm̃ maioretur ſicut illa minuitur totum reſiduum illius proportionis ab illis partibus continuo manebit equale.

48. Quelibet continẽtia alicuius in aliquo eſt equalis alicui continentie alicuius q̃titatis continue in aliqua q̃titate ꝯtinua ⁊ q̃libet quãtitas ꝯtinua in quacũq; ꝓportione maioris iequalitatis ad aliquã ptẽ eius ſe hꝫ ⁊ in quacũq; ꝓportione minoris iequalitatis aliq̃ ps ſua in ordine ad ipaꝫ ſe hꝫ. Et q̃lꝫ ſaltẽ finita i q̃cũq; minoris ieq̃litatis ad aliquã ſe hr̃e pōt.

49. Quelibet proportio equalitatis cum qualibet equalitatis eſt eiuſdem ſpeciei ſpecialiſſime ⁊ quelibet cuilibet eſt ſimilis ⁊ equalis.

50 Quelibet proportio maioris inequalitatis quacumq; proportione equalitatis aut minoris inequalitatis eſt maior. Et quelibet equalitatis quacumq; minoris inequalitatis ſimiliter eſt maior.

51 Quecũq; ꝓportiões equales ſũt ſimiles eiuſdẽ ſpẽi ſpẽaliſſĩe

52 Si duo equalia in eodem contineantur continentie illorum in illo erunt equales. Et ſi idem in duobus equalibus ꝯtineatur ꝯtinentie illius in illis erũt equales

53 Si inequalia in eodem ꝯtineantur cõtinentie illorum in illo erũt iequales ⁊ ꝯtinentia minoris in illo maior ꝯtinentia maioris in eodẽ. Et ſi idẽ i duobꝰ iequalibꝰ ꝯtineat ꝯtinẽtie illiꝰ in illis erũt iequales ⁊ cõtinẽtiã illius in maiori maior ꝯtinẽtia illius in minori.

54. Si primum fuerit tota pars aliquota aut tot ſimiles partes aliquote ſecundi vt tertium quarti continentia primi in ſecundo erit equalis ꝯtinentie tertij in quarto ⁊ ex conſequenti ea proportio primi ad ſecundum que tertij ad quartum.

55 Si continentia primi in ſecundo fuerit equalis continentie tertij i quarto ⁊ p̃mũ ſit pars aliquota aut ptes aliquote ſecũdi erit tertium tota pars aliquota aut tot ſimiles partes aliquote quarti vt primũ ſecundi. Et ex ꝯñti ſi duorum inequalium vnius ad alterum fuerit ea ꝓportio que aliorum duorum inequaliũ vnius ad alterum ⁊ minus illorũ ſit pars aliquota maioris erit minus aliorum tota pars aliquota maioris eorumdem ſicut minus illorum maioris ipſorum. ¶ Et ſi minus illorum fuerit ptes aliquote maioris illorum ⁊ nõ pars aliquota erit minus aliorum tot ſimiles partes aliquote maioris eorũdem ſicut minus illorum maioris ipſorum ⁊ minus aliorum non erit pars aliquota maioris.

Pro concluſionibus ponendis in hoc ſecundo aduerte q̃ ipſe in numeris poſſunt demõſtrari aliter q̃ demonſtrabunt̃ puta ex alijs fundamẽtis in expoſitionibus diffinitionũ tactis q̃ habent̃ ex. 17. et. 20. et. 21. diffinitionibꝰ. 7. Elementorũ Euclidis ⁊ ex duabꝰ vltimis diffinitionibus. 2. Elementorũ Arithmetices iordani ⁊ ex illis principijs ſolẽt arithmetico mõ demonſtrari ſed demõſtrationes ille nõ ſe extenderẽt ad alias ꝓportiones q̃ nõ reperiunt̃ i nũeris ⁊ ꝯcluſiones q̃ ponẽtur vniuerſalit̃ ꝓ oĩbus demõſtrabunt̃ ꝓpterea illum modũ demõſtrãdi breuitatis cã pro nũc reliq̃mus ⁊ ꝓpter dicẽda in materia de ꝓportionibꝰ q̃ ad oẽs ꝓportiones ſe extẽdunt hũc vniuerſalẽ modũ demõſtrãdi iſecuti ſumus alias tñ ꝑ illa principia ⁊ arithmetico more illas oẽs ꝯcluſiones in nũeris demõſtrãdas ꝓponimus. ¶ Preterea aduerte q̃ ſcdm̃ q̃ euclides ꝓcedit in quinto elemẽtorũ oẽs dignitates ⁊ oẽs animi ꝯceptiones ad ꝓportiones applicate eſſent demonſtrande iordanus tñ illas oẽs ad ꝓportiones applicatas ſupponit tãq̃ ꝑ ſe notas adeo bñ ſicut in alijs ſaltẽ eas ponẽdo eo mõ quo poſite ſũt ꝓpter diſcrimẽ quod eſt inter ea q̃ poſitiue dicũtur ⁊ ea q̃ priuatiue dicuntur quo ad illas ⁊ ideo q2 iordanꝰ vt i pluribꝰ in demõſtrationibus eas preſupponit ⁊ non eas ponit expreſſe nos ipſas poſuimus facilius enim percipient̃ demonſtrationes ipſis ſic expreſſe poſitis q̃ ſi non poſite preſupponerentur.

¶ Libri ſecundi propoſitiones.

1. SI primi termini ad ſecundum fuerit ea proportio que tertij ad quartũ fueritq; p̃mus maior ſcdo erit ⁊ tertius maior quarto. Et ſi p̃mus ſit minor ſcdo tertiũ minorẽ quarto eẽ opꝫ. Si aũt p̃mꝰ fuerit eq̃lis ſcdo erit tertiꝰ eq̃lis q̃rto

Sit a primi tmini ad b ſcdm ea ꝓportio q̃ c tertij ad d

quartum. Tunc patet ꝓpoſitum. Si eñ a ſit maior b ꝓportio ipſius ad b erit maioris inequalitatis/ ⁊ ex ꝯñti etiam c ad d erit igit̃ ex terminis c maior d. Si autem a ſit minor b, ꝓportio ipſius ad b erit minoris inequalitatis. ex terminis quare et ꝓportio c ad d. quare ex terminis c erit minor d. Et ſi a ſit equalis b ꝓportio ipſius ad b erit equalitatis. quare ⁊ ꝓportio c ad d. quare ex terminis c erit equalis d. patet igitur totum propoſitum.

Co. **Ex preſenti conſtat ꝙ ſi primus ad ſcd̃m fuerit vt tertius ad** quartum, ⁊ primus numeret ſecundum tertius equaliter numerabit quartum. ¶ Quia tunc primus erit equalis ſecundo vel eo minor. Et ſi equalis ex preſenti tertius erit equalis quarto. vnde ſatis cõſtat ꝓpoſitum. Et ſi primus fuerit minor ſcd̃o ex. 12. petitione ꝑmus erit pars aliquota ſcd̃i quare per. 55. ſuppoſitionem tertius erit tota pars aliquota quarti vnde manifeſte conſtat propoſitum.

2 **Si quotcunq̃ termini equales eidem tertio ꝓportionẽtur, oẽs** proportiones prouenientes erunt equales. Et ſi idem quotcunq̃ equalibus proportionetur, omnes ꝓportiones prouenientes erunt inter ſe equales.

Hoc ideo eſt: quia ſi ille tertius ſit equalis vni illorum ex. 2. dignitate erit equalis cuilibet alteri eorumdẽ quare oẽs ꝓportiones ꝓuenientes erunt equalitatis ⁊ ex ꝯñti equales. Si aũt ille tertius ſit vno illorum maior ex. 3. dignitate erit etiam quocunq̃ illorũ maior et ꝑ. 52. ſuppoſitionem erit equalis ꝯtinentia vnius illorum in illo tertio ſicut cuiuſcunq̃ alterius eorumdẽ in eodem tertio quare ex terminis oẽs ille ꝓportiones erunt equales. Et ſi fuerit altero illorum minor ex tertia dignitate erit etiam quocunq̃ alio eorumdẽ minor ⁊ ꝑ. 52. ſuppoſitionẽ equalis erit continentia illius tertij in vno illorũ ſicut in quocunq̃ alio eorundem quare ex terminis oẽs ꝓportiones prouenientes erunt equales patet igitur primum. ¶ Secundi vero conſimilis eſt demonſtratio.

Co. **Ex preſenti ꝯſtat ꝙ ſi quotcunq̃ termini equales īter ſe totidẽ** equalibus inter ſe ꝓportionẽtur omnes ꝓportiones ꝓuenientes erunt equales Et ex ꝯñti ſi aliquarum ꝓportionũ añtia fuerint equalia vel idem añs illis cõmune ⁊ ꝯſequentia etiam ſint equalia vel idem ipſis cõmune erunt ille ꝓportiones equales. ¶ Primũ patꝫ q2 cuiuſcunq̃ illorum ad quemlibet aliorum ꝑ pñtem eſt ea ꝓportio q̃ ipſius ad quẽlibet alium eorumdẽ ⁊ etiam ex preſenti cuiuſlibet illorũ ad quemlibet aliorum ea que cuiuſcunq̃ alterius eorumdem ad eundem aliorum quo habito ex ſecunda ſuppoſitione conſtat illud primum. Secundum autem conſtat ex primo.

3 **Si duo termini inequales eidẽ tertio ꝓportionẽtur, ꝓuenient** ꝓportiones inequales. ſimilit̃ ⁊ ſi idẽ duobus inequalibꝰ ꝓportionet̃, ꝓuenient ꝓportiones inequales.

Primũ patꝫ q2 vel ille tertius eſt quolibet illorum maior, vel quolibet minor, vel vno maior ⁊ altero minor. ſi vltimũ, ex terminis vna illarũ ꝓportionũ erit maioris inequalitatis ⁊ altera minoris. quare ex. 50. ſuppoſitione ille erũt inequales. ⁊ ſi ꝑmum, ex. 53. ſuppoſitione ꝯtinentia minoris illorum in illo tertio erit inequalis ꝯtinentie maioris in eodẽ. quare ex. 15. diffinitiõe ꝓportiones ille erunt inequales. Si aũt detur ſcd̃m, tũc ex. 53. ſuppoſitione cõtinentia illius tertij in vno illorum erit inequalis continentie illius in reliquo. quare ex. 15. ſuppoſitione ꝓportiones ille erunt inequales. q̃d eſt primum. ¶ Secundum autem conſimiliter demonſtratur.

1. co **Ex pñti ꝯſtat ꝙ ſi duo termini equales inter ſe, ꝓportionẽtur** duobus inequalibus inter ſe, ꝓuenient ꝓportiones inequales. ſimiliter ⁊ ſi duo inequales īter ſe duobus equalibus inter ſe ꝓportionentur, ꝓuenient ꝓportiones inequales. ¶ Primũ patꝫ. q2 per precedentem, cuiuſlibꝫ illorũ equalium ad quẽlibet aliorum eſt ea ꝓportio que alterius ad eundẽ. ⁊ ꝑ pñtẽ cuiuſcunq̃ illorum ad alios duos ꝓportiones ſũt inequales. ꝗ cuiuſcunq̃ illorum ad quemlibet aliorum eſt alia ꝓportio q̃ reliqui ad reliquum. vnde conſtat primum. Secundum autem conſimiliter deducitur.

2. co **Patet vltra ꝙ ſi ꝓportionũ ſimiliũ añtia fuerint equalia, ea**rũdẽ ꝯñtia equalia eſſe oportet. Et ſi inequalia inequalia. ⁊ ſi earuꝫ ꝯñia ſint equalia, erunt ⁊ earundẽ antecedentia equalia. ⁊ ſi inequalia, inequalia. ¶ Dato enim oppoſito alicuius iſtorum, accideret oppoſitum precedentis correlarij in forma.

3. co **Patet vltra ꝙ ſi ex cõparatione alicuius termini ad aliquos** duos ꝓueniant ſimiles ꝓportiones, illi duo ſunt equales. ⁊ ſi diſſimiles, inequales. Et ſi ex cõparatione aliquorũ ad aliquem ſimiles ꝓuenerint, illi ſunt equales. Et ſi diſſimiles, inequales. Dato enim oppoſito primi aut tertij, accideret oppoſitum preſentis in forma. ⁊ dato oppoſito ſecundi aut quarti, accideret oppoſitum precedentis in forma.

4 **Si duo termini inequales eidẽ tertio ꝓportionẽtur, maioris** ad illũ maior eſt ꝓportio q̃ minoris ad eundẽ. illiꝰ ꝟo ad maiorẽ illorum minor ẽ ꝓportio q̃ illiꝰ ad minorẽ.

Sint a maior terminus, ⁊ b minor ꝓportionati c tertio. Tũc dico ꝙ a ad c maior eſt ꝓportio q̃ b ad c, ⁊ c ad a minor q̃ c ad b. Quia ſi c ſit quolibet illorũ minor, ex. 53. ſuppoſitione cõtinentia c in a maior erit continentia c in b. quare ex. 16. diffinitione ꝓportio a ad c erit maior q̃ b ad c. ⁊ ex. 17. diffinitione c ad b maior q̃ c ad a. Si aũt c ſit quolibet illorũ maior, tunc ex. 53. ſuppoſitione ꝯtinentia a in c erit minor ꝯtinentia b in c. quare ex. 17. diffinitione a ad c erit maior ꝓportio q̃ b/

ad c.⁊ ex.16.diffinitione c ad b maior ꝙ c ad a⁊cd ſi c ſit vno illorum maior ⁊ altero minor cũ nõ poſſit eſſe maior a ⁊ minor b, q2 tunc accideret oppoſitum.4.dignitatis, erit minor a ⁊ maior b/quare ꝓportio a ad c erit maioris ĩequalitatis ⁊ b ad c minoris ⁊ c ad b maioris ⁊ c ad a minoris quare ex.50 ſuppoſitione ꝓportio a ad c erit maior ꝙ ꝓportio b ad c ⁊ c ad b maior ꝙ c ad a. Et ſi c ſit eq̃lis a tũc a ad c erit ꝓportio equalitatis ſimiliter ⁊ c ad a ⁊ b ad c minoris ⁊ c ad b maioris quare ex.50.ſuppoſitiõe a ad c erit maior ꝓportio ꝙ b ad c ⁊ c ad b maior ꝙ c ad a. Et ſi c ſit equalis b tũc a ad c erit proportio maioris ĩequalitatis ⁊ c ad a minoris ⁊ b ad c equalitatis ⁊ c ad b ſimilit̃ equalitatis quare ex.50.ſuppoſitione a ad c erit maior proportio ꝙ b ad c ⁊ c ad b maior ꝙ c ad a cum igit̃ c non poſſit aliter ſe habere ꝙ aliquo iſtorum modorum conſtat totum propoſitum.

5 **Si idem terminus ad duos inequales ꝓportionetur ad quẽ** ipſius maior fuerit ꝓportio minorẽ ⁊ ad quẽ minor maiorẽ eſſe neceſſe eſt ſi duo ĩequales ad eũdẽ tertium ꝯparentur cuius ad illum maior eſt ꝓportio maior erit ⁊ cuius ad ipſum minor erit minor.

Hec eſt conuerſa precedentis ⁊ prima pars patet q2 ex tertia huius proportiones illius ad illos erũt inequales quo habito ſi detur oppoſitum illius ſtatim ſequitur oppoſitũ ſecunde partis p̃cedentis. ¶ Secunda pt3 q2 ex.3.huius proportiones illorum ad illũ tertium erunt inequales ſi igitur detur oppoſitum illius ſequitur oppoſitum prime partis precedentis patet igitur totum propoſitum.

1.co. **Ex preſenti patet ꝙ ſi ex ꝯparatione alicuius ad aliqua duo** ꝓueniant ĩequales proportiones ⁊ ꝯparentur illa ſecundũ eandem rõnem illud ad quod maiorem habebit proportionũ erit minus ⁊ ad quod minorem maius Et ſi ex ꝯparatione duorum ad idem tertiũ ꝓueniant proportiones inequales ⁊ ꝯpararentur ſecundũ eandẽ rõnem illud quod habebit maiorẽ ꝓportionẽ ſupra illud erit maius ⁊ qđ minorẽ min⁹ Eadẽ eñ eſt demõſtratio cũ demõſtratiõe p̃ntis

2.co **Ex hys duabus manifeſte cõſtat ꝙ ſi duorũ inequalium minori inuariatio maius creſcat ꝓportio maioris ad illud minus maiorabit̃ minoris ṽo ad maius minorabitur. Et ſi mai⁹ decreſcat ꝓportio maioris ad minus minorabit̃ minoris vero ad illud maiorabit̃. Et ſi maiori inuariato min⁹ decreſcat ꝓportio maioris ad illud maiorabit̃ minoris vero ad illud minorabitur. Et ſi creſcat proportio maioris ad illud minorabitur illius vero ad maiorem maiorabitur.**

6 **Si maioris duarum ꝓportionũ inequaliũ añs fuerit minus** añte alterius vel illi equale erit ꝯñs illius minus ꝯñte alterius. Et ſi illius conſequens fuerit maius ꝯñte alterius vel illi equale antecedens eiuſdem erit maius antecedente alterius.

Sit a ad b maior ꝓportio ꝙ c ad d ⁊ ſit primo a equale c. Tunc dico ꝙ b eſt minor d q2 ſi ſit illi equalis per.2.huius a ad b erit ea proportio que c ad d quod eſt ꝯtra ypotheſim. Et ſi b ſit maior d per.4.huius a ad b erit minor ꝓportio ꝙ a ad d cum igit̃ per.2.huius a ad d ſit q̃ c ad d erit a ad b minor ꝙ c ad d quod eſt ꝯtra ypotheſim. ¶ Sit ſc̃do a minor c. Tunc dico b eſſe minorẽ d quia ſi ſit equalis d ꝑ.2.huius a ad d erit vt a ad b cum igit̃ ꝑ.4.huius c ad d ſit maior ꝓportio ꝙ a ad d erit c ad d maior ꝙ a ad b quod eſt contra ypotheſim. Et ſi b ſit maior d ꝑ.4.hui⁹ a ad d erit maior ꝓportio ꝙ a ad b cũ igit̃ ꝑ eãdem c ad d ſit maior ꝙ a ad d a fortiori c ad d erit maior ꝙ a ad b quod iterũ eſt contra ypotheſim. ¶ Sit tertio b maius d vel illi equale. Tunc dico ꝙ a eſt maius c, quia dato oppoſito ſtatim ſequitur oppoſitum prime partis huius in forma.

7 **Si primum ad ſecundum fuerit maior proportio ꝙ tertij ad** quartum erit ſecũdi ad primum minor proportio ꝙ quarti ad tertium.

Sit a p̃mi ad b ſecundũ maior ꝓportio ꝙ c tertij ad d quartum. Tũc dico ꝙ b ad a eſt minor proportio ꝙ d ad c. Quia ſi vtraq3 illarum ſit maioris inequalitatis ex.16.diffinitione maior erit ꝯtinẽtia b in a ꝙ d in c quare ex.17.diffinitione b ad a minor erit ꝓportio ꝙ d ad c quod eſt ꝓpoſitum. Si aũt vna illarum fuerit maioris ĩequalitatis ⁊ altera minoris pt3 ꝙ a ad b ſit proportio maioris inequalitatis ⁊ c ad d minoris. q2 alias accideret oppoſitum.50.ſuppoſitionis ⁊ ꝑ ꝯñs b ad a eſſet proportio minoris inequalitatis ⁊ d ad c maioris quare ex.50.ſuppoſitione proportio b ad a minor erit ꝙ d ad c. Et ſi vna fuerit maioris ĩeq̃litatis ⁊ alt̃a eq̃litatis ꝓportio a ad b erit maioris ĩeq̃litatis q2 alias cõtingeret oppoſitum.50.ſuppoſitionis ⁊ per ꝯñs b ad a eſſet proportio minoris inequalitatis ⁊ d ad c equalitatis quare ex.50.ſuppoſitiõe ꝓportio b ad a minor erit ꝙ d ad c. Et ſi vna ſit ꝓportio equalitatis ⁊ altera minoris ĩequalitatis proportio a ad b debebit eſſe equalitatis ⁊ c ad d minoris ĩequalitatis alias ꝯtingeret oppoſitũ.50.ſuppoſitionis ⁊ ꝑ ꝯñs ꝓportio b ad a erit equalitatis ⁊ d ad c maioris ĩequalitatis quare ex.50.ſuppoſitione ꝓportio b ad a minor eſt proportione d ad c cum igitur non poſſint aliter ſe habere patet totum propoſitum.

8 **Si duarũ proportionũ equaliũ añs vnius fuerit maius añte** alterius erit ⁊ conſeq̃ns eiuſdẽ ꝯñte alterius maius. Et ſi minus minus ⁊ ſi equale equale. Et ſi cõſequens vnius fuerit maius ꝯñte alteri⁹ erit añs eiuſdẽ mai⁹ añte alti⁹ ⁊ ſi minus min⁹ ⁊ ſi eq̃le eq̃le.

Sit a ad b ea ꝓportio que c ad d ⁊ ſit primo a maius c. Tunc dico ꝙ b eſt maius d. Quia ſi b ſit equale d tunc ꝑ.2.huius a ad b eſſet vt a ad d cũ igitur per.4.huius a ad d ſit maior proportio ꝙ c ad d eſſet a ad b maior ꝙ c ad d quod eſt contra ypotheſim. Et ſi b ſit minor d ꝑ.4.huius

a ad b erit maior ꝓportio ꝙ̄ a ad d cū igitur ꝑ eandē a ad d ſit maior ꝓportio ꝙ̄ e ad d/a fortiori a ad b erit maior ꝙ̄ c ad d quod eſt cōtra ypotheſim. ¶ Sit ſecundo a minus c. Tunc dico ꝙ b eſt minus d qꝛ per primam partem preſentis d erit maius b. ¶ Sit tertio a equale c. Tunc dico ꝙ b eſt equale d. Hoc ex ſcd̄o correlario. 3. huius ꝯſtat. patēt igiꝭ tria p̄ma in ꝓpoſitione ꝓpoſita. Alia aūt ex hijs euidēter ꝯſtant dato cū oppoſito alicuius illorum ſtatim ſequitur oppoſitum alicuius iſtorum.

9 **Si primi ad ſecundum fuerit ea ꝓportio que tertij ad quartum erit conuerſim ſecundi ad primum vt quarti ad tertium conſimilis proportio.**

Hec oſtendit modum arguendi qui dicitur conuerſa ꝓportionalitas valere Sit igiꝭ a p̄mi ad b ſcd̄m ea ꝓportio que c tertij ad d quartuꝫ. Tunc dico qꝛ b ad a eſt que d ad c. Naꝫ ſi a ſit equalis b ex p̄ma huius c eſt equalis d quare ex terminis tam b ad a ꝙ̄ d ad c eſt ꝓportio equalitatis ⁊ per ꝯñs ille erunt equales. Et ſi a ſit maior b ꝑ p̄mam huius c eſt maior d. ⁊ ex terminis ꝯtinentia b in a eſt equalis ꝯtinentie d in c ergo ex terminis b ad a vt d ad c. Si autē a ſit minor b ꝑ primā huius c eſt minor d ⁊ ex terminis ꝯtinentia a in b equalis continentie c in d ergo ex terminis proportio b ad a que d ad c quod eſt propoſitum.

10 **Si quotcūq̄ termini primo ordīe diſponāꝭ totidēq̄ alij ſcd̄o** ordine diſponantur fueritq̄ primi ad ſecundum in primo ordine ea proportio que primi ad ſecunduꝫ in alio ⁊ ſecundi ad tertium ea que ſecundi ad tertium. Et ita deinceps erit primi ad vltimū in primo ordine que primi ad vltimum in ſecundo.

Hec oſtendit modū arguēdi qui dicitur equa ꝓportionalitas directa valere tpſā tñ demonſtrabo Et imp̄mis ſi in vtroq̄ ordine ꝑciſe tres termini ſumātur ꝓpoſtea vero oñdam qualiꝭ ſit ꝓcedendū ad oñdum ꝓpoſitum ſi plures vndiquaq̄ ſumanꝭ. Diſponanꝭ igitur p̄mo ordine a b c termini quicūq̄ fuerint ⁊ diſponantur ſcd̄o ordīe d e f termini quicūq̄ fuerit etiam ⁊ ſit a ad b vt d ad c ⁊ b ad c vt e ad f erit tūc cōuerſum b ad a vt e ad d ⁊ c ad b vt f ad e. Dico igitur ꝙ a ad c vt d ad f. Et ad hoc oñdendū dico ꝙ in tali caſu ſi a eſt maius c d eſt maius f ⁊ ſi minus minus ⁊ ſi equale equale qꝛ ſi a ſit maius c ꝑ. 5. huius ꝓportio c ad d eſt minor ꝙ̄ a ad b ⁊ ex ꝯñti ꝙ̄ d ad e cū igiꝭ f ad e ſit q̄ c ad b erit f ad e minor ꝙ̄ d ad e ergo ꝑ p̄mum correlariū. 5. huius d eſt maius f ſi aūt a ſit minus c ꝑ. 5. huius ꝓportio c ad b eſt maior ꝙ̄ a ad b quare ⁊ ꝙ̄ d ad e ⁊ ex ꝯñti f ad e erit maior ꝙ̄ d ad e ergo ꝑ primū correlariū. 5. huius d eſt minus f ⁊ ſi a ſit equale c ꝯſtat d eſſe eq̄le f alias enim accideret oppoſitum alicuiꝰ iſtoꝝ q̄ ſtatim demonſtrata ſunt faciendo ex ſcd̄o ordine primū ⁊ ex p̄ſo ſcd̄ꝫ Hoc igiꝭ ꝓbato ptꝫ qꝺ ꝓpoſitū eſt. ¶ Et imp̄mis ptꝫ illud vbi duo illoꝝ terminorum in eodē ordine eſſent equales qꝛ ſi a ſit equale b ex prima huius d eſt equale e quare ꝑ. 2. huius a ad c vt b ad c ⁊ d ad f/vt e ad f/cum igiꝭ b ad c vt e ad f erit a ad c/vt e ad f. quare ⁊ vt d ad f. ¶ Et ſi b ſit equale c ꝑ p̄mā huius e eſt eq̄le f q̄re ꝑ. 2. huiꝰ a ad c vt a ad b q̄re ⁊ vt d ad e ſed ꝑ. 2. huius d ad e vt d ad f ergo a ad c vt d ad f. ¶ Et ſi a ſit equale c ꝑ dictū ſtatim d erit equale f/eſt igitur a ad c vt d ad f patet igitur propoſitum vbi in aliquo duorum ordinum duo termini ſunt equales.

Jam ꝓbatur vbi nulli vnius ordinis ſunt equales Et imprimis vbi a eſt maius b qꝛ tunc ꝑ p̄mam huius d erit maius e vel igitur b eſt maius c vel eo minus Si maius ex eadē e eſt maius f quare tota ꝓportio a ad c adequate ꝯponetur ex ꝓportionibus a ad b ⁊ b ad c/⁊ tota d ad f ex ꝓportionibus d ad e ⁊ e ad f cum igiꝭ ex ypotheſi prime ꝑtes illarum ſint eq̄les ſimiliter ⁊ ſcd̄e erunt ꝑ. 17. ſuppoſitionem ille equales. ¶ Si aūt b ſit minus c ꝑ p̄mam huius e eſt minus f vel ergo c eſt minus a vel maius Si minus ꝑ dictū ſtatim f eſt minus d quare tota ꝓportio d ad e adequate ꝯponetur ex ꝓportionibus d ad f ⁊ f ad e ſicut tota a ad b ex ꝓportionibus a ad c ⁊ c ad b cum igitur ille tote ex ypotheſi ſunt equales ⁊ vltime partes earuꝫ ꝓbate ſint equales per 17. ſuppoſitionem reſidue ꝑtes earū vt puta ꝓportiones a ad c ⁊ d ad f ſūt equales. ¶ Sed ſi c tūc ſit maius a ꝑ dictum ſtatim f eſt maius d quare tota proportio f ad e adequate cōponeꭓ ex ꝓportionibus f ad d ⁊ d ad e ſicut tota c ad b ex ꝓportionibus c ad a ⁊ a ad b cum igitur ille tote ꝓbate ſint equales ⁊ due vltime partes earū ex ypotheſi ſīt equales ꝑ. 17. ſuppoſitionem reſidue ꝑtes earum puta ꝓportiones f ad d ⁊ c ad a erunt equales quare ꝑ conuerſam ꝓportionalitatem ꝓportiones a/ad c ⁊ d ad f ſūt equales. Cōſtat igiꝭ ꝓpoſitū vbi nulli termini eiuſdē ordinis ſūt eq̄les ſꝫ a ē maiꝰ b

Jam ꝓbatur illud vbi nulli eiuſdē ordinis ſūt equales ſcd̄ a ē minus b qꝛ tunc ꝑ p̄mam huius d eſt minus e vel ergo tunc b eſt maius c vel eo minus. Si minus ꝑ eādem e eſt minus f quare tota ꝓportio a ad c adequate ꝯponetur ex ꝓportionibus a ad b ⁊ b ad c/⁊ tota d ad f ex ꝓportionibus d ad e ⁊ e ad f/cū igitur ex ypotheſi p̄me partes illarum ſūt equales ſimiliter ⁊ ſcd̄e ꝑ. 17. ſuppoſitionē ille erunt equales. ¶ Si autē b eſt maius c per p̄mam huius e eſt maius f vel ergo c eſt maius a vel ē o minus ſi maius ꝑ ſtatim dictuꝫ f eſt maius d quare tota ꝓportio d ad c adequate cōponetur ex ꝓportionibus d ad f ⁊ f/ad e ſicut ⁊ tota a ad b ex ꝓportionibus a ad c ⁊ c ad b cū igiꝭ ex ypotheſi ille tote ſint equales ⁊ vltime ꝑtes ꝓbate ſint equales ꝑ. 17. ſuppoſitione p̄me ꝑtes earum puta ꝓportiones d ad f ⁊ a ad c/erūt equales. ¶ Si vero c ſit minus a per ſtatum dictum f erit minus d quare tota ꝓportio f ad c adequate cōponetur ex ꝓportionibus f ad d/⁊ d ad c ſicut ⁊ tota c ad b ex ꝓportionibꝰ c ad a ⁊ a ad b cū igitur ille tote ꝓbate ſunt equales ⁊ ex ypo

theſi vltime ptes earum ſint equales ꝑ.17.ſuppoſitionem reſidue ptes illarū vt puta ꝓportiones c ad a ⁊ f/ad d erunt equales quare per ꝯuerſam ꝓportionalitatem ꝓportiones a ad c ⁊ d ad f erunt equales. ¶ Si aūt plures termini vtrimq; ſumerētur oſide p̄mo ſicut ſtatim ꝙ p̄mi ad tertium in p̄mo ordine ſit ea ꝓportio que p̄mi ad tertium in alio quo habito fac tertium ſcd̄m in p̄imo ordine ⁊ quartū tertium ⁊ ita in alio ⁊ oſide etiam ſicut ſtatim ꝙ p̄imi ad illum quartum in p̄imo ordine ſit ꝗ p̄imi ad quartum in ſecundo ⁊ ita ꝯſequenter ꝓcede donec ad vltimos deuenias.

1.co. **Ex p̄ſenti conſtat ꝙ quibuſcūq; nūeris datis et ipſis quocūq;** ordine diſpoſitis ꝯtingit totidem quātitates ꝯtinuas reperire ita ſe hn̄tes ꝙ p̄ime illarum ad ſecundā erit ea ꝓportio ꝗ p̄mi illorum numerorū ad ſcd̄m ⁊ ſcd̄e ad tertiā ꝗ ſcd̄i illorum numerorū ad tertiuz ⁊ ita deinceps. ¶ Hoc eni oſidam in tribus ⁊ ꝓportionabiliter in quotcūq; pluribus poterit oſidi. Sint a b c/quecūq; tres numeri ita diſpoſiti ꝙ a ſit p̄mus b ſcd̄s ⁊ c tertius ⁊ ſit d vnitas ⁊ e quecūq; quantitas ꝯtinua ⁊ ſumat f/ita ſe hn̄s ad e ſicut a ad d ⁊ g ita ad e ſicut b ad d ⁊ h ad e vt c/ad d ⁊ ſit f p̄ma g ſecunda ⁊ h tertia ⁊ tunc dico ꝙ f ad g eſt ea ꝓportio ꝗ a ad b ⁊ g ad h que b ad c quia ex ypotheſi ⁊ ex conuerſa ꝓportionalitate a ad d eſt que f ad e ⁊ d ad b que e ad g ergo per preſentem a ad b que f ad g ⁊ quia etiam ex ypotheſi ⁊ ex ꝯuerſa ꝓportionalitate b ad d eſt que g ad e ⁊ d ad c que e ad h ꝑ p̄ſitem b ad c eſt que g ad h p̄z igitur totum propoſitum. Et ſi plures ſumerentur numeri conſimiliter omnino poteſt demonſtrari propoſitum.

2.co **Patet vltra ꝙ ſi p̄imi ad ſcd̄z fuerit ea ꝓportio que tertij ad** quartum cuiuſlibet p̄tis aliquote p̄mi ad ſcd̄m erit ea ꝓportio ꝗ ſimilis partis aliquote tertij ad q̄rtum ⁊ p̄imi ad quālibet ptem aliquotam ſecundi ea que tertij ad ſimilem partem aliquotam quarti ſi p̄mum habeat omnino tales ptes aliquotas ſicut tertiū ⁊ econuerſo tertium ſicut p̄mum ⁊ ſcd̄m ſicut quartum. ¶ Sit eni a ad b vt c ad d ⁊ e tota pars aliquota a quota f/reſpectu c erit tunc e ad a/vt f/ad c quare ꝑ hāc ꝓportionalitatem e ad b vt f ad d. Et ſi g ſit tunc tota ps b quota h reſpectu d erit tunc b ad g/vt d ad h/ergo ꝑ hanc ꝓportionalitatē a ad g/vt c ad h ꝯſtat igitur totum propoſitum.

3.co **Patet vltra ꝙ ſi p̄imum fuerit tota pars aliquota aut tot ſi**miles partes aliquote ſecundi vt tertium quarti ⁊ ſecundum quinti vt quartum ſexti erit p̄imū tota pars aliquota aut tot ſimiles partes aliquote quinti vt tertium ſexti. ¶ Quia tūc p̄imi ad ſecundū erit ea proportio que tertij ad quartum ⁊ ſecundi ad quintum que quarti ad ſextum quare ꝑ hanc ꝓportionalitatem p̄ime ad quintum que tertij ad ſextum vnde ſatis conſtat propoſitum.

11 **Si quotcūq; terminis p̄imo ordīe diſpoſitis totidemq; alijs** ſecūdo ordine diſpoſitis fuerit p̄mi ad ſcd̄m in p̄mo ea ꝓportio ꝗ penultimi ad vltimū in ſcd̄o ⁊ ſcd̄i ad tertium in eodem p̄imo que antepenultimi ad penultimum in alio ⁊ ita deinceps erit p̄imi ad vltimum in p̄imo que p̄imi ad vltimum in ſecundo.

Hec oſtendit modum arguendi qui dicitur equa proportionalitas indirecta eſſe efficacem ⁊ ipſā oſidam in p̄mis vbi preciſe tres termini vndiquaq; ſumuntur poſtea vero oſidam qualiter ſit ꝓcedendum ad oſtendendū ꝓpoſitum vbi vtrimq; plures ſumerentur. ¶ Diſponātur igitur a b c quecūq; fuerint p̄mo ordine ⁊ d e f quecūq; fuerit ſcd̄o ordine ita tn̄ vt a ad b ſit vt e ad f ⁊ b ad c/vt d ad e/erit tunc ꝑ ꝯuerſam ꝓportionalitatem b ad a/vt f ad e/⁊ c ad b/vt e/ad d. Dico igitur ꝙ a ad c/vt d ad f. Et ad facile oſidendum hoc dico ꝙ in tali caſu ſi a ſit maius c/ꝑ eſt maius f ⁊ ſi minus minus ⁊ ſi equale equale. Quia ſi a ſit maius c ꝑ.7.huius c ad b/eſt minor ꝓportio ꝗ a ad b/quare ⁊ ꝗ e ad f/cum igitur c ad b/ſit que e ad d erit e ad d/minor ꝓportio ꝗ e ad f/⁊ ꝑ ꝯn̄s per p̄mum correlarium.5.huius d eſt maius f/ſi aūt a ſit minus c ꝑ.5.huius c ad b/erit maior ꝓportio ꝗ a ad b/quare ⁊ ꝗ e ad f/⁊ ex ꝯn̄ti e ad d/erit maior ꝗ e ad f/ergo ꝑ p̄mum correlarium 5.huius d eſt minus f. Si aūt a ſit equale c/ꝯſtat tunc d eſſe equale f/quia alias accideret oppoſitū alicuius iſtorum ſtatim demonſtratorum. Hoc igitur ꝓbato ad ꝓpoſiti demonſtrationem deueniamus. Et p̄mo p̄z illud vbi aliqui illorū terminorū in eodem ordine eſſent equales. Quia ſi a ſit equale b per p̄mam huius e erit equale f/⁊ ꝑ.2.huius d ad f/erit vt d ad e/quare ⁊ vt b/ad c/⁊ quia per eādē a ad c/vt b ad c/erit a ad c/vt d ad f. Et ſi b ſit equale c ex p̄ma huius d eſt equale e/⁊ per.2.huius d/ad f/vt e ad f/quare ⁊ vt a ad b/⁊ quia ꝑ eandē a ad b/vt a ad c erit a ad c/vt d ad f. ¶ Et ſi a ſit equale c/per dictum ſtatim d ⁊ f/erunt equalia ſicut a ⁊ c/ vnde ſatis conſtat propopoſitū patet igitur ꝓpoſitum ſi aliqui illorum terminorum in eodem ordine ſint equales.

Jam probatur illud ſi nulli in eodem ordine ſint equales et imp̄imis ſi a ſit maius b. Quia tūc ex p̄ma huius e erit maius f/vel igitur tūc b/erit maius c vel eo minus. Si maius ex eadē d eſt maius e quare tota ꝓportio d ad f/adequate cōponetur ex ꝓportionibus d ad e/⁊ e ad f/non ꝯmunicātibus ſicut tota a ad c/ex ꝓportionibus a ad b/⁊ b ad c/cū igitur ex ypotheſi p̄ma ps vnius ⁊ ſecunda alterius ſint equales ſimiliter ⁊ reſidue ptes illarū ex.17.ſuppoſitione a ad c/erit equalis ꝓportioni d ad f. ¶ Si aūt b ſit minus c/ex p̄ima huius d eſt minus e/vel ergo tūc c eſt maius a vel minus. Si maius ex dicto ſtatim f eſt maius d/⁊ per ꝯn̄s tota proportio c/ad d/adequate cōponetur ex ꝓportionibus e ad f/⁊ f ad d/ſicut tota c ad b/ex ꝓportionibus c/ad a/⁊ a ad b/cū igitur ille tote ꝓbate ſint equales ⁊ ex ypotheſi ille ptes earum ſcȝ a ad b/⁊ e ad f/ſint

equales reſidue partes vt puta e ad a/⁊ f ad d/ex.17.ſuppoſitione erũt equales quare ꝑ ꝯuerſã ꝓportionalitatem ꝓportiones a ad e/⁊ d ad f/erunt equales.¶ Si aũt e eſſet minus a/ꝑ dictũ ſtatim d eſt maius f cũ igitur d ꝓbatũ ſit minus e/ tota ꝓportio e ad f/adequate ꝯponetur ex proportionibus e ad d/⁊ d ad f/nõ ꝯmunicantibus ſicut ⁊ tota a ad b/ex ꝓportionibus a ad c/⁊ c ad b/ nõ cõmunicãtibus cũ igitur ex ypotheſi ille tote ſint equales ⁊ ille ptes earum ſcʒ c ad b/⁊ e ad d/ ꝓbate ſint equales ex.17.ſuppoſitione reſidue partes earũ puta ꝓportiones a ad e/⁊ d ad f/erunt equales pʒ igitur propoſitum vbi nulli eiuſdem ordinis ſunt equales ſed a eſt maius b.

Jam probatur illud vbi a eſt minꝰ b. Quia tũc ex prima huiꝰ e eſt minus f/ſi igitur tũc b ſit maius e/ex eadem prima d eſt maius e/faciã igitur nunc ex ſcdo ordine pmum ⁊ ex pmo ſcdm ⁊ ꝯcludam omnino vt ſtatim ꝙ d ad f/vt a ad e.¶ Sed ſi b ſit minus e/per pmã hꝰ d eſt minꝰ e/quare tota ꝓportio a ad e/adequate ꝯponetur ex ꝓportionibus a ad b/⁊ b ad c/ ſicut ⁊ tota d ad f/ex ꝓportionibus d ad e/⁊ e ad f/cũ igiẛ ex ypotheſi pma pars vnius illaꝝ ⁊ ſcda alterius ſint equales ſimiliẛ ⁊ reſidue ex.17.ſuppoſitione ille tote erũt equales.pʒ igitur ꝓpoſitũ vbi in quolibet ordine ſumũtur ꝑciſe tres termini.¶ Sed ſi plures termini vndiquaqꝫ ſumerẽtur cõcludẽ pmo ſicut ſtatim ꝙ pmus ad tertiũ in pmo ſit vt añpenultimus ad vltimũ in alio ⁊ poſtea in pmo ordine ſiat tertius ſcdꝰ ⁊ quartus tertius ⁊ ſic ꝯtr in alio añpenultimus fiat penultimus ⁊ immediate ꝓcedens ipſũ añpenultimus ⁊ ita deinceps ⁊ tũc ꝓportionabiliẛ ꝯclude ꝙ pmus pmi ordinis ſit ad illũ qui tunc eſt tertius ſicut ille qui in alio eſt antepenultimus ad vltimum eiuſdem ⁊ ita deinceps donec ad vltimum primi ordinis ⁊ ad primum alterius deueneris.

Co. Ex preſenti conſtat ꝙ ſi primũ fuerit tota pars aliquota aut tot ſimiles partes aliquote ſecundi vt quartũ ſexti ⁊ ſcdm quinti vt tertiũ quarti erit pmum tota ps aliquota aut tot ſimiles partes aliquote quinti vt tertiũ ſexti.¶ Quia tũc pmi ad ſcdm erit ea proportio que quarti ad ſextum ⁊ ſecundi ad quintum que tertij ad quartum ergo per hanc proportionalitatem primi ad quintum que tertij ad ſextum vnde ſatis conſtat propoſitum.

12 Si primi ad ſecundũ fuerit maior proportio ꝗ tertij ad quartum ⁊ ſecundi ad.5.maior ꝗ.4.ad.6.vel ea que.4.ad.6.erit primi ad.5.maior ꝗ tertij ad.6.

Hanc primo demõſtrabo in quãtitatibꝰ ꝯtinuis ex ꝯñti aũt in alijs.Sit igitur a pmi ad b/ſcdm maior ꝓportio ꝗ e tertij ad d/quartũ ⁊ b/ad e/quintũ maior ꝗ d ad f/ſextum vel eadẽ eũ illa ⁊ ſint oẽs iſti termini quãtitates ꝯtinue.Tunc dico ꝙ a ad e/eſt maior ꝓportio ꝗ c ad f/.Et imprimis ſi b ad e/ſit ꝗ d ad f.Quia dato oppoſito ſit g ad b/que c ad d/erit tunc g ad b/minor ꝗ a ad b/ergo ꝑ pmum correlariũ.5.huius g eſt minus a/quare ꝑ.4.huius g ad e/eſt minor ꝗ a ad e/cum igiẛ ꝑ equam ꝓportionalitatẽ directã g ad e/ſit que c ad f/erit c ad f/minor ꝗ a ad b.Sit iam b ad e/ maior ꝗ d ad f/⁊ dato illius oppoſito ſit b ad g/ꝗ d ad f/tũc per pmũ correlariũ.5.huꝰ g erit maiꝰ e quare ꝑ.4.huius a ad g erit minor ꝓportio ꝗ a ad e/cũ igiẛ ꝑ ſtatim demõſtratũ a ad g/ſit maior ꝗ c ad f/a fortiori a ad e erit maior ꝗ c ad f/pʒ igitur ꝓpoſitum in quãtitatibus ꝯtinuis ⁊ ex ꝯñti in quibuſcũqꝫ alijs põt apparere.Nã dato oppoſito in aliqbus alijs ſumã a quantitatẽ ꝯtinuã ⁊ ſit a ad b quãtitatem ꝯtinuã ea ꝓportio ꝗ primi illorũ terminorũ ad ſcdm hoc poterit cõtingere ꝑ.48.ſuppoſitionem ⁊ ſit b ad c/ea ꝗ ſcdi illorum terminorũ ad quintũ ⁊ ſit d/vna alia quantitas ꝯtinua ⁊ ipſius a d e/ſit ea ꝓportio ꝗ tertij illorum terminoꝝ ad quartum ⁊ e ad f/que quarti ad.6.tũc ſi ꝯtingat oppoſitum pñtis in illis ꝯtingeret etiã oppoſitũ in his quãtitatibus ꝯtinuis qꝛ ꝑ equã ꝓportionalitatem directam a ad c/erit ea ꝓportio ꝗ primi aliorum terminorũ ad quintũ ⁊ d ad f/ꝗ tertij ad ſextum: cũ igitur ꝑ ſtatim demõſtratum nõ poſſit oppoſitũ ꝯtingere in his quãtitatibus ꝯtinuis ſeqtur ꝙ in nullis alijs terminis poterit ꝯtingere.¶ Et ſi in hoc modo demõſtrandi tacto facias difficultatem ẽ aſſumptione g/ꝗtitatis ſimiliẛ ⁊ in aſſũptione illarũ quãtitatũ ꝗ aſſumũtur ad demonſtandũ ꝓpoſitum in alijs a nũeris ex eo ꝙ nõ docuimꝰ modũ inueniẽdi tales quãtitates ſe hñtes in talibus ꝓportionibus hoc nõ impedit demõſtrationes Sunt eñ demonſtrationes iſte ad impoſſibile ⁊ ꝯſimili mõ demõſtrat Euclides diſiunctã ꝓportionalitatẽ l.5.ꝓſupponens aliqd ſimile qd nõ docuit.Et ꝯſimiliter etiã demonſtrat.2.⁊ vltimã.12.⁊ multas alias vbi facit demõſtrationes ad impoſſibile ⁊ ſimilia aſſumit ꝗ nõ docuit nõ ergo eſt neceſſarium ꝑ talibus demõſtrationibus ſcire reperire talia ſed ſatis eſt ꝙ talia ꝗ ſumũtur poſſint eſſe ⁊ ꝙ poſſit eſſe apparet ex.48.ſuppoſitione in ꝯcluſionibꝰ ergo que vniuerſaliẛ ponenẛ ſatis erit demõſtrationes tãgere ĩ quãtitatibus ꝯtinuis:qꝛ ſi deẛ oppoſitũ in aliqs ꝓportionabiliẛ ꝓcedẽdo ſicut ĩ pñti ꝯcludeẛ ꝙ deẛ oppoſitũ in ꝗtitatibꝰ ꝯtinuis qd ẽ impoſſibile.

Co. Ex preſẽti conſtat ꝙ in quibuſcũqꝫ ſi primi ad ſecũdũ fuerit ea ꝓportio que tertij ad quartum ⁊ ſecundi ad quintum maior ꝗ.4.ad.6.erit primi ad.5.maior ꝗ.3.ad.6.Quia tunc per.7.huius.6.ad.4.erit maior ꝗ.5.ad.2.⁊ per conuerſam proportionalitatẽ.4.ad.3.que.2.ad primũ.ergo per preſentem.6.ad.3.eſt maior ꝗ quinti ad primum:ergo per.7.huius primi ad.5.maior ꝗ.3.ad.6.

13. Si primi ad ſecũdũ fuerit maior proportio ꝗ quarti ad ſextũ ⁊.2.ad.5.maior ꝗ.3.ad.4.vel ea que.3.ad.4.erit primi ad quintum maior ꝗ.3.ad.6.

Hanc in quãtitatibus ꝯtinuis demõſtrabo ⁊ ex pñti in quibuſcũqꝫ alijs ꝑ ſimilem ꝓceſſum ſicut in ꝓcedenti eius demõſtratio poterit ꝯſtare.¶ Sit igitur a pmi ad b/ſecundũ maior ꝓpor

tio ꝙ d.4.ad f.5.⁊ b ſecundi ad e quintū maioꝛ ꝙ c tertij ad d quartū vel eadē cū ipſa ⁊ ſint hij oēs termini quātitates ꝯtinue. Tunc dico ꝙ ꝓportio a ad c/eſt maioꝛ ꝙ e ad f. Quia dato oppoſito ſi b/ad e ſit q̄ e ad d/ſit g quātitatis ꝯtinue ad b ea que d ad f/tunc ꝑ equā ꝓportionalitatē īdirectā g ad e erit que e ad f. Et qꝛ g ad b minoꝛ eſt ꝙ a ad b/ per primum correlariū.5.huius g eſt minoꝛ a quare per.4.huius ꝓportio a ad e/erit maioꝛ ꝙ g ad e/⁊ ꝑ ꝯñs ꝙ e ad f. Si autem b ad e ſit maioꝛ ꝙ e ad d/ſit g ad e/q̄ e ad d. Tunc per ꝓmum correlariū. huius g erit minus b quare per.4.huius ꝓportio a ad g/maioꝛ eſt ꝙ a ad b/⁊ a foꝛtioꝛi ꝙ d ad f ⁊ quia g ad e eſt que c ad d per ſtatim demonſtratū a ad e eſt maioꝛ ꝙ c ad f.

1.co. **Ex pñti ꝯſtat ꝙ ſi primi ad ſcdm fuerit ea ꝓpoꝛtio q̄ quarti** ad.5.⁊ ſcdi ad quintum maioꝛ ꝙ tertij ad quartum erit primi ad quintum maioꝛ ꝙ tertij ad.6. ¶ Nā ſi a ad b ſit q̄ d ad f/⁊ b ad e/maioꝛ ꝙ e ad d/tunc a ad e/eſt maioꝛ ꝙ e ad f. qꝛ dato oppoſito ſit b ad/g que e ad d/tūc ꝑ equam ꝓportionalitatem indirectam a ad g erit que e ad f ⁊ qꝛ b ad g eſt minoꝛ ꝙ b ad e ꝑ ꝓmum correlarium.. huius g erit maioꝛ e quare ꝑ.4.huius ꝓportio a ad e erit maioꝛ ꝙ a ad g ⁊ per conſequens maioꝛ ꝙ e ad f.

2.co **Patet vltra ex hijs ꝙ ſi quotcūꝗ termini primo oꝛdine diſpo**nantur ⁊ totidē alij ſcdo oꝛdine diſponant̄ ⁊ ꝓmi ad ſcdm in ꝓmo non ſit minoꝛ ꝓportio q̄ ꝓmi ad ſecundū in alio nec ſcdi ad tertium minoꝛ ꝙ ſcdi ad tertium ⁊ ita de alijs: ſed aliqua taliū primi oꝛdinis aliqua taliū ſcdi ſibi corꝛñte ſit maioꝛ erit primi ad vltimum in ꝓmo oꝛdine maioꝛ ꝙ ꝓmi ad vltimum in alio ⁊ ſi ꝓmi ad ſcdm in primo nō ſit minoꝛ ꝙ penultimi ad vltimū in alio nec ſcdi ad tertium ꝙ añ penultimi ad penultimum in ſcdo ⁊ ita deinceps donec ad vltimū ꝓmi ⁊ primū ſcdi deueniatur ſed ſit aliqua taliū primi oꝛdinis aliqua taliū ſcdi illi corꝛñte maioꝛ erit ꝓmi ad vltimū ī primo oꝛdie maioꝛ ꝓportio ꝙ ꝓmi ad vltimū ī ſcdo. ad oñdēdū hoc ex hijs duab⁹ ꝓcedētib⁹ eodē mō ꝓcedat̄ ſicut ad oñdēdū equā ꝓportionalitatē directā ⁊ īdirectā ī plurib⁹ t'mis ꝙ ī trib⁹ ⁊ tūc facile deducit̄ ex ipſis ī forma.

14 **Si fuerint due ꝓpoꝛtiones equales ⁊ aliqđ multiplex añtis** vnius aliquo multiplici ꝯñtis eiuſdē fuerit maius eque multiplex añtis alterius ſicut illud añtis illi⁹ eq̄ multiplici ꝯñtis eiuſdē ſicut eſt illud ꝯñtis illius erit maius ⁊ ſi minus minus ⁊ ſi equale equale.

Que pñs ⁊ alie tres ſeq̄ntes ꝓponūt ſūt ꝑne pia Euclidis.. elemētoꝝ in expoſitionib⁹ diffinitionū recitata que ꝓpter cā illic tactam ex pnunc ꝑs q̄ inſequimur in hac materia ꝓpoſuimus demonſtranda. ¶ Sit igit̄ a ad b/ea ꝓportio que c ad d. Tunc dico ꝙ ſi aliquod multiplex a/aliquo multiplici b ſit maius eque multiplex c ſicut illud a eſt maius ſimili multiplici d/ſicut ē illud b ⁊ ſi minus minus ⁊ ſi equale equale. Nā dato oppoſito ſit e multiplex a/maius f multiplici b/⁊ ſit g eque multiplex c ſicut e reſpectu a ⁊ h eque multiplex d ſicut f reſpectu b ⁊ non ſit g maius h/ſed ſit illi equale vel eo minus ꝯſtat tūc ꝙ ꝓportio b ad f/eſt que d ad h/⁊ e ad a/q̄ g ad c. Quia igitur a ad b/vt c ad d/⁊ b ad f/vt d ad h/per equā ꝓportionalitatem directā a ad f/vt c ad h/⁊ quia e ad a/vt g ad c/iterum ꝑ equam ꝓportionalitatem directā e ad f/vt g ad h/cū igitur e ſit maius f per primā huius g erit maius h qđ repugnat ypotheſi. Et ſi ponas e multiplex a eſſe min⁹ f multiplici b aut illi equale ⁊ g eq̄ multiplex c ſicut e reſpectu a nō ita ſe habere ad h eq̄ multiplex d ſicut f eſt reſpectu b ſimile inconueniens deducetur qꝛ eodem modo concludetur ꝙ e ad f ē ea ꝓportio que g ad h.

15. **Si due ꝓpoꝛtiones ita ſe habeant ꝙ ſi aliqđ multiplex añtis** vnius aliq̄ multiplici ꝯñtis eiuſdē ſit mai⁹ eq̄ multiplex añtis alt'i⁹ ſicut illđ añtis illi⁹ eq̄ multiplici ꝯñtis eiuſdē ſicut ē illud ꝯñtis illi⁹ eſt mai⁹ ⁊ ſi min⁹ min⁹ ⁊ ſi eq̄le eq̄le erūt ꝓportiōes ille equales.

Hec eſt conuerſa prioris ⁊ ipſā imprimis in quātitatibus ꝯtinuis demonſtrabo ⁊ ex ꝯñti in quibuſcūꝗ alijs. Sint igitur ꝓportiōes a ad b ⁊ c ad d. ita ſe hñtes ſicut ꝓpoſitio ꝓponit ⁊ ſint omnes termini iſtarū quātitates ꝯtinue. Tūc dico ꝙ ꝓportio a ad b eſt que c ad d. Quia dato oppoſito ſi ꝓportio a ad b ſit maioꝛ ꝙ c ad d ſit e ad b ea q̄ c ad d erit tūc illa minoꝛ ꝙ a ad b ergo per primū correlariū.5.huius e eſt minoꝛ a ſumo ergo ꝑ tertiū correlarium.10.ꝓmi duos eque multiplices a ⁊ e quoꝛum quilibet ſit maioꝛ b ⁊ eoꝛum dr̄a ſit etiā maioꝛ b ⁊ ſit f tale multiplex a ⁊ g tale multiplex e ⁊ ſit h minimū multiplex inter multiplicia b maioꝛa g ꝯſtat tūc illud eſſe minus f qꝛ alias auferendo ſemel b ex ipſo remaneret multiplex b maius g quod repugnat ypotheſi. Sit inſup k eq̄ multiplex c ſicut f reſpectu a ⁊ g reſpectu e ⁊ ſit l eq̄ multiplex d ſicut h reſpectu b. tūc ex ypotheſi k erit maius l ſicut f eſt maius h. qꝛ igitur ꝓportio e ad b eſt que c ad d ⁊ b ad h eſt que d ad l ꝑ equam proportionalitatem directā e ad h eſt que c ad l ⁊ quia g ad e eſt q̄ k ad c. iterū per equā ꝓportionalitatē directam g ad h eſt que k ad l quod repugnat ꝓme huius qꝛ g eſt minus h ⁊ k eſt maius l. nō ergo poterit a ad b eſſe maioꝛ ꝓportio ꝙ c ad d. Et eodem modo ꝯcludetur ꝙ nō poſſit eſſe minoꝛ qꝛ faciendo alio oꝛdine c ꝓmū ⁊ d ſcdm a tertiū ⁊ b quartū idē inconueniēs deducet̄ erit igit̄ a ad b que c ad d.

¶ Sed iam in quibuſcūꝗ alijs illud oſtenditur. Quia ſi in aliquibus poſſit oppoſitū dari ſint ꝓportiones a ad b ⁊ c ad d ſe hñtes vt ypotheſis ſupponit de quibus oppoſitum ꝯtingat ⁊ ſit e quantitatis ꝯtinue ad f quantitatē ꝯtinuam ea ꝓportio que a ad b ⁊ g quantitatis ꝯtinue ad h ꝯtinuam que c ad d ꝯſtat tunc ex ꝓcedenti ꝙ ſi aliquod multiplex e aliquo multiplici f ſit maius eq̄ multiplex a ſicut illud e eq̄ multiplici b ſicut illud e erit maius ⁊ ſi min⁹ min⁹ ⁊ ſi equale eq̄le quare ex ypotheſi ⁊ de ꝓmo ad vltimū ſi aliquod multiplex e aliq̄ multiplici f ſit maius eq̄ multiplex c ſicut illud e eque multiplici d ſicut illud f erit mai⁹ ⁊ ſi min⁹ minus ⁊ ſi equale eq̄le ⁊ qꝛ iterū ꝑ precedentē ſi aliqđ multiplex

c/ aliquo multiplici d/ ſit maius eque multiplex g ſicut illud c/ eque multiplici h ſicut illud d/ eſt maius ⁊ ſi minus minus ⁊ ſi equale equale. ergo de primo ad vltimum ſi aliquod multiplex e aliquo f ſit maius eque multiplex g/ ſicut illud e/ eque multiplici h/ ſicut illud f erit maius ⁊ ſi minus minus ⁊ ſi equale equale et quia ex ypotheſi proportio a ad b non eſt que c ad d e ad f/ non erit que g ad h ⁊ per ꝯſequens accideret oppoſitum ſtatim demonſtrati in quantitatibus continuis quod eſt impoſſibile.

16 **Si multiplex antecedentis alicuius proportionis aliquo multiplici** conſequentis ipſius fuerit maius ⁊ eque multiplex antecedentis alterius ſicut illud antecedentis illius eque multiplici conſequentis eiuſdem ſicut illud conſequentis illius non fuerit maius erit illa proportio altera maior. Et ſi multiplex antecedentis alicuius aliquo multiplici conſequentis ipſius fuerit minus ⁊ eque multiplex antecedentis alterius ſicut illud antecedentis illius eque multiplici conſequentis eiuſdem ſicut eſt illud conſequentis illius non ſit minus erit illa proportio altera minor.

Sint a ad b/ ⁊ c ad d/ quecumque due proportiones ⁊ ſit primo ita quod e multiplex a/ ſit maius f multiplici b/ ſed g eque multiplex c/ ſicut e reſpectu a non ſit maius h eque multiplici d ſicut f reſpectu b/ ſed ſit illi equale vel eo minus. Tunc dico quod proportio a ad b/ maior eſt quam c ad d. Quia dato oppoſito ſi a ad b eſſet que c ad d/ accideret oppoſitum anteprecedentis ⁊ ſi a ad b ſit minor quam c ad d cum b ad f ſit que d ad h per .12. huius a ad f/ erit minor quam c ad h/ ⁊ quia e ad a/ eſt que g ad c/ per correlarium .12. huius e ad f/ erit minor quam g ad h/ quod eſt impoſſibile non ergo poterit a ad b/ eſſe que c ad d/ nec ea minor erit igitur ipſa maior quod eſt primum. ¶ Sit iam ſecundo ita quod e multiplex a ſit minus f multiplici b ⁊ g eque multiplex c ſicut e reſpectu a non ſit minus h eque multiplici d/ ſicut f reſpectu d/ ſed ſit eo maius vel illi equale. Tunc dico quod proportio a ad b/ eſt minor quam c ad d. Nam dato oppoſito ſi eſſet illi equalis accideret oppoſitum anteprecedentis ⁊ ſi ſit illa maior cum b ad f ſit que d ad h per .12. huius a ad f erit maior quam c ad h ⁊ cum e ad a/ ſit que g ad c/ per correlarium .12. huius e ad f/ erit maior quam g ad h quod eſt impoſſibile non ergo poterit a ad b eſſe maior c ad d nec illi equalis erit igitur ipſa minor quod eſt ſecundum.

17 **Si aliqua proportio ſit altera maior aliquod multiplex an**tecedentis illius aliquo multiplici conſequentis eiuſdem erit maius ⁊ eque multiplex antecedentis alterius ſicut eſt illud antecedentis illius eque multiplici conſequentis eiuſdem erit minus.

Hanc in quantitatibus continuis demonſtrabo ⁊ ex conſequenti in quibuſcumque apparebit eius demonſtratio. Sit igitur a quantitatis continue ad b quantitatem continuam maior proportio quam c ad d/ ⁊ tunc patet propoſitum. Sit enim e ad b que c ad d ⁊ ſumo per tertium correlarium .19. primi f ad a/ ⁊ g ad e/ eque multiplicia ita quod quodlibet illorum ſimiliter ⁊ ipſorum differentia ſit maius duplo b ⁊ quia proportio e ad b eſt minor proportio quam a ad b per primum correlarium .5. huius a eſt maius e quare ex terminis ⁊ ex .29. dignitate f eſt maius g ſit ergo ita quod inter multiplicia b maiora g ſit h minimum erit tunc h minus f alias aufferendo ſemel b ex h remaneret maius g ⁊ per conſequens maius b quod per tertium correlarium .20. primi ⁊ ex terminis adiuuante ypotheſi numeraretur ab ipſo b ⁊ per conſequens ex .12. petitione ⁊ ex terminis eſſet multiplex b quod repugnaret ypotheſi erit igitur h minus f/ ſit ergo k eque multiplex c/ ſicut g reſpectu e erit ex conſequenti eque multiplex c/ ſicut f/ reſpectu a. ſit inſuper l eque multiplex d/ ſicut h reſpectu b erit tunc per .14. huius k minus l/ ſicut g eſt minus h. cum igitur f ſit maius h conſtat propoſitum in quantitatibus continuis in quibuſcumque aliis proportionabiliter poteſt conſtare propoſitum ſumptis eque multiplicibus in illis ſicut ſumuntur in quantitatibus continuis in quibus ſunt equales proportiones ⁊ illud concluditur per equam proportionalitatem facile adiuuante premiſſa huius.

18 **Si quotcumque termini eiuſdem rationis in ordine ad totidem** alios eiuſdem rationis ita ſe habeant quod primum ad primum ſit ea proportio que ſecundi ad ſecundum ⁊ que tertij ad tertium ⁊ ita deinceps erit compoſiti ex illis ad compoſitum ex aliis ea proportio que primi ad primum.

Hec procedit vbi vndiquaque ſumuntur termini in numero finito vbi autem caperentur infinita antecedentia ⁊ infinita conſequentia ⁊ ex illis antecedentibus conſtitueretur vnum infinitum ⁊ ex illis conſequentibus ſimiliter non haberet verum concluſio quia infiniti ad infinitum aut nulla eſt proportio aut eſt proportio equalitatis. ¶ Sit igitur a ad b. ea proportio que c ad d/ ⁊ que e ad f/ ſintque a. c. e. eiuſdem rationis inter ſe ſimiliter ⁊ b. d. f. Tunc dico quod compoſiti ex a. c. e. ad compoſitum ex b. d. f. eſt que a ad b/ ſumam g ad a ⁊ h ad c ⁊ k ad e eque multiplicia ſimiliter l ad b ⁊ m ad d/ ⁊ n ad f/ eque multiplicia erit tunc per primum correlarium .10. primi compoſitum ex g. h. k. eque multiplex compoſiti ex a. c. e. ſicut g reſpectu a/ ⁊ compoſitum ex l. m. n. ita multiplex compoſiti ex b. d. f. ſicut l reſpectu b. ⁊ per .14. huius pluries ſumptam adiuuantibus .6. ⁊ .18. dignitatibus ſi g addit ſuper l compoſitum ex g. h. k. addit ſuper compoſitum ex l. m. n. ⁊ ſi minuit minuit ⁊ ſi equat equat. ergo per .15. huius proportio a ad b/ eſt que compoſiti ex a. c. e. ad compoſitum ex b. d. f. quod eſt propoſitum. In quotcumque pluribus conſimilis eſt demonſtratio.

Co. **Ex preſenti conſtat quod ſi duo termini eiuſdem rationis fuerint eque** multiplices ad alios duos eiuſdem rationis erit illorum multiplicium eadem proportio que ſubmultiplicium. ¶ Sint enim c ad a/ ⁊ d ad b/ eque multiplices. Tunc dico quod que proportio a ad b/ ea eſt c ad d. Diuido enim c in ſuas partes equales a/ ⁊ d/ in ſuas quales b que ex ypotheſi ⁊ ex terminis erunt tot adequate ſicut ille in quas diuiſus eſt c/ ⁊ per correlarium .2. huius prime c ad primam d/ erit ea proportio que ſecunde ad ſecundam ⁊ ita deinceps. ergo per preſentem compoſiti ex illis omnibus partibus c quod eſt ipſemet c/ ad compoſitum ex illis omnibus d quod eſt ipſemet d erit que prime c ad primam d/ ⁊ ex conſequenti que a ad b quod eſt propoſitum.

Si primi ad ſecundum fuerit ea proportio que tertij ad quar-

tum erit permutatim primi ad tertium que ſecundi ad quartum.

Hec oſ̄dit modū arguendi qui dr̄ ꝑmutata ꝓportionalitas valere. Sit igitur a ad b vt c ad d. Tunc dico ꝙ a ad c vt b ad d ſumā eīn e ad a ⁊ f ad b eq̄ multiplices qualeſcūq̧ fuerit ſimiliter g ad c ⁊ h ad d eque multiplices erit tunc ex correlario precedētis e ad f vt a ad b ⁊ g ad h vt c ad d quare e ad f vt g ad h ergo per .8. huius ſi e eſt maius g: f eſt maius h ⁊ ſi minus minus ſi equale equale ergo per .15. huius a ad c vt b ad d quod eſt propoſitum.

Co. **Ex p̄nti cōſtat ꝙ cuiuſcūq̧ totius ad q̄dlibet aliud totū eſt ea**
propoſitio que cuiuſcūq̧ partis aliquote illius ad totā partem aliquotā alterius ſi habeāt. ¶ Quia cuiuſcūq̧ ad quālꝫ ſuā pꝛtē aliquotā ē q̄ cuiuſcūq̧ alteri⁹ ad ſuā pꝛtē aliquotā q̄ hito ex p̄nti ꝯſtat illud

20 **Si aliquid multiplicetur per aliquē numerum, erit productū**
ad multiplicatum ea propoſitio, que numeri multiplicantis ad vnitatem.

Sit a ꝓductū ex b in c numerū. Tūc dico ꝙ a ad b vt c ad vnitatē. Nā ex terminis quotiēs vnitas in c totiēs b in a quare ſi vnitas ſit eq̄lis c: b erit eq̄lis a vñ ꝯſtat ꝓpoſitū. Et ſi vnitas ſit ps aliq̄ta c: b erit tota ps aliq̄ta a q̄re a erit eq̄ m̄tiplex b ſicut c reſpectu vnitat vñ ꝯſtat ꝓpoſitū

Co. **Ex p̄nti ꝯſtat, ꝙ cuiuſcūq̧ ꝓducti ex duobus nūeris, ad quēlibet**
illorū, eſt ea ꝓportio, que alterius ad vnitatē. Et ex ꝯñti, ſi quilibet illoꝝ ſit maior vnitate, talis ꝓducti ad quēlibet illoꝝ eſt ꝓportio multiplex a reliquo denīata. ¶ Primū patꝫ q2 p. 13. p̄mi illud ꝓductum ex quolibet illoꝝ numeroꝝ in alteꝝ ꝓducetur quo habito ex p̄nti ꝯſtat illud. Et ſcd̄m cōſtat ex p̄mo eo cuiuſlibet nūeri maioris vnitate ad vnitatem eſt ꝓportio multiplex ab ipſo denominata.

21 **Si idem numerus duo eiuſdem rationis quecunq̧ fuerint,**
multiplicet, erit propoſitio productorum que multiplicatorum. Et ſi duo numeri idem quodcunq̧ fuerit multiplicent, erit productorum ea propoſitio que illorum numerorum.

Sint a ⁊ b duo eiuſdē rōnis ⁊ ducātur in c nūeꝝ, ⁊ ex a in c, fiat d, e aūt ex b in c ꝯſtat tūc d ⁊ e eſſe eiuſdē rōnis. Dico igitur, ꝙ d ad e vt a ad b. Nā ex precedēti d ad a vt c ad vnitatē ſimiliter e ad b vt c ad vnitatē quare d ad a vt e ad b ergo ꝑmutatim d ad e vt a ad b quod eſt p̄mū. ¶ Scd̄m patꝫ ducātur a quodcūq̧ fuerit in b ⁊ c nūeros ⁊ ex a in b fiat d ⁊ ex a in c fiat e. Tūc ꝙ d ad e vt b ad c. Quia ꝑ precedentē e ad a vt c ad vnitatem ergo conuerſim a ad e vt vnitas ad c ſed per precedentē d ad a vt b ad vnitatem ergo per equam proportionalitatem directam d ad e vt b ad c qd̄ eſt ſecundū

1.co. **Ex p̄nti conſtat ꝙ qualiſcunq̧ eſt propoſitio alicuius ad alte**
rum talis eſt cuiuiuſcūq̧ numerati ab illo ad equaliter numeratum ab alio. Et ſi idē numeret aliqua duo cuiuſcūq̧ illoꝝ nūeratoꝝ ad reliquū erit ea ꝓportio q̄ nūeri ꝑ quē illō nūeratur ab illo ad numerum per quem reliquum numeratur ab eodem. ¶ Hec ex terminis ⁊ ex preſenti ſequuntur in forma.

2.co **Patet vltra ꝙ ſi quotcūq̧ termini continuo ꝓportionales in**
eundē numeꝝ ducātur q̄ ꝓducētur erūt termini ꝯtinuo ꝓportionales ſcd̄ꝫ eādē ꝓportionē. Et ſi idē in quotcūq̧ nūeros ꝯtinuo ꝓportionales ducātur ꝓducta erūt t̄mini ꝯtinuo ꝓportionales ſcd̄m ꝓportionē illoꝝ nūeroꝝ ⁊ ita de diſcōtinuo ꝓportionalib⁹. Et ex ꝯñti ſi aliqua q̄cūq̧ fuerint ꝑ eūdē nūeꝝ nūerēt totidē alia ⁊ numerātia aut nūerata ſint ꝯtinuo aut diſcōtinuo ꝓportionalia erūt alia totidē ſimili mō ⁊ ſcd̄m eādē ꝓportionē ꝓportionalia. Et ſi idē ꝑ quotcūq̧ nūeros nūeret totidē alia ⁊ nūerata aut nūeri illi ſint ꝯtinuo aut diſcōtinuo ꝓportionalia erūt alia illoꝝ ſi̅li mō ⁊ ſcd̄m eādē ꝓportionē ꝓportionalia. ¶ Hec om̄ia iteꝝ ex terminis ⁊ ex p̄nti pluries ſumpta manifeſtiſſime deducuntur.

3.co **Patet vltra ꝙ quarumcunq̧ ꝓportionum in numeris repi=**
biliū idē nūerus poteſt eſſe añs ⁊ quarumcūq̧ taliū idem poteſt eſſe ꝯñs. ¶ Quibuſcunq̧ eīn talibus datis ſi añs prime ducatur in añs ſcd̄e ⁊ añs tertie in ꝓductum ⁊ ita deinceps vltimo ꝓductus per primum correlarium .21. adiuuante .13. primi ab omnibus illis antecedentibus numerabitur quo habito ex primo correlario preſentis conſtat primum. Et ſecundum conſimiliter apparet.

22 **Si primi ⁊ ſecundi coniunctim ad ſecundum fuerit ea ꝓpor**
tio que tertij ⁊ quarti coniunctim ad quartum erit primi ad ſcd̄m vt tertij ad quartū ꝯſimilis ꝓportio

Hec oñdit modum arguēdi qui dr̄ diſiuncta ꝓportionalitas valere Sit igitur a p̄mi ⁊ b ſecundi coniunctim ad b ea proportio que c tertij ⁊ d quarti cōiunctim ad d quartū. Tunc dico ꝙ a ad b eſt q̄ c ad d. Sumā eīn e ad a ⁊ f ad b ⁊ g ad c ⁊ h ad d eq̄ m̄tiplices tūc ꝑ p̄mū correlariū 10. primi totum e f erit eq̄ multiplex totius a b ſicut e reſpectu a ⁊ totū g h eque multiplex totius c d ſicut g reſpectu c quare totū e f ad a b ⁊ totū g h ad totū c d erunt eq̄ multiplicia. Sumam inſuper k ad b ⁊ l ad d eq̄ multiplicia ꝯſtat tūc ex terminis ⁊ p̄mo correlario .35. p̄mi ꝙ f k ad b ⁊ g l ad d ſunt eq̄ multiplicia ꝯſtat inſuꝑ ꝙ ſi totū e f ſit maius toto f k: e eſt maius k ⁊ ſi min⁹ min⁹ ⁊ ſi equale eq̄le ⁊ econuerſo. Hoc eīn ex .6. ⁊ .18. dignitatib⁹ manifeſte ſeq̄tur ⁊ ꝑ idē ſi totū g h ſit mai⁹ toto h l: g erit maius l ⁊ ſi minus min⁹ ⁊ ſi equale eq̄le ⁊ econuerſo ⁊ q2 ꝑ .14. hui⁹ ſi e f ē maius f k: g h erit mai⁹ h l ⁊ ſi minus min⁹ ⁊ ſi eq̄le eq̄le ḡ de p̄mo ad vltimū ſi e eſt mai⁹ k: g h erit maius h l ⁊ ſi minus min⁹ ⁊ ſi equale equale ergo iterū de p̄mo ad vltimū ꝑ ſtatim probatum ſi e eſt maius k: g eſt maius l ⁊ ſi minus minus ⁊ ſi equale equale ergo per .15. huius propoſitio a ad b eſt que c ad d quod eſt propoſitum.

ſubmultiplex ad aliquā tertiā reliqua nō tal'r ſe habebit ad illā tertiā vel illi equalē. Et ſi aliquarū vna fuerit aliqual'r multiplex aut ſubmultiplex ad aliquam ⁊ non alia ille ſunt inequales.

28 Quecūq; ꝓportio multiplex aut ſubmultiplex ad aliquā ad quamlibet equalem illi eſt eque multiplex aut ſubmultiplex. Et quelibet equalis ipſi alteri ⁊ cuilibet equali illi eſt taliter multiplex aut ſubmultiplex.

29 Quecunq; proportiones quarū ſimiles partes aliquote ſūt equales ſunt inter ſe equales ſimiliter ⁊ quecunq; que equalium proportionum ſunt ſimiles partes aliquote ⁊ quarumcunq; equalium ſimiles partes aliquote ſunt equales.

30 Quarūcūq; ꝓportionū inequaliū ſimiles ꝑtes aliquote ſūt inequales ⁊ q̄ maioris illarū ē talis ꝑs aliq̄ta maior eſt ⁊ q̄ mino: minor. Et quecūq; quarū inequales ꝓportiōes ſūt ſimiles ꝑtes aliq̄te ſūt inequales ⁊ cui⁹ ꝑs aliq̄ta maior ē ſimili ꝑte aliq̄ta alti⁹ maior ē ⁊ c⁹ minor minor.

31 Si aliqua ꝓportio ſit ꝑs aliquota vni⁹ duarū ꝓportionū et nō ſit ſimilis ꝑs aliq̄ta alt⁹ ille due ſūt inequales ⁊ ſi fuerit due inequales ⁊ aliq̄ tertia ſit ꝑs aliq̄ta alic⁹ illarū illa nō erit ſimilis ꝑs aliquota alteri⁹ ⁊ cui⁹ vna inequalium eſt ꝑs aliq̄ta reliq̄ nō eſt talis ꝑs aliquota.

32 Quelibet proportio ducta in vnitatem ſeipſam producit.

33 Quāto ꝑs aliquota alicui⁹ ꝓportiōis maioris inequalitatis a maiori numero denominatur pars aliquota tanto maior eſt ⁊ quanto a minori minor in ꝓportionibus autem minoris inequalitatis oppoſitum.

34 Si quotcunq; proportiones totidē equales vel eandē equaliter excedant vel ab illis vel illa equaliter excedantur erunt inter ſe equales.

35 Quotiens aliqua proportio poteſt ab aliqua ſubſtrahi totiēs in illa reperitur ⁊ quotiens aliqua in alia reperitur totiens ab illa ſubſtrahi poteſt.

36 Quacūq; ꝓportione inequalitatis ſaltē finita quātācūq; maiorem ꝯtingit ſumere ſimiliter ⁊ cuilibet quotcunq; poſſūt ſumi equales ⁊ cuilibet quotcunq; eque multiplices ⁊ cuilibet qualeſcunq; multiplices.

37 Nunq̄ maior proportio maioris inequalitatis minorem numerat nec minor proportio minoris inequalitatis maiorem numerat.

38 Si due ꝓportiōes maioris inequalitatis inequales eādē nūerēt maior ꝑ maiorē nūerū illā nūerabit ⁊ q̄ ſit ille ꝑ quē minor eā nūerat ⁊ ſi aliq̄ ꝑ diuerſos nūeros eādem nūerēt q̄ ꝑ maiorē illā nūerabit erit minor ⁊ q̄ ꝑ minorē maior i ꝓportōib⁹ āt minor: leq̄litat; oppoſito mō.

39 Si aliqua proportio maioris inequalitatis diuerſas proportiones inequales nūeret ꝑ diuerſos nūeros ipſas nūerabit maiorē ꝑ maiorē ⁊ minorē ꝑ minorē. Et ſi due inequales duas ꝑ eūdem nūerum nūerent nūerate erunt inequales ⁊ maior ꝑ talē nūerum a maiori illarū numerabitur ⁊ minor a minori in ꝓportionibus aūt minoris inequalitatis oppoſito modo.

40 Si aliqua proportio inequalitatis numeret aliquam inequalem ſibi erit illius pars aliquota.

41 Nulla ꝑs aliquota ꝓportionis maioris inequalitatis ē maior medietate eiuſdē. Nec aliq̄ ꝑs aliq̄ta ꝓportiōis minoris ineq̄litat' ē minor ꝓportio medietate eiuſdem.

42 Si minor duarū ꝓportionū maioris inequalitatis detrahatur ex maiori quo ad poſſit nulla remanebit aut remanebit minor illa minori. Et ſi maior duarū minoris inequalitatis detrahat ex maiori quo ad poſſit nichil remanebit aut remanebit maior illa maiori.

43 Si detracta minori ꝓportiōe maioris inequalitatis ex maiori quo ad poſſit ſuperſit aliqua maior non erit multiplex minoris. Et ſi maior non fuerit multiplex minoris minori ab ipſa detracta quo ad poſſit remanebit minor minori reſidua tamen pars maioris ab illa que ſupererit erit multiplex minoris vel illi equalis.

44 Si detracta maiori ꝓportione minoris inequalitatis ex minori quo ad poſſit ſuperſit aliquid maior non erit pars aliquota minoris Et ſi maior non fuerit pars aliquota minoris ipſa ex minori detracta quo ad poſſit remanebit maior maiori reſidua tamen pars ab illa que remanebit erit equalis illi maiori vel illa maior erit illius pars aliquota.

45 Si duarum ꝓportionum maioris inequalitatis inequalium minor fuerit pars aliquota maioris illa ex maiori detracta quo ad poſſit nichil ſupererit ⁊ ſi nichil ſuperſit ex tali detractione minor erit pars aliquota maioris. Si autem duarū ꝓportionum minoris i-

equalitatis inequalium maior ſit pars aliquota minoris ipſa ex minori detracta quo ad poſſit nichil ſupererit et ſi ex tali detractione nichil ſuperſit maior erit pars aliquota minoris.

46. **Si parte alicuius proportionis maiorata tota illa proportio** remanſerit equalis reliquã partem illius per tantum minorari ſicut illa maiorat̃ neceſſe eſt. Et ſi pte alicuius minorata tota remanſerit equalis reliquã partem eius per tantum maiorari ſicut illa minoratur neceſſarium erit.

47 **Si aliqua tota proportio ex plurib⁹ ptibus q̃ duab⁹ adequa**te reſultet et illa continuo remanente equali vna illarum partiũ minoretur et alia per tñ maioretur ſicut illa minuitur totum reſiduum illius proportionis ab illis partibus continuo manebit equale.

48. **Quelibet continẽtia alicuius in aliquo eſt equalis alicui con**tinentie alicuius q̃titatis continue in aliqua q̃titate ↄtinua et q̃libet quãtitas ↄtinua in quacũq; proportione maioris inequalitatis ad aliquã ptẽ eius ſe h3 et in quacũq; pportione minoris inequalitatis aliq̃ ps ſua in ordine ad ipã3 ſe h3. Et q̃l3 ſaltẽ finita i q̃cũq; mioris ineq̃litatis ad aliquã ſe hr̃e põt.

49. **Quelibet proportio equalitatis cum qualibet equalitatis eſt** eiuſdem ſpeciei ſpecialiſſime et quelibet cuilibet eſt ſimilis et equalis.

50 **Quelibet proportio maioris inequalitatis quacumq; propor**tione equalitatis aut minoris inequalitatis eſt maior. Et quelibet equalitatis quacumq; minoris inequalitatis ſimiliter eſt maior.

51 **Quecũq; pportiões equales ſũt ſimiles eiuſdẽ ſpẽi ſpẽaliſſĩe**

52 **Si duo equalia in eodem contineantur continentie illorum** in illo erunt equales. Et ſi idem in duobus equalibus ↄtineatur ↄtinentie illius in illis erũt equales

53 **Si inequalia in eodem ↄtineantur cõtinentie illorum in illo** erũt inequales et ↄtinentia minoris in illo maior ↄtinentia maioris in eodẽ. Et ſi idẽ i duob⁹ inequalib⁹ ↄtineat̃ ↄtinẽtie illi⁹ in illis erũt inequales et cõtinẽtiã illius in maiori maior ↄtinẽtia illius in minori.

54. **Si primum fuerit tota pars aliquota aut tot ſimiles partes** aliquote ſecundi vt tertium quarti continentia primi in ſecundo erit equalis ↄtinentie tertij in quarto et ex conſequenti ea proportio primi ad ſecundum que tertij ad quartum.

55 **Si continentia primi in ſecundo fuerit equalis continẽtie** tertij i quarto et pmũ ſit pars aliquota aut ptes aliquote ſecũdi erit tertium tota pars aliquota aut tot ſimiles partes aliquote quarti vt primũ ſecundi. Et ex ↄũti ſi duorum inequalium vnius ad alterum fuerit ea pportio que aliorum duorum inequaliũ vnius ad alterum et minus illoru3 ſit pars aliquota maioris erit minus aliorum tota pars aliquota maioris eorumdem ſicut minus illorum maioris ipſorum. ❡ Et ſi minus illorum fuerit ptes aliquote maioris illorum et nõ pars aliquota erit minus aliorum tot ſimiles partes aliquote maioris eorũdem ſicut minus illorum maioris ipſorum et minus aliorum non erit pars aliquota maioris.

Pro concluſionibus ponendis in hoc ſecundo aduerte q ipſe innumeris poſſunt demõſtrari aliter q̃ demonſtrabunt̃ puta ex alijs fundamẽtis in expoſitionibus diffinitionũ tactis q̃ habent̃ ex. 17. et. 20. et. 21. diffinitionib⁹. 7. Elementorũ Euclidis et ex duab⁹ vltimis diffinitionibus. 2. Elementorũ Arithmetices iordani et ex illis principijs ſolẽt arithmetico mõ demonſtrari ſed demõſtrationes ille nõ ſe extenderẽt ad alias pportiones q̃ nõ reperiunt̃ i nũeris et ↄcluſiones q̃ ponẽtur vniuerſalit̃ p oĩbus demõſtrabunt̃ pptereã illum modũ demõſtrãdi breuitatis cã pro nũc relinquimus et ppter dicẽda in materia de pportionib⁹ q̃ ad oẽs pportiones ſe extẽdunt hũc vniuerſalẽ modũ demõſtrãdi iſecuti ſumus alias tñ p illa principia et arithmetico more illas oẽs ↄcluſiones in nũeris demõſtrãdas pponimus. ❡ Preterea aduerte q ſcd̃m q euclides procedit in quinto elemẽtorũ oẽs dignitates et oẽs animi ↄceptiones ad pportiones applicare eſſent demonſtrande iordanus tñ illas oẽs ad pportiones applicatas ſupponit tãq̃ p ſe notas adeo bñ ſicut in alijs ſaltẽ eas ponẽdo eo mõ quo poſite ſũt ppter diſcrimẽ quod eſt inter ea q̃ poſitiue dñr et ea q̃ priuatiue dicuntur quo ad illas et ideo qr iordan⁹ vt i plurib⁹ in demõſtrationibus eas preſupponit et non eas ponit expreſſe nos ipſas poſuimus facilius enim percipient̃ demonſtrationes ipſis ſic expreſſe poſitis q̃ ſi non poſite preſupponerentur.

❡ Libri ſecundi propoſitiones.

1. **Si primi termini ad ſecundum fuerit ea proportio que** tertij ad quartũ fueritq; pmus maior ſcd̃o erit et tertius maior quarto. Et ſi pmus ſit minor ſcd̃o tertiũ minorẽ quarto eẽ op3. Si aũt pm⁹ fuerit eq̃lis ſcd̃o erit terti⁹ eq̃lis q̃rto

Sit a primi t̃mini ad b ſcd̃m ea pportio q̃ c tertij ad d

quartum. Tunc patet ꝓpoſitum. Si enim a ſit maior b ꝓportio ipſius ad b erit maioris inequalitatis ⁊ ex ꝯñti etiam e ad d erit igitur ex terminis e maior d. Si autem a ſit minor b, ꝓportio ipſius ad b erit minoris inequalitatis. ex terminis quare et ꝓportio e ad d. quare ex terminis e erit minor d. Et ſi a ſit equalis b ꝓportio ipſius ad b erit equalitatis. quare ⁊ ꝓportio e ad d. quare ex terminis e erit equalis d. patet igitur totum propoſitum.

Co. **Ex preſenti conſtat ꝙ ſi primus ad ſcðm fuerit vt tertius ad** quartum, ⁊ primus numeret ſecundum tertius equaliter numerabit quartum. ¶ Quia tunc primus erit equalis ſecundo vel eo minor. Et ſi equalis ex preſenti tertius erit equalis quarto. vnde ſatis cõſtat ꝓpoſitum. Et ſi primus fuerit minor ſcðo ex. 12. petitione ꝑmus erit pars aliquota ſcði quare per. 55. ſuppoſitionem tertius erit tota pars aliquota quarti vnde manifeſte conſtat propoſitum.

2 **Si quotcũq; termini equales eidem tertio ꝓportionẽtur, oẽs** proportiones prouenientes erunt equales. Et ſi idem quotcũq; equalibus proportionetur, omnes ꝓportiones prouenientes erunt inter ſe equales.

Hoc ideo eſt: quia ſi ille tertius ſit equalis vni illorum ex. 2. dignitate erit equalis cuilibet alteri eorumdẽ quare omes ꝓportiones ꝓuenientes erunt equalitatis ⁊ ex ꝯñti equales. Si aũt ille tertius ſit vno illorum maior ex. 3. dignitate erit etiam quocũq; illorũ maior et ꝑ. 52. ſuppoſitionem erit equalis ꝯtinentia vnius illorum in illo tertio ſicut cuiuſcũq; alterius eorumdẽ in eodem tertio quare ex terminis oẽs ille ꝓportiones erunt equales. Et ſi fuerit altero illorum minor ex tertia dignitate erit etiam quocũq; alio eorumdẽ minor ⁊ ꝑ. 52. ſuppoſitionẽ equalis erit continẽtia illius tertij in vno illorũ ſicut in quocũq; alio eorundem quare ex terminis oẽs ꝓportiones prouenientes erunt equales patet igitur primum. ¶ Secundi vero conſimilis eſt demonſtratio.

Co. **Ex preſenti ꝯſtat ꝙ ſi quotcũq; termini equales īter ſe totidẽ** equalibus inter ſe ꝓportionẽtur omnes ꝓportiones ꝓuenientes erunt equales Et ex ꝯñti ſi aliquarꝫ ꝓportionũ añtia fuerint equalia vel idem añs illis cõmune ⁊ ꝯſequentia etiam ſint equalia vel idem ipſis cõmune erunt ille ꝓportiones equales. ¶ Primũ patꝫ q2 cuiuſcũq; illorum ad quemlibet aliorum ꝑ pñtem eſt ea ꝓportio ꝙ ipſius ad quẽlibet alium eorumdẽ ⁊ etiam ex preſenti cuiuſlibet illorũ ad quemlibet aliorꝫ ea que cuiuſcunq; alterius eorumdem ad eundem aliorum quo habito ex ſecunda ſuppoſitione conſtat illud primum. Secundum autem conſtat ex primo.

3 **Si duo termini inequales eidẽ tertio ꝓportionẽtur, ꝓueniẽt** ꝓportiones inequales. ſimiliter ⁊ ſi idẽ duobus inequalib9 ꝓportionetur, ꝓueniẽt ꝓportiones inequales.

Primũ patꝫ q2 vel ille tertius eſt quolibet illorum maior, vel quolibet minor, vel vno maior ⁊ altero minor. ſi vltimũ, ex terminis vna illarũ ꝓportionũ erit maioris inequalitatis ⁊ altera minoris. quare ex. 50. ſuppoſitione ille erũt inequales ⁊ ſi ꝑmum, ex. 53. ſuppoſitione ꝯtinentia minoris illorum in illo tertio erit inequalis ꝯtinentie maioris in eodẽ. quare ex. 15. diffinitiõe ꝓportiones ille erunt inequales. Si aũt detur ſcðm, tũc ex. 53. ſuppoſitione cõtinentia illius tertij in vno illorum erit inequalis continentie illius in reliquo. quare ex. 15. ſuppoſitione ꝓportiones ille erunt inequales. q͛d eſt primum. ¶ Secundum autem conſimiliter demonſtratur.

1. co **Ex pñti ꝯſtat ꝙ ſi duo termini equales inter ſe, ꝓportionẽtur** duobus inequalibus inter ſe, ꝓuenient ꝓportiones inequales. ſimiliter ⁊ ſi duo inequales īter ſe duobus equalibus inter ſe ꝓportionentur, ꝓuenient ꝓportiones inequales. ¶ Primũ patꝫ. q2 per ꝑcedentem, cuiuſlibꝫ illorũ equalium ad quẽlibet aliorum eſt ea ꝓportio que alterius ad eundẽ. ⁊ ꝑ pñtẽ cuiuſcũq; illorum ad alios duos ꝓportiones ſũt inequales. ꝙ cuiuſcũq; illorꝫ ad quemlibet aliorꝫ eſt alia ꝓportio ꝙ reliqui ad reliquum, vnde conſtat primum. Secundum autem conſimiliter deducitur.

2. co **Patet vltra ꝙ ſi ꝓportionũ ſimiliũ añtia fuerint equalia, ea**rũdẽ ꝯñtia equalia eſſe oportet. Et ſi inequalia, inequalia. Et ſi earũ ꝯñia ſint equalia, erunt ⁊ earundẽ antecedentia equalia. ⁊ ſi inequalia, inequalia. ¶ Dato enim oppoſito alicuius iſtorum, accideret oppoſitum precedentis correlarij in forma.

3. co **Patet vltra ꝙ ſi ex cõparatione alicuius termini ad aliquos** duos ꝓueniant ſimiles ꝓportiones, illi duo ſunt equales. ⁊ ſi diſſimiles, inequales. Et ſi ex cõparatione aliquorũ ad aliquem ſimiles ꝓuenerint, illi ſunt equales. Et ſi diſſimiles, inequales. Dato enim oppoſito primi aut tertij, accideret oppoſitum preſentis in forma. ⁊ dato oppoſito ſecundi aut quarti, accideret oppoſitum precedentis in forma.

4. **Si duo termini inequales eidẽ tertio ꝓportionẽtur, maioris** ad illũ maior eſt ꝓportio ꝙ minoris ad eundẽ: illi9 vero ad maiorẽ illorꝫ minor ẽ ꝓportio, ꝙ illi9 ad minorẽ.

Sint a maior terminus, ⁊ b minor ꝓportionati e tertio. Tũc dico ꝙ a ad e maior eſt ꝓportio ꝙ b ad e, ⁊ e ad a minor ꝙ e ad b. Quia ſi e ſit quolibet illorũ minor, ex. 53. ſuppoſitione cõtinentia e in a maior erit continentia e in b. quare ex. 16. diffinitione ꝓportio a ad e erit maior ꝙ b ad e. ⁊ ex. 17. diffinitione e ad b maior ꝙ e ad a. Si aũt e ſit quolibet illorũ maior, tunc ex. 53. ſuppoſitione ꝯtinentia a in e erit minor ꝯtinentia b in e. quare ex. 17. diffinitione a ad e erit maior ꝓportio ꝙ b/

ad c.⁊ ex.16.diffinitione c ad b maioꝛ ꝙ c ad a ſed ſi c ſit vno illoꝛum maioꝛ ⁊ altero minoꝛ cū nō poſſit eſſe maioꝛ a ⁊ minoꝛ b, qꝛ tunc accideret oppoſitum.4.dignitatis, erit minoꝛ a ⁊ maioꝛ b/quare ꝓportio a ad c erit maioꝛis lequalitatis ⁊ b ad c minoꝛis ⁊ c ad b maioꝛis ⁊ c ad a minoꝛis quare ex.50 ſuppoſitione ꝓportio a ad c erit maioꝛ ꝙ ꝓportio b ad c ⁊ c ad b maioꝛ ꝙ c ad a. Et ſi c ſit eq̄lis a tūc a ad c erit ꝓportio equalitatis ſimiliter ⁊ c ad a ⁊ b ad c minoꝛis ⁊ c ad b maioꝛis quare ex.50.ſuppoſitiōe a ad c erit maioꝛ ꝓportio ꝙ b ad c ⁊ c ad b maioꝛ ꝙ c ad a. Et ſi c ſit equalis b tūc a ad c erit proportio maioꝛis lequalitatis ⁊ c ad a minoꝛis ⁊ b ad c equalitatis ⁊ c ad b ſimilit̄ equalitatis quare ex.50.ſuppoſitione a ad c erit maioꝛ proportio ꝙ b ad c ⁊ c ad b maioꝛ ꝙ c ad a cum igit̄ c non poſſit aliter ſe habere ꝙ aliquo iſtoꝛum modoꝛum conſtat totum propoſitum.

5 Si idem terminus ad duos inequales ꝓpoꝛtionetur ad quē ipſius maioꝛ fuerit ꝓportio minoꝛē ⁊ ad quē minoꝛ maioꝛē eſſe neceſſe eſt ſi duo lequales ad eundē tertium ꝯparentur cuius ad illum maioꝛ eſt ꝓportio maioꝛ erit ⁊ cuius ad ipſum minoꝛ erit minoꝛ.

Hec eſt conuerſa precedentis ⁊ pꝛima pars patet qꝛ ex tertia huius proportiones illius ad illos erūt inequales quo habito ſi detur oppoſitum illius ſtatim ſequitur oppoſitū ſecunde partis ꝑcedentis. ¶ Secunda pꝫ qꝛ ex.3.huius proportiones illoꝛum ad illū tertium erunt inequales ſi igitur detur oppoſitum illius ſequitur oppoſitum pꝛime partis precedentis patet igitur totum propoſitum.

1.co. Ex pꝛeſenti patet ꝙ ſi ex ꝯparatione alicuius ad aliqua duo ꝓueniant lequales proportiones ⁊ ꝯparentur illa ſecundū eandem rōnem illud ad quod maioꝛem habebit proportionū erit minus ⁊ ad quod minoꝛem maius. Et ſi ex ꝯparatione duoꝛum ad idem tertiū ꝓueniant proportiones inequales ⁊ ꝯpararentur ſecundū eandē rōnem illud quod habebit maioꝛem ꝓportionē ſupra illud erit maius ⁊ qđ minoꝛē min⁹. Eadē enī eſt demōſtratio cū demōſtratiōe pꝛius

2.co Ex hys duabus manifeſte cōſtat ꝙ ſi duoꝛū inequalium minoꝛi inuariatio maius creſcat ꝓportio maioꝛis ad illud minus maioꝛabit̄ minoꝛis ꝟo ad maius minorabitur. Et ſi mai⁹ decreſcat ꝓportio maioꝛis ad minus minoꝛabit̄ minoꝛis vero ad illud maioꝛabit̄. Et ſi maioꝛi inuariato min⁹ decreſcat ꝓportio maioꝛis ad illud maioꝛabit̄ minoꝛis vero ad illud minoꝛabitur. Et ſi creſcat proportio maioꝛis ad illud minorabitur illius, vero ad maioꝛem maioꝛabitur.

6 Si maioꝛis duarum ꝓpoꝛtionū inequaliū aīs fuerit minus aīte alterius vel illi equale erit ꝯñs illius minus ꝯñe alterius. Et ſi illius conſequens fuerit maius ꝯñe alterius vel illi equale antecedens eiuſdem erit maius antecedente alterius.

Sit a ad b maioꝛ ꝓportio ꝙ c ad d ⁊ ſit pꝛimo a equale c. Tunc dico ꝙ b eſt minoꝛ d qꝛ ſi ſit illi equalis per.2.huius a ad b erit ea proportio que c ad d quod eſt ꝯtra ypotheſim. Et ſi b ſit maioꝛ d per.4.huius a ad b erit minoꝛ ꝓportio ꝙ a ad d cum igit̄ per.2.huius a ad d ſit q̄ c ad d erit a ad b minoꝛ ꝙ c ad d quod eſt ꝯtra ypotheſim. ¶ Sit ſcđo a minoꝛ c. Tunc dico b eſſe minoꝛem d quia ſi ſit equalis d ꝑ.2.huius a ad d erit vt a ad b cum igit̄ ꝑ.4.huius c ad d ſit maioꝛ ꝓportio ꝙ a ad d erit c ad d maioꝛ ꝙ a ad b quod eſt contra ypotheſim. Et ſi b ſit maioꝛ d ꝑ.4.hui⁹ a ad d erit maioꝛ ꝓportio ꝙ a ad b cū igit̄ ꝑ eādem c ad d ſit maioꝛ ꝙ a ad d a foꝛtioꝛi c ad d erit maioꝛ ꝙ a ad b quod iterū eſt contra ypotheſim. ¶ Sit tertio b maius d vel illi equale. Tunc dico ꝙ a eſt maius c, quia dato oppoſito ſtatim ſequitur oppoſitum pꝛime partis huius in foꝛma.

7 Si pꝛimum ad ſecundum fuerit maioꝛ pꝛopoꝛtio ꝙ tertij ad quartum erit ſecūdi ad pꝛimum minoꝛ proportio ꝙ quarti ad tertium.

Sit a pꝛimi ad b ſecundū maioꝛ ꝓportio ꝙ c tertij ad d quartum. Tūc dico ꝙ b ad a eſt minoꝛ ꝓportio ꝙ d ad c. Quia ſi vtraq; illarum ſit maioꝛis inequalitatis ex.16.diffinitione maioꝛ erit ꝯtinētia b in a ꝙ d in c quare ex.17.diffinitione b ad a minoꝛ erit ꝓportio ꝙ d ad c quod eſt ꝓpoſitum. Si aūt vna illarum fuerit maioꝛis lequalitatis ⁊ altera minoꝛis pꝫ ꝙ a ad b ſit proportio maioꝛis inequalitatis ⁊ c ad d minoꝛis. qꝛ alias accideret oppoſitum.50.ſuppoſitionis ⁊ ꝑ ꝯñs b ad a eſſet proportio minoꝛis inequalitatis ⁊ d ad c maioꝛis quare ex.50.ſuppoſitione proportio b ad a minoꝛ erit ꝙ d ad c. Et ſi vna fuerit maioꝛis leq̄litat̄ ⁊ alia eq̄litat̄ ꝓportio a ad b erit maioꝛis leq̄litatis qꝛ alias cōtingeret oppoſitum.50.ſuppoſitionis ⁊ per ꝯñs b ad a eſſet proportio minoꝛis inequalitatis ⁊ d ad c equalitatis quare ex.50.ſuppoſitiōe ꝓportio b ad a minoꝛ erit ꝙ d ad c. Et ſi vna ſit ꝓportio equalitatis ⁊ altera minoꝛis lequalitatis proportio a ad b debebit eſſe equalitatis ⁊ c ad d minoꝛis lequalitatis alias ꝯtingeret oppoſitū.50.ſuppoſitionis ⁊ ꝑ ꝯñs ꝓportio b ad a erit equalitatis ⁊ d ad c maioꝛis lequalitatis quare ex.50.ſuppoſitione ꝓportio b ad a minoꝛ eſt proportione d ad c cum igitur non poſſint aliter ſe habere patet totum propoſitum.

8 Si duarū pꝛopoꝛtionū equaliū aīs vnius fuerit maius aīte alterius erit ⁊ conſequēs eiuſdē ꝯñe alterius maius. Et ſi minus minus ⁊ ſi equale equale. Et ſi cōſequens vnius fuerit maius ꝯñe alteri⁹ erit aīs eiuſdē mai⁹ aīte alt̄i⁹ ⁊ ſi minus min⁹ ⁊ ſi eq̄le eq̄le.

Sit a ad b ea ꝓportio que c ad d ⁊ ſit pꝛimo a maius c. Tunc dico ꝙ b eſt maius d. Quia ſi b ſit equale d tunc ꝑ.2.huius a ad b eſſet vt a ad d cū igitur per.4.huius a ad d ſit maioꝛ proportio ꝙ c ad d eſſet a ad b maioꝛ ꝙ c ad d quod eſt contra ypotheſim. Et ſi b ſit minoꝛ d ꝑ.4.huius

a ad b erit maior ꝓportio ꝙ̃ a ad d cū igitur ꝑ eandē a ad d ſit maior ꝓportio ꝙ̃ c ad d/a fortiori a ad b erit maior ꝙ̃ c ad d quod eſt cõtra ypotheſim. ¶ Sit ſecundo a minus c. Tunc dico ꝙ b eſt minus d qꝛ per primam partem preſentis d erit maius b. ¶ Sit tertio a equale c. Tunc dico ꝙ b eſt equale d. Hoc ex ſcđo correlario. 3. huius ꝯſtat. patēt igiť tria pͥma in ꝓpoſitione ꝓpoſita. Alia aūt ex hijs euidēter ꝯſtant dato enī oppoſito alicuius illorum ſtatim ſequitur oppoſitum alicuius iſtorum.

9 **Si primi ad ſecundum fuerit ea ꝓportio que tertij ad quartum erit conuerſim ſecundi ad primum vt quarti ad tertium conſimilis proportio.**

Hec oſtendit modum arguendi qui dicitur conuerſa ꝓportionalitas valere Sit igiť a pͥmi ad b ſcđm ea ꝓportio que c tertij ad d quartuȝ. Tunc dico qꝛ b ad a eſt que d ad c. Nā ſi a ſit equalis b ex pͥma huius c eſt equalis d quare ex terminis tam b ad a ꝙ̃ d ad c eſt ꝓportio equalitatis ⁊ per ꝯñs ille erunt equales. Et ſi a ſit maior b ꝑ pͥmam huius c eſt maior d. ⁊ ex terminis ꝯtinentia b in a eſt equalis ꝯtinentie d in c ergo ex terminis b ad a vt d ad c. Si autē a ſit minor b ꝑ primā huius c eſt minor d ⁊ ex terminis ꝯtinentia a in b equalis continentie c in d ergo ex terminis proportio b ad a que d ad c quod eſt propoſitum.

10 **Si quotcūqꝫ termini primo ordie diſponānť totidēqꝫ alij ſcđo** ordine diſponantur fueritqꝫ primi ad ſecundum in primo ordine ea proportio que primi ad ſecunduȝ in alio ⁊ ſecundi ad tertium ea que ſecundi ad tertium. Et ita deinceps erit primi ad vltimū in primo ordine que primi ad vltimum in ſecundo.

Hec oſtendit modū arguēdi qui dicitur equa ꝓportionalitas directa valere ipſā tñ demonſtrabo Et impͥmis ſi in vtroqꝫ ordine ꝑciſe tres termini ſumātur ꝑoſtea vero oñdam qualiť ſit ꝓcedendū ad oñdum ꝓpoſitum ſi plures vndiquaqꝫ ſumanť. Diſponanť igitur pͥmo ordine a b c termini quicūqꝫ fuerint ⁊ diſponantur ſcđo ordie d e f termini quicūqꝫ fuerit etiam ⁊ ſit a ad b vt d ad e ⁊ b ad c vt e ad f erit tūc cõuerſim b ad a vt e ad d ⁊ c ad b vt f ad e. Dico igitur ꝙ a ad c vt d ad f. Et ad hoc oñdendū dico ꝙ in tali caſu ſi a eſt maius c d eſt maius f ⁊ ſi minus minus ⁊ ſi equale equale qꝛ ſi a ſit maius c ꝑ. 5. huius ꝓportio c ad b eſt minor ꝙ̃ a ad b ⁊ ex ꝯñti ꝙ̃ d ad e cū igiť f ad e ſit q̃ c ad b erit f ad e minor ꝙ̃ d ad e ergo ꝑ pͥmum correlariū. 5. huius d eſt maius f ſi aūt a ſit minus c ꝑ. 5. huius ꝓportio c ad b eſt maior ꝙ̃ a ad b quare ⁊ ꝙ̃ d ad e ⁊ ex ꝯñti f ad e erit maior ꝙ̃ d ad e ergo ꝑ primū correlariū. 5. huius d eſt minus f ⁊ ſi a ſit equale c ꝯſtat d eſſe eq̃le f alias enim accideret oppoſitum alicuiꝰ iſtoꝝ q̃ ſtatim demonſtrata ſunt faciendo ex ſcđo ordine primū ⁊ ex primo ſcđm Hoc igiť ꝓbato pꝫ qđ ꝓpoſitū eſt. ¶ Et impͥmis pꝫ illud vbi duo illoꝝ terminorum in eodē ordine eſſent equales qꝛ ſi a ſit equale b ex prima huius d eſt equale e quare ꝑ. 2. huius a ad c vt b ad c ⁊ d ad f/ vt e ad f/ cum igiť b ad c vt e ad f erit a ad c/ vt e ad f. quare ⁊ vt d ad f. ¶ Et ſi b ſit equale c ꝑ pͥmā huius e eſt eq̃le f q̃re ꝑ. 2. huiꝰ a ad c vt a ad b q̃re ⁊ vt d ad e ſed ꝑ. 2. huius d ad e vt d ad f ergo a ad c vt d ad f. ¶ Et ſi a ſit equale c ꝑ dictū ſtatim d erit equale f/ eſt igitur a ad c vt d ad f patet igitur propoſitum vbi in aliquo duorum ordinum duo termini ſunt equales.

Jam ꝓbatur vbi nulli vnius ordinis ſunt equales Et impͥmis vbi a eſt maius b qꝛ tunc ꝑ pͥmam huius d erit maius e vel igitur b eſt maius c vel eo minus Si maius ex eadē e eſt maius f quare tota ꝓportio a ad c adequate ꝯponetur ex ꝓportionibus a ad b ⁊ b ad c/ ⁊ tota d ad f ex ꝓportionibus d ad e ⁊ e ad f cum igiť ex ypotheſi prime ꝑtes illarum ſint eq̃les ſimiliter ⁊ ſcđe erunt ꝑ. 17. ſuppoſitionem ille equales. ¶ Si aūt b ſit minus c ꝑ pͥmam huius e eſt minus f vel ergo c eſt minus a vel maius Si minus ꝑ dictū ſtatim f eſt minus d quare tota ꝓportio d ad e adequate ꝯponetur ex ꝓportionibus d ad f ⁊ f ad e ſicut tota a ad b ex ꝓportionibus a ad c ⁊ c ad b cum igitur ille tote ex ypotheſi ſunt equales ⁊ vltime partes earuȝ ꝓbate ſint equales per 17. ſuppoſitionem reſidue ꝑtes earū vt puta ꝓportiones a ad c ⁊ d ad f ſūt equales. ¶ Sed ſi c tūc ſit maius a ꝑ dictum ſtatim f eſt maius d quare tota proportio f ad e adequate cõponeť ex ꝓportionibus f ad d ⁊ d ad e ſicut tota c ad b ex ꝓportionibus c ad a ⁊ a ad b cum igitur ille tote ꝓbate ſint equales ⁊ due vltime partes earū ex ypotheſi ſīt equales ꝑ. 17. ſuppoſitionem reſidue ꝑtes earum puta ꝓportiones f ad d ⁊ c ad a erunt equales quare ꝑ conuerſam ꝓportionalitatem ꝓportiones a ad c ⁊ d ad f ſūt equales. Cõſtat igiť ꝓpoſitū vbi nulli termini euſdē ordinis ſūt eq̃les ſȝ a ē maiꝰ b

Jam ꝓbatur illud vbi nulli euſdē ordinis ſīt equales ſed a ē minus b qꝛ tunc ꝑ pͥmam huius d eſt minus e vel ergo tunc b eſt maius c vel eo minus. Si minus ꝑ eādem e eſt minus f quare tota ꝓportio a ad c adequate ꝯponetur ex ꝓportionibus a ad b ⁊ b ad c/ ⁊ tota d ad f ex ꝓportionibus d ad e ⁊ e ad f/ cū igitur ex ypotheſi pͥme partes illarum ſūt equales ſimiliter ⁊ ſcđe ꝑ. 17. ſuppoſitionē ille erunt equales. ¶ Si autē b eſt maius c per pͥmam huius e eſt maius f vel ergo c eſt maius a vel ē o minus ſi maius ꝑ ſtatim dictuȝ f eſt maius d quare tota ꝓportio d ad e adequate cõponetur ex ꝓportionibus d ad f ⁊ f/ ad e ſicut ⁊ tota a ad b ex ꝓportionibus a ad c ⁊ c ad b cū igiť ex ypotheſi ille tote ſint equales ⁊ vltime ꝑtes ꝓbate ſint equales ꝑ. 17. ſuppoſitione pͥme ꝑtes earum puta ꝓportiones d ad f ⁊ a ad c/ erūt equales. ¶ Si vero c ſit minus a per ſtatim dictum f erit minus d quare tota ꝓportio f ad e adequate cõponetur ex ꝓportionibus f ad d/ ⁊ d ad e ſicut ⁊ tota c ad b ex ꝓportionibꝰ c ad a ⁊ a ad b cū igitur ille tote ꝓbate ſint equales ⁊ ex ypo

theſi vltime ptes earum ſint equales p.17.ſuppoſitionem reſidue ptes illarū vt puta pportiones e ad a ⁊ f/ad d erunt equales quare per ↄuerſam pportionalitatem pportiones a ad c ⁊ d ad f erunt equales. ¶ Si aūt plures termini vtrīq; ſumerētur oñde p̄mo ſicut ſtatim φ p̄mi ad tertium in p̄mo ordine ſit ea pportio que p̄mi ad tertium in alio quo habito fac tertium ſcd̄m in primo ordine ⁊ quartū tertium ⁊ ita in alio ⁊ oñde etiam ſicut ſtatim φ primi ad illum quartum in primo ordine ſit q̄ primi ad quartum in ſecundo ⁊ ita ↄſequenter pcede donec ad vltimos deuenias.

1.co. Ex preſenti conſtat φ quibuſcūq; nūeris datis et ipſis quocūq; ordine diſpoſitis ↄtingit totidem quātitates ↄtinuas reperire ita ſe hñtes φ prime illarum ad ſecundā erit ea pportio q̄ p̄mi illorum numerorū ad ſcd̄m ⁊ ſcd̄e ad tertiā q̄ ſcd̄i illorum numerorū ad tertium ⁊ ita deinceps. ¶ Hoc eñ oñdam in tribus ⁊ pportionabiliter in quotcūq; pluribus poterit oñdi. Sint a b c/ quecūq; tres numeri ita diſpoſiti φ a ſit p̄mus b ſcd̄s ⁊ c tertius ⁊ ſit d vnitas ⁊ e quecūq; quantitas ↄtinua ⁊ ſumaī f/ ita ſe hñs ad e ſicut a ad d ⁊ g ita ad e ſicut b ad d ⁊ h ad e vt c/ ad d ⁊ hat f p̄ma g ſecunda ⁊ h tertia ⁊ tunc dico φ f ad g eſt ea pportio q̄ a ad b ⁊ g ad h que b ad c qz ex ypotheſi ⁊ ex conuerſa pportionalitate a ad d eſt que f ad e ⁊ d ad b que e ad g ergo per preſentem a ad b que f ad g ⁊ qz etiam ex ypotheſi ⁊ ex ↄuerſa pportionalitate b ad d eſt que g ad e ⁊ d ad e que e ad h p pñtem b ad c eſt que g ad h ptȝ igitur totum propoſitum. Et ſi plures ſumerentur numeri conſimiliter omnino poteſt demonſtrari propoſitum.

2.co Patet vltra φ ſi primi ad ſcd̄ȝ fuerit ea pportio que tertij ad quartum cuiuſlibet ptis aliquote p̄mi ad ſcd̄m erit ea pportio q̄ ſimilis partis aliquote tertij ad q̄rtum ⁊ primi ad quālibet ptem aliquotam ſecundi ea que tertij ad ſimilem partem aliquotam quarti ſi p̄mum habeat omnino tales ptes aliquotas ſicut tertiū ⁊ ediuerſo tertium ſicut p̄mum ⁊ ſcd̄m ſicut quartum. ¶ Sit eñ a ad b vt c ad d ⁊ e tota pars aliquota a quota f/ reſpectu c erit tunc e ad a/ vt f/ ad e quare p hāc pportionalitatem e ad b vt f ad d. Et ſi g ſit tunc tota ps b quota h reſpectu d erit tunc b ad g/ vt d ad h/ ergo p hanc pportionalitatē a ad g/ vt c ad h ↄſtat igitur totum propoſitum.

3.co Patet vltra φ ſi primum fuerit tota pars aliquota aut tot ſimiles partes aliquote ſecundi vt tertium quarti ⁊ ſecundum quinti vt quartum ſexti erit primū tota pars aliquota aut tot ſimiles partes aliquote quinti vt tertium ſexti. ¶ Quia tūc primi ad ſecundū erit ea proportio que tertij ad quartum ⁊ ſecundi ad quintum que quarti ad ſextum quare p hanc pportionalitatem prime ad quintum que tertij ad ſextum vnde ſatis conſtat propoſitum.

11 Si quotcūq; terminis primo ordīe diſpoſitis totidemq; alijs ſecūdo ordine diſpoſitis fuerit p̄mi ad ſcd̄m in p̄mo ea pportio q̄ penultimi ad vltimū in ſcd̄o ⁊ ſcd̄i ad tertium in eodem primo que antepenultimi ad penultimum in alio ⁊ ita deinceps erit primi ad vltimum in primo que primi ad vltimum in ſecundo.

Hec oſtendit modum arguendi qui dicitur equa proportionalitas indirecta eſſe efficacem ⁊ ipſā oñdam imp̄mis vbi preciſe tres termini vndiq; ſumuntur poſtea vero oñdam qualiter ſit pcedendum ad oſtendendū ppoſitum vbi vtrīq; plures ſumerentur ¶ Diſponātur igitur a b c q̄cumq; fuerint p̄mo ordine ⁊ d e f q̄cūq; fuerit ſcd̄o ordine ita tñ vt a ad b ſit vt e ad f ⁊ b ad c/ vt d ad e/ erit tunc p ↄuerſam pportionalitatem b ad a/ vt f ad e/ ⁊ c ad b/ vt e/ ad d. Dico igitur φ a ad c/ vt d ad f. Et ad facile oñdendum hoc dico φ in tali caſu ſi a ſit maius c/ d eſt maius f ⁊ ſi minus minus ⁊ ſi equale equale. Quia ſi a ſit maius c p.7.huius c ad b/ eſt minor pportio q̄ a ad b/ quare ⁊ q̄ e ad f/ cum igitur c ad b/ ſit que e ad d erit e ad d/ minor pportio q̄ e ad f/ ⁊ p ↄñs per p̄mum correlarium.5.huius d eſt maius f/ ſi aūt a ſit minus c p.5.huius c ad b/ erit maior pportio q̄ a ad b/ quare ⁊ q̄ e ad f/ ⁊ ex ↄñti e ad d/ erit maior q̄ e ad f/ ergo p p̄mum correlarium 5.huius d eſt minus f. Si aūt a ſit equale c/ ↄſtat tunc d eſſe equale f/ qz alias accideret oppoſitū alicuius iſtorum ſtatim demonſtratorum. Hoc igitur pbato ad ppoſiti demonſtrationem deueniamus. Et p̄mo patȝ illud vbi aliqui illorū terminorū in eodem ordine eſſent equales. Quia ſi a ſit equale b per p̄mam huius e erit equale f/ ⁊ p.2.huius d ad f/ erit vt d ad e/ quare ⁊ vt b/ ad c/ ⁊ quia per eādē a ad c/ vt b ad c/ erit a ad c/ vt d ad f. Et ſi b ſit equale c ex p̄ma huius d eſt equale e/ ⁊ per.2.huius d/ ad f/ vt e ad f/ quare ⁊ vt a ad b/ ⁊ quia p eandē a ad b/ vt a ad c erit a ad c/ vt d ad f. ¶ Et ſi a ſit equale c/ per dictum ſtatim d ⁊ f/ erunt equalia ſicut a ⁊ c/ vnde ſatis conſtat propopoſitū patet igitur ppoſitum ſi aliqui illorum terminorum in eodem ordine ſint equales.

Jam probatur illud ſi nulli in eodem ordine ſint equales et imprimis ſi a ſit maius b. Quia tūc ex p̄ma huius e erit maius f/ vel igitur tūc b/ erit maius c vel eo minus. Si maius ex eadē d eſt maius e quare tota pportio d ad f/ adequate cōponetur ex pportionibus d ad e/ ⁊ e ad f/ non ↄmunicātibus ſicut tota a ad c/ ex pportionibus a ad b/ ⁊ b ad c/ cū igitur ex ypotheſi p̄ma ps vnius ⁊ ſecunda alterius ſint equales ſimiliter ⁊ reſidue ptes illarū ex.17.ſuppoſitione a ad c/ erit equalis pportioni d ad f. ¶ Si aūt b ſit minus c/ ex prima huius d eſt minus e/ vel ergo tūc e eſt maius a vel minus. Si maius ex dicto ſtatim f eſt maius d/ ⁊ per ↄñs tota proportio e/ ad d/ adequate cōponetur ex pportionibus e ad f/ ⁊ f ad d/ ſicut tota c ad b/ ex pportionibus c/ ad a/ ⁊ a ad b/ cū igitur ille tote pbate ſint equales ⁊ ex ypotheſi ille ptes earum ſcȝ a ad b/ ⁊ e ad f/ ſint

equales reſidue partes vt puta e ad a/ ⁊ f ad d/ ex .17. ſuppoſitione erũt equales quare ꝑ ꝯuerſã ꝓportionalitatem ꝓportiones a ad e/ ⁊ d ad f/ erunt equales. ¶ Si aũt e eſſet minus a/ ꝑ dictũ ſtatim d eſt maius f cũ igitur d ꝓbatũ ſit minus e/ tota ꝓportio e ad f/ adequate ꝯponetur ex proportionibus e ad d/ ⁊ d ad f/ nõ ꝯmunicantibus ſicut ⁊ tota a ad b/ ex ꝓportionibus a ad e/ ⁊ e ad b/ nõ cõmunicãtibus cũ igitur ex ẏpotheſi ille tote ſint equales ⁊ ille ptes earum ſcʒ e ad b/ ⁊ e ad d/ ꝓbate ſint equales ex .17. ſuppoſitione reſidue partes earũ puta ꝓportiones a ad e/ ⁊ d ad f/ erunt equales ꝑʒ igitur propoſitum vbi nulli eiuſdem ordinis ſunt equales ſed a eſt maius b.

Jam probatur illud vbi a eſt minꝰ b. Quia tũc ex prima huiꝰ e eſt minus f/ ſi igitur tũc b ſit maius e/ ex eadem prima d eſt maius e/ faciã igitur nunc ex ſcd̕o ordine ꝑmum ⁊ ex ꝑmo ſcd̕m ⁊ ꝯcludam omnino vt ſtatim ꝙ d ad f/ vt a ad e. ¶ Sed ſi b ſit minus e/ per ꝑmã hꝰ d eſt minꝰ e/ quare tota ꝓportio a ad e/ adequate ꝯponetur ex ꝓportionibus a ad b/ ⁊ b ad e/ ſicut ⁊ tota d ad f/ ex ꝓportionibus d ad e/ ⁊ e ad f/ cuʒ igiẗ ex ẏpotheſi ꝑma pars vnius illaꝝ ⁊ ſcd̕a alterius ſint equales ſimiliẗ ⁊ reſidue ex .17. ſuppoſitione ille tote erũt equales. ꝑʒ igitur ꝓpoſitũ vbi in quolibet ordine ſumũtur ꝑciſe tres termini. ¶ Sed ſi plures termini vndiquaqȝ ſumerẽtur cõclude ꝑmo ſicut ſtatim ꝙ ꝑmus ad tertiũ in ꝑmo ſit vt añpenultimus ad vltimũ in alio ⁊ poſtea in ꝑmo ordine fiat tertius ſcd̕s ⁊ quartus tertius ⁊ ſic ꝑiẗ in alio añpenultimus fiat penultimus ⁊ imediate ꝑcedens ipſũ añpenultimus ⁊ ita deinceps ⁊ tũc ꝓportionabiliẗ ꝯclude ꝙ ꝑmus ꝑmi ordinis ſit ad illuʒ qui tunc eſt tertius ſicut ille qui in alio eſt antepenultimus ad vltimum eiuſdem ⁊ ita deinceps donec ad vltimum primi ordinis ⁊ ad primum alterius deueneris.

Co. Ex preſenti conſtat ꝙ ſi primũ fuerit tota pars aliquota aut tot ſimiles partes aliquote ſecundi vt quartũ ſexti ⁊ ſcd̕m quinti vt tertiũ quarti erit ꝑmum tota pars aliquota aut tot ſimiles partes aliquote quinti vt tertiũ ſexti. ¶ Quia tũc ꝑmi ad ſcd̕m erit ea proportio que quarti ad ſextum ⁊ ſecundi ad quintum que tertij ad quartum ergo per hanc proportionalitatem primi ad quintum que tertij ad ſextum vnde ſatis conſtat propoſitum.

12 Si primi ad ſecundũ fuerit maior proportio ꝙ̃ tertij ad quartum ⁊ ſecundi ad .5. maior ꝙ̃ .4. ad .6. vel ea que .4. ad .6. erit primi ad .5. maior ꝙ̃ tertij ad .6.

Hanc primo demõſtrabo in quãtitatibꝰ ꝯtinuis ex ꝯñti aũt in alijs. Sit igitur a ꝑmi ad b/ ſcd̕m maior ꝓportio ꝙ̃ e tertij ad d/ quartũ ⁊ b/ ad e/ quintũ maior ꝙ̃ d ad f/ ſextum vel eadẽ cũ illa ⁊ ſint oẽs iſti termini quãtitates ꝯtinue. Tunc dico ꝙ a ad e/ eſt maior ꝓportio ꝙ̃ e ad f/. Et imprimis ſi b ad e/ ſit ꝙ̃ d ad f. Quia dato oppoſito ſit g ad b/ que e ad d/ erit tunc g ad b/ minor ꝙ̃ a ad b/ ergo ꝑ ꝑmum correlariũ .5. huius g eſt minus a/ quare ꝑ .4. huius g ad e/ eſt minor ꝙ̃ a ad e/ cum igiẗ ꝑ equam ꝓportionalitatẽ directã g ad e/ ſit que e ad f/ erit e ad f/ minor ꝙ̃ a ad b. Sit iam b ad e/ maior ꝙ̃ d ad f/ ⁊ dato illius oppoſito ſit b ad g/ ꝙ̃ d ad f/ tũc per ꝑmũ correlariũ .5. huꝰ g erit maiꝰ e quare ꝑ .4. huius a ad g erit minor ꝓportio ꝙ̃ a ad e/ cũ igiẗ ꝑ ſtatim demõſtratũ a ad g/ ſit maior ꝙ̃ e ad f/ a fortiori a ad e erit maior ꝙ̃ e ad f/ ꝑʒ igitur ꝓpoſitum in quãtitatibus ꝯtinuis ⁊ ex ꝯñti in quibuſcũqȝ alijs pñt apparere. Q: dato oppoſito in aliqbus alijs ſumã a quantitatẽ ꝯtinuã ⁊ ſit a ad b quãtitatem ꝯtinuã ea ꝓportio ꝙ̃ primi illorũ terminorũ ad ſcd̕m hoc poterit cõtingere ꝑ .48. ſuppoſitionem ⁊ ſit b ad e/ ea ꝙ̃ ſcd̕i illorum terminorũ ad quintũ ⁊ ſit d/ vna alia quantitas ꝯtinua ⁊ ipſius e ad e/ ſit ea ꝓportio ꝙ̃ tertij illorum terminoꝝ ad quartum ⁊ e ad f/ que quarti ad .6. tũc ſi ꝯtingat oppoſitum pñtis in illis ꝯtingeret etiã oppoſitũ in his quãtitatibus ꝯtinuis qꝛ ꝑ equã ꝓportionalitatem directam a ad e/ erit ea ꝓportio ꝙ̃ primi aliorum terminorũ ad quintũ ⁊ d ad f/ ꝙ̃ tertij ad ſextum: cũ igitur ꝑ ſtatim demõſtratum nõ poſſit oppoſitũ ꝯtingere in his quãtitatibus ꝯtinuis ſeqtur ꝙ in nullis alijs terminis poterit ꝯtingere. ¶ Et ſi in hoc modo demõſtrandi tacto facias difficultatem ĩ aſſumptione g/ ꝙ̃titatis ſimiliẗ ⁊ in aſſũptione illarũ quãtitatũ ꝙ̃ aſſumũtur ad demonſtandũ ꝓpoſitum in alijs a nũeris ex eo ꝙ nõ docuimꝰ modũ inueniẽdi tales quãtitates ſe hñtes in talibus ꝓportionibus hoc nõ impedit demõſtrationes Sunt eñ demonſtrationes iſte ad impoſſibile ⁊ ꝯſimili mõ demõſtrat Euclides diſiunctã ꝓportionalitatẽ ĩ .5. ꝑſupponens aliqd̕ ſimile qd̕ nõ docuit. Et ꝯſimiliter etiã demonſtrat .2. ⁊ vltimã .12. ⁊ multas alias vbi facit demõſtrationes ad impoſſibile ⁊ ſimilia aſſumit ꝙ̃ nõ docuit nõ ergo eſt neceſſarium ꝓ talibus demõſtratiõibus ſcire reperire talia ſed ſatis eſt ꝙ talia ꝙ̃ ſumũtur poſſint eſſe ⁊ ꝙ poſſit eſſe apparet ex .48. ſuppoſitione in ꝯcluſionibꝰ ergo que vniuerſaliẗ ponenẗ ſatis erit demõſtrationes tãgere ĩ quãtitatibus ꝯtinuis: qꝛ ſi deẗ oppoſitũ in alijs ꝓportionabiliẗ ꝓcedẽdo ſicut ĩ pñti ꝯcludeẗ ꝙ deẗ oppoſitũ in ꝙ̃titatibꝰ ꝯtinuis qd̕ ẽ ĩpoſſibile.

Co. Ex preſẽti conſtat ꝙ in quibuſcũqȝ ſi primi ad ſecũdũ fuerit ea ꝓportio que tertij ad quartum ⁊ ſecundi ad quintum maior ꝙ̃ .4. ad .6. erit primi ad .5. maior ꝙ̃ .3. ad .6. Quia tunc per .7. huius .6. ad .4. erit maior ꝙ̃ .5. ad .2. ⁊ per conuerſam proportionalitatẽ .4. ad .3. que .2. ad primũ ergo per preſentem .6. ad .3. eſt maior ꝙ̃ quinti ad primum: ergo per .7. huius primi ad .5. maior ꝙ̃ .3. ad .6.

13. Si primi ad ſecũdũ fuerit maior proportio ꝙ̃ quarti ad ſextũ ⁊ .2. ad .5. maior ꝙ̃ .3. ad .4. vel ea que .3. ad .4. erit primi ad quintum maior ꝙ̃ .3. ad .6.

Hanc in quãtitatibus ꝯtinuis demõſtrabo ⁊ ex pñti in quibuſcũqȝ alijs ꝑ ſimilem ꝓceſſum ſicut in ꝓcedenti eius demõſtratio poterit ꝯſtare. ¶ Sit igitur a ꝑmi ad b/ ſecundũ maior ꝓpor

tio q̄ d.4.ad f.5.⁊ b ſecundi ad e quintū maior q̄ c tertij ad d quartū vel eadē cū ipſa ⁊ ſint hui⁹ oēs termini quātitates ꝯtinue. Tunc dico ꝙ ꝓportio a ad e/eſt maior q̄ c ad f. Nā dato oppoſito ſi b/ad e ſit q̄ c ad d/ſit g quātitatis ꝯtinue ad b ea que d ad f/tunc ꝑ equā ꝓportionalitatē īdirectā g ad e erit que c ad f. Et qꝛ g ad b minor eſt q̄ a ad b/per primum correlariū .5.huius g eſt minor a quare per .4.huius ꝓportio a ad e/erit maior q̄ g ad e/⁊ ꝑ ꝯñs q̄ c ad f. Si autem b ad e ſit maior q̄ c ad d/ſit g ad e/q̄ c ad d. Tunc per primum correlariū .5.huius g erit minus b quare per .4.huius ꝓportio a ad g/maior eſt q̄ a ad b/⁊ a fortiori q̄ d ad f ⁊ quia g ad e eſt que c ad d per ſtatim demonſtratū a ad e eſt maior q̄ e ad f.

1.co. **Ex pñti ꝯſtat ꝙ ſi primi ad ſcḋm fuerit ea proportio q̄ quarti** ad .5.⁊ ſcḋi ad quintum maior q̄ tertij ad quartum erit primi ad quintum maior q̄ tertij ad .6. ¶ Nā ſi a ad b ſit q̄ d ad f/⁊ b ad e/maior q̄ c ad d/tunc a ad e/eſt maior q̄ e ad f. qꝛ dato oppoſito ſit b ad/g que c ad d/tūc ꝑ equam ꝓportionalitatem indirectam a ad g erit que c ad f ⁊ qꝛ b ad g eſt minor q̄ b ad e ꝑ primum correlarium .5.huius g erit maior e quare ꝑ .4.huius ꝓportio a ad e erit maior q̄ a ad g ⁊ per conſequens maior q̄ e ad f.

2.co **Patet vltra ex hiis ꝙ ſi quotcūq; termini primo ordine diſpo**nantur ⁊ totidē alij ſcḋo ordine diſponantur ⁊ primi ad ſcḋm in primo non ſit minor ꝓportio q̄ primi ad ſecundū in alio nec ſcḋi ad tertium minor q̄ ſcḋi ad tertium ⁊ ita de alijs: ſed aliqua taliū primi ordinis aliqua taliū ſcḋi ſibi correſpondente ſit maior erit primi ad vltimum in primo ordine maior q̄ primi ad vltimum in alio ⁊ ſi primi ad ſcḋm in primo nō ſit minor q̄ penultimi ad vltimū in alio nec ſcḋi ad tertium q̄ antepenultimi ad penultimum in ſcḋo ⁊ ita deinceps donec ad vltimū primi ⁊ primū ſcḋi deueniatur ſed ſit aliqua taliū primi ordinis aliqua taliū ſcḋi illi correſpondente maior erit primi ad vltimū ī primo ordīe maior ꝓportio q̄ primi ad vltimū ī ſcḋo. ad oñdēdū hoc ex hiis duab⁹ ꝓcedētib⁹ eodē mō ꝓcedat̄ ſicut ad oñdēdū equā ꝓportiōalitatē directā ⁊ īdirectā ī plurib⁹ terminis q̄ ī trib⁹ ⁊ tūc facile deducet̄ ex ipſis ī forma.

14. **Si fuerint due ꝓportiones equales ⁊ aliquod multiplex āntis** vnius aliquo multiplici ꝯñtis eiuſdē fuerit maius eque multiplex āntis alterius ſicut illud āntis illi⁹ eq̄ multiplici ꝯñtis eiuſdē ſicut eſt illud ꝯñtis illius erit maius ⁊ ſi minus minus ⁊ ſi equale equale.

Que pñs ⁊ alie tres ſeq̄ntes ꝓponūt ſūt ꝓncipia Euclidis .5.elemētoꝝ in expoſitionib⁹ diffinitionū recitata que ꝓpter cā illic tactam ex nunc prius q̄ inſequimur in hac materia ꝓpoſuimus demonſtranda. ¶ Sit igit̄ a ad b/ea ꝓportio que c ad d. Tunc dico ꝙ ſi aliquod multiplex a/aliquo multiplici b ſit maius eque multiplex c ſicut illud a eſt maius ſimili multiplici d/ſicut ē illud b ⁊ ſi minus minus ⁊ ſi equale equale. Nā dato oppoſito ſit e multiplex a/maius f multiplici b/⁊ ſit g eque multiplex c ſicut e reſpectu a ⁊ h eque multiplex d ſicut f reſpectu b ⁊ non ſit g maius h/ſed ſit illi equale vel eo minus ꝯſtat tūc ꝙ proportio b ad f/eſt que d ad h/⁊ e ad a/q̄ g ad c. Quia igitur a ad b/vt c ad d/⁊ b ad f/vt d ad h/per equā ꝓportionalitatem directā a ad f/vt c ad h/⁊ quia e ad a/vt g ad c/iterum ꝑ equam ꝓportionalitatem directā e ad f/vt g ad h/cū igitur e ſit maius f per primā huius g erit maius h qḋ repugnat ypotheſi. Et ſi ponas e multiplex a eſſe min⁹ f multiplici b aut illi equale ⁊ g eq̄ multiplex c ſicut e reſpectu a nō ita ſe habere ad h eq̄ multiplex d ſicut f eſt reſpectu b ſimile inconueniens deducetur qꝛ eodem modo concludetur ꝙ e ad f ē ea ꝓportio que g ad h.

15. **Si due ꝓportiones ita ſe habeant ꝙ ſi aliquod multiplex āntis** vnius aliq̄ multiplici ꝯñtis eiuſdem ſit mai⁹ eq̄ multiplex āntis alteri⁹ ſicut illḋ āntis illi⁹ eq̄ multiplici ꝯñtis eiuſdē ſicut ē illud ꝯñtis illi⁹ eſt mai⁹ ⁊ ſi min⁹ min⁹ ⁊ ſi eq̄le eq̄le erūt ꝓportiōes ille equales.

Hec eſt conuerſa prioris ⁊ ipſā imprimis in quātitatibus ꝯtinuis demonſtrabo ⁊ ex ꝯñti in quibuſcūq; alijs. Sint igitur ꝓportiões a ad b ⁊ c ad d/ita ſe hñtes ſicut ꝓpoſitio ꝓponit ⁊ ſint omnes termini iſtarū quātitates ꝯtinue. Tūc dico ꝙ ꝓportio a ad b eſt que c ad d. Nam dato oppoſito ſi ꝓportio a ad b ſit maior q̄ c ad d ſit e ad b ea q̄ c ad d erit tūc illa minor q̄ a ad b ergo per primū correlariū .5.huius e eſt minor a ſumo ergo ꝑ tertiū correlarium .15.primi duos eque multiplices a ⁊ e quorum quilibet ſit maior b ⁊ eorum dr̄a ſit etiā maior b ⁊ ſit f tale multiplex a ⁊ g tale multiplex e ⁊ ſit h minimū multiplex inter multiplicia b maiora g ꝯſtat tūc illud eſſe minus f qꝛ aliās auferendo ſemel b ex ipſo remaneret multiplex b maius g quod repugnat ypotheſi. Sit inſup k eq̄ multiplex c ſicut f reſpectu a ⁊ g reſpectu e ⁊ ſit l eq̄ multiplex d ſicut h reſpectu b. tūc ex ypotheſi k erit maius l ſicut f eſt maius h. qꝛ igitur ꝓportio e ad b eſt que c ad d ⁊ b ad h eſt que d ad l ꝑ equam proportionalitatem directā e ad h eſt que c ad l ⁊ quia g ad e eſt q̄ k ad c. iterū per equā ꝓportionalitatē directam g ad h eſt que k ad l quod repugnat prime huius qꝛ g eſt minus h ⁊ k eſt maius l. nō ergo poterit a ad b eſſe maior ꝓportio q̄ c ad d. Et eodem modo ꝯcludetur ꝙ nō poſſit eſſe minor qꝛ faciendo alio ordine e primū ⁊ d ſcḋm a tertium ⁊ b quartū idē inconueniēs deducet̄ erit igit̄ a ad b que c ad d. ¶ Sed tam in quibuſcūq; alijs illud oſtenditur. Quia ſi in aliquibus poſſit oppoſitū dari ſint ꝓportiones a ad b ⁊ c ad d ſe hñtes vt ypotheſis ſupponit de quibus oppoſitum ꝯtingat ⁊ ſit e quantitatis ꝯtinue ad f quantitatē ꝯtinuam ea ꝓportio que a ad b ⁊ g quantitatis ꝯtinue ad h ꝯtinuam que c ad d ꝯſtat tunc ex ꝓcedenti ꝙ ſi aliquod multiplex e aliquo multiplici f ſit maius eq̄ multiplex a ſicut illud e eq̄ multiplici b ſicut illud e erit maius ⁊ ſi min⁹ min⁹ ⁊ ſi equale eq̄le quare ex ypotheſi ⁊ de primo ad vltimū ſi aliquod multiplex e aliq̄ multiplici f ſit maius eq̄ multiplex c ſicut illud e eque multiplici d ſicut illud f erit mai⁹ ⁊ ſi min⁹ minus ⁊ ſi equale eq̄le ⁊ qꝛ iterū ꝑ precedentē ſi aliquod multiplex

c/ aliquo multiplici d/ ſit maius eque multiplex g ſicut illud c/ eque multiplici h ſicut illud d/ eſt ma9 & ſi minus minus & ſi equale equale. ∴ de pmo ad vltimuz ſi aliqđ multiplex c aliquo f ſit maius eque multiplex g/ ſicut illud c/ eq̄ multiplici h/ ſicut illud f erit maius & ſi min9 minus & ſi equale equale et quia ex ypotheſi proportio a ad b non eſt que c ad d c ad f/ non erit que g ad h & per ꝯñs accideret oppoſitum ſtatim demonſtrati in quantitatibus continuis quod eſt impoſſibile.

16 **Si multiplex añtis alicuius proportionis aliquo multiplici** ꝯñtis ipſius fuerit maius & eque multiplex añtis alterius ſicut illud añtis illius eq̄ multiplici ꝯñtis euſdē ſicut illđ ꝯñtis illius non fuerit ma9 erit illa ꝓportio altera maior. Et ſi multiplex añtis alic9 aliquo multiplici ꝯñtis ipſi9 fuerit min9 & eq̄ multiplex añtis alteri9 ſicut illud añtis illius eque multiplici ꝯñtis euſdem ſicut eſt illud conſequentis illius non ſit minus erit illa proportio altera minor.

Sint a ad b/ & c ad d/ q̄cumq; due ꝓportiones & ſit pmo ita ꝙ e multiplex a/ ſit ma9 f multiplici b/ ſed g eque multiplex c/ ſicut e reſpectu a nō ſit maius h eque multiplici d ſicut f reſpectu b/ ſed ſit illi equale vel eo min9. Tūc dico ꝙ ꝓportio a ad b/ maior eſt q̄ c ad d. Quia dato oppoſito ſi a ad b eſſet que c ad d/ accideret oppoſitū añprecedentis & ſi a ad b ſit minor q̄ c ad d cuȝ b ad f ſit q̄ d ad h ꝑ .12. huius a ad f/ erit minor q̄ c ad h/ & qꝛ e ad a/ eſt que g ad c/ ꝑ correlariū .12. huius e ad f/ erit minor q̄ g ad h/ quod ē impoſſibile nō ergo poterit a ad b/ eſſe que c ad d/ nec ea minor erit igiť ipſa maior quod eſt pmuȝ. ¶ Sit iam ſcđo ita ꝙ e multiplex a ſit minus f multiplici b & g eq̄ multiplex c ſicut e reſpectu a nō ſit minus h eq̄ multiplici d/ ſicut f reſpectu d/ ſed ſit eo maius vel illi equale. Tunc dico ꝙ ꝓportio a ad b/ eſt minor q̄ c ad d. Nā dato oppoſito ſi eſſet illi equalis accideret oppoſitū añprecedētis & ſi ſit illa maior cū b ad f ſit q̄ d ad h ꝑ .12. huius a ad f erit maior q̄ c ad h & cū c ad a/ ſit q̄ g ad c/ per correlariū .12. huius c ad f/ erit maior q̄ g ad h quod eſt impoſſibile nō ergo poterit a ad b eſſe maior c ad d nec illi equalis erit igitur ipſa minor quod eſt ſecundum.

17 **Si aliqua proportio ſit altera maior aliquod multiplex an**tecedentis illius aliquo multiplici conſequentis eiuſdem erit maius & eque multiplex antecedentis alterius ſicut eſt illud antecedentis illius eque multiplici conſequentis eiuſdem erit minus.

Hanc in quātitatibus ꝯtinuis demōſtrabo & ex ꝯñti in quibuſcūq; apparebit eius demōſtratio. Sit igitur a q̄titatis ꝯtinue ad b q̄titatē ꝯtinuā maior ꝓportio q̄ c ad d/ & tunc patet ꝓpoſitum. Sit eñ e ad b q̄ c ad d & ſumo per tertiū correlariū .19. pmi f ad a/ & g ad e/ eque multiplicia ita ꝙ quolibȝ illoꝝ ſimuľ & ipſoꝝ dřa ſit maius duplo b & qꝛ ꝓportio e ad b eſt mior proportio q̄ a ad b ꝑ pmuȝ correlariū .5. huius a eſt maius e quare ex terminis & ex .29. dignitate f eſt maius g ſit ergo ita qꝛ iter multiplicia b maiora g ſit h minimū erit tūc h minus f aliaš aufferēdo ſemel b ex h remaneret maius g & ꝑ ꝯñs maius b qđ ꝑ tertiū correlariū .20. pmi & ex terminis adiuuante ypotheſi nūeraretꝛ ab ipſo b & ꝑ ꝯñs ex .12. petitiōe & ex terminis eſſet mlˀtiplex b quod repugnaret ypotheſi erit igitur h minus f/ ſit ergo k eq̄ multiplex c/ ſicut g reſpectu e erit ex ꝯñti eque multiplex c/ ſicut f/ reſpectu a. ſit inſuꝑ l eque multiplex d/ ſicut h reſpectu b erit tunc ꝑ .14. huius k minus l/ ſicut g eſt minus h. cum igitur f ſit maius h cōſtāt propoſitum in quantitatibus cōtinuis in quibuſcūq; alijs ꝓportionabiliť poteſt cōſtare ꝓpoſitum ſumptis eque multiplicibus in illis ſicut ſumuntur in quātitatib9 ꝯtinuis i qb9 ſūt eq̄les ꝓportiōes & illđ ꝯcludeť ꝑ equā ꝓportionalitatē facile adiuuāte pria h9.

18 **Si quotcumq; termini eiuſdem rationis in ordine ad totidē** alios eiuſdē rationis ita ſe habeant ꝙ pmi ad primum ſit ea proportio que ſecūdi ad ſcđm & que tertij ad tertium & ita deinceps erit cōpoſiti ex illis ad cōpoſitum ex alijs ea proportio que pmi ad pmū

Hec ꝓcedit vbi vndiquaq; ſumuñť termini in nūero finito vbi aūt caperēťur infinita añtia & infinita ꝯñtia & ex illis añtibus ꝯſtitueretur vnum infinitū & ex illis ꝯſequētib9 ſilr nō haberet verū ꝯcluſio qꝛ infiniti ad infinitum aut nulla eſt ꝓportio aut eſt proportio equalitatis. ¶ Sit igitur a ad b. ea ꝓportio que c ad d/ & que e ad f/ ſintq; a. c. e. eiuſdē rationis inter ſe ſimiliter & b. d. f. Tūc dico ꝙ ꝯpoſiti ex a. c. e. ad cōpoſitum ex b. d. f. eſt que a ad b/ ſumam g ad a & h ad c & k ad e eque multiplicia ſimiliť l ad b & m ad d/ & n ad f/ eque multiplicia erit tūc ꝑ pmum correlarium .10. pmi ꝯpoſitum ex g. h. k. eq̄ multiplex compoſiti ex a. c. e. ſicut g reſpectu a/ & ꝯpoſitū ex l. m. n. ita multiplex cōpoſiti ex b. d. f. ſicut l reſpectu b. & ꝑ .14. h9 pluries ſūptā adiuuātib9 .6. & .18. dignitatib9 ſi g addit ſuꝑ l ꝯpoſitū ex g. h. k. addit ſuꝑ ꝯpoſitū ex l. m. n. & ſi minuit minuit & ſi equat equat. ∴ ꝑ .15. h9 proportio a ad b/ eſt que compoſiti ex a. c. e. ad compoſitum ex b. d. f. quod eſt propoſitum. In quotcumq; pluribus conſimilis eſt demonſtratio.

Co. **Ex preſenti cōſtat ꝙ ſi duo termini eiuſdē rōnis fuerint eque** multiplices ad alios duos eiuſdē rationis erit illorū multiplicium eadem ꝓportio q̄ ſubmultiplicum ¶ Sint eñ c ad a/ & d ad b/ eque multiplices. Tūc dico ꝙ q̄ ꝓportio a ad b/ ea eſt c ad d. Diuido eniȝ c in ſuas ꝑtes equales a/ & d/ in ſuas quales b que ex ypotheſi & ex terminis erūt tot adequate ſicut ille i quas diuiſus eſt c/ & ꝑ correlariū .2. h9 pme c ad pmā d/ erit ea ꝓportio q̄ ſcđe ad ſcđaȝ & ita deinceps. ∴ ꝑ preſentem compoſiti ex illis oībus ꝑtibus c quod eſt ipſemet c/ ad compoſitum ex illis oībus d qđ eſt ipſemet d erit que pme c ad pmam d/ & ex conſequenti que a ad b quod eſt propoſitum.

Si primi ad ſecunduȝ fuerit ea proportio que tertij ad quar-

tum erit permutatū primi ad tertium que ſecundi ad quartum.

Hec oñdit modū arguendi qui dr̄ pmutata pportionalitas valere. Sit igit̄ a ad b vt c ad d. Tunc dico q̄ a ad c vt b ad d ſumā em̄ e ad a ⁊ f ad b eq̄ multiplices qualeſcū q̄ fuerit ſimulq̄ g ad c ⁊ h ad d eque multiplices erit tunc ex correlario precedētis e ad f vt a ad b ⁊ g ad h vt c ad d quare e ad f vt g ad h ergo per. 8. huius ſi e eſt maius g: f eſt maius h ⁊ ſi minus min⁹ ⁊ ſi equale equale ergo per. 15. huius a ad c vt b ad d quod eſt propoſitum.

Co. Ex p̄nti cōſtat q̄ cuiuſcū q̄ totius ad q̄dlibet aliud totū eſt ea

proportio que cuiuſcū q̄ partis aliquote illius ad totā partem aliquotā alterius ſi habeāt. ¶ Quia cuiuſcū q̄ ad qualʒ ſuā p̄tē aliquotā ē q̄ cuiuſcū q̄ alti⁹ ad ſuā p̄tē aliquotā q̄ hito ex p̄nti ꝯſtat illō

20 Si aliquid multiplicetur per aliquē numerum, erit product

ad multiplicatum ea proportio, que numeri multiplicantis ad vnitatem.

Sit a p̄ductū ex b in c numerū. Tūc dico q̄ a ad b vt c ad vnitatē. Qr̄ ex terminis quotiēs vnitas in c totiēs b in a quare ſi vnitas ſit eq̄lis c: b erit eq̄lis a vñ ꝯſtat ꝓpoſitū. Et ſi vnitas ſit p̄s aliq̄ta c: b erit tota p̄s aliq̄ta a ꝗre a erit eq̄ m̄tiplex b ſicut c reſpectu vnitat̄ vñ ꝯſtat ꝓpoſitū

Co. Ex p̄nti ꝯſtat, q̄ cuiuſcū q̄ p̄ducti ex duobus nūeris, ad quēlibet illorū, eſt ea ꝓportio que alterius ad vnitatē. Et ex ꝯñti, ſi quilibet illoꝝ ſit maior vnitate, talis p̄ducti ad quēlibet illoꝝ eſt ꝓportio multiplex a reliquo deniata. ¶ Primū patʒ q̄r p. 13. p̄mi illud p̄ductum ex quolibet illoꝝ numeroꝝ in alteꝝ p̄ducetur quo habito ex p̄nti ꝯſtat illud. Et ſecḋm cōſtat ex p̄mo eo cuiuſlibet nūeri maioris vnitate ad vnitatem eſt ꝓportio multiplex ab ipſo denominata.

21 Si idem numerus duo eiuſdem rationis, quecunq̄ fuerint,

multiplicet, erit proportio productorum que multiplicatorum. Et ſi duo numeri idem quodcunq̄ fuerit multiplicent, erit productorum ea proportio que illorum numerorum.

Sint a ⁊ b duo eiuſdē rōnis ⁊ ducāt̄ in c nūeꝝ. ⁊ ex a in c fiat d, e aūt ex b in c ꝯſtat tūc d ⁊ e eſſe eiuſdē rōnis. Dico igit̄, q̄ d ad e vt a ad b. Qr̄ ex precedēti d ad a vt c ad vnitatē ſimilit̄ e ad b vt c ad vnitatē quare d ad a vt e ad b. ergo ꝑmutatum d ad e vt a ad b quod eſt p̄mū. ¶ Secḋm p̄tʒ ducāt̄ a quodcū q̄ fuerit in b ⁊ c nūeros ⁊ ex a in b fiat d ⁊ ex a in c fiat e. Tūc q̄ d ad e vt b ad c. Quia ꝑ precedentē e ad a vt c ad vnitatem ergo conuerſim a ad e vt vnitas ad c ſed per precedentē d ad a vt b ad vnitatem ergo per equam proportionalitatem directam d ad e vt b ad c q̄d eſt ſecundū

1.co. Ex p̄nti conſtat q̄ qualiſcunq̄ eſt proportio alicuius ad alterum talis eſt cuiuſcū q̄ numerati ab illo ad equaliter numeratum ab alio. Et ſi idē numeret aliqua duo cuiuſcū q̄ illoꝝ nūeratorū ad reliquū erit ea ꝓportio q̄ nūeri ꝑ quē illō nūeratur ab illo ad numerum per quem reliquum numeratur ab eodem. ¶ Hec ex terminis ⁊ ex preſenti ſequuntur in forma.

2.co Patet vltra q̄ ſi quotcū q̄ termini continuo ꝓportionales in eundē numeꝝ ducātur q̄ p̄ducētur erūt termini ꝯtinuo ꝓportionales ſecḋʒ eādē ꝓportionē. Et ſi idē in quotcū q̄ nūeros ꝯtinuo ꝓportionales ducāt̄ p̄ducta erūt t̄mini ꝯtinuo ꝓportionales ſecḋm ꝓportionē illoꝝ nūeroꝝ ⁊ ita de diſcōtinuo ꝓportionalib⁹. Et ex ꝯñti ſi aliqua q̄cū q̄ fuerint ꝑ eūdē nūeꝝ nūerēt totidē alia ⁊ numerātia aut nūerata ſint ꝯtinuo aut diſcōtinuo ꝓportionalia erūt alia totidē ſimili mō ⁊ ſecḋm eādē ꝓportionē ꝓportionalia. Et ſi idē ꝑ quotcū q̄ nūeros nūeret totidē alia ⁊ nūrata aut nūeri illi ſint ꝯtinuo aut diſcōtinuo ꝓportionalia erūt alia illoꝝ ſīl̄i mō ⁊ ſecḋm eādē ꝓportionē ꝓportionalia. ¶ Hec om̄ia iteꝝ ex terminis ⁊ ex p̄nti pluries ſumpta manifeſtiſſime deducuntur.

3.co Patet vltra q̄ quarumcunq̄ ꝓportionum in numeris reperibiliū idē nūerus poteſt eſſe añs ⁊ quarumcū q̄ taliū idem poteſt eſſe ꝯñs. ¶ Quibuſcunq̄ em̄ talibus datis ſi añs prime ducatur in añs ſcḋe ⁊ añs tertie in p̄ductum ⁊ ita deinceps vltimo p̄ductus per primum correlarium. 21. adiuuante. 13. primi ab omnibus illis antecedentibus numerabitur quo habito ex primo correlario preſentis conſtat primum. Et ſecundum conſimiliter apparet.

22 Si primi ⁊ ſecundi coniunctim ad ſecundum fuerit ea ꝓportio que tertij ⁊ quarti coniunctim ad quartum erit primi ad ſecḋm vt tertij ad quartū ꝯſimilis ꝓportio

Hec oñdit modum arguēdi qui dr̄ diſiuncta ꝓportionalitas valere Sit igit̄ a primi ⁊ b ſecundi coniunctim ad b ea proportio que c tertij ⁊ d quarti cōiunctim ad d quartū. Tunc dico q̄ a ad b eſt q̄ c ad d. Sumā em̄ e ad a ⁊ f ad b ⁊ g ad c ⁊ h ad d eq̄ m̄tiplices tūc ꝑ p̄mū correlariū 17. primi totum e f erit eq̄ multiplex totius a b ſicut e reſpectu a ⁊ totū g h eque multiplex totius c d ſicut g reſpectu c quare totū e f ad a b ⁊ totū g h ad totū c d erunt eq̄ multiplicia. Sumam inſuper k ad b ⁊ l ad d eq̄ multiplicia ꝯſtat tūc ex terminis ⁊ p̄mo correlario. 35. p̄mi q̄ f k ad b ⁊ g l ad d ſunt eq̄ multiplicia ꝯſtat inſuꝑ q̄ ſi totū e f ſit maius toto f k: e eſt maius k ⁊ ſi min⁹ min⁹ ⁊ ſi equale eq̄le: ⁊ econuerſo. Hoc em̄ ex. 6. ⁊. 18. dignitatib⁹ manifeſte ſeq̄tur ⁊ ꝑ idē ſi totū g h ſit mai⁹ toto h l: g erit maius l ⁊ ſi minus min⁹ ⁊ ſi equale eq̄le ⁊ econuerſo ⁊ q̄r p. 14. hui⁹ ſi e f ē maius f k: g h erit mai⁹ h l ⁊ ſi minus min⁹ ⁊ ſi eq̄le eq̄le g de prio ad vltimū ſi e eſt mai⁹ k: g h erit maius h l ⁊ ſi minus min⁹ ⁊ ſi equale equale ergo iterū de p̄mo ad vltimū ꝑ ſtatim probatum ſi e eſt maius k: g eſt maius l ⁊ ſi minus minus ⁊ ſi equale equale ergo per. 15. huius proportio a ad b eſt que c ad d quod eſt propoſitum.

23 **Si p̄rimi ad ſecundum fuerit ea proportio que tertij ad quartum** erit primi ⁊ ſecundi coniunctim ad ſecundum que tertij ⁊ quarti coniunctim ad quartum.

Hec oñdit modū arguendi qui dr̄ ꝓportionalitas ꝯiuncta valere ⁊ poſſet ꝓportionabiliter demōſtrari ſicut p̄cedens in eadē diſpōne ſed alit̄ ⁊ clarius pōt demōſtrari ⁊ in p̄mis in quātitatibus ꝯtinuis eā demōſtrabo ⁊ ex ꝯñti in q̄buſcūq̄ alijs ꝑ ſepe dicta apparebit eiꝰ demōſtratio. ¶ Sit igr̄ a quātitatis ꝯtinue ad b quātitatē ꝯtinuā ea ꝓportio q̄ c ad d. Tunc dico q̄ a b ad b eſt q̄ c d ad d. Nā dato oppoſito ſit alicuius quātitatis ad d ea ꝓportio q̄ a b ad b illa erit maior d ꝑ p̄mā huius ſicut a b eſt maior b ſit ergo illa e d ita vt d ſit vna ps eiꝰ ⁊ e reſidua tūc ex p̄cedēti erit e ad d ea ꝓportio q̄ a ad b q̄re ⁊ q̄ c ad d ergo ꝑ tertiū correlariū .3. hꝰ e eſt eq̄lis c. q̄ p .7. dignitatē e d eſt equalis c d quare ꝑ .2. huius ꝓportio c d ad d eſt q̄ e d ad d ⁊ ꝑ ꝯñs q̄ a b ad b q̄d ē ꝯtra poſitū.

24. **Si primi ad ſecundum fuerit ea proportio que tertij ad quartum** erit primi ⁊ ſecundi coniunctim ad primum que tertij ⁊ quarti coniunctim ad tertium.

Hec oñdit modū arguendi qui dr̄ ꝓportionalitas euerſa ꝯiuncta valere. Sit igitur a p̄mi ad b ſcd̄z ea ꝓportio q̄ c tertij ad d quartū. Tūc dico a b ad a eſt q̄ c d ad c. Quia ex quo a ad b vt c ad d conuerſim b ad a vt c ad d ergo coniunctim a b ad a vt c d ad c quod eſt propoſitum.

25 **Si primi et ſecundi coniunctim ad primum ſit ea proportio** que tertij ⁊ quarti coniunctim ad tertium erit primi ad ſcd̄m vt tertij ad quartum ꝯſimilis ꝓportio.

Hec oñdit modum arguendi qui dr̄ euerſa ꝓportionalitas diſiuncta valere. Sit igit̄ a primi ⁊ b ſcd̄i ꝯiūctiz ad a ea ꝓportio q̄ c t̄tij ⁊ d q̄rti ꝯiūcti ad c. Tūc dico q̄ a ad b vt c ad d. Quia ex quo a b ad a vt c d ad c diſiunctim b ad a vt d ad c ergo per conuerſā proportionalitatez a ad b vt c ad d quod propoſitum.

Co. **Ex his ſex modis arguendi demonſtratis aliorū multorū mo**dorū arguēdi efficatia ꝯſtat in p̄mis eñ ꝯſtat iſtos oēs eſſe efficaces a b ad b vt c d ad d. ergo a b ad a vt c d ad c ⁊ e diuerſo ſimilit̄ a ad b vt c ad d q̄ a ad a b vt c ad c d ⁊ b ad a b vt d ad c d. Similiter a b ad b vt c d ad d ergo b ad a vt d ad c. ¶ Primus eñ iſtorū modorū argumētandi vocat̄ ab aliquibꝰ ꝯuerſa ratio, ⁊ tenet ex eo q̄ ꝑ diſiunctā ꝓportionalitatē ex illo añte īfert̄ q̄ a ad b vt c ad d ⁊ ex illo ꝯñte ꝑ euerſā ꝓportionalitatē coniunctā infert̄ q̄ a b ad a vt c d ad c ⁊ ex ꝯñti de p̄mo ad vltimū cōſtat illū modū arguēdi eſſe efficacē ⁊ ꝓportionabiliter oēs alij tacti per ꝯñas de p̄mo ad vltimum ex modis arguendi demōſtratis manifeſtiſſime eliciuntur. Similiter a ad b vt c ad d. ergo a b ad c d vt a ad c. ⁊ vt b ad d. Similiter a b ad b vt c d ad d ergo a ad c vt b ad d ⁊ ita de multis alijs.

26 **Si totius ad totū fuerit ea proportio que detracti ad detrac**tum erit reſidui ad reſiduum que totius ad totum. Et ſi reſidui ad reſiduum ſit que detracti ad detractum erit totius ad totum que reſidui ad reſiduum.

Primū patet ſit a b totus ad c d totum vt a detractus ad c detractum. Tunc dico q̄ b ad d vt a b ad c d. Nā eñ a b ad c d vt a ad c ꝑmutatim a b ad a vt c d ad c q̄ diſiūctiz b ad a vt d ad c quare ꝑmutatum b ad d vt a ad c ⁊ ꝑ ꝯñs vt a b ad c d q̄d eſt p̄mū. ¶ Scd̄m patz ex .18. huius.

1. co. **Ex p̄nti ꝯſtat q̄ ſi fuerint duo inequalia et a quolibet illorū** auferatur aliq̄d q̄d ſit tota ps aliquota aut tot ſimiles ptes aliquote ipſius ſicut minꝰ illorū reſpectu maioris aut ī eadē ꝓportione ſe habeat ad illud ſicut minꝰ ad maius erit tunc reſidui maioris ad reſiduum minoris q̄ maioris ad minus. ¶ Quia ſi ex a b maiori c d detrahatur a ⁊ ex c d auferat̄ d. ⁊ a ad a b ⁊ d ad c d ſe habeant vt ſupponitur tunc ex ypotheſi adiuuante .54. ſuppoſitione a ad a b erit ea proportio que c ad c d ergo conuerſim a b ad a que c d ad c quare permutatum a b totius ad c d totum que a detracti ad c detractum: ergo per preſentem b ad d que a b ad c d.

2. co **Patet vltra q̄ ſi primi ad ſecundū fuerit ea proportio q̄ tertij** ad quartū ⁊ ex exceſſus p̄mi ad ſcd̄z equalis exceſſui tertij ad quartū erit p̄mus eq̄lis tertio ⁊ ſcd̄s eq̄lis quarto. Et ſi fuerit maior p̄mus erit maior tertio ⁊ ſcd̄s quarto. Et ſi minor minor. Nā tunc ꝑmutatim p̄mi ad tertiū erit q̄ ſcd̄i ad quartū imaginādo ergo p̄mū vnū totū ⁊ ſcd̄m detractū ex eo ⁊ dr̄am eorum reſiduū ⁊ ita de tertio ⁊ quarto ex p̄nti cuz adiutorio prime huius conſtat propoſitum.

27. **Si totius ad totum fuerit maior proportio q̄ detracti ad de**tractum erit reſidui ad reſiduum maior q̄ totius ad totum. Et ſi totius ad totum fuerit minor q̄ detracti ad detractum erit reſidui ad reſiduum minor q̄ totius ad totum.

Hanc oñdaz in quātitatibus ꝯtinuis ⁊ ex ꝯñti in quibuſcūq̄ alijs apparebit eiꝰ demōſtratio. Sit igit̄ p̄mo a b totius quātitatis ꝯtinue ad c d totā maior ꝓportio q̄ a detracte ad c detractā. Tūc dico q̄ b reſidue ad d reſiduam eſt maior q̄ a b ad c d. Nā dato oppoſito ſit e ad c q̄ a b ad c d erit tunc e ad c maior q̄ a ad c ergo ꝑ p̄mum correlarium .5. huius e eſt maius a ⁊ quia c d eſt maius c ⁊ a b ad c d eſt que e ad c ꝑ .8. huius a b eſt maius e ſit ergo f reſidua pars a b preter e. erit tūc per precedentem f ad d ea proportio que a b ad c d ⁊ quia a b ex vna pte adequate reſultat ex a ⁊ b ⁊ ex alia parte ex e ⁊ f ⁊ e eſt maius a per ſecūdum correlarium .7. primi b eſt maius f. ergo per .5. huius b ad d erit maior proportio q̄ f ad d: ⁊ per ꝯſequens maior q̄ a b ad c d quod eſt contra poſitū patet

igitur primum. ¶ Sit ſc͂do a b totius ad c d totũ minor ꝙ a ad c. Tũc dico ꝙ b ad d eſt minor ꝙ a b/ ad c d. Quia p. 7. huiꝰ c d ad a b eſt maior ꝙ c ad a. ergo per pͥmam partem preſentis d ad b eſt maior ꝙ c d ad a b ergo per. 7. huius a b ad c d eſt maior ꝙ b ad d vnde conſtat ſecundum.

1.co. Ex his duabus ꝯſtat ꝙ ſi duoꝝ inequaliũ maioris ad maius aliorum duoꝝ inequaliũ ſit ea proportio ꝗ minoris illorum ad minus aliorum erit differentie illorum ad dr̄am aloꝝ ꝗ maioris ad maius. Et ſi fuerit maior erit maior ⁊ ſi minor minor. ¶ Ꝗ maius pͥmorum duorum erit vt totum ⁊ minus vt detractũ ex eo ⁊ differentia vt reſiduum ⁊ ita de aliis duobus quo habito primum ex precedenti ⁊ alia ex preſenti conſtant.

2.co Patet vltra ꝙ ſi fuerint tres termini inequales ꝯtinuo ꝓportionales differẽtie maiorum ad dr̄am minorũ erit ea ꝓportio ꝗ maximi ad mediũ ⁊ ꝗ medij ad minimum ⁊ dr̄e minorũ ad dr̄am maiorũ ꝗ minimi ad mediũ ⁊ ꝗ medij ad maximum. Et ex ꝯſiĩ ſi fuerint plures ꝗ tres ꝯtinuo proportionales inequales dr̄e illoꝝ erũt ꝯtinuo ꝓportionales ſc͂dm eorum ꝓportionem. ¶ Pͥmũ ex p̄cedenti ꝯſtat imaginãdo maximum eorũ vt totũ ⁊ medium: vt detractum ⁊ differentiã eorum vt reſiduum ⁊ mediũ aliud totum ⁊ minimũ detractum ⁊ dr̄am eorum reſiduum. ¶ Secũdum ex primo ⁊ ex ꝯuerſa ꝓportionalitate elicitur. ¶ Tertium vero notum euadit ex his.

28 Si detracti ad detractũ fuerit maior proportio ꝗ reſidui ad reſiduum erit totius ad totum minor ꝗ detracti ad detractum ⁊ maior ꝗ reſidui ad reſiduum. Et ſi detracti ad detractum ſit minor ꝗ reſidui ad reſiduum erit totius ad totum maior ꝗ detracti ad detractum ⁊ minor ꝗ reſidui ad reſiduum.

Primũ patet qꝛ nõ poterit tunc eſſe totius ad totũ ꝗ detracti ad detractũ quia p. 26. huius reſidui ad reſiduũ eſſet que totius ad totũ ꝗ ⁊ ꝗ detracti ad detractum: nec poterit tũc totiꝰ ad totũ eſſe maior ꝗ detracti ad detractuꝫ qꝛ p. 27. huius reſidui ad reſiduum eſſet maior ꝗ totius ad totũ ⁊ a fortiori ꝗ detracti ad detractũ quod eſt ꝯtra ypotheſim. ¶ Sc͂dm pꝫ qꝛ non poterit tũc totius ad totũ eſſe ꝗ reſidui ad reſiduum: qꝛ tũc faciendo detractũ reſiduum ⁊ reſiduũ detractum p. 26. huius detracti ad detractum eſſet ꝗ totius ad totũ quare ⁊ ꝗ reſidui ad reſiduũ nec poterit eſſe minor ꝗ reſidui ad reſiduũ: qꝛ tunc faciẽdo detractũ reſiduũ ⁊ reſiduũ detractum p precedẽtem detracti ad detractũ eſſet minor ꝗ totius ad totuꝫ ⁊ a fortiori ꝗ reſidui ad reſiduũ quod eſt ꝯtra ypotheſim. ¶ Alia ꝯſimilr̄ omnino apparẽt ſicut iſta faciẽdo detractum reſiduũ ⁊ reſiduuꝫ detractum

1.co Ex preſenti ꝯſtat ꝙ ſi fuerint duo inequalia et vtriqꝫ aliquid addatur maiori tñ ſit ꝓportio additi vnius ad additũ alterius ꝗ illius ad alterũ ꝓportio illius ad alterũ maiorabitur alterius vero ad ipſũ minorabitur. Et ſi fuerit minor ꝓportio additi vnius ad additum alterius ꝗ illius ad alterũ ꝓportio illius ad alterũ minorabit̄ alterius vͦo ad ipm maiorabitur. Et ſi additi vnius ad additũ alteriꝰ fuerit ea ꝓportio ꝗ illiꝰ ad alterũ ꝓportio illiꝰ ad alteꝝ manebit inuariata ſimiliter ⁊ alterius ad ipm. Et inde eſt ꝙ ſi tñ addat̄ minori duoꝝ inequaliuꝫ ſicut maiori ipſoꝝ aut maius minori ꝗ maiori ꝓportio illius ad maiorem maiorabitur maioris vero ad illũ minorabitur. ¶ Hec omnia ex preſenti cum adiutorio. 26. huius euidentiſſime conſtant imaginãdo illos terminos quibus fit additio tanꝗ detractos ⁊ illos qui adduntur tanꝗ reſiduos.

2.co Patet vltra ꝙ ſi ab vtroqꝫ duorum inequalium aliquid auferatur ⁊ minor ſit proportio ablati ex vno ad ablatũ ex alio ꝗ illius ad alteꝝ ꝓportio illius ad alteꝝ maiorabitur alterius vero ad ipſuꝫ minorabit̄. Et ſi fuerit maior ꝓportio illius ad alteꝝ minorabit alterius vero ad ipſũ maiorabit̄. Et ſi fuerit equalis ꝓportio manebit equalis. Et inde eſt ꝙ ſi tñ aut magis auferatur ex minori ꝗ ex maiori ꝓportio minoris ad maiorem minorabitur maioris vero ad ipſum maiorabitur. ¶ Hec omnia etiam ex preſẽti cum adiutorio. 26. huius euidentiſſime conſtant imaginando illos qui auferuntur ex illis tanꝗ detractos ⁊ remanentes tanꝗ reſiduos.

3.co Pꝫ vltra ꝙ ſi duobus inequalibꝰ creſcẽtibꝰ aut decreſcẽtibꝰ ꝓportio debeat manere eadẽ in eadẽ ꝓportiõe in qua maiꝰ eſt maiꝰ minori debebit acquirere aut deꝑdere magis ꝗ minꝰ ⁊ minꝰ in eadẽ ꝓportiõe i qua ẽ altero minꝰ debet acqrere aut deꝑdere minꝰ alio.

4.co Patet vltra ꝙ in quibuſcũqꝫ hoc verũ habet ꝙ ſi aliquid vniformiter creſcat in aliquo tp̄e in qualibet ꝑte p̄cedenti illius maiorẽ ꝓportioneꝫ acquiret ſupra ſe ꝗ in parte equali illius ſequenti. ¶ Quia tñ exceſſũ acquiret ſupra ſe in illa ſicut in alia cum igitur in principio illius ſit minus ꝗ in principio alterius ⁊ in fine minus etiã ꝗ in fine alterius ex primo correlario preſentis manifeſte poteſt cõſtare propoſitum. ⁊ per idem ſi aliquid in aliquo vniformiter decreſcat in qualibet parte precedenti illius minorem deperdet ꝓportionem maioris inequalitatis ad ſe ꝗ in parte equali illius ſequenti ⁊ maiorem minoris inequalitatis acquiret. Hoc ſimiliter deducit̄ ex ſecũdo correlario preſentis. Si igitur aliquid in aliquo tempore proportionabiliter debeat creſcere oportet ꝙ in qualibet parte p̄cedẽti illiꝰ in eadem ꝓportione acquirat minus ꝗ in parte equali ſequenti in qua in principio illius eſt minus ꝗ in principio alterius. Et ſi eque ꝓportionabiliter debeat aliquid decreſcere in aliquo tp̄e oportet ꝙ in qualibꝫ ꝑte precedenti illius deperdat magis ꝗ in parte equali ſequẽti in eadem ꝓportione in qua in principio illius eſt maius ꝗ in principio alterius. Hoc ex tertio correlario preſentis manifeſte deducitur.

29 **Si fuerint infiniti termini ex quibus ꝯſtituatur vnū finituꝫ** ⁊ ad omnes illos ſumātur eque multiplices erit ꝯpoſitū ex omnibus illis multiplicibus eque multiplex reſpectu cōpoſiti ex illis ſicut vnuſquiſqꝫ illorum multiplicium reſpectu ſui correlatiui.

Quia totiens adequate compoſitum ex illis erit in cōpoſito ex illis multiplicibus ſicut vnuſquiſqꝫ illoꝝ in ſuo multiplici qꝛ auferendo quelibet illorum ex ſuo multiplici ſemel ꝯpoſitū ex illis ſemel auferretur ex ꝯpoſito ex alijs ⁊ ita deinceps ſi pluries quilibet auferatur ex ſuo multiplici cū igitur quilibet illorū totiens adequate poſſit ſubſtrahi ex ſuo multiplici ſicut alius ſeqtur ꝙ ſi quilibet illorū auferatur ex ſuo multiplici totiens quo ad nichil remāſerit ex ſuo multiplici compoſitum ex illis totiens adequate auferretur ex compoſito ex illis multiplicibus quotiens vnuſquiſqꝫ illorum ex ſuo multiplici ſed illis ſic ablatis ex ſuis multiplicibus cum nichil remanebit ex multiplici primi nichil remanebit ex aliquo aliorum ſequitur ꝙ tunc etiam nichil remanebit ex compoſito ex illis multiplicibus ⁊ per conſequens totiens adequate poterit ſubſtrahi compoſitū ex illis ex compoſito ex illis multiplicibus ſicut vnuſquiſqꝫ ex ſuo multiplici quare per .36. petitionem compoſitus totiens adequate reperiet̄ in ꝯpoſito ſicut vnuſquiſqꝫ illoꝝ in ſuo multiplici vñ ex terminis ꝯſtat ꝓpoſitū.

Co. **Ex pñti** ꝯſtat ꝙ in caſu ꝓpoſitionis cōpoſitū ex illis multiplicibus eſt finitū. Naꝫ reſultat ex cōpoſito ex illis terminis finities ſūpto adequate ⁊ finituꝫ finities ſūptum reddit finitum.

Si aliquod finitum diuidatur in infinitas partes adequate que certo ordine ponantur ⁊ aliud totum etiam adequate diuidatur in infinitas partes que certo ordine ſumantur tunc ſi pͥma pͥmi ſit equalis pͥme ſcḋi ⁊ ſcḋa ſcḋe ⁊ ita deinceps illud pͥmum erit eq̄le illi ſcḋo ⁊ ſi pͥma pͥmi ſit maior pͥma pͥmi: ⁊ ſcḋa ſit etiam maior ſcḋa ⁊ ita deinceps erit pͥmum maius ſcḋo. Et ſi prima eſſet minor pͥma ⁊ ſcḋa minor ſecunda ⁊ ita deinceps erit primum minus ſcḋo.

Primū parꝫ: qꝛ auferendo pͥmam partem ſcḋi ex pͥma primi ⁊ ſcḋam ex ſcḋa ⁊ ita deinceps nichil remaneret ex primo cum igitur ꝑ talē ſubſtractionē ſcḋꝫ ſemel auferretur ex pͥmo qꝛ cōpoſitum ex illis ꝑtibus auferretur ſemel ex cōpoſito ex alijs ſequitur ꝙ ſcḋm ſemel adequate eſt in primo ⁊ per cōſequens illi equale quod eſt pͥmū. ¶ Scḋm parꝫ quia auferendo exceſſum p̄ıe ꝑtis pͥmi ſupra pͥmā ſcḋi ⁊ exceſſū ſcḋe ſupra ſcḋam ⁊ ita de alijs oībꝰ ꝑ ſtatiꝫ demōſtratū ꝯpoſitū ex illis remanētibꝰ eſſet eq̄le illi ſcḋo ſed illud eſſet minꝰ pͥmo qꝛ ꝑs illiꝰ ergo ſcḋꝫ eſt minus pͥmo quod eſt ſcḋm. Tertiū notū ē ſi .2. totū ſit infinitū ⁊ ſi finitū faciēdo ipm pͥmū ⁊ pͥmū ſcḋm ꝯſtat ex iſto ſcḋo.

Co. **Ex preſenti ꝯſtat ꝙ ſi infiniti termini aliquo ordine diſpoſiti** in ordine ad alios infinitos alio ordine diſpoſitos ita ſe habeant ꝙ primi ad primum ſit ea ꝓportio q̄ ſcḋi ad ſcḋm ⁊ ita deinceps ⁊ ꝯpoſitū ex illis ſit finitū erit etiā compoſitū ex alijs finitum. ¶ Quia ſi pͥmus illoꝝ ſit equalis pͥmo alioꝝ ꝑ pͥmā huius ſcḋa erit equalis ſcḋo ⁊ ita deinceps quare ꝑ pñtem cōpoſitus erit equalis ꝯpoſito. Et ſi pͥmꝰ ſit maior pͥmo ꝑ pͥmam huiꝰ ſcḋs erit maior ſecundo ⁊ ita deinceps quare ꝑ pñtem ꝯpoſitū ex illis erit maius ꝯpoſito ex alijs vnde ſatis cōſtat ꝓpoſitum. Si aūt primus ſit minor primo ſumā multiplicē primi finitū maiorē primo aliorum ⁊ ſumā eque multiplices ad omnes alios illorum primorū tunc per equā ꝓportionalitateꝫ directam adiuuante prima huius tale multiplex ſecundi illorum erit maius ſecūdo aliorum ⁊ ita de alijs ⁊ per correlariū precedentis compoſitum ex illis omnibus multiplicibus eſt finitum ergo per pñtem illud cōpoſitū erit maiꝰ compoſito ex alijs omnibus alterius ordinis cum igitur illud compoſitū ꝓbatuꝫ ſit finitum erit a fortiori compoſitum ex illis omnibus alterius ordinis finitum patet igitur propoſitum.

31 **Si quarūcūqꝫ ꝓportionū equalium añtia ꝯiungantur ſimi-** liter ⁊ ꝯñtia fueritqꝫ tale compoſitū ex illis añtibus aut ex illis ꝯñtibus finitum erit cōpoſiti ex illis oībus añtibꝰ ad ꝯpoſitū ex illis oībus ꝯñtibus ea ꝓportio q̄ vniꝰ illorū añtium ad ꝯñs ſibi relatum.

Hanc ꝯcluſionē pono ad oñdendū demonſtratiue qualiter debeat diuidi vnūquodqꝫ ꝯtinuū aut ē infinitū diuiſibile in ꝑtes ꝓportionales in quacūqꝫ ꝓportionū libeat qḋ non parū neceſſariū eſt in philoſophia naturali ⁊ ſignāter in materijs calculationū ⁊ eſto ꝙ aliquibus videat̄ hanc eādem hr̄e demōſtrationē ſicut ſi tales ꝓportiones eſſent in numero finito ita vt eam inferant ex .13.5 Euclidis tā ꝓ finitis q̄ pro infinitis decipiuntur tñ illius em̄ demonſtratio ſolum procedit vbi añtia ſolum ſumunt̄ in numero finito ſimiliter ⁊ ꝯñtia. Si em̄ in oībus ꝓcederet adeo bene ꝓcederet vbi antecedētia talium infinitarum ꝓportionum ꝯſtituerēt vnum infinitū ſimiliter ⁊ ꝯſequentia quod aperte falſum eſt Ideo alia demonſtratiōe eget pñs vbi tales ꝓportiones ſunt infinite ⁊ pro illo premiſſe ſūt due ꝯcl'ones ꝑcedētes, vbi aūt eſſēt finite demonſtratio eiꝰ parꝫ in forma ex .18. hꝰ. ¶ Ubi ergo tales ꝓportiones ſunt īfinite ſic patet eius demonſtratio captis talibus proportionibus ſicut ipſa ꝑſupponit qꝛ data ypotheſi ex correlario precedentis ⁊ ex cōuerſa proportionalitate ſi vnum illorum compoſitorum ſit finitum reliquuꝫ erit finitum quare adiuuante ypotheſi quodlibet erit finitū capiantur ergo eque multiplicia ad omnia antecedētia ex vna ꝑte ⁊ eque multiplicia ad omnia ꝯñtia ex alia tunc per antepreecedentem ꝯpoſitum ex illis multiplicibus antecedentiuꝫ erit eque multiplex compoſiti ex illis antecedentis ſicut multiplex añtis prime ad tale añs ⁊ per correlarium eiuſdem antep̄cedentis tale ꝯpoſitū erit finitū ⁊ ita de ꝯpoſito ex multiplicibus illorū ꝯñtiū cū igit̄ ꝑ .14. hꝰ ſi illoꝝ m̄ltiplicū m̄ltiplex añtis p̄ıe ſit eq̄le m̄ltiplici ſui ꝯñtis m̄ltiplex añt; ſcḋe erit eq̄le m̄ltiplici ꝯñtis ipſiꝰ ⁊ ita deinceps ſeq̄t̄ ex p̄cedēti ꝙ ſi tale m̄ltiplex añtis p̄ıe ſit equale tali m̄ltiplici ꝯñtis eiuſdē ꝯpoſitū ex oībus illis multiplicibus añtiū erit equale ꝯpoſito ex illis omnibus multiplicibus

ꝯſitium ⁊ ex .14. huius ⁊ ex ꝓcedenti omnino codē mō ꝯcludeť ꝙ ſi illud fuerit maius erit etiā mai⁹ ⁊ ſi minus min⁹ ergo ꝑ .15. hui⁹ aňtis ꝑme ad ſuū ꝯňs erit ea ꝓportio q̄ ꝯpoſiti ex oībus illis aňtib⁹ ad ꝯpoſitū ex illis oībus ꝯňtibus quod eſt ꝓpoſitū. ❡ Hic aduerte ꝙ ypotheſis pňtis nō ꝯtingeret in nūeris ſi eñ vētur īfinite ꝓportiones in nūeris ⁊ eaꝝ aňtia ꝯiungant faciēt nūerū īfinitū ⁊ ita de ꝯſequentibus ibi ꝓcedimus vbi nullus illaꝝ aňs cōicant cum aňte alterius ſimiliter nec ꝯſequens.

Co. **Ex pňti ꝯſtat ꝙ ſi aliquod totū ſit diuiſū in ptes ꝓportiona**les in quacūq; ꝓportione ſi totū ꝑ talem diuiſionē ꝯſumať erit illius totius ad illas oēs ptes ꝓportionales vēpta ꝑma ea ꝓportio q̄ ꝑme ad ſcōaꝫ ⁊ q̄ ſcōe ad tertiā ⁊ ſic ꝯſr. ❡ Hoc patet manifeſte captis oībus vno ordine ⁊ alio ordine captis oībus vēpta ꝑma tūc q̄ ꝓportio ꝑme ꝑmi ordinis ad ꝑmam ſcōi ea eſt ſcōe ad ſcōam ⁊ ita deinceps ex ypotheſi quare ꝑ pňteꝫ cōpoſiti ex omnibus ꝑmi ordinis ad ꝯpoſitum ex oībus ſcōi ordinis erit ea ꝓportio que ꝑme ad ꝑmā cū igiť illud totum reſultet ex oībus ꝑmi ordinis ⁊ in ſcōo capiantur oēs vēpta ꝑma ſequitur ꝓpoſitū. ❡ Si igiť velis aliquod ꝯtinuū ꝑ partes ꝓportiōales diuidere in quacūq; ꝓportione velis ſi totū debeat ꝯſumi per talē diuiſionē inuenies ptem illius totius cuius ad illū ſit ea ꝓportio ſcōꝫ quā vis illud taliť diuidere ⁊ reſiduū ab illa capias ꝓ ꝑma pte ꝓportionali ⁊ ꝓ ſcōa vnā in ordine ad quā illa ꝑma ſe habet in illa ꝓportione ⁊ ita deinceps. Et ſi neſcires talē ptē inuenire neſcires diuidere tale corp⁹ in ptes ꝓportionales ſcōm talē ꝓportionē. ❡ Et ſi vis alio modo iuenire ſcōam ⁊ oēs alias iueni in illo reſiduo ab illa ꝑma pte vnā in ordine ad quā illud reſiduū ſe habeat in tali ꝓportiōe ⁊ tūc reſiduū ab illa erit ſcōa ps ꝓportiōalis. Nā ſit illō reſiduū a ꝑma detractū ex illo toto ⁊ ꝑma reſiduū ⁊ ſit illō reſiduum aliud totū ⁊ illa ps ad quā ſe habet in tali ꝓportione ſit detractū ⁊ alia reſiduū q̄z eñ tunc ex ypotheſi totius ad totum erit ea ꝓportio que detracti ad detractum per .26. huius reſidui ad reſiduum erit que totius ad totum ⁊ ꝑ ꝯſequens illud reſiduum reſidui erit ſecunda pars ꝓportionalis Et ita deinceps. Dixi notanter ſi totum debeat ꝯſumi quia alias non oportet hec habere verum.

32 **Si quotcūq; ꝓportionū nō equaliū quarū aliqua eſt maxia** aňtia ꝯiungantur ſimiliter ⁊ ꝯňtia fueritq; ꝯpoſitum ex oībus aňtibus finitum ſimiliter ⁊ ꝯpoſitum ex oībus ꝯňtibus erit compoſiti ex oībus aňtibus ad ꝯpoſitum ex oībus ꝯſequentibus minor ꝓportio q̄ ſit maxima illarum. Et ſi talium aliqua eſſet minima erit illa maior q̄ ſit illa minima.

Hec ꝓcedit indifferēter ſiue ille ꝓportiones capianť in numero finito ſiue in numero infinito: ⁊ ſiue varetur eaꝝ maxima exponēdo affirmatiue ſiue negatiue. Et ita de minima Ideo ipſā demōſtrabo ī quātitatib⁹ ꝯtinuis. ❡ Prima igiť ps ei⁹ ſic oňdiť. Nā captis talib⁹ ꝓportionibus in quātitatibus continuis: ꝯſtat tunc ꝙ ſi ꝯňtibus illarū inuariatis ille omnes deberēt effici equales maxime eaꝝ terminis manentibus inuariatis antecedentibus illarum q̄ ſunt minores illa maxima aliquid deberet addi ⁊ a nullo aliquid auferri alias eñ accideret ꝙ aliqua ꝓportio maioraretur ꝯňe inuariato cui⁹ aňs nō maioraretur et ex ꝯňti accideret oppoſitum ꝑmi correlarij .5. huius fiat ergo ita tūc aggregato ex oībus aňtibus addetur aliquid ⁊ nichil ex eo auferretur cuꝫ igitur ꝑ correlariū antepcedentis aggregatuꝫ ex oībus aňtibus illarum illo facto erit finitum erit mai⁹ q̄ prius erat ⁊ ꝑ ꝯňs ꝑ .5. huius ꝓportio illius ad ꝯpoſitū ex oībus ꝯňtibus erit maior q̄ pri⁹ erat cōpoſiti ex oībus aňtibus ad ꝯpoſitum ex oībus ꝯſequentibus ſed illo facto ꝑ ꝓcedentem cōpoſiti ex omnibus illis aňtibus ad ꝯpoſitum ex oībus ꝯňtibus erit ea que maxima illarū ſequitur ꝙ maxima illarū eſt maior q̄ ſit ꝓportio cōpoſiti ex oībus aňtibus ad cōpoſitum ex oībus ꝯňtibus aň q̄ fiat variatio illa vnde ꝯſtat ꝑmū. ❡ Scōꝫ ꝯſimiliť pōt demōſtrari: q̄ ſi tūc ꝯňtib⁹ illaꝝ iuariatis ille oēs deberēt effici eq̄les minie illaꝝ aňte illi⁹ iuariato aňtia maioꝝ illa deberēt minorari ⁊ nulli coꝝ deberet aliq̄d addi: alias eñ accideret oppoſitū ꝑmi correlarij .5. h⁹ fiat ergo ita tūc illo facto ꝯpoſitū ex oībus illis aňtibus erit minus q̄ prius erat ⁊ per ꝯňs ꝓportio ex illis oībus ad ꝯpoſitū ex oībus ꝯňtibus erit minor q̄ ꝑus erat cū igiť ꝑ ꝓcedētē illo facto illius ꝯpoſiti ad illud cōpoſitum erit q̄ minima illarum ſeq̄tur ꝙ ante cōpoſiti ex omnibus illis aňtibus ad compoſitum ex omnibus illis conſequentibus erat maior q̄ minima illarum vnde conſtat ſcōm ⁊ ex ꝯňti totum propoſitum.

Co. **Ex pňti ꝯſtat ꝙ ſi fuerit quotcūq; ꝓportiones non equales et** cōpoſitum ex aňtibus omniū illarum ſit finitum ſimiliter ⁊ ꝯpoſitum ex ꝯſequentibus omnium illarū erit compoſiti ex oībus illis aňtibus ad cōpoſitum ex omnibus illis cōſequentibus maior ꝓportio q̄ compoſiti ex oībus illis aňtibus dempto antecedente maxime ad ꝯpoſitum ex omnibus conſequētibus dempto cōſequente eiuſdeꝫ maxime ſi talis fuerit inter eas Et ſi fuerit minima inter eas erit cōpoſiti ex omnibus illis aňtibus ad ꝯpoſitum ex oībus illis ꝯňtibus maior q̄ compoſiti ex omnibus aňtibus dempto aňte illius ad cōpoſitum ex oībus ꝯňtibus dempto ꝯňe eiuſdem. ❡ Primū ptꝫ q̄ imaginando ꝑmo ꝯpoſitum ex oībus aňtibus vnum totū ⁊ aňs maxime illarum detractum ex eo ⁊ cōpoſitum ex oībus alijs aňtibus reſiduum ⁊ imaginando ſecundo compoſitum ex oībus ꝯſequentibus aliud totū ⁊ ꝯſequens illius detractū ⁊ ꝯpoſitum ex alijs oībus ꝯſequentibus reſiduum erit tunc ꝑ pňtem primi totius ad ſcōm totū minor ꝓportio q̄ detracti ad detractuꝫ: ergo per 27 huius reſidui ad reſiduum erit minor q̄ totius ad totum vñ ꝯſtat ꝑmum. ❡ Scōm ptꝫ etiā imaginando ꝑmo ꝯpoſitum ex oībus aňtibus vnū totū ⁊ aňs minie detractū ⁊ ꝯpoſitū ex oībus alijs aňtibus reſiduum ⁊ ꝓportionabiliter de compoſito ex oībus conſequētibus erit tūc per precedentem ꝑmi totius ad ſcōm totum maior ꝓportio q̄ detracti ad detractum: ergo per .27. huius reſidui

ad reſiduum eſt maioꝛ ꝙ totius ad totum vnde cõſtat ſcðm. ¶ Hic aduerte ꝙ correlarium procedit etiam ſicut preſens ſiue detur maxima ſiue minima exponendo affirmatiue ſiue negatiue prout ex demonſtrationibus apparet ⁊ procedunt etiam preſens cũ correlario eſto ꝙ in caſibus ipſorum aliq̄ illarum propoꝛtionum eſſent equales inter ſe prout etiam ex demonſtrationibus conſtat.

Circa iſta tamẽ aduerte ꝙ Euclides vltima ꝯcluſione quinti elementoꝝ hoc habet ſcilicet. Si quotlibet quantitates ad totidem alias ꝯparentur fueritqꝫ cuiuſlibet p̄cedentis ad ſuaꝫ relatiuam maioꝛ ꝓportio ꝙ alicuius ſubſequẽtis ad ſuã erit omniũ haꝝ pariter acceptarum ad oẽs illas pariter acceptas maioꝛ ꝓportio ꝙ alicuius ſubſequentiũ ad ſuam ꝯparem aut etiam ꝙ oĩm pariter acceptarũ ad oẽs pariter acceptas minoꝛ aũt ꝙ p̄me ad p̄mam. Hec tñ ꝯcluſio nõ habet veruꝫ quo ad p̄mam ꝑtem nec demõſtratio illic adducta illam ꝑtẽ ꝓbat aliquo modo ſtat em̃ ꝙ tres quantitates ad alias tres ꝯparentur ⁊ p̄me ad p̄mam ſit maioꝛ ꝓportio ꝙ ſcðe ad ſcðaꝫ ⁊ ſcðe ad ſcðaꝫ maioꝛ etiam ꝙ tertie ad tertiã ⁊ tñ aggregati ex illis tribus p̄mis ad aggregatũ ex alijs tribus non eſt maioꝛ ꝓportio ꝙ ſcðe ad ſcðam ymo ſtaret bñ ꝙ eſſet equalis ⁊ ſtaret etiã ꝙ eſſet illa minoꝛ pꝫ impꝛimis exemplũ vbi ſtat illã eſſe equalẽ illi capio tres quantitates ⁊ ſit p̄ma .16. pedalitatũ ⁊ ſcða 12. ⁊ tertia .8. ⁊ capio alias tres quarũ p̄ma ſit quinqꝫ pedalitatum ſcða. 4. ⁊ tertia triuꝫ: tunc p̄me ad pꝛimam erit maioꝛ ꝓportio ꝙ ſcðe ad ſcðaꝫ ⁊ ſcðe ad ſcðam maioꝛ ꝙ tertie ad tertiam tñ aggregati ex tribus pꝛimis ad aggregatũ ex alijs eſt ea ꝓportio que ſcðe ad ſcðam ⁊ vbi ſtat illam eſſe minoꝛem patet exemplum ſi vltimarum trium vltima haberet tres pedalitates cũ dimidia. Opoꝛtet ergo dicere ꝙ Euclides non intendebat ꝑ illam ꝯcluſioneꝫ aſſerere id quod pꝛima pars videtur velle Et hoc ex demonſtratione que illic tangitur apparere poteſt.

33 **Si fuerint tres termini oꝛdinatim continuo pꝛopoꝛtionales** erit compoſiti ex pꝛimo ⁊ ſecũdo ad pꝛimũ ea pꝛopoꝛtio que compoſiti ex pꝛimo ⁊ ex tertio ⁊ ex ſecũdo bis ſumpto ad compoſitum ex pꝛimo et ex ſecundo.

Sint a p̄mus b/ ſcðs c/ tertius oꝛdinatim ꝯtinuo ꝓpoꝛtionales ita ꝙ a ad b/ ſit ea ꝓportio que b ad c/ ⁊ ſit d ꝯpoſitus ex a ⁊ b/ ⁊ e ꝯpoſitus ex a ⁊ c/ ⁊ ex b bis ſumpto ꝯſtat tunc e eſſe ꝯpoſitum ex a ⁊ b ⁊ ex c ⁊ b. Dico igitur ꝙ d ad a eſt ea ꝓportio que e ad d. Nã em̃ a ad b ẽ que b ad c/ euerſiꝫ ꝯiũcti tot⁹ a b/ ad a/ eſt q̄ tot⁹ c b/ ad b/ quare ꝑ .18. hui⁹ ꝯpoſiti ex toto a b/ ⁊ ex toto b c qui ꝓbatus eſt e ad cõpoſitum ex a ⁊ b qui eſt d eſt que compoſiti ex a ⁊ b ad a quod eſt propoſitum.

34. **Si fuerint due ꝓpoꝛtiones inequales añtis maioꝛis ad añs** minoꝛis erit maioꝛ ꝓpoꝛtio ꝙ ꝯñtis illi⁹ ad ꝯñs minoꝛis ⁊ añtis ⁊ ꝯñtis maioꝛis ſimul ſũptoꝝ ad ꝯñs illius maioꝛ etiã ꝙ añtis ⁊ ꝯñtis alterius ſimul ſũptoꝝ ad ꝯñs eiuſdem ad añs autem minoꝛ.

Hanc in quantitatibus ꝯtinuis demõſtrabo ⁊ ex ꝯñti in quibuſcũqꝫ apparebit eius demõſtratio. Sit igitur a quãtitatis ꝯtinue ad b cõtinuam maioꝛ ꝓpoꝛtio ꝙ c ad d. ¶ Tũc dico p̄mo ꝙ a ad c ẽ maioꝛ ꝙ b ad d. Dico .2. ꝙ a b ad b ẽ maioꝛ ꝙ c d ad d. Dico .3. ꝙ a b ad a ẽ minoꝛ ꝙ c d ad c. ¶ Pꝛimũ pꝫ qꝛ dato oppoſito ſit c ad b q̄ c ad d erit illa minoꝛ ꝙ a ad b q̄re ꝑ p̄mũ correlariũ 5. h⁹ c ẽ minus a. ꝙ ꝑ .5. huius a ad c eſt maioꝛ ꝓpoꝛtio ꝙ c ad c. ⁊ qꝛ ꝑmutati c ad c eſt q̄ b ad d erit a ad c maioꝛ ꝙ b ad d/ quod eſt ꝯtra poſitũ. ¶ Scðm pꝫ qꝛ dato eius oppoſito ⁊ tẽta ypotheſi vt ſtatim ꝑ .18. dignitatem totum a b erit maius toto c b quare ꝑ .5. huius totus a b ad b eſt maioꝛ ꝓpoꝛtio ꝙ c b ad b ⁊ qꝛ ꝑ ꝯiunctam ꝓpoꝛtionalitatem c b ad b eſt que c d ad d erit totus a b ad b maioꝛ ꝙ totus c d ad d quod eſt ꝯtra poſitum. ¶ Tertiũ patet qꝛ dato illius oppoſito ⁊ tenta eadem ypotheſi erit euerſim ꝯiunctim c b ad c ea ꝓpoꝛtio q̄ c d ad c ⁊ qꝛ c ꝓbatum eſt minus a erit ꝑ .5. huius c b ad a minoꝛ ꝙ c b ad c ⁊ ꝑ ꝯñs ꝙ c d ad c quod eſt contra poſitum.

Co. **Ex p̄ñti cũ adiutoꝛio ſeptime huius ꝯſtat ꝙ ſi fuerint alique** ꝓpoꝛtiones inequales añtis minoꝛis ad añs maioꝛis erit minoꝛ ꝓpoꝛtio ꝙ ꝯñtis illius ad ꝯñs maioꝛis ⁊ ꝯñtis maioꝛis ad añs ⁊ ꝯñs illius ſimul minoꝛ ꝙ ꝯñtis minoꝛis ad añs ⁊ ꝯñs illius ſimul añtis ſũt maioꝛis ad añs ⁊ ꝯñs eiuſdem ſimul maioꝛ ꝙ añtis minoꝛis ad añs ⁊ conſequens eius ſimul.

35. **Si duoꝝ terminoꝝ ſimul ſũptoꝝ ad alterũ eoꝝũdeꝫ fuerit** maioꝛ ꝓpoꝛtio ꝙ alioꝝ duoꝝ ſimul ſumptoꝝ ad alterum eorundem erit alterius p̄moꝝum ad eundem illoꝝum maioꝛ ꝙ reliqui alioꝝum ad eundẽ ipſoꝝum. Et ſi minoꝛ minoꝛ.

Pꝛimum pꝫ ſit a et b ſimul ſumptoꝝ ad b maioꝛ ꝓpoꝛtio ꝙ c ⁊ d ſimul ſũptoꝝ ad d. Tunc dico ꝙ a ad b eſt maioꝛ ꝙ c ad d. Quia ſi a ad b ſit q̄ c ad d cõiunctim a b ad b erit que c d ad d quod eſt ꝯtra ypotheſim ⁊ ſi a ad b ſit minoꝛ ꝙ c ad d ex p̄cedẽti a b ad b erit minoꝛ ꝙ c d ad d quod eſt ꝯtra ypotheſim nõ ergo poterit a ad b eſſe q̄ c ad d nec ea minoꝛ erit igitur maioꝛ quod eſt p̄mum. ¶ Scðm hinc efficit̃ notum ex quo ꝓpoꝛtio c ad d ꝓbata eſt minoꝛ ꝙ a ad b.

Co. **Ex pꝛeſenti cũ adiutoꝛio ſeptime huius ꝯſtat ꝙ ſi alicuius to**tius ad detractum ex eo ſit maioꝛ ꝓpoꝛtio ꝙ alterius totius ad detractũ ex eo erit illius detracti ex illo ad ſuum reſiduũ minoꝛ ꝙ illius detracti ex alio ad ſuũ reſiduum ⁊ illius totius ad ſuũ reſiduũ minoꝛ ꝙ alterius ad ſuũ reſiduũ ⁊ reſidui ipſius ad ipſum maioꝛ ꝙ reſidui alterius ad illum. ¶ Pꝛimũ pꝫ qꝛ ex p̄ñti reſidui ipſius ad ſuũ detractum erit tũc maioꝛ ꝙ reſidui alterius ad ſuũ detractũ quo habito ex .7. huius conſtat illud. ¶ Secundum patet quia ex quo per ſtatim demõſtratum detracti

illius ad ſuum reſiduum eſt minoꝛ q̄ꝫ detracti alterius ad ſuum reſiduū ex añ precedenti conſtat illud ſecundum. ¶ Tertium autem ex iſto ſecundo et ex .7. huius conſtat in forma.

36 **Si differētie duoꝝ inequaliū ad dr̄am alioꝝ duoꝝ inequa**lium fuerit ea ꝓportio q̄ maioris illorum ad maius alioꝝ aut q̄ minoris ad minus erit maioris ad minus ipſorum q̄ maioris ad maius alioꝝ. Et ſi fuerit minoꝛ q̄ꝫ maioris ipſorum ad maius aliorū aut q̄ꝫ minoris ad minus erit minoꝛ ꝓportio maioꝛ ad minus ipſoꝝ q̄ꝫ maioris ad minus alioꝝ minoris aūt ad maius ipſorum erit maioꝛ q̄ꝫ minoris ad maius aliorum. Et ſi fuerit maioꝛ q̄ꝫ minoris ipſorum ad maius alioꝝ aut q̄z maioris ad minus erit maioris ad minus ipſoꝝ maioꝛ q̄z maioris ad minꝰ alioꝝ.

Sint a maius ⁊ b minus duo inequalia ⁊ c eoꝝ dr̄a ⁊ ſint d maius ⁊ e minus alia duo inequalia ⁊ f eoꝝ dr̄a. ¶ Tūc dico p̄mo ꝙ ſi c ad f ſit ea ꝓportio q̄ a ad d aut q̄ b ad e erit a ad b/ que d ad e. Dico ſcḋo ꝙ ſi c ad f/ ſit minoꝛ q̄z a ad d/ aut q̄z b ad e/ erit a ad b minoꝛ q̄z d ad e/ ⁊ b/ ad a maioꝛ q̄z e ad d. Dico tertio ꝙ ſi c ad f/ ſit maioꝛ q̄z a ad d aut q̄z b ad e erit a ad b maioꝛ q̄z d ad e. ¶ Primū ptz: qꝛ ſi c ad f ſit que a ad d/ ꝑ .26. huius b ad e/ erit q̄ a ad d/ ⁊ ſi c ad f/ ſit que b ad e ꝑ eādē huius a ad d erit que c ad f quare ⁊ q̄ b ad e ſiue ergo c ad f ſit q̄ b ad e ſiue que a ad d/ erit a ad d q̄ b ad e/ ⁊ ꝑ ꝯñs ꝑmutatim a ad b/ que d ad e vñ ꝯſtat p̄mum. ¶ Scḋm ptz: qꝛ ſi c detracti ad f/ detractum ſit minoꝛ q̄z b reſiduū ad e reſiduuz ꝑ .28. huius a totius ad d totū erit minoꝛ q̄z b ad e/ ⁊ ſi c ad f ſit minoꝛ q̄z a totius ad d/ totum ꝑ .27. huius a ad d/ erit etiam minoꝛ q̄z b ad e ſiue ergo c ad f. ſit minoꝛ q̄z b ad e/ ſiue q̄z a ad d/ a ad d/ erit minoꝛ q̄z b ad e/ ergo ꝑ .34. huius a ad b/ minoꝛ q̄z d ad e ⁊ ex ꝯñti ꝑ .7. huius b ad a maioꝛ q̄z e ad d/ qḋ eſt ſcḋz. ¶ Tertiū ptz qꝛ ſi c ad f ſit maioꝛ ꝓportio q̄z a ad d aut q̄z b ad e/ ꝑ .7. huius f ad c erit minoꝛ q̄z d ad a aut q̄z e ad b quare per ſtatim demonſtratum d ad e erit minoꝛ q̄z a ad b/ vnde conſtat tertium.

1.co. **Ex p̄ñti ꝯſtat ꝙ ſi duoꝝ inequaliū dr̄a ſit minoꝛ dr̄a alioꝝ** duoꝝ inequaliū vel illi eq̄lis ⁊ maius illoꝝ ſit maiꝰ maiori alioꝝ aut minꝰ ſit minꝰ minori erit maioris ad minus ipſoꝝ minoꝛ ꝓportio q̄ꝫ maioris ad minus alioꝝ. Et ſi duoꝝ inequalium dr̄a ſit minoꝛ dr̄a aliorum duoꝝ inequaliū ⁊ maius equale maiori alioꝝ aut minꝰ ſit eq̄le miori erit etiā maioris ad minꝰ ipſorum minoꝛ ꝓportio q̄ꝫ maioris ad minus aliorum. ¶ Hec oīa ꝯſtant qꝛ vtrobiq̄ꝫ differentie illorum ad differentiam aliorum erit minoꝛ proportio q̄ꝫ maioris ipſorum ad maius aliorum aut q̄ꝫ minoris ad minus quo habito ex preſenti conſtant illa omnia.

2.co **Patet vltra ꝙ ſi inter duo inequalia debeat eſſe ea ꝓportio q̄** inter alia duo inequalia differētie illorum ad dr̄am alioꝝ debebit eſſe que maioris illorum ad maius aliorum ⁊ que minoris ad minus. ¶ Dato enim oppoſito huius ſtatim haberetur oppoſitū preſentis

37 **Si duarum ꝓportionū equaliū ꝯpoſituz ex añte ⁊ ꝯñte vniꝰ** ſit equale compoſito ex antecedente ⁊ ꝯſequente alterius erit antecedens vnis equale añti alterius ⁊ ꝯſequens ꝯñti. Et ſi duarum inequalium ꝯpoſitum ex antecedēte vnius ſit equale ꝯpoſito ex antecedente alterius erit añs maioris maius añte minoris ⁊ ꝯñs maioris minus ꝯſequente minoris.

Primū patz ſit a ad b/ ea ꝓportio que c ad d/ ⁊ ſit totus a b/ equalis toti c d. Tunc dico ꝙ a eſt equale c ⁊ b/ equale d. Quia dato oppoſito ſi a ſit maius c ex .8. huius b erit maiꝰ d/ q̄re ꝑ .18. dignitatem totus a b/ eſſet maioꝛ toto c d/ quod eſt ꝯtra ypotheſim ⁊ ſi a ſit minus c ꝑ eandem 8. b eſt minus d/ quare per eandē dignitatem totus a b/ eſſet minoꝛ toto c d/ quod eſt ꝯtra ypotheſiz erit ergo a equale c/ ⁊ ex ꝯñti per .17. dignitatē b erit equale ꝑ/ patz igit̄ p̄mum. ¶ Scḋm patz ſit a ad b/ maioꝛ ꝓportio q̄ꝫ c ad d/ ⁊ totꝰ a b/ equalis toti c d. Tūc dico ꝙ a eſt maioꝛ c ⁊ b minoꝛ d. Qꝛ ſi a ſit equalis c vel eo minoꝛ ꝑ .6. huius b erit minꝰ d quare ꝑ .18. dignitatē totus c d/ erit maioꝛ toto a b/ quod eſt ꝯtra ypotheſim nō ergo poterit a eſſe minoꝛ c/ vel illi equalis erit igitur maioꝛ c ⁊ ex conſequenti ꝑ .2. correlariū .7. p̄mi b eſt minꝰ d patet igitur totum ſecundum.

38 **Si duorum equaliū vna pars vnius vna parte alterius fue**rit maioꝛ erit illius partis ad reſiduam partem euſdem maioꝛ ꝓportio q̄ꝫ illius partis alterius ad reſiduam ꝑtem euſdem. Et ſi minoris duorum inequaliū vna pars vna parte alterius fuerit maioꝛ aut illi equalis erit illius partis minoris ad reſiduam ꝑtem eius maioꝛ q̄ꝫ illius maioris ad reſiduā eius

Sit totus a b equalis toti c d vel minus ⁊ a detractus ex a b/ maioꝛ c detracto ex c d. Tūc dico ꝙ a ad b/ eſt maioꝛ proportio q̄ꝫ c ad d. Quia tunc totus a b/ ad totum c d/ eſt minoꝛ ꝓportio a ad c/ ergo ꝑ .34. huius totus a b/ ad a eſt minoꝛ q̄ꝫ totiꝰ c d/ ad c ergo ꝑ correlariū .35. huius a ad b eſt maioꝛ proportio c ad d quod eſt propoſitum. Et conſimiliter omnino probetur propoſitum ſi totus a b/ ponatur minoꝛ c d/ ⁊ a equalis c.

39 **Si alicuius termini ad quotcūq̄ꝫ terminos fuerint eedē pro**portiones que alterius ad totidem alios erit illius ad oēs illos pariter acceptos ea q̄ alterius ad omnes alios pariter acceptos.

Sit a ad b ea ꝓportio q̄ e ad f/ ⁊ a ad c/ que e ad g ⁊ a ad d/ que e ad h. Tūc dico ꝙ a ad totū b c/ d/ eſt que e ad totum f g h. Qꝛ eñi a ad b/ vt e ad f ꝯuerſim b ad a/ vt f/ ad e/ ⁊ quia a ad c/ vt e ad g ꝑ equā ꝓportionalitatē directā b ad c vt f ad g. ergo ꝯiunctim b c ad c vt f g ad g. ergo ꝯuerſim c ad b c/ vt c ad f g/ ⁊ qꝛ a ad c/ vt e ad g/ ꝑ equā ꝓportionalitatē directā a ad totū b c vt e ad

totū f g ⁊ qꝛ a ad d vt e ad h ꝯclude oīno eodē modo vt ſtatim ꝙ a ad ꝯpoſitū ex toto b c ⁊ ex d vt e ad ꝯpoſitum ex toto f g ⁊ ex h. Et proportionabiliter in quotcumq; pluribus.

Co. **Ex pꝛeſenti ꝯſtat ſi quotcūq; terminoꝝ ad aliquem fuerint** eedē ꝓportiones que totidē alioꝝ ad alterū erit ꝯpoſiti ex illis oībus ad illū ea ꝗ ꝯpoſiti ex aliis oībus ad alterum. ¶ Hoc ex pꝛeſenti ⁊ ex conuerſa proportionalitate manifeſte deducitur.

40. **Si pꝛimi ad ſecūdū fuerit maioꝛ pꝛopoꝛtio ꝗ̄ tertij ad quar**tum ⁊ eiuſdem pꝛimi ad quintum maioꝛ ꝗ̄ eiuſdem tertij ad ſextum vel eadem cū illa erit pꝛimi ad ſecundum ⁊ quintum ſimul maioꝛ ꝗ̄ tertij ad quartum ⁊ ſextum ſimul.

Hāc in quātitatibus ꝯtinuis demōſtrabo ⁊ ex ꝯñti apparebit eiꝰ demōſtratio i q̄buſcūq;. Sit igr̄ a pꝛime q̄titatis ꝯtinue ad b ſcdaz maioꝛ ꝓportio ꝗ̄ c tertie ad d q̄rtam ⁊ a ad e quintā maioꝛ ꝗ̄ c ad f/ſextā vel eadē cū illa. Tūc dico ꝙ a ad totum b e eſt maioꝛ ꝓportio ꝗ̄ c ad totum d f. Quia dato oppoſito ſit pꝛimo a ad e ꝗ̄ c ad f/ ⁊ ſit a ad g/ ꝗ̄ c ad d erit illa minoꝛ ꝗ̄ a ad b/ quare ꝑ pꝛimum correlariū. 5. huius g eſt maius b ⁊ ꝑ ꝯñs totum g e/maius toto b e/ergo ꝑ. 5. huius ꝓportio a ad totum b e/maioꝛ eſt ꝗ̄ ꝓportio a ad totum g e/cū igitur ex p̄cedētib ad totum g e/ſit que c ad totū d f/erit a ad totū b e maioꝛ ꝗ̄ c ad totū d f quod eſt ꝯtra poſitū. Sit ſcdo a ad e/ maioꝛ ꝗ̄ c ad f ⁊ ſumat̄ g vt ſtatim capiebatur erit tunc per ſtatim demōſtratum faciendo e ſcdm ⁊ g quintū ⁊ d ſextum ⁊ f/quartū a pꝛimum ⁊ c tertiū ꝓportio a ad totū g e/maioꝛ ꝗ̄ c ad totū d f/cū igit̄ illa ꝓbata ſit minoꝛ ꝗ̄ a ad totū b e a foꝛtioꝛi erit a ad totū b e maioꝛ ꝗ̄ c ad totū d f/qḋ ē ꝯtra poſitū

1.co. **Ex pñti ꝯſtat ꝙ ſi pꝛimi ad ſcdz fuerit maioꝛ ꝓpoꝛtio ꝗ̄ tertij** ad quartū ⁊ quinti ad ſcdm ea que ſexti ad quartuz vel illa maioꝛ erit pꝛimi ⁊ quinti ſimul ad ſcdm maioꝛ ꝗ̄ tertij ⁊ ſexti ſimul ad quartū. ¶ Quia tunc ꝑ. 7. huius ⁊ per ꝯuerſam ꝓportionalitatē ſcdi ad pꝛimum erit minoꝛ ꝗ̄ quarti ad tertiū ⁊ ſcdi ad quintū minoꝛ ꝗ̄ quarti ad ſextū vel eadē cuz illa ergo ex pñti ſcdi ad pꝛimum ⁊ quintū ſimul minoꝛ ē ꝗ̄ quarti ad tertium ⁊ ſextum ergo per. 7. huiꝰ pꝛimi ⁊ quinti ad ſecundum maioꝛ ꝗ̄ tertij ⁊ ſexti ad quartum quod eſt propoſitum.

2.co **Patet vltra ꝙ ſi pꝛimi ad ſcdm fuerit maioꝛ ꝓpoꝛtio ꝗ̄ tertij** ad quartū vel eadē illi ⁊ quinti ad pꝛimum minoꝛ ꝗ̄ ſexti ad tertiū erit pꝛimi ad ſcdm ⁊ quintum maioꝛ ꝗ̄ tertij ad quartuz ⁊ ſextum ⁊ ſecundi ⁊ quinti ad pꝛimum minoꝛ ꝗ̄ quarti ⁊ ſexti ad tertium. ¶ Qꝛ per. 7. huius pꝛimi ad quintum erit maioꝛ ꝗ̄ tertij ad ſextum. tunc ex pꝛeſenti conſtat pꝛimum. Secundum autem ex pꝛimo ⁊ ex. 7. huius euidenter conſtat.

3.co **Patet vltra ꝙ ſi quotcūq; termini ad eūdē ꝯparent̄ ⁊ totidez** alij ad eundē etiā ꝯparentur et pꝛimi illoꝝ ad illum ſit maioꝛ ꝓportio ꝗ̄ pꝛimi alioꝝ ad ſuū ꝯñs ⁊ ſcdi illoꝝ ad eundē maioꝛ ꝗ̄ ſcdi alioꝝ ad ſuum ꝯñs vel eadē cum illa. Et ita de aliis erit ꝯpoſiti ex illis ad ſuum ꝯñs maioꝛ ꝓportio ꝗ̄ ꝯpoſiti ex aliis ad ſuū. Et ſi idē terminus ad quotcumq; ꝯparetur ⁊ alius etiā ad totidē ⁊ illius ad pꝛimū illoꝝ ſit maioꝛ ꝓportio ꝗ̄ altius ad pꝛimū ſuoꝝ ꝯñtiū ⁊ illiꝰ ad ſcdm maioꝛ ꝗ̄ altius ad ſuū ſcdm aut eadē cū illa. Et ita deinceps erit illiꝰ ad oēs illos maioꝛ ꝓportio ꝗ̄ altiꝰ ad oēs ſuos ꝯñtes. Hec oīa ex pñti ⁊ ex pꝛimo correlario eiꝰ pluries ſūptis i forma ꝯcluduntur.

41 **Si pꝛimi ad ſecundum fuerit ea ꝓpoꝛtio que tertij ad quar**tum fuerit q; pꝛimus oīm illorum maximus aut minimus aut quartus omnium maximus aut minimus compoſitus ex pꝛimo ⁊ quarto erit maioꝛ compoſito ex tertio ⁊ ſecundo.

Sit a pꝛimi ad b ſcdm ea ꝓportio que c tertij ad d quartum ⁊ ſit a oīm illoꝝ maximus aut minimus aut d oīm maximus aut minimꝰ. Tunc dico ꝙ ꝯpoſitus ex a ⁊ d eſt maioꝛ ꝯpoſito ex c/⁊ b. Sit eñ pꝛimo a/omniū maximus erit tunc ꝑ. 8. huius b/maioꝛ d/ſicut a/maioꝛ c/⁊ differentia a ad b erit maioꝛ differētia c ad d/qꝛ alias accideret oppoſitū pꝛimi correlarij. 36. huiꝰ. ergo ꝑ tertium correlariū. 6. pꝛimi totus a d/eſt maioꝛ toto b c/qḋ eſt ꝓpoſitū. Sit ſcdo a oīm minimus tūc ꝑ pꝛimū huius c eſt minoꝛ d ⁊ ꝑ. 8. huius b erit etiā minoꝛ d quare d erit oīm maximus ⁊ qꝛ a ad b/vt c ad d/ ꝯuerſim d ad c/vt b ad a facto igit̄ d pꝛimo c ſcdo b tertio ⁊ a quarto ꝯclude ſicut ſtatim totū d a eſſe maioꝛem toto c b. Et ſi d ſit omnium maximus aut minimus faciendo alio oꝛdine d pꝛimum c ſecundum b tertium ⁊ a quartum conſtabit etiam tibi propoſitum vt ſtatim.

Co. **Ex pꝛeſenti conſtat ꝙ ſi pꝛimi ad ſecundum fuerit ea pꝛopoꝛ**tio que tertij ad quartum fuerit q; ſcds omniū maximus aut minimus aut tertius omniū maximus/ aut minimus erit tunc ꝯpoſitus ex ſcdo ⁊ tertio maioꝛ ꝯpoſito ex pꝛimo ⁊ quarto. ¶ Qꝛ tūc ꝯuerſim erit ſcdi ad pꝛimū ꝗ q̄rti ad tertiū factis igr̄. 2. pꝛimo ⁊ pꝛimo. 2. q̄rto. 3. ⁊ t̄no q̄rto ex pñti ꝯſtat ꝓpoſitū

42. **Datis duabus pꝛopoꝛtiōibus inequalibus ſi antecedēs ma**ioꝛis aut conſequens minoꝛis fuerit maximus aut minimus inter terminos illarum compoſitus ex antecedente maioꝛis ⁊ conſequente minoꝛis erit maioꝛ compoſito ex ꝯñte maioꝛis ⁊ añte minoꝛis.

Sit a ad b maioꝛ ꝓportio ꝗ̄ c ad d ⁊ ſit a aut d oīm illoꝝ maximus aut minimus. Tūc dico ꝙ totus a d/eſt maioꝛ toto b c. Sit eñ pꝛimo a oīm maximus tūc ſi b ſit minoꝛ d vel illi equalis ex. 18. dignitate ꝯſtat ꝓpoſitū ſi aūt ſit maioꝛ d erit tūc a maioꝛ c/⁊ b maioꝛ d/⁊ qꝛ a ad b maioꝛ eſt ꝓ

ꝓportio ꝙ̃ c ad d exceſſus a ſupra b maior erit exceſſu c ſupra d qꝛ alias accideret oppoſitũ primi correlarij .36. huius ꝑ tertiũ igiť correlariũ .6. ꝑmi totus a d erit maior toto c b quod eſt ꝓpoſitum. Sit ſcðo a omniũ minimus tũc ꝑ .6. huius b erit minor d ⁊ quia ꝓportio a ad b eſt minoris inequalitatis ⁊ maior ꝙ̃ c ad d erit ꝓportio c ad d minoris inequalitatis ⁊ ꝑ ꝯñs c minus d erit igitur tunc d oim illorũ maximus ⁊ quia a ad b eſt maior ꝓportio ꝙ̃ c ad d ꝑ .7. huiꝰ d ad c eſt maior ꝙ̃ b ad a quo habito ſicut ſtatiꝫ ꝯclude totũ d a eſſe maiorẽ c b. Et ſi d ſit oiꝫ maximꝰ aut minimꝰ qꝛ ꝓportio d ad c ꝓbata eſt maior ꝙ̃ b ad a ꝯclude ſicut ſtatim totum d a eſſe maiorem toto c b ⁊ habebis propoſitum.

Co. **Ex hijs duobus manifeſte ꝯſtat ꝙ ſi triũ terminorũ inequaliũ** primi termini ad ſecundum fuerit ea ꝓportio que ſecundi ad tertium vel ea maior ꝯpoſitus ex primo ⁊ tertio erit maior ſecundo duplicato. ¶ Quia tunc ſcðs nõ poterit eſſe maior primo ⁊ tertio nec eq̃lis cuicumq; illorum erit igiť aliquis aliorum maior ſcðo ſi igiť reliquus ſit ſcðo equalis vel eo maior notum eſt ꝓpoſitum. Si aũt ſit illo ſcðo minor erit primus aut tertius oĩm maximus aut minimꝰ quo habito ⁊ capto illo ſecundo loco duorum ex hijs duabus notum eſt propoſitum.

43 **Si due ꝓportiones in numeris reperte fuerit equales ex cuiuſlibet illarũ antecedentie** in cõſequens alterius tñ fiet ſicut ex cõſequente eiuſdẽ in añs alterius Et ſi ex ductu duoꝝ nũerorum vnius in alterũ tñ fiat ſicut ex ductu aliorũ duorũ vnius in alterum cuiuſlibet illorum ad quemlibet aliorum erit ea ꝓportio que alterius aliorum ad reliquum ipſorum.

Dico primo ꝙ ſi a nũeri ad b nũerum ſit ea ꝓportio q̃ c ad d ex a in d tñ fiet ſicut ex b in c. ⁊ ex c in b tñ ſicut ex d in a. Dico ſcðo ꝙ ſi ex a in d tñ fit ſicut ex b in c a ad b eſt que c ad d ⁊ a ad c que b ad d. ¶ Primũ patꝫ qꝛ dato añe illius ſit e ꝓductũ ex a in d ⁊ f ex b in c ⁊ g ex b in d erit tunc ꝑ .21. huius e ad g vt a ad b ⁊ ꝑ eandẽ f ad g vt c ad d quare f ad g vt e ad g ergo ꝑ tertiũ correlarium .3. huius e ꝓductum ex a in d erit equale f ꝓducto ex b in c ⁊ ex ꝯñti ꝑ .13. ꝑmi ꝓductum ex c in b equale ꝓducto ex d in a quod eſt ꝑmum. ¶ Scðm ptꝫ qꝛ dato añe illius ſit f ꝓductum ex a in d ſimiliter ⁊ ex b in c ⁊ e ꝓductum ex b i d erit tũc ꝑ .21. huius bis ſũptã f ad e vt a ad b ⁊ vt c ad d ergo a ad b vt c ad d ⁊ ex ꝯſequenti permutatim a ad c vt b ad d vnde conſtat ſecundum.

Co. **Ex ꝑñti ꝯſtat ꝙ ſi fuerint tres nũeri inequales ꝯtinuo ꝓportio**nales ex medio illorum in ſe ducto tñ fiet ſicut ex primo in tertiũ ⁊ ſicut ex maximo illoꝝ triũ in minimum. Et ſi ex ductu duoꝝ numeroꝝ vnius in alterũ tñ fiat ſicut ex ductu alicuius in ſeipm̃ ille erit medius ꝓportionalis geometrice inter illos. Et ſi fuerint quattuor nũeri inequales ſiue ꝯtinuo ſiue diſcõtinuo ꝓportionales ex maximo in minimũ tñ fiet ſicut ex vno medioꝝ in alterum. ¶ Primum patet qꝛ ſi tales tres fuerint ꝯtinuo ꝓportionales maximi ad mediũ debebit eſſe ea ꝓportio q̃ medij ad minimũ aut minimi ad mediũ q̃ medij ad maximũ: qꝛ alias accideret oppoſitum ꝑme huius. Hoc habito ex ꝑma ꝑte ꝑñtis conſtat illud ꝑmum in textu. ¶ Scðm etiã ꝯſtat ex ſecunda ꝑte ꝑñtis cuꝫ adiutorio .2. huius capiendo duos equales illi ex quo in ſe ꝓducitur tñ ſicut ex alijs duobꝰ. ¶ Tertium patet quia datis quattuor talibus ꝓportionalibus ex ꝑma ⁊ ex .8. huius ⁊ ex ꝯverſa ꝓportionalitate maximi ad vnũ aliorum debebit eſſe ea ꝓportio que alterius aliorum ad minimũ alias enim accideret oppoſitum alicuius illorum illo igitur habito ex prima parte preſentis conſtat illud.

2. Co **Patet vltra ex ꝑñti cũ adiutorio prime huiꝰ ꝙ ſi ex ductu duo**rum nũerorũ vnius in alterũ tñ fiat ſicut ex ductu alioꝝ duoꝝ vniꝰ in alteꝝ ⁊ vnꝰ illoꝝ cuiꝫ alioꝝ ſit inequalis reliquꝰ cuilibꝫ erit ineq̃lis ⁊ ſi vnꝰ illoꝝ vni alioꝝ ſit equalis reliquus erit reliquo equalis.

3. Co **Patet vltra ꝙ ſi quecũq; duo eiuſdẽ rõnis idẽ nũerent cuiuſ**libet illorũ ad alterum eorumdẽ erit ea proportio que numeri ꝑ quẽ alterum numerat illud nũeratum ad numerũ ꝑ quẽ illud numerat illud. Et ſi duo nũeri eundẽ nũerent cuiuſlibet illorum ad illũ ꝑ quem alius illoꝝ numerat illum eſt ea ꝓportio q̃ alterius illorũ ad illum ꝑ quẽ ille numerat eundẽ. Et ſi inẽ quecũq; duo eiuſdẽ rõnis fuerit ea ꝓportio que inter duos numeros ex añte illius in ꝯñs ꝓportiõis illoꝝ numerorum tñ fiet ſicut ex ꝯñe illius in añs illius numeroꝝ. ¶ Primũ ptꝫ ſint a ⁊ b duo talia q̃ numerent e a per c ⁊ b ꝑ d tũc ex terminis ⁊ ꝑ .20. huius e ad a vt c ad vnitatẽ ergo ꝯverſim a ad e vt vnitas ad c ⁊ qꝛ ex terminis ⁊ ex eadẽ huius e ad b vt d ad vnitatẽ ꝑ equam ꝓportionalitatem in directaꝫ a ad b vt d ad c ⁊ ex ꝯñti ꝯverſim b ad a vt c ad d. vñ ꝯſtat ꝑmũ ſcðm ex terminis ⁊ ex ꝯñti notum euadit. Tertiũ patꝫ ſit a ad b quicũq; fuerint iſti termini ea ꝓportio q̃ c numeri ad d numeꝝ Tunc dico ꝙ ex a in d tñ fit ſicut ex b in c hoc omnino eodẽ modo ꝯcluditur ſicut ꝑma ꝑs preſentis.

44 **Si quotcumq; termini ordinatim continuo proportionales** eundem numerent illi numeri per quos illum numerabũt ordine retrogrado erũt ordinatiꝫ ꝯtinuo ꝓportionales ſecundum proportionem ſecundum quam illi ſunt ordine recto continuo proportionales ⁊ ordine recto ſecundum quam illi ſunt ordine retrogrado proportionales.

Sint a b c ordinatim cõtinuo ꝓportionales qui numerent g a ꝑ d ⁊ b ꝑ e ⁊ c per f. Tũc dico ꝙ f ad e ⁊ e ad d eſt ea ꝓportio q̃ a ad b ⁊ que b ad c ⁊ d ad e ⁊ e ad f que c ad b ⁊ q̃ b ad a/ qꝛ ex .3. correlario ꝑcedẽtiſ f ad e ẽ q̃ b ad c ⁊ e ad d q̃ a ad b cũ igiť a ad b ſit q̃ b ad c ꝯſtat ꝑmũ Scðꝫ aũt ex hoc ⁊ ex ꝯverſa ꝓportionalitate manifeſtũ eſt In quotcũq; pluribus ꝯſimilis ẽ demõſtratio.

45. **Si fuerint due ꝓportiones in nũeris repte inequales ex duc**

totū f g ⁊ qꝛ a ad d vt e ad h ꝯclude om̄ino eodē modo vt ſtatim ꝙ a ad ꝯpoſitū ex toto b c ⁊ ex d vt e ad ꝯpoſitum ex toto f g ⁊ ex h. Et ꝓportionabiliter in quotcūqꝫ pluribus.

Co. Ex preſenti ꝯſtat ſi quotcūqꝫ terminorū ad aliquem fuerint eedē ꝓportiones que totidē aliorū ad alterū erit ꝯpoſiti ex illis oībus ad illū ea q̄ ꝯpoſiti ex alijs oībus ad alterum. ¶ Hoc ex preſenti ⁊ ex conuerſa proportionalitate manifeſte deducitur.

40. Si primi ad ſecūdū fuerit maior proportio q̄ tertij ad quartum ⁊ eiuſdem primi ad quintum maior q̄ eiuſdem tertij ad ſextum vel eadem cū illa erit primi ad ſecundum ⁊ quintum ſimul maior q̄ȝ tertij ad quartum ⁊ ſextum ſimul.

Hāc in quātitatibus ꝯtinuis demōſtrabo ⁊ ex ꝯñti apparebit eiꝰ demōſtratio i q̄buſcūqꝫ. Sit igr̄ a p̄me q̄titatis ꝯtinue ad b ſcdaȝ maior ꝓportio q̄ c t̄tie ad d q̄rtam ⁊ a ad e quintā maior q̄ c ad f/ſextā vel eadē cū illa. Tūc dico ꝙ a ad totum b e eſt maior ꝓportio q̄ c ad totum d f. Quia dato oppoſito ſit p̄mo a ad e q̄ c ad f/ ⁊ ſit a ad g/q̄ c ad d erit illa minor q̄ a ad b/ quare ꝑ p̄mum correlariū. 5. huius g eſt maius b ⁊ ꝑ ꝯñs totum g e/maius toto b e/ergo ꝑ. 5. huius ꝓportio a ad totum b e/maior eſt q̄ ꝓportio a ad totum g e/cū igitur ex p̄cedēti a ad totum g e/ſit que c ad totū d f/erit a ad totū b e maior q̄ c ad totū d f quod eſt ꝯtra poſitū. Sit ſcd̄o a ad e/maior q̄ c ad f ⁊ ſumat̄ g vt ſtatim capiebatur erit tunc per ſtatim demōſtratum faciendo e ſcd̄m ⁊ g quintū ⁊ d ſextum ⁊ f/quartū a p̄mum ⁊ c tertiū ꝓportio a ad totū g e/maior q̄ c ad totū d f/cū igit̄ illa ꝓbata ſit minor q̄ a ad totū b e a fortiori erit a ad totū b e maior q̄ c ad totū d f/qḋ ē ꝯtra poſitū.

1.co. Ex p̄ñti ꝯſtat ꝙ ſi primi ad ſcdȝ fuerit maior ꝓportio q̄ tertij ad quartū ⁊ quinti ad ſcd̄m ea que ſexti ad quartuȝ vel illa maior erit p̄mi ⁊ quinti ſimul ad ſcd̄m maior q̄ tertij ⁊ ſexti ſimul ad quartū. ¶ Quia tunc ꝑ. 7. huius ⁊ per ꝯuerſam ꝓportionalitatē ſcdi ad p̄mum erit minor q̄ quarti ad tertiū ⁊ ſcdi ad quintū minor q̄ quarti ad ſextū vel eadē cuȝ illa ergo ex p̄ñti ſcdi ad p̄mum ⁊ quintū ſimul minor ē q̄ quarti ad tertium ⁊ ſextum ergo per. 7. huiꝰ primi ⁊ quinti ad ſecundum maior q̄ tertij ⁊ ſexti ad quartum quod eſt propoſitum.

2.co Patet vltra ꝙ ſi primi ad ſcd̄m fuerit maior ꝓportio q̄ tertij ad quartū vel eadē illi ⁊ quinti ad p̄mum minor q̄ ſexti ad tertiū erit prim. ad ſcd̄m ⁊ quintum maior q̄ tertij ad quartuȝ ⁊ ſextum ⁊ ſecundi ⁊ quinti ad primum minor q̄ quarti ⁊ ſexti ad tertium. ¶ Nā per. 7. huius primi ad quintum erit maior q̄ tertij ad ſextum. tunc ex preſenti conſtat primum. Secundum autem ex primo ⁊ ex. 7. huius euidenter conſtat.

3.co Patet vltra ꝙ ſi quotcūqꝫ termini ad eūdē ꝯparent̄ ⁊ totideȝ alij ad eundē etiā ꝯparentur et p̄mi illoꝝ ad illum ſit maior ꝓportio q̄ p̄mi aliorū ad ſuū ꝯñs ⁊ ſcdi illorū ad eundē maior q̄ ſcdi aliorū ad ſuum ꝯñs vel eadē cum illa. Et ita de alijs erit ꝯpoſiti ex illis ad ſuum ꝯñs maior ꝓportio q̄ ꝯpoſiti ex alijs ad ſuū. Et ſi idē terminus ad quotcumqꝫ ꝯparetur ⁊ alius etiā ad totidē ⁊ illius ad p̄mū illoꝝ ſit maior ꝓportio q̄ alt̄ius ad p̄mū ſuoꝝ ꝯñtiū ⁊ illiꝰ ad ſcm maior q̄ alt̄ius ad ſuū ſcm aut eadē cū illa. Et ita deīceps erit illiꝰ ad oēs illos maior ꝓportio q̄ altiꝰ ad oēs ſuos ꝯñtes. Hec oīa ex p̄ñti ⁊ ex p̄mo correlario eiꝰ pluries ſūptis i forma ꝯcluduntur.

41 Si primi ad ſecundum fuerit ea ꝓportio que tertij ad quartum fueritqꝫ p̄mus oīm illorum maximus aut minimus aut quartus omnium maximus aut minimus compoſitus ex primo ⁊ quarto erit maior compoſito ex tertio ⁊ ſecundo.

Sit a primi ad b ſcd̄m ea ꝓportio que c tertij ad d quartum ⁊ ſit a oīm illorū maximus aut minimus aut d oīm maximus aut minimꝰ. Tunc dico ꝙ ꝯpoſitus ex a ⁊ d eſt maior ꝯpoſito ex c/⁊ b. Sit em̄ p̄mo a/omniū maximus erit tunc ꝑ. 8. huius b/maior d/ſicut a/maior c/⁊ differentia a ad b erit maior differētia c ad d/qꝛ alias accideret oppoſitū p̄mi correlarij. 36. huꝰ. ergo ꝑ tertium correlariū. 6. p̄mi totus a d/eſt maior toto b c/qḋ eſt ꝓpoſitū. Sit ſcd̄o a oīm minimus tūc ꝑ p̄mā huius c eſt minor d ⁊ ꝑ. 8. huius b erit etiā minor d quare d erit oīm maximus ⁊ qꝛ a ad b/vt c ad d/ꝯuerſim d ad c/vt b ad a facto igit̄ d p̄mo c ſcd̄o b tertio ⁊ a quarto ꝯclude ſicut ſtatim totū d a eſſe maiorem toto c b. Et ſi d ſit omnium maximus aut minimus faciendo alio ordine d primum c ſecundum b tertium ⁊ a quartum conſtabit etiam tibi propoſitum vt ſtatim.

Co. Ex preſenti conſtat ꝙ ſi primi ad ſecundum fuerit ea proportio que tertij ad quartum fueritqꝫ ſcd̄s omniū maximus aut minimus aut tertius omniū maximus/aut minimus erit tunc ꝯpoſitus ex ſcd̄o ⁊ tertio maior ꝯpoſito ex p̄mo ⁊ quarto. ¶ Nā tūc ꝯuerſim erit ſcdi ad p̄mū q̄ q̄rti ad tertiū factis igr̄. 2. p̄mo ⁊ p̄mo. 2. q̄rto. 3. ⁊ t̄tio q̄rto ex p̄ñti ꝯſtat ꝓpoſitū.

42. Datis duabus proportiōibus inequalibus ſi antecedēs maioris aut conſequens minoris fuerit maximus aut minimus inter terminos illarum compoſitus ex antecedente maioris ⁊ conſequente minoris erit maior compoſito ex ꝯñe maioris ⁊ añe minoris.

Sit a ad b maior ꝓportio q̄ c ad d ⁊ ſit a aut d oīm illoꝝ maximus aut minimus. Tūc dico ꝙ totus a d/eſt maior toto b c. Sit em̄ p̄mo a oīm maximus tūc ſi b ſit minor d vel illi equalis ex. 18. dignitate ꝯſtat ꝓpoſitū ſi aūt ſit maior d erit tūc a maior c/⁊ b maior d/⁊ qꝛ a ad b maior eſt ꝑ

portio ꝗ̃ c ad d exceſſus a ſupra b maioꝛ erit exceſſu c ſupra d q꞉ alias accideret oppoſitũ primi coꝛrelarij .36. huius p tertiũ igiẗ coꝛrelariũ .6. pmi totus a d erit maioꝛ toto c b quod eſt ꝓpoſitum. Sit ſcdo a omniũ minimus tũc p .6. huius b erit minoꝛ d ꝛ quia ꝓpoꝛtio a ad b eſt minoꝛis inequalitatis ꝛ maioꝛ ꝗ̃ c ad d erit ꝓpoꝛtio c ad d minoꝛis inequalitatis ꝛ p ↄ̃ñs c minus d erit igitur tunc d oĩm illoꝛũ maximus ꝛ quia a ad b eſt maioꝛ ꝓpoꝛtio ꝗ̃ c ad d p .7. hui⁹ d ad c eſt maioꝛ ꝗ̃ b ad a quo habito ſicut ſtatiʒ ↄclude totũ d a eſſe maioꝛẽ c b. Et ſi d ſit oiʒ maxim⁹ aut minĩ⁹ q꞉ ꝓpoꝛtio d ad c ꝓbata eſt maioꝛ ꝗ̃ b ad a ↄclude ſicut ſtatim totum d a eſſe maioꝛem toto c b ꝛ habebis propoſitum.

Co. **Ex hijs duobus manifeſte ↄſtat ꝙ ſi triũ terminoꝛũ inequaliũ** primi termini ad ſecundum fuerit ea ꝓpoꝛtio que ſecundi ad tertium vel ea maioꝛ ↄpoſitus ex primo ꝛ tertio erit maioꝛ ſecundo duplicato. ¶ Quia tunc ſcďs nõ poterit eſſe maioꝛ primo ꝛ tertio nec eq̃lis cuicumq꞉ illoꝛum erit igiẗ aliquis alioꝛum maioꝛ ſcďo ſꝛ igiẗ reliquus ſit ſcďo equalis vel eo maioꝛ notum eſt ꝓpoſitum. Si aũt ſit illo ſcďo minoꝛ erit primus aut tertius oĩm maximus aut minim⁹ quo habito ꝛ capto illo ſecundo loco duoꝛum ex hĩs duabus notum eſt propoſitum.

43 **Si due ꝓpoꝛtiones in numeris reperte fuerit equales ex cu**iuſlibet illarũ antecedentie in cõſequens alterius tm̃ fiet ſicut ex cõſequente eiuſdẽ in añs alterius Et ſi ex ductu duoꝝ nũeroꝛum vnius in alterũ tm̃ fiat ſicut ex ductu alioꝛũ duoꝛũ vnius in alterum cuiuſlibet illoꝛum ad quemlibet alioꝛum erit ea ꝓpoꝛtio que alterius alioꝛum ad reliquum ipſoꝛum.

Dico primo ꝙ ſi a nũeri ad b nũerum ſit ea ꝓpoꝛtio q̃ c ad d ex a in d tm̃ fiet ſicut ex b in c. ꝛ ex c in b tm̃ ſicut ex d in a. Dico ſcďo ꝙ ſi ex a in d tm̃ fit ſicut ex b in c a ad b eſt que c ad d ꝛ a ad c que b ad d. ¶ Primũ patʒ q꞉ dato añe illius ſit e ꝓductũ ex a in d ꝛ f ex b in c ꝛ g ex b in d erit tunc p .21. huius e ad g vt a ad b ꝛ p eandẽ f ad g vt c ad d quare f ad g vt e ad g ergo p tertiũ coꝛrelarium .3. huius e ꝓductum ex a in d erit equale f ꝓducto ex b in c ꝛ ex ↄ̃ñti p .13. pmi ꝓductum ex c in b equale ꝓducto ex d in a quod eſt pmum. ¶ Scďm ptʒ q꞉ dato añe illius ſit f ꝓductum ex a in d ſimiliter ꝛ ex b in c ꝛ e ꝓductum ex b i d erit tũc p .21. huius bis ſũptã f ad e vt a ad b ꝛ vt c ad d ergo a ad b vt c ad d ꝛ ex ↄſequenti permutatim a ad c vt b ad d vnde conſtat ſecundum.

1.co. **Ex pñti ↄſtat ꝙ ſi fuerint tres nũeri inequales ↄtinuo ꝓpoꝛtio**nales ex medio illoꝛum in ſe ducto tm̃ fiet ſicut ex primo in tertiũ ꝛ ſicut ex maximo illoꝝ triũ in minimum. Et ſi ex ductu duoꝝ numeroꝝ vnius in alterũ tm̃ fiat ſicut ex ductu alicuius in ſeipm̃ ille erit medius ꝓpoꝛtionalis geometrice inter illos. Et ſi fuerint quattuoꝛ nũeri inequales ſiue ↄtinuo ſiue diſcõtinuo ꝓpoꝛtionales ex maximo in minimũ tm̃ fiet ſicut ex vno medioꝝ in alterum. ¶ Primum patet q꞉ ſi tales tres fuerint ↄtinuo ꝓpoꝛtionales maximi ad mediũ debebit eſſe ea ꝓpoꝛtio q̃ medij ad minimũ aut minimi ad mediũ q̃ medij ad maximũ꞉ q꞉ alias accideret oppoſitum pme huius. Hoc habito ex pma pte pñtis conſtat illud pmum in foꝛma. ¶ Scďm etiã ↄſtat ex ſecunda pte pñtis cuꝫ adiutoꝛio .2. huius capiendo duos equales illi ex quo in ſe ꝓducitur tm̃ ſicut ex aliqᷓ duob⁹. ¶ Tertium patet quia datis quattuoꝛ talibus ꝓpoꝛtionalibus ex pma ꝛ ex .8. huius ꝛ ex ↄuerſa ꝓpoꝛtionalitate maximi ad vnũ alioꝛum debebit eſſe ea ꝓpoꝛtio que alterius alioꝛum ad minimũ alias enim accideret oppoſitum alicuius illoꝛum illo igitur habito ex prima parte pñſentis conſtat illud.

2.co **Patet vltra ex pñti cũ adiutoꝛio prime hui⁹ ꝙ ſi ex ductu duo**rum nũeroꝛũ vnius in alterũ tm̃ fiat ſicut ex ductu alioꝝ duoꝝ vni⁹ in alteꝝ ꝛ vn⁹ illoꝝ cuiuꝫ alioꝝ ſit inequalis reliqu⁹ cuilibꝫ erit ineq̃lis ꝛ ſi vn⁹ illoꝝ vni alioꝝ ſit equalis reliquus erit reliquo equalis.

3.co **Patet vltra ꝙ ſi quecũq꞉ duo eiuſdẽ rõnis idẽ nũerent cuiuſ**libet illoꝛũ ad alterum eoꝛundẽ erit ea propoꝛtio que numeri p quẽ alterum numerat illud nũeratum ad numerũ p quẽ illud numerat illud. Et ſi duo nũeri eundẽ nũerent cuiuſlibet illoꝛum ad illũ p quem alius illoꝝ numerat illum eſt ea ꝓpoꝛtio q̃ alterius illoꝛũ ad illum p quẽ ille numerat eundẽ. Et ſi fuerint quecũq꞉ duo eiuſdẽ rõnis fuerit ea ꝓpoꝛtio que inter duos numeros ex añte illius in ↄ̃ñs ꝓpoꝛtiõis illoꝝ numeroꝛum tm̃ fiet ſicut ex ↄ̃ñte illius in añs illius numeroꝝ. ¶ Primũ ptʒ ſint a ꝛ b duo talia q̃ numerent e a per c ꝛ b p d tũc ex terminis ꝛ p .20. huius e ad a vt c ad vnitatẽ ergo ↄuerſim a ad e vt vnitas ad c ꝛ q꞉ ex terminis ꝛ ex eadẽ huius e ad b vt d ad vnitatẽ p equam ꝓpoꝛtionalitatem in directaʒ a ad b vt d ad c ꝛ ex ↄ̃ñti ↄuerſim b ad a vt c ad d. vñ ↄſtat pmũ ſcďm ex terminis ꝛ ex ↄ̃ñti notum euadit. Tertiũ patʒ ſit a ad b quecũq꞉ fuerint iſti termini ea ꝓpoꝛtio q̃ c numeri ad d numeꝝ. Tunc dico ꝙ ex a in d tm̃ fit ſicut ex b in c hoc omnino eodẽ modo ↄcluditur ſicut pma ps preſentis.

44 **Si quotcumq꞉ termini oꝛdinatim continuo ꝓpoꝛtionales** eundem numerent illi numeri per quos illum numerabũt oꝛdine retrogrado erũt oꝛdinatiʒ ↄtinuo ꝓpoꝛtionales ſecundum propoꝛtionem ſecundum quam illi ſunt oꝛdine recto continuo propoꝛtionales ꝛ oꝛdine recto ſecundum quam illi ſunt oꝛdine retrogrado propoꝛtionales.

Sint a b c oꝛdinatim cõtinuo ꝓpoꝛtionales qui numerent g a p d ꝛ b p e ꝛ c per f. Tũc dico ꝙ f ad e ꝛ e ad d eſt ea ꝓpoꝛtio q̃ a ad b ꝛ que b ad c ꝛ d ad e ꝛ e ad f que c ad b ꝛ q̃ b ad a q꞉ ex .3. coꝛrelario pcedẽtiſ f ad e ẽ q̃ b ad c ꝛ e ad d q̃ a ad b cũ igiẗ a ad b ſit q̃ b ad c ↄſtat pmũ Scďꝫ ſũt ex hoc ꝛ ex ↄuerſa ꝓpoꝛtionalitate manifeſtũ eſt In quotcũq꞉ pluribus ↄſimilis ẽ demõſtratio.

45. **Si fuerint due ꝓpoꝛtiones in nũeris repte inequales ex duc**

ni ꝗ̄titis maioris illarū ⁊ ꝯ̄titis minoris vnius in alterū maius fiet q̄ ex ductu ꝗ̄titis maioris ⁊ ꝗ̄titis minoris vnius in alterū. Et ſi ex ductu duorū nūeroꝝ vnius in alteꝝ magis fiat q̄ ex ductu alioꝝ duorū vnius in alterū cuiuſlibet illorū ad quēlibet aliorū eſt maior ꝓportio q̄ alterius alioꝝ ad alteꝝ ipſoꝝ.

Dico primo ꝙ ſi a ad b ſit maior ꝓportio q̄ c ad d ex a i d maius fit q̄ ex b in c aut ex c in b ſimiliter ex d in a maius q̄ ex b in c aut ex c in b. ¶ Dico ſcḋo ꝙ ſi ex a in d maius fiat q̄ ex b in c a ad b eſt maior ꝓportio q̄ c ad d ⁊ a ad c maior q̄ b ad d ſimiliter ⁊ d ad c maior q̄ b ad a ⁊ d ad b maior q̄ c ad a. ¶ Primū pꝫ qꝛ dato āte illius ſit e ꝓductum ex a in d qui p. 13. p̄mi fiet ex d in a ⁊ f fiat ex b in e qui per eandē fiet ex c in b ⁊ g fiat ex b in d erit tūc p. 21. huius e ad g vt a ad b ⁊ per eandē f ad g vt c ad d quare e ad g erit maior ꝓportio q̄ f ad g ergo p p̄mū correlariū. 5. huiꝰ e eſt maius f quod eſt p̄mum. ¶ Scḋm pꝫ qꝛ dato āte illius ⁊ ſumptis e f g vt ſtatī ſi e ſit maius f p. 5. huius e ad g erit maior ꝓportio q̄ f ad g. cum igitur e ad g ꝓbata ſit q̄ a ad b ⁊ f ad g q̄ c ad d erit a ad b maior q̄ c ad d. Et tunc p. 34. huius a ad c maior q̄ b ad d. Et ex cōſequētī per. 7. huius bis ſumptam d ad c maior q̄ b ad a ⁊ d ad b maior q̄ c ad a quod eſt ſecundum.

1. co. **Ex preſenti ꝯſtat ꝙ ſi ex ductu duorū nūerorū vniꝰ in alteruꝫ** minus fiat q̄ ex ductu aliorum duoꝝ vnius in alterum cuiuſlibet illorū ad quēlibet aliorū erit minor ꝓportio q̄ alterius aliorum ad alterū illoꝝ. ¶ Quia ſi ex a in d minus fiat q̄ ex b in c p preſentem b ad a erit maior proportio q̄ d ad c ⁊ b ad d maior q̄ a ad c ſimiliter c ad d maior q̄ a ad b ⁊ c ad a maior q̄ d ad b quo habito ex. 7. huius pluries ſumpta conſtat propoſitum.

2. co. **Patet vltra ꝙ ſi primi ad ſcḋꝫ fuerit maior proportio q̄ ſcḋi** ad tertiū ex ductu p̄mi et tertij vnius i alterū maiꝰ fiet q̄ ex ſcḋo in ſe ducto. Et ſi fuerit minor minꝰ. Et ſi ex ductu duoꝝ nūeroꝝ vnius in alteruꝫ maius fiat q̄ ex ductu alterius in ſe cuiuſlibet illorum ad illum maior erit ꝓportio q̄ illius ad alterū eorūdem ⁊ ſi minus fiat minor. ¶ Hec omnia in forma ſequuntur ex precedenti correlario cū adiutorio ſecunde huius capto illo ſecundo bis ſimiliter ⁊ albo bis ſumpto ex quo in ſe maius aut minus fit q̄ ex ductu aliorum duorum vnius in alterum.

3. co **Patet vltra ꝙ ſi duoꝝ terminoꝝ quicūqꝫ fuerint illi primi ad** ſcḋm ſit maior ꝓportio q̄ duorum numeroꝝ p̄mi ad ſcḋm ex p̄mo illorū in ſcḋm illorum numerorum maius fiet q̄ ex ſcḋo illorum in primo illorū numerorū. Et ſi fuerit minor ꝓportio minus fiet ⁊ ſi datis duobus terminis quicūqꝫ fuerint ſimiliter ⁊ duobus numeris ſi ex primo illorū in ſcḋm numerorum maius fiat q̄ ex ſcḋo illorū in primum numeroꝝ erit p̄mi illoꝝ ad ſcḋm maior proportio q̄ primi illorum numeroꝝ ad ſcḋm. Et ſi minus fiat erit minor. ¶ Primum patꝫ ſit a p̄mi termini ad b ſcḋm quicūqꝫ fuerint hij termini maior ꝓportio q̄ c numeri ad d numerū tunc dico ꝙ ex a in d maius fit q̄ ex b in c ſi cū a ⁊ b eſſent numeri ex p̄mo correlario pſitis ꝯſtat illud ſi aūt ſint quātitates ꝯtinue ſit e ad b que c ad d erit tunc illa minor q̄ a ad b quare p p̄mum correlariuꝫ. 5. huius a eſt maius c ⁊ per ꝯñs ex a in d maius fit q̄ ex c in d cū igitur p. 3. correlarium. 43. huius ex e in d tm̄ fiat ſicut ex b in c maius fiet ex a in d q̄ ex b in c ⁊ ſi a ⁊ b non eſſēt quantitates ꝯtinue neqꝫ numeri p hoc etiaꝫ poteſt ꝯſtare ꝓpoſitum in illis capiendo duas quātitates ꝯtinuas ita ſe hñtes ſicut a ⁊ b. pꝫ igitur p̄mum. Et ſcḋm patꝫ qꝛ tunc p. 7. huius ſcḋi illorū ad p̄mum erit maior ꝓportio q̄ ſcḋi numerorū ad p̄mū quare per ſtatim demōſtratum ex ſcḋo illorum in p̄mum illoꝝ numeroꝝ maius fiet q̄ ex p̄mo illoruꝫ in ſcḋm vnde ꝯſtat illud. ¶ Tertiū patet ſit ita ꝙ ex a p̄mo termino in d ſcḋm numerū maius fiat q̄ ex b ſcḋo in c p̄mū numerum tunc dico ꝙ a ad b eſt maior ꝓportio q̄ c ad d. qꝛ ſi eſſet que c ad d accideret oppoſitum. 3. correlarij. 43. huius et ſi minor q̄ c ad d accideret oppoſitum ſecunde partis preſentis correlarij. Quartū conſimiliter apparet quia dato illius oppoſito accideret oppoſitum. 3. correlarij. 43. huius aut prime partis preſentis correlarij.

46 **Si fuerint duo numeri iuxta ſe poſiti ⁊ ꝯtingat dare aliqueꝫ** quocumqꝫ illorum minorem ex minori illorum in ſe ducto maius fiet q̄ ex maiori illorū in aliquē quocumqꝫ illorum minorem ſimiliter ⁊ q̄ ex aliquo quocumqꝫ illorum minori in maiorem illorum.

Quia differentia maioris illoꝝ ad minorem eſt equalis vel minor differētia illius minoris ad illū quocumqꝫ illorum minorem ergo per p̄mum correlariū. 36. huius maioris ad minorē erit minor ꝓportio q̄ minoris ad illū q̄cūqꝫ illoꝝ minorē q̄ hito ex ſcḋo correlario p̄cedētis ꝯſtat ꝓpoſitū.

47 **Si fuerint duo numeri iuxta ſe poſiti quorū quilibet eſt ma**ior vnitate capiaturqꝫ alius quocūqꝫ illorū maior cuius ad maiorē dr̄a eſt maior vnitate cuiuſlibet illorum extremorum ad illum medium eſt maior ꝓportio q̄ illius mediū ad alterum illorum.

Hoc ideo eſt quia p. 47. p̄mi ex minori illorū iuxta ſe poſitorum in illū alterū ab illis maius fit q̄ ex maiori illorum iuxta ſe poſitorum in ſe ducto quo habito ex ſecundo correlario antepreccedentis conſtat propoſitum.

48 **Datis duobus numeris inequalibus an ſit medius propor**tionalis inter illos contingit inueſtigare.

Sint a ⁊ b quicūqꝫ duo numeri inequales ⁊ c ꝓductꝰ ex a in b. Tūc dico ꝙ ſi c fiat ex aliquo numero in ſe ducto ille erit medius ꝓportionalis inter a ⁊ b. Dico ſecundo ꝙ ſi c nō fiat ex aliquo in ſe nō erit mediꝰ ꝓportionalis regibilis īter a ⁊ b. ¶ Primū pꝫ ex p̄mo correlario. 43. hꝰ.

¶ Scðm patz quia dato oppoſito ſit d medius proportionalis inter a ꝛ b tunc ex primo correlario. 46. huius ex d in ſe tantum fiet ſicut ex a in b quod eſt contra ypotheſim.

49. **Datis duobus numeris inequalibus an contingat tertium** poſt aliquem eorum ipſis in continua proportionalitate addere contingit inueſtigare.

Sint a ꝛ b quecūqꝫ duo numeri inequales. Tūc dico pͥmo ꝙ ſi aliquis illorum nūeret ꝓductuꝫ ex altero illorū in ſe ducto ille ꝑ quē illū nūerabit erit tertius in ꝯtinua ꝓportionalitate illis adiungendus poſt illum ex quo in ſe ille ꝓducitur ita vt ille ſit medius ꝓportionalis inter illos. ¶ Dico ſecundo ꝙ ſi ꝓductum ex aliquo illoꝝ in ſe reliquus nō numeret nō erit tertius in ꝯtinua ꝓportionalitate illis adiungendus poſt illū ex quo in ſe ille ꝓducitur ita vt ſit medius ꝓportionalis inter illū ꝛ reliquū. ¶ Pͥmū patz: qꝛ ſi a numeret ꝓductum ex b in ſe ꝑ c extremis i m fiet ex a in c ſicut ex b in ſe quare per pͥmum correlariū. 43. huius b erit medius ꝓportionalis inter a ꝛ c ꝛ ꝑ idem ſi b numeret ꝓductū ex a in ſe ꝑ e a erit medius ꝓportionalis inter b ꝛ e ꝯſtat igitur pͥmū. ¶ Scðm ptꝫ: quia dato oppoſito ſit ita ꝙ a non numeret productum ex b in ſe ſed a ad b ſit ea proportio que b ad c tūc ex terminis accideret oppoſitū pͥmi correlarij. 43. huius. Et ita ſi b non numeret productū ex a in ſe ſed b ad a ſit que a ad e patet igitur ſecundum.

Co. **Ex p̄ñti ꝯſtat ꝙ ſtat bene ꝙ ſint duo numeri inequales ꝛ ꝯtin**gat tertium eis addere in ꝯtinua ꝓportionalitate poſt maiorē ita vt maior ſit medius inter illū minorē ꝛ aliquē alium ꝛ nō ꝯtinget tertiū eis addere poſt illū minorē ad illum ſenſū. Et poteſt etiam in aliquibus oppoſitum ꝯtingere. Primū ptꝫ vbi minor nūeraret ꝓductum ex maiori in ſe ſed maior non numerat productum ex minori in ſe vt ibi. 4. 6. Et ſcðm continget vbi maior numerat productū ex minori in ſe ſed minor non numerat productum ex maiori in ſe ſicut patet in hijs. 5. 9.

50 **Quotcūqꝫ nūeris ꝯtinuo ꝓportionalibꝰ datis an aliquis aliꝰ** ipſis in ꝯtinua ipoꝝ ꝓportionalitate poſt pͥmū aut vltimū ſit adiungendus demū reſtat patefacere.

Sint a b c d ordinatim cōtinuo ꝓportionales a pͥmus ꝛ d vltimus. Tūc dico ꝙ ſi penultimus numeret ꝓductum ex vltimo in ſe ille ꝑ quē illū nūerabit erit in ꝯtinua ꝓportionalitate illis adiungēdus poſt vltimū ita vt ille vltimus ſit medius inter penultimū ꝛ alterū ꝛ ſi penultimus non numeret illū ꝓductum nō poterit aliquis taliter ipſis addi. Et ſi ſcðs numeret ꝓductum ex primo in ſe ducto ille ꝑ queꝫ illum numerabit addetur illis in ꝯtinua ꝓportionalitate poſt primum ita vt pͥmus ſit medius inter ſcðm ꝛ illum ꝛ ſi ſcðs nō numeret illū ꝓductum nō poterit aliquis talr̄ illis addi. ¶ Primū ptꝫ qꝛ ſi c penultimꝰ numeret ꝓductum ex d in ſe ꝑ e ꝑ p̄cedentem e ad d erit ea proportio que d ad e vnū ſatis ꝯſtat primū. ¶ Scðm patꝫ qꝛ dato oppoſito ſi aliquis taliter addatur illis poſt d puta e ꝛ c non numerat ꝓductum ex d in ſe e ad d erit ea proportio que d ad c. ergo per primum correlarium. 43. huius ex c in e fiet tm̄ ſicut ex d in ſe quare ex terminis e numerabit productum ex d in ſe quod eſt contra ypotheſim tertium patet ſicut primum quartum ſicut ſecundum.

Co. **Ex p̄ñti ꝯſtat ꝙ ꝯtingit dare aliquos nūeros inequales ordi**natim ꝯtinuo ꝓportionales poſt quorum maximū poterit aliquis ipſis addi in ꝯtinua ꝓportionalitate ꝛ nullus poſt minimum ꝛ cōtinget etiā aliquos reperire in quibus oppoſitū ꝯtinget. ¶ Primum patet vbi maximus aliorum a maximo numerat productum ex maximo in ſe ꝛ minimus aliorū a minimo non numerat productum ex minimo in ſe. ¶ Secundum ptꝫ vbi oppoſitum huius contingeret

Nunc aūt oñdam, vt dixi, qualiter oēs ꝯcluſiones in hoc ſcðo poſite ſecundū principia Euclidis in quinto Elementoꝝ debeant demōſtrari: qꝛ forte multis placebit magis modus demōſtrandi ſcðm illa principia q̄ ſcðm alia q̄ nos tetigimus, tū ꝓpter antiquitatē qꝛ ab initio ꝑ illa principia oēs mathematici demonſtrauerunt, tum etiā ꝓpter auctoritatē viri. ideo vt vnuſquiſqꝫ poſſit demonſtrare illas ꝯcluſiones poſitas ſcðm illa principia antiquiſſima nūc oñdam modum ꝓcedendi ſcðm illa. ibi tñ ſuppona demonſtrata in pͥmo libro. demōſtratiōes eni illic tacte, qualitercūqꝫ dicat, de hijs modis dicēdi ſollide ꝛ euidētes ſūt. Pro his igr̄ tāgā ſuccincte oēs diffinitiōes q̄s euclides i principio quinti hꝫ quaꝝ pͥma eſt iſta.

1 ¶ Pars eſt quantitas quantitatis minor maioris cum minor maiorem numeret.

¶ Hec diffinitio ꝓcedit de parte aliquota. qꝛ ſicut dictuꝫ eſt circa. 1. diffinitionē pͥmi antiqui mathematici ꝛ arithmetici ſpeculatiui ꝑ partē alicuius ſolū partē aliquotā intelligebant. Ideo ꝑ hanc diffinitionem nō aliud vult dicere, q̄ ꝙ ps aliquota alicuius quātitatis eſt quantitas minor illa q̄ numerat illā. ꝛ hoc in idem reddit ac ſi dicatur ſicut ꝯmunit̄ ſolet dici, q̄ pluries ſūpta adequate reddit illā. Hic aduerte, ꝙ iſte diffinitiones nō vidētur ꝓcedere vr̄ ꝑ quibuſcūqꝫ, niſi vellemus vnitatē vocare q̄titatē noīe extenſo, ſed vidētur ſolum ꝓcedere de quātitatibus ꝯtinuis. de hoc tñ nō eſt multū curandū: qꝛ qualitercūqꝫ dicatur, principia q̄ habētur ex. 5. ꝛ. 8. diffinitionibus ad q̄cūqꝫ ſimili mō applicata ſicut ad quantitates continuas verum habēt. ꝛ hec fuit intentio Euclidis: et illud etiam ibi p̄ſupponimus, vt concluſiones ponende vniuerſaliter demonſtrentur.

2 ¶ Multiplex eſt maior minoris quando eam minor metitur.

¶ Hec etiā diffinitio nō aliud vult dicere q̄ ꝙ multiplex ad aliquā quātitatē dr̄ quātitas maior illa quā illa minor mēſurat. hoc ē quā illa minor nūerat, aut quā reddit illa minor pluries ſūpta adequate.

3 ¶ Proportio eſt duaꝝ quātecūqꝫ ſint, eiuſdē gn̄is quātitatum certa alterius ad alteraꝫ habitudo.

¶ Huius diffinitionis expõ ad longū apparere põt ex dictis ſupra p̄mā diffinitionē huius ſecundi.
¶ Proportionalitas eſt ſimilitudo proportionum.
¶ Hec diffinitio manifeſta eſt ex hijs que dicta ſunt ſupra .18. diffinitionem ſecundi.

5 Quantitates que dicuntur continuam habere proportionalitatem, ſunt quarum eque multiplicia aut equa ſunt aut eque ſibi ſine interruptione addunt aut minuunt minuũ.

¶ Per hanc diffinitionem vult Euclides dicere ꝙ ille quãtitates dicuntur eſſe cõtinuo ꝓportionales que ſic ſe habēt, ꝙ ipſis aliquo ordine diſpoſitis ⁊ captis eque multiplicibus ad ipſas, ſi tale multiplex prime ſit equale tali multiplici ſecunde, illud ſecunde erit equale illi tertie, ⁊ ita deinceps. ⁊ ſi illud prime ſi maius illo ſecunde, illud ſecunde erit maius illo tertie, ⁊ ita deinceps. ⁊ ſi minus, minus.

6 Quantitates que dicuntur eſſe ſecundū ꝓportionem vnam prima ad ſecundam ⁊ tertia ad quartam, ſunt quarum prime ⁊ tertie multiplices equales multiplicibus ſecunde ⁊ quarte equalibus fuerint ſimiles vel additione vel diminutione vel equalitate eodem ordine ſumpte.

¶ Per hanc diffinitionē nõ aliud vult dicere Euclides ꝙ ꝙ ille ꝓportiões dicũtur equales q̃ ſic ſe habēt ꝙ captis eque multiplicibus ad añtia earum ex vna parte ⁊ eque multiplicibus ad ꝯ̃ntia earūdem ex alia ſi tale multiplex añtis vnius ſit equale tale multiplici ꝯ̃ntis eiuſdem tale añtis alterius erit equale tali conſequētis ipſius ⁊ ſi minus minus ⁊ ſi maius maius ⁊ econuerſo ſi talia multiplicia taliter ſe habeant proportiones ille dicuntur equales.

7 Quantitates quarum proportio eſt vna proportionales nominantur.
¶ Hec diffinitio ſatis manifeſta eſt ex ſe.

8 Cū fuerint prime ⁊ tertie eque multiplices itemq̧ ſecunde ⁊ quarte eque multiplices addetq̧ multiplex prime ſuper multiplicem ſecunde nõ addet autem multiplex tertie ſupra multiplicem quarte dicetur prime ad ſecūdã maior proportio ꝙ tertie ad quartam.

¶ Per hanc diffinitionē vult Euclides dicere ꝙ ſi duarū ꝓportionū aliquod multiplex añtis vnius illarum aliquo multiplici ꝯ̃ntis eiuſdem ſit maius ⁊ eq̄ multiplex añtis alterius ſicut eſt illud añtis illius nõ ſit maius eque multiplici ꝯ̃ntis eiuſdē ſicut eſt illd ꝯ̃ntis illius illa ꝓportio eſt altera maior ⁊ ꝓportionabiliter etiam vult dicere ex ꝯ̃ſti ꝙ ſi tale multiplex añtis illius eſſet minus tali multiplici ꝯ̃ntis eiuſdē ⁊ tale añtis alterius nõ eſſet minus tali ꝯ̃ntis eiuſdē ꝓportio illa eſſet altera minor. Et ex .6. diffinitione ⁊ ex iſta apparet quid requirat̃ ⁊ ſufficiat ad hoc ꝙ alique ꝓportiones ſint equales ⁊ quid ad hoc ꝙ aliqua ſit altera maior aut minor ⁊ q̃ñ ita eſſet ꝙ prime diffinitiones ſolum pro quantitatibus continuis procederent hec tamen principia que ex .5. ⁊ preſenti diffinitionibus habentur pro omnibus indifferenter deſeruiunt ⁊ pro quibuſcumq̧ intelligenda ſunt.

9 Eſt autem proportionalitas ad minus inter tres terminos conſtituta.

10 Si fuerint tres quantitates continue proportionales dicetur proportio prime ad tertiam proportio prime ad ſecundam duplicata.

11 Cum fuerint quattuor quantitates continue proportionales proportio prime ad quartam dicetur proportio prime ad ſecundam triplicata.

¶ Expoſitiones iſtarum triam diffinitionum ad longum apparent ex expoſitionibus diffinitionum huius ſecundi. Et difficultates etiam que poſſent applicari circa ipſas ex illis expoſitionibus facillime ſoluuntur illic enim tacte ⁊ ſolute ſunt.

12 Quãtitates que ſūt in ꝓportione vna antecedēs ad ꝯ̃ſequētē ad añs ad ꝯ̃ñtē dicet̃ ecõtrario ſicut ꝯ̃ñs ad añtem ſic ꝯ̃ñs ad añtem. Itēq̧ ꝑmutatam ſicut añs ad añtem ſic etiam ꝯ̃ñs ad ꝯ̃ſequentem.

13 Coniuncta vero ꝓportionalitas dicit̃ quotiēs ſicut añs cū ꝯ̃ñte ad ꝯ̃ñs ſic etiã añs cū ꝯ̃ñte ad ꝯ̃ñs.

14 Diſiuncta vero ꝓportionalitas dicitur augmentorum añtium ſupra conſequentia equa comparatio.

15 Euerſa ꝓportionalitas dicit̃ quorūlibet añtiū ad augmēta ſui ſupra ꝯ̃ñtia ſua ſimilitudo ꝓportionū.

16 Equa ꝓportionalitas dr̃ quantitatibꝰ pluribus ꝯ̃poſitis aliiſq̧ ſcḋm eundē nūerū in vna ꝓportione applicatis mediorum equali numero remoto vtrorumq̧ extremorum ſimilitudo proportionum.

¶ Per iſtas quinq̧ vltimas diffinitiones Euclides intēdit tãgere ſex modos arguēdi ꝓportionalitatum ꝑ primã eñ tangit ꝯuerſam ⁊ permutatã ꝓportionalitates ⁊ per alias alios modos arguendi ⁊ ſatis obſcure ſunt diffinitiones iſte ſcḋm qḋ ipſe ponit eas vt apparet. Sed quia ſatis clare tacta ſūt hec omnia que ipſe per iſtas vult innuere in vltimis diffinitionibus huius ſecūdi breuitatis cauſa expoſitiones harum diffinitionum relinquam, ⁊ ad concluſiones deueniam, quas non ſolum in cõtinuis quantitatibus, ſed vniuerſaliter ꝑ quibuſcūq̧ ꝓponemꝰ, ⁊ demõſtrabimꝰ ex principijs tactis.

1 Si quotcūq̧ termini eiuſdē rõnis in ordine ad totidem alios eiuſdē rõnis ita ſe habeant ꝙ p̄mus illoꝝ ſit equalis p̄mo alioꝝ ⁊ ſcḋs ſecūdo ⁊ ita deinceps erit ꝯpoſitus ex illis equalis ꝯpoſito ex alijs. Et ſi primus illoꝝ ſit eque multiplex p̄mi alioꝝ ſicut ſecundus ſcḋi ⁊ tertius tertij ⁊ ita deinceps, erit ꝯpoſitus ex illis eq̄ multiplex ꝯpoſiti ex alijs ſicut p̄mus p̄mi. ¶ Hec in valore eſt p̄ma quã ponit Euclides in quinto ꝓ quãtitatibꝰ nos tñ eã vniuerſalit̃ ꝓ quibuſcūq̧ ponimꝰ ⁊ demõſtrabimꝰ ⁊ alias ſequentes. Prima igitur ꝑs ex .6. dignitate pluries repetita ꝯſtat ĩ forma. Scḋa vero ex primo correlario .10. primi conſtat.

2 Si fuerint ſex termini quoꝝ primꝰ ſit eque multiplex ſecūdi vt tertius quarti ⁊ quintꝰ eq̄ multiplex ſecundi vt ſextus quarti erit compoſitus ex primo ⁊ quinto eque multiplex ſecundi ſicut compoſitus ex tertio ⁊ ſexto reſpectu quarti.

¶ Hec eſt ſcḋa quã ponit Euclides in quinto pro quãtitatibus ⁊ ipſa ex terminis ⁊ ex p̄mo corre-

ſario.35.ꝑmi ꝯſtat quia tūc ſcdˢ erit tota ps aliquota ꝑmi quota quartus tertij ⁊ tota quinti quota quartus ſexti quare ꝑ illud correlariū ſecūdus erit tota pars aliquota ꝯpoſiti ex ꝑmo ⁊ quinto ſicut quartus ꝯpoſiti ex tertio ⁊ ſexto vñ ex terminis ꝯſtat illud. ¶ Et ex ꝯnti ex terminis ⁊ ex ſcdo correlario.14.ꝑmi poteſt inferri ꝙ ſi fuerint quotcūqꝫ ẗmini ex vna pte ⁊ totidē alij ex alia ⁊.ꝑmˢ illoꝝ ſit eq̄ multiplex reſpectu alicuiˢ tertij ſicut ꝑmˢ alioꝝ reſpectu aleriˢ tertij ⁊ ſcdˢ ſicut ſecūdˢ ⁊ ita deinceps ꝯpoſitˢ ex illis erit eq̄ multiplex reſpectu illiˢ ẗtij ſicut ꝯpoſitˢ ex alijs reſpectu altiˢ ẗtij.

3 ¶ Si primus fuerit eque multiplex ſecundi ſicut tertius quarti et quintus eque multiplex primi ſicut ſextus tertij erit quintus eque multiplex ſecundi vt ſextus quarti.

¶ Hec eſt tertia quinti Euclidis que ſic patz quia tunc ex terminis ſecundus erit tota pars aliquota primi vt quartus tertij ſit ergo a nūerus denominās illas cōſtat iterū ex terminis ꝙ primus erit tunc tota pars aliquota quinti quota.3.reſpectu.6.ſit ergo b nūerus denominans illas ⁊ ex a in b ſiat c tunc per tertium correlariū.22.primi ſecundus erit pars aliquota quinti denominata ſecundum c ⁊ ſextus tertij denominata etiam ſecundum c vnde ex terminis conſtat quod preſens proponit.

4 ¶ Si ꝑmi ad ſcdm fuerit ea ꝓportio q̄ tertij ad q̄rtū cuiuſlibꝫ multiplicis ꝑmi ad q̄cūqꝫ multiplex ſcdi erit ea ꝓportio q̄ eq̄ multiplicis ẗtij ſicut ē illud ꝑmi ad eq̄ multiplex quarti ſicut eſt illud ſcdi.

¶ Hec eſt quarta quinti Euclidis ſit igitur a primi ad b ſcdm ea proportio q̄ c tertij ad d quartū et ſint e ad a ⁊ f ad c eque multiplices. Itemqꝫ g ad b ⁊ h ad d eque multiplices. Tunc dico ꝙ proportio e ad g eſt que f ad h ſumā enim k ad e ⁊ l ad f eque multiplicia ⁊ m ad g ⁊ n ad h eque multiplicia tunc ex precedenti k ad a ⁊ l ad c erunt eque multiplicia ⁊ per eandē m ad b ⁊ n ad d erunt eque multiplicia quare per.6.diffinitionē ibi poſitā ſi k eſt maius m/l eſt maius n ⁊ ſi minus minus ⁊ ſi eq̄le, equale quare ꝑ ꝯuerſionem illius ſexte diffinitionis ꝓportio e ad g erit que f ad h q̄d eſt propoſitum

5 ¶ Si fuerint duo termini quorū vnus ſit pars aliquota alterius ⁊ a quolibet illorū auferaẗ tota pars aliquota q̄ta eſt ille alterius reſiduum illius erit tota pars reſidui alterius quota ille eſt illius.

¶ Hec in valore eſt quinta.5.Euclidis. Sit igiẗ a ps aliquota b ⁊ ipſa ablata ex b remaneat c ⁊ ſit d tota pars aliquota a quota a eſt b qua ablata ex a remaneat e. Tunc dico ꝙ e eſt tota pars aliquota c quota a eſt b. Quia a totus eſt tota pars aliquota b totius ſicut d detractus ex a reſpectu a detracti ex b ergo per ſecundum correlarium.32.primi e reſiduum a erit tota pars aliquota c reſidui b quota a eſt b quod eſt propoſitum.

6 ¶ Si fuerint duo termini eque multiplices ad alios duos ⁊ illi minores ab illis maioribus ſubſtrahantur quiſqꝫ a ſuo multiplici erunt reſidue partes illorum multiplicium eque multiplices ad illos minores vel illis equales.

¶ Hec eſt.6.quinti Euclidis ſit igiẗ a multiplex b denominatum ſecundum c ⁊ ablato b ex a remaneat d ſit inſuper e multiplex f denominatum ſecūdum c ⁊ f ablato ex e remaneat g. Tunc dico ꝙ d eſt eque multiplex b ſicut g reſpectu f aut d eſt equale b ⁊ g equale f quia ex terminis b numerabit a per c ⁊ f numerabit e ſimiliter per c ⁊ c erit maior vnitate quia igitur b numerat a totum per c totus ⁊ numerat e detractum ex a per vnitatem detractum ex c per.3.correlarium.20.primi b numerabit d reſiduum a per reſiduam partem c ab vnitate. Et eodem modo conclude ꝙ g numerat f per reſiduam partem c ab vnitate ſi igitur illa reſidua pars ſit vnitas d erit equalis b ⁊ g equalis f ⁊ ſi maior vnitate ex terminis d erit eque multiplex b ſicut g reſpectu f.

7 ¶ Si duo termini equales ad idem tertium ꝓportionentur proportiones prouenient equales. Et ſi idem duobus equalibus proportionetur prouenient proportiones equales.

¶ Hec eſt.7.5.Euclidis. Sint igitur a ⁊ b duo termini equales qui proportionentur ipſi c. Tunc dico ꝙ proportio a ad c eſt que b ad c ſumam em̄ d ad a ⁊ e ad b eque multiplices erit tūc ex.26.dignitate d equalis e ſit inſuper f quodcūqꝫ multiplex c tunc ex.2.dignitate ſi d eſt equale f/e erit equale f ⁊ per.5.dignitatem ſi d eſt maius f/e eſt maius f ⁊ ſi minus minus ergo per conuerſionem.6.diffinitionis.5.proportio a ad c eſt que b ad c quod primum. ¶ Secundum eodem modo conſtat quia ꝑ eaſdem dignitates ſi f eſt equale d eſt etiam equale e ⁊ ſi maius maius ⁊ ſi minus minus. vnde eodē modo conſtat propoſitum.

¶ Ex preſenti patet primo ꝙ ſi quotcūqꝫ equalia eidem ꝓportionentur omnes proportiones prouenientes erunt equales ſimiliter ſi idem quotcumqꝫ equalibus proportionentur omnes proportiones prouenientes erunt equales. ¶ Primū patꝫ qꝛ ex prima parte pn̄tis quelibet illarum cuilibet alteri earumdem erit equalis quare oēs ille erūt equales inter ſe ⁊ ſcdm eodē mō ſequiẗ ex ſcda parte.

8 ¶ Si duo termini inequales eidem proportionētur maioris ad illum maior eſt proportio q̄ꝫ minoris ad eundem illius vero ad maiorem minor ꝓportio q̄ꝫ illius ad minorem.

¶ Hec eſt.8.quinti Euclidis. Sint igiẗ a maior ⁊ b minor ꝓportionati c. Tūc dico ꝙ ꝓportio a ad c ē maior q̄ꝫ b ad c ⁊ c ad a minor q̄ꝫ c ad b. Sumā em̄ ꝑ tertiū correlarium.19.primi d ad a ⁊ e ad b eque multiplices quorum quilibet ſimiliter ⁊ eorū differentia ſit maior c ⁊ inter multiplicia c quorum quilibet eſt maius e ſit f minus ꝯſtat tunc ex terminis ⁊ ex.29.dignitate d eſſe maius e ꝯſtat inſuꝑ f eſſe minus d alias em̄ auferendo ſemel c ex f remaneret maiˢ e ⁊ a fortiori maiˢ e q̄d ꝑ tertiū correlariū 20.ꝑmi nūeraretur ab ipſo c ⁊ per ꝯñs ꝑ.12.petitionē eſſet multiplex c maius e ⁊ minus f quod repugnat ẏpotheſi erit igiẗ d maius f ⁊ e minus f ergo per.8.diffinitionem faciendo c optinere locū ſecundi ⁊ locum quarti ⁊ a locum ꝑmi ⁊ b locum tertij ꝓportio a ad c erit maior q̄ꝫ b ad c q̄d ē primum.

¶ Secūdū aūt ex hoc apparet qꝛ ex quo f eſt maius e ⁊ minus d faciendo c optinere locū ꝑmi ⁊ tertij ⁊ b locū ſcdi ⁊ a locum quarti erit per eandem diffinitionem proportio c ad b maior q̄ꝫ c ad a.

9 ¶ Si ex comparatione aliquorum terminorum ad aliquem terminum proueniant ꝓportiones equales illi ſunt equales ⁊ ſi inequales inequales. Et ſi ex comparatione alicuius ad aliquos proueniant equales proportiones illi ſunt equales ⁊ ſi inequales inequales.

¶ Dico ꝑmo ꝙ ſi a ad c eſt ea ꝓportio que b ad c/a ⁊ b ſūt equales inter ſe qꝛ dato oppoſito accideret oppoſitū ꝑcedentis. Dico ſecūdo ꝙ ſi a ad e non ſit ea ꝓportio que b ad c a ⁊ b nō ſūt equales qꝛ dato oppoſito accideret oppoſitum antepreceḋtis. Dico tertio ꝙ ſi proportio a ad b ſit que a ad c:b ⁊ c ſunt equales qꝛ dato oppoſito accideret oppoſitum ſecunde partis precedentis. Dico quarto ꝙ ſi proportio a ad b non ſit que a ad c/b ⁊ c ſūt inequales quia dato oppoſito accideret oppoſitum antecedentis hec. 9. continet. 9. Euclidis.

10 ¶ Si ex comparatione alicuius termini ad aliquē tertiū proueniat maior ꝓportio q̄ ex cōparatione alterius ad eundē ille eſt altero maior ⁊ ſi minor minor. Et ſi ex ꝯparatione alicui⁹ ad aliquē tertiū maior ꝓueniat ꝓportio q̄ ex comparatione eiuſdē ad aliquem alium ille tertius erit maior illo alio.

¶ Hec continet. 10. Euclidis. Dico igitur ꝑmo ꝙ ſi a ad c ſit maior ꝓportio q̄ b ad c a eſt maius b/ quia dato oppoſito ſi a ſit equale b accideret oppoſitum. 7. iſtarum ⁊ ſi a ſit minus b accideret oppoſitum antepreceḋentis. Dico ſecūdo ꝙ ſi proportio a ad c ſit minor q̄ b ad c/a eſt minus b quia ex ꝑmo dicto b erit tūc maius a. Dico tertio ꝙ ſi a ad b maior ſit ꝓportio q̄ a ad c/b eſt minus c quia dato oppoſito ſi b ſit equale c tunc accideret oppoſitum. 7. iſtarum ⁊ ſi b ſit maius c accideret oppoſitum antepreceḋentis. Dico quarto ꝙ ſi proportio a ad b ſit minor q̄ a ad c/b eſt maius c quia ex tertio dicto c erit minus b.

11 ¶ Si due proportiones fuerint equales vni tertie ille erunt equales inter ſe.

¶ Hec eſt. 11. 5. quam Euclides ex principijs tactis demonſtrat de quo mirandum eſt videtur enim ipa adeo nota ſicut illa dignitas. Queuncꝫ q̄ ſūt equalia vni tertio ⁊ cet'a ⁊ longe magis nota videtur q̄ principia per que ipſe demōſtrat ⁊ ſimile contingit de concluſione ſequenti propterea Jordanus pro dignitate hanc aſſumit nichilominus tamē quia Euclides has demonſtrat per illa principia ipſas ſimili modo demonſtrabimus. Sit ergo vtraqꝫ iſtarum proportionum ſcilicet a ad b ⁊ c ad d equalis proportioni e ad f. Tūc dico ꝙ proportio a ad b eſt equalis proportioni c ad d. Sumam enim g ad a ⁊ h ad e ⁊ k ad c eque multiplices. Itemqꝫ l ad b ⁊ m ad d ⁊ n ad f eque multiplices. Tūc per 6. diffinitionem ſi g eſt maius l/ k eſt maius n ⁊ ſi minus min⁹/ ⁊ ſi equale equale ⁊ ꝑ eandē ſi k eſt maius n/ h eſt maius m ⁊ ſi minus minus ⁊ ſi equale equale: ergo de primo ad vltimum ⁊ ſi g eſt maius l/ h eſt maius m ⁊ ſi minus minus ⁊ ſi equale equale: ergo per cōuerſionem ſexte diffinitionis proportio a ad b erit equalis proportioni c ad d quod eſt propoſitum.

¶ Ex hac conſtat ꝙ ſi quotcunqꝫ equalia inter ſe totidem alijs equalibus inter ſe proportionentur omnes proportiones prouenientes erunt equales. Quia ſi a ⁊ b equalia ꝓportionentur c ⁊ d equalibus a ipſi c ⁊ b ipſi d erit proportio a ad c que b ad d qꝛ per. 7. iſtarum a ad c erit que b ad c ⁊ ꝑ eandem b ad d que b ad c ergo per preſentem a ad c que b ad d. Et ita in quotcunqꝫ pluribus.

12 ¶ Si fuerint due proportiones equales, ⁊ vna earum ſit aliqua tertia maior, reliqua erit eadē tertia maior. ⁊ ſi vna earum fuerit aliqua tertia minor, reliqua erit eadem tertia minor.

¶ Hec non minus nota videtur q̄ tertia dignitas quam poſuimus in principio. tñ propter cauſam tactam eam demonſtrabimus. dico igitur primo ꝙ ſi proportio a ad b ſit que c ad d ⁊ c ad d maior q̄ e ad f erit a ad b maior q̄ e ad f quia per conuerſionē. 8. diffinitionis aliquod multiplex c aliquo multiplici d erit mai⁹ ⁊ eque multiplex e ſicut illud c eque multiplici f ſicut eſt illud d non erit maius ſint ergo g ad c ⁊ h ad e eque multiplices itemqꝫ k ad d ⁊ l ad f eque multiplices ⁊ ſit g maius k/ h autem non ſit maius l ſit inſuper m eque multiplex a vt g reſpectu c ⁊ h reſpectu e ⁊ n eque multiplex b ſicut k reſpectu d ⁊ l reſpectu f tunc per. 6. diffinitionem ſi g eſt maius k/ m eſt maius n ſed ex ypotheſi g eſt maius k ergo m eſt maius n cum igitur h non ſit maius l per. 8. diffinitionem erit proportio a ad b maior q̄ e ad f Dico ſcḋo ꝙ ſi a ad b ſit q̄ c ad d ⁊ c ad d ſit mior q̄ e ad f erit a ad b minor q̄ e ad f qꝛ per. 8. diffinitionem aliquod multiplex c aliquo multiplici d erit minus ⁊ eque multiplex e ſicut illud c eque multiplici f ſicut illud d nō erit minus captis ergo eque multiplicibus vt ſtatim hac variatione facta ꝙ g ſit minus k ⁊ h non ſit minus l conſimiliter ſicut ſtatim concludetur ꝙ m ſit minus n vnde ex. 8. diffinitione conſtat ꝙ proportio a ad b ſit minor q̄ e ad f.

¶ Et ex demonſtratione preſentis poteſt vnum aliud demonſtrari quod adeo bene eget demonſtratione ſicut quod hec proponit ſi illud veniat demonſtrandum. ⁊ eſt iſtud vꝫ. Quia ſi primi ad ſecundum fuerit maior proportio q̄ tertij ad quartum ⁊ tertij ad quartū maior q̄ quinti ad ſextum, erit primi ad ſecundum maior q̄ quinti ad ſextum. ¶ Sit enim a ad b maior ꝓportio q̄ c ad d ⁊ c ad d maior q̄ e ad f tunc ex. 8. diffinitione poterunt ſumi g ad c ⁊ h ad e eque multiplicia ⁊ k ad d ⁊ l ad f eque multiplicia ita vt g ſit maius k ⁊ h non ſit maius l ſumptis ergo illis ſit m eque multiplex a ſicut g reſpectu c ⁊ n eque multiplex b ſicut k reſpectu d erit tunc m maius n alias per. 8. diffinitionem maior eſſet proportio c ad d q̄ a ad b cū igitur h ſit eque multiplex e ſicut m reſpectu a ⁊ n reſpectu b ſunt l reſpectu f ⁊ h non ſit maius l per. 8. diffinitionem erit proportio a ad b maior q̄ e ad f quod eſt propoſitum.

13 ¶ Si quotcunqꝫ termini eiuſdem rationis in ordine ad totidem alios eiuſdem rationis ita ſe habeant ꝙ primi illorum ad primum aliorum ſit ea proportio que ſecundi ad ſecundum ⁊ ita deinceps erit compoſiti ex illis ad compoſitum ex alijs ea proportio que primi ad primum.

¶ Hec ꝓcedit vbi vndiqueqꝫ ſumuntur termini in numero finito propter cauſam tactam in. 18. ſcḋi Et eodem modo omnino demonſtretur ſicut illa quia illa. 18. ſolum demōſtratur ex primo corrolario

¶.quinti ⁊ ex illis concluſionibus que proponunt ea que habent̃ in.5.⁊.8.diffinitionibus ibi poſitis

14 ¶ Si primi ad ſecundum fuerit ea proportio que tertij ad quartum ⁊ primus ſit maior tertio erit ſe-
cundus maior quarto ⁊ ſi minor minor ⁊ ſi equalis equalis.
¶ Hec eſt.14.5.euclidis. Sit igit̃ ꝓportio a ad b q̃ c ad d. Tũc dico ꝙ ſi a eſt maior c/b eſt maior d
⁊ ſi minor mior ⁊ ſi equalis eq̃lis Nã ſi a ſit maior c ꝑ.8.hꝰ a ad d erit maior ꝓportio ꝗ̃ c ad d quare
⁊ maior ꝗ̃ a ad b ꝗ̃ ꝑ.10.iſtaꝝ b ẽ maior d ⁊ ſi a ſit minor c ꝑ.8.iſtaꝝ a ad d erit mior ꝓportio ꝗ̃ c ad
d q̃re ⁊ ꝗ̃ a ad b ꝗ̃ ꝑ.10.iſtaꝝ b erit mior d ⁊ ſi a ſit eq̃lis c ꝑ.7.iſtaꝝ ꝓportio a ad d erit q̃ c ad d qua
re ⁊ que a ad b ergo per.9.iſtarum b eſt equalis d vnde totum conſtat propoſitum.

15 ¶ Si duo termini eiuſdem rationis ad alios duos eiuſdem rationis fuerint eq̃ multiplices erit illo-
rum multiplicium eadem proportio que illorum ſubmultiplicium.
¶ Hec ex.15.5.euclidis que eodem modo probetur ex antepręcedenti ſicut correlarium.18.ſecũdi
ex illa.18.deducebatur.

16 ¶ Si fuerint quattuor termini proportionales permutatim quoqꝫ proportionales erunt.
¶ Hec eſt.16.5.euclidis ⁊ per hanc vult oſtendere permutatam proportionalitatem et hec eodem
modo demonſtretur ſicut.19.ſecundi demonſtrata eſt illa eñ ſolum fuit demonſtrata ex aliquibus
demonſtratis ibi ſecundum hec principia.

17 ¶ Si fuerint quattuor termini coniunctim proportionales diſiunctim quoqꝫ proportionales erunt.
¶ Hec eſt.17.quinti ⁊ ꝑ hanc oſtendit euclides modũ arguendi qui dicitur diſiuncta proportiona-
litas. Sed hec omnino eodem modo demonſtrãda eſt per hec principia ſicut.22.2.demonſtrata eſt.

18 ¶ Si fuerint.4.termini diſiunctim proportionales coniunctim quoqꝫ proportionales erunt.
¶ Hec eſt.18.5.euclidis ⁊ ꝑ hanc oſtendit modũ arguendi qui dicit̃ coniũcta ꝓportionalitas. Sed
eodẽ mõ omnino demonſtranda eſt ex his principijs ⁊ ex precedẽtibus ſicut.23.2.demonſtrata eſt.
¶ Circa iſtos modos argumẽtãdi aduerte ꝙ Euclides ĩ hoc quĩto nõ demõſtrat ꝯuerſã ꝓportiona
litatẽ qꝛ imediate bonitas talis modi arguendi deducit̃ ex.6.diffinitione qꝛ ſi a ad b ſit vt c ad d ex
eadẽ diffinitione ſumptis eque multiplicibus ad a ⁊ ad c ſimiliter et eque multiplicibus ad b ⁊ ad d.
ſi illud multiplex a eſt maius illo b illud multiplex c erit maius illo d ⁊ ſi minus minꝰ ⁊ ſi eq̃le equale
quare ſi illud multiplex b ſit maiꝰ illo multiplici a illud d erit maius illo c ⁊ ſi minꝰ minꝰ ⁊ ſi equale e-
quale quare ꝑ eandẽ diffinitionẽ ꝓportio b ad a erit que d ad c vnde conſtat talis modus arguẽdi.

19 ¶ Si a duobus totis due portiones abſcindantur fueritqꝫ proportio totius ad totum que abſciſi ad
abſciſum erit reſidui ad reſiduum que totius ad totum.
¶ Hec eſt.19.quinti et omnino eodem modo demonſtranda eſt ex hĳs principĳs ſicut.26.ſecundi
demonſtrata eſt.

20 ¶ Si fuerĩt quotcũqꝫ termini ꝑmo ordine diſpoſiti itemqꝫ totidem alij ſecundo ordine diſpoſiti fue-
ritqꝫ ꝑmi ad ſecundum in primo ordine ea proportio que ꝑmi ad ſecundũ in alio ⁊ ſcđi ad tertiũ que
ſcđi ad tertium ⁊ ita deinceps fueritqꝫ primus primi ordinis maior vltimo eiuſdem erit etiam primꝰ
maior vltimo in alio ordine ⁊ ſi fuerit minor erit minor ⁊ ſi equalis equalis.
¶ Hec eſt.20.5.Euclidis in valore.⁊ eſt añs quod premittit ad demonſtandum equã ꝓportionali-
tatem directam. Jdeo hoc demõſtrabitur vbi preciſe tres termini in quolibet ordine ſumuntur ⁊ vbi
plures vtrobiqꝫ ſumerentur eodem modo procedatur ad oſtendendum propoſitum ſicut oſtendebatur
in ſecundo vbi demonſtrabatur equa proportionalitas directa.
¶ Diſponant̃ igitur primo ordĩe a b c ⁊ ſcđo ordine d e f ⁊ ſit a ad b vt d ad e ⁊ b ad c vt e ad f. Tũc
dico ꝙ ſi a eſt maius c d eſt maius f ⁊ ſi minus minus ⁊ ſi equale equale. Quia ſi a ſit maius c per.8.
iſtarum a ad b erit maior ꝓportio ꝗ̃ c ad b ⁊ per cõſequens d ad e erit maior ꝗ̃ c ad b ⁊ quia per con
uerſam proportionalitatem c ad b eſt que f ad e erit d ad e maior ꝗ̃ f ad e ergo per.10.iſtarũ d eſt ma
ius f. Si autem a ſit minus c per.8.iſtarũ ꝓportio a ad b erit minor ꝗ̃ c ad b quare ⁊ d ad e minor ꝗ̃
c ad b cum igitur ꝑ conuerſã proportionalitatem f ad e ſit que c ad b erit d ad e minor ꝗ̃ f ad e ergo ꝑ
10.iſtarum d eſt minus f. Et ſi a ſit equale c ꝯſtat d eſſe equale f alias eñ accideret oppoſitum ali-
cuius iſtorum que ſtatim demonſtrata ſunt faciendo ex ſecundo ordine primum ⁊ ex primo ſecundũ.

21 ¶ Si fuerint quotcũqꝫ termini ꝑmo ordine diſpoſiti totidemqꝫ alij fuerint ſecundo ordine diſpoſiti
⁊ ꝑmi ad ſcđm in ꝑmo ordine fuerit ea ꝓportio q̃ penultimi ad vltimũ in ſcđo ⁊ ſcđi ad tertiũ q̃ añpe
nultimi ad penultimum ⁊ ita deinceps donec ad vltimũ ꝑmi ⁊ primum ſcđi deueniat̃ fueritqꝫ primus
maior vltimo in primo ordĩe erit ⁊ primus maior vltimo in ſcđo ⁊ ſi minor minor ⁊ ſi equalis equalis.
¶ Hec eſt.21.5.Euclidis ⁊ eſt añs quod premittit ad oſtendendũ ꝓportionalitatem indirectã quã-
re ipſam demonſtrabimus vbi in vtroqꝫ ordine ꝑciſe tres termini ſumẽtur vbi aũt plures vndiquaqꝫ
ſumerẽtur ꝓportionabiliter ꝓcedẽdum erit ſicut oſtſum fuit vbi demõſtrabat̃ equa ꝓportionalitas
indirecta. ¶ Diſponant̃ igit̃ ꝑmo ordine a b c ⁊ ſcđo ordine d e f ſitqꝫ a ad b vt e ad f ⁊ b ad c vt d ad
e. Tũc dico ꝙ ſi a eſt maius c d eſt maius f ⁊ ſi minus minus ⁊ ſi equale equale. Nã ſi a ſit maius c ꝑ
8.iſtarum a ad b erit maior ꝓportio ꝗ̃ c ad b et per conſequens e ad f maior ꝗ̃ c ad b cum igitur per
conuerſam ꝓportionalitatẽ c ad b ſit que e ad d erit e ad f maior ꝓportio ꝗ̃ e ad d ergo per.10.iſta
rũ d eſt maiꝰ f. Si aũt a ſit minus c ꝑ.8.iſtarũ ꝓportio a ad b eſt minor ꝗ̃ c ad b q̃re e ad f eſt mior ꝗ̃
c ad b cum igitur per conuerſam proportionalitatem e ad d ſit q̃ c ad b erit e ad f minor proportio ꝗ̃ e
ad d ergo per.10.iſtarũ d eſt minus f. Et ſi a ſit equale c ꝯſtat tũc d eſſe equale f. Nã dato oppoſito
accideret oppoſitũ alicuiꝰ iſtoꝝ q̃ ſtatim demõſtrata ſũt faciẽdo ex ſcđo ordine ꝑmũ ⁊ ex ꝑmo ſcđm

22 ¶ Si quotcũqꝫ termini primo ordine diſponantur itẽqꝫ totidem alij ſcđo ordine diſponantur fuerit

ꝙ primi ad ſcdm in primo ordine ea proportio que primi ad ſcdm in ſecundo ⁊ ſecūdi ad tertium que ſecundi ad tertium ⁊ ita deinceps erit primi ad vltimum in primo ordine que pmi ad vltimū in ſcdo
¶ Hec eſt .22. Euclidis in valore ꝑ quam oſtēdit equā ꝓportionalitatē directā ⁊ ipſam demōſtrabo vbi ꝑciſe tres termini ſumētur vbi aūt plures ſumerētur oñſuz eſt qualr̃ eſſet ꝓcedendū. ¶ Diſponantur igr̃ pmo ordine a b c termini ⁊ ſcdo ordine d e f ⁊ ſit a ad b vt d ad e ⁊ b ad c vt e ad f. Tūc dico ꝙ a ad c vt e ad f. Sumam eñ g ad a ⁊ h ad d eque multiplicia itemqꝫ k ad b ⁊ l ad e eque multiplicia. Inſuper m ad c ⁊ n ad f eque multiplicia erit tūc per .4. iſtarum g ad k vt h ad l ⁊ k ad m ſicut l ad n ergo per anteprecedentem ſi g eſt maius m: h eſt maius n ⁊ ſi minus minus ⁊ ſi equale equale: ergo per .6. diffinitionem proportio a ad c eſt que d ad f quod eſt propoſitum.

23 ¶ Si quotcūqꝫ termini prīo ordine diſponāt̄ totidēqꝫ alij ſcdo ordine diſponāt̄ fueritqꝫ pmi ad ſm ī prīo ea q̄ penl̄timi ad vltimū ī ſcdo ⁊ ſcdi ad tertiū q̄ añpenultimi ad penl̄timū ⁊ ita deīceps donec ad vltimū pmi ⁊ pmū vltimi deueniat̄ erit pmi ad vltimū ī prīo ordine que primi ad vltimum in ſcdo.
¶ Hec eſt .23. quinti Euclidis ꝑ quam demōſtrat equā ꝓportionalitatē indirectā ⁊ ꝓpter cām taētam ſufficiet eam demōſtrare vbi in vtroqꝫ ordine ꝑciſe tres termini ſumētur. ¶ Diſponātur igitur primo ordine a b c termini ⁊ ſecūdo ordine d e f ſitqꝫ a ad b vt e ad f ⁊ b ad c vt d ad e. Tunc dico ꝙ a ad c vt e ad f. Sumā enim g ad a ⁊ h ad e ⁊ k ad d eque multiplicia itemqꝫ l ad b ⁊ m ad c ⁊ n ad f eq̄ multiplicia tunc per .4. iſtarum erit g ad l vt h ad n ⁊ per .15. iſtarum adiuuante ypotheſi k ad h vt l ad m ergo per anteprecedentem ſi g eſt maius m: k eſt maius n ⁊ ſi minus minus ⁊ ſi equale equale: ergo per .6. diffinitionem proportio a ad c eſt que d ad f.
¶ Ex hijs pꝫ pmo ꝙ ſi pmi ad ſcdꝫ fuerit maior ꝓportio q̄ tertij ad quartū ⁊ ſcdi ad quītū maior q̄ quarti ad ſextū vel ea q̄ quarti ad ſextū erit pmi ad quītū maior q̄ tertij ad ſextū. Et ſi pmi ad ſm fuerit q̄ tertij ad q̄rtū ⁊ ſcdi ad q̄ntū maior q̄ q̄rti ad ſextū erit pmi ad q̄ntū maior q̄ tertij ad ſextū.
¶ Hec oīa ex hijs demōſtratis per ꝯſimilem ꝓceſſum deducūtur ſicut .22. ſcdi cum ſuo correlario.
¶ Pꝫ vltra ꝙ ſi quotcūqꝫ termini pmo ordine diſponant̄ totidēqꝫ alij ſcdo ordine diſponant̄ et pmi ad ſcdm in primo nō ſit minor ꝓportio q̄ pmi ad ſcdm in alio nec ſcdi ad tertium minor q̄ ſcdi ad tertium ⁊ ita de alijs ſed aliqua taliū pmi ordinis aliqua taliū ſcdi ſibi correſpōdente ſit maior erit pmi ad vltimū in primo ordine maior q̄ pmi ad vltimū in alio ⁊ ſi pmi ad ſcdm in pmo nō ſit minor q̄ penultimi ad vltimū in alio nec ſcdi ad tertiū q̄ añpenultimi ad penultimū in ſcdo ⁊ ita deīceps donec ad vltimū pmi ⁊ pmū ſcdi deueniat̄ ſꝫ ſit aliqua taliū pmi ordinis aliqua taliū ſcdi illi correſpondente maior erit pmi ad vltimū in pmo ordine maior ꝓportio q̄ pmi ad vltimū in ſcdo. ¶ Ad oſtendum hoc ex correlario ꝓcedenti eodem modo ꝓcedatur ſicut ad oſtendendum equā ꝓportionalitatem directā ⁊ indirectam in pluribus terminis q̄ in tribus. Et tūc deducitur facile ex ipſo. Hec etiā ex precedentibus deducuntur proportionabiliter ſicut .13. ſecundi cum ſuis correlarijs.
¶ Pꝫ vltra ꝙ ſi pmi ad ſcdꝫ fuerit maior ꝓportio q̄ t'tij ad q̄rtū erit ſcdi ad pmū minor ꝓportio q̄ q̄rti ad t'tiū. Hoc eñ oñdā ī q̄titatib⁹ ꝯtinuis ⁊ ex ꝯñti ī q̄buſcūqꝫ alijs poterit apparere demōſtratio
¶ Sit eñ a ad b maior ꝓportio q̄ c ad d. Tunc dico ꝙ b ad a eſt minor q̄ d ad c. Quia dato oppoſito ſit e ad b q̄ c ad d erit tūc ꝑ .10. iſtaꝝ e min⁹ a quare ꝓportio b ad e maior ē q̄ b ad a cū igit̄ ꝑ conuerſā ꝓportionalitatē d ad c ſit q̄ b ad e ⁊ d ad c nō ſit maior q̄ b ad a accideret oppoſitū .12. iſtarū.
¶ Patet vltra ꝙ ſi pmi termini ad ſcdꝫ fuerit ea ꝓportio q̄ tertij ad quartū ⁊ pmus ſit maior ſcdo erit terti⁹ maior q̄rto ⁊ ſi minor minor ⁊ ſi eq̄lis eq̄lis. ¶ Sit eñ a pmi ad b ſcdm ea ꝓportio q̄ c tertij ad d q̄rtū. Tūc dico pmo ꝙ ſi a eſt maior b: c eſt maior d. Qꝛ dato oppoſito ſit a maior b ⁊ c nō ſit maior d ſꝫ illi equalis vel ipſo minor ⁊ ſumo e ad a ⁊ f ad b ⁊ g ad c ⁊ h ad d eque multiplicia ꝯſtat tūc ex terminis ⁊ ex .29. dignitate ꝙ e eſt maius f ⁊ ſi c ſit minus d ex terminis ⁊ ex eadeꝫ dignitate g erit minus h ⁊ ſi c ſit equale d ex .26. dignitate g eſt equale h quare e tūc erit maius f ⁊ g nō erit maius h quare ꝑ .8. diffinitionē ꝓportio a ad b erit maior q̄ c ad d qḋ eſt ꝯtra ypotheſim. Dico ſcdo ꝙ ſi a ſit min⁹ b: c erit minus d. Qꝛ tūc ꝑ ꝯuerſā ꝓportionalitatē b ad a erit q̄ d ad c ⁊ b erit maius a quare ꝑ ſtatim demonſtratum d erit maius c. Dico tertio ꝙ ſi a ſit equale b: c eſt equale d qꝛ dato oppoſito accideret oppoſitum alicuius iſtorum que ſtatim demonſtrata ſunt.
¶ Patet vltra ꝙ ſi pmus termin⁹ ſit equalis ſcdo ⁊ tertius ſit equalis quarto erit pmi ad ſcdm ea ꝓportio q̄ tertij ad quartū. ¶ Sit eñ a equalis b ⁊ c equalis d. Tūc dico ꝙ ꝓportio a ad b eſt q̄ c ad d. Sumā eñ e ad a ⁊ f ad c eq̄ multiplicia tūc per .27. dignitatē e erit eq̄ multiplex b ſicut f reſpectu d ſumo īſup g ad b ⁊ h ad d eq̄ multiplicia ⁊ ſit k nūerus a quo e denoīatur multiplex b ⁊ f multiplex d ⁊ ſit l: a q̄ g denoīatur multiplex b ⁊ h multiplex d ꝯſtat tūc ꝙ ſi e eſt mai⁹ g: k erit maius l ⁊ ſi min⁹ min⁹ ⁊ ſi eq̄le eq̄le ⁊ etiā ſi k ſit mai⁹ l: f erit mai⁹ h ⁊ ſi min⁹ min⁹ ⁊ ſi eq̄le eq̄le q̄re de pmo ad vltimū ſi e ſit mai⁹ g f erit mai⁹ h ⁊ ſi min⁹ min⁹ ⁊ ſi eq̄le eq̄le q̄re ꝑ .6. diffinitionē ꝓportio a ad b erit q̄ c ad d. Et ex hoc apparet omnes ꝓportiones equalitatis eſſe equales ſecundum hec principia.
¶ Pꝫ vltra ꝙ ſi pmus ſit maior ſcdo ⁊ terti⁹ eq̄lis q̄rto aut pm⁹ eq̄lis ſcdo ⁊ t'ti⁹ minor q̄rto aut pm⁹ maior ſcdo ⁊ t'ti⁹ minor quarto erit pmi ad ſcdm maior ꝓportio q̄ tertij ad quartū. Sit pmo a maius b ⁊ c equale d. Tunc dico ꝙ a ad b eſt maior ꝓportio q̄ c ad d. Qꝛ dato oppoſito ſit e eq̄le b tunc per precedens correlarium iſtoruꝫ e ad b erit ea proportio que c ad d ſed per .8. iſtaruꝫ e ad b eſt minor q̄ a ad b ergo per .12. iſtarum c ad d eſt minor q̄ a ad b quod eſt propoſitum. ¶ Sit ſecundo a equale b ⁊ c minus d tunc dico ꝙ a ad b eſt maior proportio q̄ c ad d qꝛ dato oppoſito ſit e equale d: erit tunc e maius c quare per .8. iſtarū e ad d erit maior ꝓportio q̄ c ad d ſed per precedens correlarium e ad d erit que a ad b ergo per .12. iſtarum a ad b erit maior q̄ c ad d quod eſt contra poſitum.

Sit tertio a maius b ⁊ c minus d tūc dico φ a ad b eſt maior ꝓportio ꝙ̄ c ad d. Quia dato oppoſito ſit c equale d tūc c erit maius c quare per .8. iſtarū c ad d erit maior ꝓportio ꝙ̄ c ad d ſed per iſtatim demonſtratum a ad b eſt maior ꝙ̄ c ad d: ergo per correlarium .12. iſtarum a ad b erit maior ꝙ̄ c ad d quod eſt cōtra poſitum. Et ex preſenti correlario patz manifeſte φ quelibet ꝓportio maioris inequalitatis quacūq3 equalitatis aut minoris inequalitatis eſt maior ⁊ quelibet equalitatis quacūq3 etiā minoris inequalitatis eſt maior. Et ex hys poſſūt demonſtrari .20. ⁊ .21. ſecundi cū ſuis correlarijs demonſtrationes em̄ illarum tacte in ſecūdo procedunt eodē modo ſecundū hec principia ſicut ſcd̄3 principia illic tacta alie aūt oēs ꝯcluſiones illic poſite ex hys demōſtrantꝰ quare ſufficiēter apparent ex hys omnium illarum q̄ poſite ſunt in ſecundo demonſtrationes ſcd̄m hec principia procedendo.

¶ Scd̄i Elementorum Arithmetices Gaſparis Lax finis.

¶ Tertij Elementorum Arithmetices Gaſparis Lax.

¶ Diffinitiones.

Numerorum quidā eſt prim⁹: ⁊ quidā compoſitus.
1 Nūerus prim⁹ ē q̄ nō h3 ptē aliquotā ṗter vnitatē.
2 Nūer⁹ aūt ꝯpoſit⁹ ē q̄ h3 ptē aliquotā ṗter vnitatē.
3 Numeri commenſurabiles ſiue communicantes ſeu adinuicem compoſiti dicuntur qui ab eodem numero preter vnitatem numerātur.
4 Numeri autem contra ſe primi vel incommenſurabiles ſeu non communicantes dicuntur qui a nullo numero excepta ſola vnitate numerantur.
5 Termini ſiue radices proportionis dicuntur illi quibus non contingit in equali proportione cum proportione illorum ſumere minores.

Circa pn̄tem diuiſionē hoc vnum ſupponendū eſt ve3 φ ipſa ꝓcedit de nūero diſtinguendo contra vnitatē ſaltē ita ꝓcedemus in ſequentib⁹ ṗſupponētes vnitatem ipſā neq3 numeꝝ primū neq3 ꝯpoſitū eſſe. Et ratio huius eſt q: ſi vnitas eſſet nūerus prim⁹ cū vnitas quēlib3 nūeꝝ numeret ⁊ q̄libet nūerus ṗmus cuilibet quē nūerat ſit ꝯmēſurabilis put ex ṗma huius apparebit vnitas ipſa ⁊ quicūq3 alius nūerus eſſent adinuicē ꝯpoſiti ⁊ nō ꝯtra ſe ṗmi q̄d falſū eſt q: tūc ꝯcluſio illa que ſolet ꝯmuniter poni ⁊ inferius tangetꝰ ſc3 φ quicūq3 duo nūeri in ſua ꝓportione minimi ſunt adinuicē primi eſſet falſa quia ſi in ꝓportione dupla vnitas ⁊ binarius ponerentur numeri minimi ꝯſtat illud eſſe falſū ſi nō cū nō poſſint alij poni minimi in illa ꝓportione ꝙ̄ nūeri binarius ⁊ quaternari⁹ illi deberēt eſſe adinuicē ṗmi quod manifeſte fl'm eſt put ex ſequētib⁹ apparebit. Et ſi dicas φ adhuc tenēdo vnitatē nō eſſe nūeꝝ ṗmū videtꝰ ꝯcluſio illa eſſe falſa q: querā de nūeris minimis in ꝓportione dupla ſi em̄ illi ſint vnitas ⁊ binarius cū illi non poſſint eſſe adinuicem primi ex quo vnitas non eſt nūerus ṗmus ꝯcluſio illa eſſet falſa ⁊ ſi nō ſint illi minimi ī ꝓportione dupla cum nō poſſint eſſe alij minimi preterꝙ̄ binarius ⁊ quaternarius ꝯſtat illud eſſe falſum. Ad hoc dicendū eſt breuiter φ licet in illa diuiſione ⁊ in primis duabus diffinitionibus ꝓcedatur de nūero diſtinguendo cōtra vnitatem tn̄ in diffinitione de ly nūeri ꝯtra ſe primi non ꝓceditur de numeris diſtinguendo quēlibet cōtra vnitatem ymo quilibet nūerus ⁊ vnitas debent dici cōtra ſe primi. Et ad illud quod tangis φ vnitas nō ſit numerus ṗmus ꝯcedendū eſt ex illo tn̄ nō ſequitꝰ φ nullus nūerus ⁊ vnitas ſint nūeri ꝯtra ſe ṗmi. Ad hoc em̄ φ aliqui nūeri ſint ꝯtra ſe ṗmi nō requiritꝰ φ quilib3 eoꝝ ſit ṗmus q: tunc nullus nūerus ꝯpoſitus ⁊ alius ab ipſo eſſent ꝯtra ſe ṗmi cui⁹ oppſitū ex .4. diffinitione apparet hec tn̄ ad nomē conſiſtunt ſed facilius poterunt ſaluari ea que dicūtur hoc mō dicēdo

Circa primā diffinitionē eſt aduertēdum φ numerus ṗmus ſic diffinitꝰ ab Euclide .7. elemētoꝝ diffinitiōe .; . numerus ṗmus dꝛ qui ſola vnitate meritꝰ q̄ diffinitio nō ſic intelligēda eſt φ nūerus ṗmus dicatꝰ ille qui a ſola vnitate nūeratꝰ q: cū q̄libet nūerus nūeret ſeipſū nullus eſſet nūerus ṗmus ⁊ etiā vnitas deberet poni nūerus ṗmus cū numeret ſe illud tn̄ falſū eſt q: tunc ꝯcluſio illa que ſolet poni oīs numerus ṗmus ad oēm quē3 numerat eſt ꝯpoſitus falſa eſſet nec valeret forte dicere φ ſcd̄m intētione Euclidis nō quilibet nūerus nūerat ſeipſū q: tunc quicūq3 duo nūeri quoꝝ alter eſt ṗmus eſſēt adinuicē ṗmi hoc pt3 euidēter ex diffinitione .7. 7. elementoꝝ eius vbi ſic diffinit nūeros cōtra ſe primos Numeri ꝯtra ſe ṗmi dr̄ qui nullo nūero excepta ſola vnitate nūerantur ex qua diffinitione euidenter ſeqtur illud ſi dicatꝰ φ nō quilibet nūerus nūerat ſeipſum ſi em̄ illud eſſet veru3 ꝯtingeret de quocūq3 nūero ṗmo ⁊ tūc ꝯſtat ꝓpoſitū ꝓpterea igitꝰ diffinitio illa nūeri ṗmi data ab Euclide ſic intelligēda eſt Nūer⁹ ṗmus eſt nūer⁹ nō hn̄s ptē aliquotā ṗter vnitatē. Boeti⁹ tn̄ in ſua arithmetica in diffinitiōe nūeri ṗmi ponit ly nūer⁹ īpar loco gn̄is ſed ſcd̄3 ipſi⁹ diffinitionē nūer⁹ binari⁹ nō eſſet ṗin⁹ cui⁹ oppoſitū ſcd̄m euclidē ⁊ ſcd̄m iordanū eſt verū ymo etiā ⁊ ſcd̄m ip̄3 Boetiū nūer⁹ binari⁹ nūer⁹ ṗmus dici debet alias em̄ aliq3 eſſet nūer⁹ diſtinguēdo nūeꝝ ꝯtra vnitatē q̄ nec eſſet ṗm⁹ nec ꝯpoſit⁹ hoc pt3 de nūero binario ſi em̄ ille eſſet ꝯpoſit⁹ ſcd̄3 diffinitionē nūeri ꝯpoſiti datā ab ipſo q̄libet nūerus eſſet ꝯpoſit⁹. Ꝓpterea hec igitꝰ nō eſt addēda illa particula i tali diffinitione ſ3 diffinitio illa prima data ſufficiens erit. Et ad boetium oporteret dicere φ eſt vitium

ſcriptoris vel impreſſoris ⁊ ꝙ ipſe nõ poſuit particulã illam in diffinitione. Ex illa diffinitione patet manifeſte ꝙ cuiuſlibet numeri pmi vnitas eſt ps aliquota ⁊ ex ꝯſiti ꝙ vnitas non eſt nũerus pmus ⁊ ppterea diffinitio data ſic intelligẽda erit nũerus pmus eſt numerus cuiꝰ vnitas eſt pars aliquota nõ hñs partẽ aliquotã q̃ ſit nũerus maior vnitate. Nũerus pmus ſcðm Boetiũ dr incõpoſitus ꝙ nõ debet itelligi ſic ꝙ oĩ careat ꝯpoſitiõe ſʒ ad hũc ſẽſũ vez ꝙ nullã habeat ptẽ aliquotã pt̃ vnitatẽ

Circa ſcðam diffinitionem eſt aduertendũ ꝙ nũerus cõpoſitus ſic diffinitur ab Euclide. 7. elementorum diffinitione. 6. Numerus ꝯpoſitus dr quẽ alius metitur. Que diffinitio ſic intelligẽda eſt. Nũerus ꝯpoſitus eſt numerus hñs partẽ aliquotã pter vnitatem. Et Jordanus. 3. elementorũ arithmetice ſue ſic diffinit numerũ ꝯpoſitum. Cõpoſitus vero qui habet aliũ numeꝝ ipſum numerantẽ. Que diffinitio nõ ſolum ſic intelligẽda eſt ꝙ nũerus ꝯpoſitus dicatur ille qui habet aliũ numeꝝ pter vnitatez ipm numerãtem: qꝛ tunc qlibet numerus eſſet ꝯpoſitus. Sed ſic vez ꝙ habeat alium numeꝝ ab ipſo diſtinguẽdo numerum ꝯtra vnitatẽ ipm numerãtem Et in idẽ reddit dare diffinitionem illam ſic intellectã ⁊ dare ipſam ſicut data eſt quia ſi aliquis nũerus ab aliquo alio ab ipſo preter vnitatem numeretur ex. 12. ꝓpoſitione ille habebit partem aliquotam preter vnitatem.

Circa tertiam diffinitionẽ eſt pmo aduertẽdum ꝙ idez intelligimus ꝑ iſtos tres terminos nũeri ꝯmenſurabiles nũeri ꝯmunicantes numeri adinuicẽ ꝯpoſiti. Hoc ſuppoſito diffinitio illa ſatis clara eſt ſed ſcðm Euclidẽ. 7. elementoꝝ diffinitione. 8. ſic diffiniunt numeri adinuicẽ ꝯpoſiti. Numeri adinuicẽ ꝯpoſiti ſiue ꝯmunicantes dñr quos alius numerus q̃ vnitas metitur nulluſq; eorum eſt ad aliũ pmus. In qua diffinitione videt pſupponere ꝙ idẽ numerus ſit mẽſura ſui ipſius [illegible] eſſet nũerus ternarius ⁊ nũerus ſenarius nõ eſſent adinuicẽ ꝯpoſiti cuius oppoſitũ ipſe ⁊ omnes alij in hac materia loquẽtes imaginãtur ⁊ ex ꝯñti videt eſſe repugnãtia qꝛ in diffinitiõe numeri pmi videtur oppoſitũ pſupponere ⁊ ppterea nõ reſpiciẽdum eſt ad rigorẽ verboꝝ ſed dicẽdum eſt ꝙ diffinitio illa quã ipſe dat intelligenda eſt ad ſẽſum huius. 3. diffinitionis. Sed Jordanus ſic diffinit illũ terminum. Cõmenſurabiles ſiue ꝯmunicantes vocãtur quos ꝯmuniter aliqs numerus numerat. Et in idẽ reddit cũ diffinitione data qꝛ capit in ea iꝫ numerus put ꝯtra vnitatem diſtinguit. Ex iſta diffinitione patʒ ꝙ hec ꝯña non valet iſti numeri ſũt adinuicẽ ꝯpoſiti ergo qlibet coꝝ eſt ꝯpoſitus patet de numero ternario ⁊ ſenario ymo non ſequeretur ex illo antecedente ꝙ aliquis eorum eſſet compoſitus. Hoc patet de duobus numeris equalibus quorum quilibet eſt primus.

Circa quartã diffinitionem eſt ſuppoñedũ ꝙ idem intelligimus ꝑ iſtos tres terminos nũeri ꝯtra ſe pmi numeri incõmenſurabiles nũeri nõ ꝯmunicantes. Eſt vltra ſupponendũ ꝙ ppter cauſã tactam in expoſitione pme diffinitionis eſto ꝙ vnitas nõ ſit numerus pmus ipa ⁊ quilibʒ numerus debẽt poni adinuicẽ pmi ⁊ ppterea in hac diffinitione non pceditur de nũeris quẽlibʒ eorum ꝯtra vnitatẽ diſtinguẽdo. His ſuppoſitis diffinitio illa clara eſt. Et illam eandẽ diffinitionẽ aſſignat Euclides illi termino. 7. elementoꝝ diffinitione. 7. ⁊ Jordanus etiã in principio tertij elementoꝝ ſue arithmetice diffinitione. 4. Ex qua diffinitione euidẽter ꝯſtat ꝙ iſta ꝯña non valet iſti nũeri ſũt adinuicẽ pmi. ꝰ aliqs eoꝝ eſt pmꝰ patʒ de nũero. 9. ⁊ de nũero. 8. Ex hijs duabꝰ diffinitionibꝰ ꝯſtat ꝙ ſi quotcũq; nũeri fuerint ꝯmenſurabiles qcunq; illoꝝ erunt etiã ꝯmenſurabiles. Et ſi aliquorum quotcumq; fuerint aliqui ſint adinuicem primi illi omnes erunt adinuicem primi.

Circa vltimã diffinitionẽ eſt ſupponendũ ꝙ idem ſolet intelligi in hac materia ꝑ terminos pportionis ⁊ ꝑ radices pportionis ⁊ ꝑ terminos in aliqua pportione minimos. Et ppterea ꝑ terminos pportionis nõ intelliguntur ſiñs ⁊ ꝯñs ſicut in multis alijs loqutionibus ſed ad tollẽdum equiuocationẽ meliꝰ eſſet vti iſto t̃mino radices pportiõis ꝓ t̃minis minis alicuiꝰ pportionis. Tũc aduerte ꝙ diffinitio illa ſic poſita eſt ve ſecludunt nũerꝰ. 10. ⁊ nũerꝰ. 6. vñ eſto ꝙ. 10. ad. 6. ſit pportio ſupquadripatiens ſextas ⁊ non poſſit aliqua ſupꝑ quadripatiens ſextas in minoribus nũeris reperiri non tñ ppterea illi dicunt minimi in eoꝝ pportione qꝛ pportio ſupbipatiens tertias eſt equalis illi et in minoribus numeris repitur nec incõueniens ꝙ ſint due equales pportiones ⁊ vna aliquo modo denoiet quo alia non denominet ⁊ in multis alijs numeris ſimile ꝯtingit ppter hoc igitur ꝯſtat ꝙ nulli numeri dicunt in ſua pportione minimi niſi illi ita ſe habeant ꝙ non ſit poſſibile in equali pportione cum pportione illoꝝ aliquos minores ipſis reperire. Eſt tñ aduertendũ circa iſta ꝙ interdũ vtuntur doctores iſtis terminis in hac materia numerus ad aliquẽ pmus numerus ad aliquem compoſitus. Et nõ dicet numerus ad aliquẽ pmus ideo qꝛ ſit pmus ſed quia eſt illi incõmenſurabilis nec dicetur aliquis ad aliquẽ ꝯpoſitus qꝛ ſit ipe ꝯpoſitus ſed quia eſt illi cõmenſurabilis. Et ppterea ſicut habʒ Boetius in ſua arithmetica nũerus ſolũ ad alterum pmus dicetur qui ſcðm ſe ꝯpoſitus eſt ſed alteri ꝯparatus ẽ ei incõmenſurabilis ⁊ ꝑ idẽ nũerus ſolũ ad alteꝝ ꝯpoſitus dicetur q̃ ſcðm ſe eſt pmus alteri tñ ꝯparatus eſt ei cõmenſurabilis Et ex hijs apparẽt illorum terminorum diffinitiones.

Ex hijs ſatis poteſt ꝯſtare ꝙ refert loqui de cõmẽſurabilitate nũerorum eo modo quo ibi ſit mẽtio ⁊ loqui de ꝯmenſurabilitate ipſoꝝ ſicut in vltimis diffinitiõibus primi qꝛ illo mõ quicũq; duo nũeri ſũt ꝯmenſurabiles ⁊ qlibet eſt ꝯmẽſurabilis vnitati nõ aũt iſto mõ. Itẽ loquendo illo mõ quecũq; que ſũt ꝯmenſurabilia vni tertio ſunt inter ſe ꝯmenſurabilia nõ aũt loquendo hoc modo quicũq; duo numeri qui ſũt ꝯmenſurabiles vni tertio ſunt inter ſe ꝯmenſurabiles. Hoc patʒ de nũero ternario ⁊ quaternario. Itẽ loquendo illo modo ſi aliqd ſit ꝯmenſurabile alicui toti ⁊ detracto ex ipſo illud eſt ꝯmenſurabile reſiduo nõ aũt ita ꝯtingit de nũeris hoc modo loquẽdo nũerus eñ. 20 eſt ꝯmenſurabilis nũero. 28. ⁊ numero. 2ς. non tñ numero ternario. Itẽ loquendo illo modo ſi aliqd ſit cõmenſurabile detracto ex aliquo ſimiliter ⁊ reſiduo illud eſt ꝯmenſurabile illi toti non aũt ſimile cõ

tingit de nũeris hoc modo loquẽdo nũerus enĩ.6.eſt ꝯmenſurabilis numero.9.⁊ nũero.4.non aũt numero.13. Jtẽ loquendo illo modo ſi duarũ ꝓportionum ſimilium aĩs vnius ſit ꝯmenſurabile ꝯñti euſdẽ erit ⁊ aĩs alterius ꝯmenſurabile ꝯñti euſdẽ nõ aũt ĩ nũeris ſimile ꝯtingit loquẽdo hoc modo ptʒ de ꝓportionibus.6.ad.8.⁊.3.ad.4. Jtẽ loquẽdo illo modo ſi pmi ad ſcðʒ fuerit ea ꝓportio que tertij ad quartum ⁊ vnũ illoꝝ fuerit ꝯmenſurabile alijs duobus eorũdem quodlibet illorum cuilibet eorundẽ erit ꝯmenſurabile nõ autẽ ſimile ꝯtingit in nũeris hoc modo loquẽdo ſicut patʒ in exemplo tacto ſtatim. Jtẽ loquendo illo modo non eſt poſſibile dare tria incõmenſurabilia quorum q̃cũqꝫ duo ſint adinuicẽ ꝯmenſurabilia in numeris autem bñ poteſt illud ꝯtingere loquẽdo iſto modo multa alia diſcrimina poſſent etiam aſſignari que propter breuitatem relinquo. Horum omnium demonſtrationes apparebunt in hoc libro ⁊ in octauo.

¶ Tertij libri propoſitiones.

1 **Q**uilibet nũerus primus cuilibet quẽ numerat eſt commenſurabilis. Cuilibet autem quem non numerat eſt incommenſurabilis.

Sit a numerus pmus qui nũeret b ⁊ ſit c alius nũerus quẽ a nõ numeret. ¶ Tunc dico pmo ꝙ a eſt ꝯmenſurabilis b. Dico ſecundo ꝙ a eſt incõmenſurabilis c. ¶ Primũ ptʒ qꝛ ex terminis a eſt maioꝛ vnitate cum igiẜ a numeret b ⁊ nũeret etiã ſe ex terminis a ⁊ b erunt ꝯmenſurabiles quod eſt pmum. ¶ Scðm ptʒ quia dato oppoſito ex terminis aliquis ꝑter vnitatẽ nũerabit a ⁊ c qui ſit d cũ igiẜ ex ypotheſi d non ſit equalis a nec ſit maioꝛ a erit minoꝛ a q̃ cũ nũeret a ꝑ.12.petitionẽ eſt ps aliquota a quare ex terminis a erit ꝯpoſitus quod eſt ꝯtra ypotheſim.

1.co. Ex pñti ꝯſtat ꝙ ſi aliquis nũerꝰ primꝰ ſit alicui ꝯmẽſurabilis ille pmꝰ illũ nũerat. Qꝛ dato oppoſito ꝯñtis huiꝰ cũ añte ſequiẜ in forma oppoſitũ ſcðe ptis pñtis.

2.co. Patet vltra ꝙ quilibʒ nũerus ꝑter vnitatẽ aliquẽ nũerans ẽ illi cõmenſurabilis. Et ex cõſequenti quilibet talis cuilibet ſibi equali eſt ꝯmenſurabilis ⁊ ex ꝯñti ſi aliqui duo numeri quoꝝ quilibet eſt maioꝛ vnitate ſit icõmẽſurabiles nullus illoꝝ nũerat alterũ aut eſt pars aliquota alterius. ¶ Primũ iſtoꝝ oĩno eodẽ mõ demõſtratur ſicut prima pars preſentis. Secundum autem ſequitur ex primo ⁊ tertium ſimiliter ſequitur ex primo.

3.co. Patet vltra ꝙ quicũqꝫ duo numeri inequales quoꝛũ quilibet eſt pmus ſunt adinuicem pmi. ¶ Qꝛ tunc maioꝛ nõ numerabit minorem nec minoꝛ etiam numerabit maiorem quia tunc per.12.petitionẽ eſſet pars aliquota maioris quod repugnat ypotheſi. Hoc igitur habito ex preſenti conſtat propoſitum.

2 **Si duo numeri inequales fuerint commenſurabiles maioꝛ illorum eſt compoſitus.**

Hoc ideo eſt quia ex terminis aliquis preter vnitatem illos numerabit qui cum non poſſit eſſe maioꝛ minori illorum erit illi equalis vel eo minoꝛ ⁊ per ꝯñs minoꝛ maiori ⁊ per conſequens ex.12.petitione erit pars aliquota illius maioris vnde ex terminis conſtat propoſitum.

3 **Si aliqui numeri fuerint commenſurabiles ⁊ nullus eoꝛuʒ alterum numeret erit quilibet eorum compoſitus.**

Hoc ideo eſt quia dato oppoſito conſequentis cum antecedente aliquis illorum eſſet primus et ille eſſet cõmenſurabilis alicui quẽ non numerat quod ꝑ primã huius eſt impoſſibile

4 **Omnis numerus compoſitus ab aliquo primo numeratur.**

Sit a numerus ꝯpoſitus. Tũc dico ꝙ a ab aliquo pmo nũeratur. Qꝛ ex terminis a habet ptem aliquotã ꝑter vnitatem que ſit b tũc ſi b ſit numerus pmus cũ ex terminis nũeret a cõſtat ꝓpoſitum. Si aũt b ſit numerus ꝯpoſitus ex terminis aliquis ꝑter vnitatem eſt illius ps aliquota q̃ ſit c ille ꝑ.22.primi erit ps aliquota a ſi igitur ſit pmus cum ex terminis nũeret a ꝯſtat ꝓpoſitũ. Cũ igitur nõ ꝯtingat in infinitum ita deſcẽdere qꝛ tunc nũerus decreſceret in infinitũ tandem ad aliquem primum deueniretur ita deſcendendo in partibus aliquotis illorum maioribus vnitate qui per primum correlariũ.22.primi erit pars aliquota a ⁊ ex cõſequenti ex terminis nũerabit a vnde ꝯſtat ꝓpoſitũ

1.co. Ex preſẽti conſtat ꝙ cuiuſlibet numeri compoſiti aliquis numerus primus eſt pars aliquota. Hoc in forma demonſtratur in preſenti.

2 Patʒ vltra ꝙ ſi quotcũqꝫ numeri fuerint commenſurabiles illi omnes ab aliq̃ primo numerabũtur. ¶ Quia ex terminis illi omnes ab aliquo maiori vnitate numerabuntur qui ſi ſit primus conſtat propoſitum. Et ſi cõpoſitus ille ex preſenti ab aliquo primo numerabiẜ qui per.21.primi quemlibet illorum numerabit vnde conſtat propoſitum

3.co. Patet vltra ꝙ ſi quotcũqꝫ numeri fuerint ꝯmenſurabiles cuiuſcumqꝫ illorum quilibet multiplex cuilibet alteri illorum ſimiliter ⁊ cuilibet multiplici cuiuſcumqꝫ illorum erit commenſurabilis. Et ex conſequenti quilibet ab aliquo illorum numeratus cuilibet alteri illorum. Similiter ⁊ cuilibet nũerato ab aliquo illoꝝ erit ꝯmenſurabilis. ¶ Quia ille numerus ꝑter

vnitatē qui ex terminis debet numerare oēs illos p.21.pmi quēlibet multiplicē cuiuſcumq; illorum numerabit. Similiter ⁊ quemlibet numeratū ab aliquo illoꝝ vnde ex terminis notum eſt ꝓpoſitum.

4.co **Patet vltra ꝙ ſi aliquis nūerus ſit incōmēſurabilis ꝓducto** ex duobus ille erit incōmenſurabilis cuicumq; illorum. ¶ Quia cum ille ꝓductus a quolibet illorū ex quibus producitur numeretur ſi ille eſſet commenſurabilis alicui illorum per precedens correlarium ille eſſet commenſurabilis illi producto quod repugnaret ypotheſi.

5 **Quicumq; numerus maioꝛ vnitate aut eſt pꝛimus aut a pꝛimo numeratur qui eſt eius pars aliquota.**

Quia ꝑ diuiſionem quilibet talis eſt pꝛimus aut compoſitus cum igitur ex pꝛimo correlario ꝑce dētis cuiuſlibet numeri cōpoſiti aliquis pꝛimus ſit pars aliquota q ex terminis nūerabit ipſm q̄libet maioꝛ vnitate erit ꝑmus aut numerabit a ꝑmo q eſt eius ps aliquota qd eſt propoſitum.

6 **Si numerus pꝛimus numeret pꝛoductum ex ductu duoꝛum numerorum vnius in alterum ille idem numerabit alterum illorum duorum.**

Sit a numerus ꝓductus ex b in c quē numeret d nūerus ꝑmus ꝑ e. Tunc dico ꝙ d numerat b. aut c. Nā ex terminis ex d in e fiet a qui ex ypotheſi fit ex b in c. ergo ꝑ.43.ſcdi d ad b eſt ea ꝓpoꝛtio que e ad c ſi igit̄ d ſit equalis b ꝯſtat ꝓpoſitū. Si aūt ſit minoꝛ b ex ꝑma ſcdi c eſt minoꝛ e ⁊ ex.55 ſuppoſitione ſcdi c eſt tota ps aliq̄ta aut tot ſimiles ptes aliq̄te e ſicut d reſpectu b ſi ergo d ſit ps aliquota b notū eſt ꝓpoſitum. Si vero ſit ptes aliquote b ⁊ non ps aliquota erit ꝑ ſuppoſitionē ſtatī allegatā c tot ſimiles partes aliquote e ⁊ nō erit ps aliquota e quare ꝑ ꝑmū correlariū 43. ꝑmi d poterit totiēs adequate ſubſtrahi ex b quotiens c ex e ⁊ quod remanebit ex b erit tota ps aliquota aut tot ſimiles ptes aliquote d ſicut quod remanebit ex e reſpectu c detracto ergo d ex b q̄ ad poſſit remaneat f ⁊ detracto c ex e quo ad poſſit remaneat g ⁊ ſi f ſit pars aliquota d cū d ſit nūerus pꝛimus f eſt vnitas cū igitur ꝑ ſtatim ꝓbatum g ſit tota ps aliquota c ſicut f reſpectu d ex.54. ſuppoſitione ſecūdi f ad d vt g ad c ergo ꝑmutatim f ad g vt d ad c ſed f nūerat g ergo ex correlario ꝑme ſcdi d numerat c. Si aūt f ſit ptes aliquote d ⁊ non pars aliquota ꝑ ſtatim ꝓbatum g erit tot ſimiles ptes aliquote reſpectu c ſicut f reſpectu d, ſumo ergo vnā talē partem d ex f que ſit h q̄ qꝛ d eſt nūerus ꝑmus erit vnitas ſumo inſuꝑ vnā ſimilē partē aliquotā c ex g q̄ ſit k erit tūc ex.54. ſuppoſitione ſcdi h ad d vt k ad c ergo ꝑmutatim h ad k vt d ad c ſed h numerat k ergo ꝑ correlariū ꝑme ſcdi d numerat c. Si aūt d ſit maioꝛ b ex ꝑma ſcdi c eſt maioꝛ e ⁊ quia d ad b vt c ad e ꝯuerſim b ad d vt e ad c quare per.55. ſuppoſitionē ſcdi b erit tota pars aliquota aut tot ſimiles ptes aliquote d ſicut e reſpectu c. Si igit̄ b ſit pars aliquota d, b eſt vnitas ⁊ quia b ad d vt e ad c ꝑmutatim b ad e vt d ad c ſed b nūerat e ergo ꝑ correlariū ꝑme ſcdi d numerat c. Et ſi b ſit ptes aliquote d ⁊ non ps aliquota ꝑ ſtatim ꝓbatum e erit tot ſimiles partes aliquote c ſumpta ergo vna illaruz ex b que ſit f illa erit vnitas ⁊ ſumpta vna tali ex e reſpectu c que ſit g erit f ad d vt g ad c ergo ꝑmutatim f ad g vt d ad c ſed f numerat g ergo per correlarium pꝛime ſecundi d numerat c patet igitur totum propoſitum.

1.co. **Ex p̄nti ꝯſtat ꝙ ſi aliquis nūerus maioꝛ vnitate nūeret ꝓductum** ex ductu duoꝝ numeroꝝ vnius in alteꝝ aut ſit illi ꝯmenſurabilis ille erit cōmenſurabilis alicui illoꝝ duoꝝ ex quoꝝ multiplicatione ꝓducitur. ¶ Quia ſi ille ſit pꝛimus ex ꝑmo correlario ꝑme huius nūerabit illud ꝓductum quare ꝑ p̄ntem erit alicui illoꝝ ꝯmenſurabilis. Si aūt nō ſit pꝛimus erit cōpoſitus ⁊ ꝑ ſcdm correlariū.4. huius ab aliquo ꝑmo nūerabunt̄ ille ⁊ ille ꝓductus ⁊ ille ꝑmus per p̄ntem numerabit aliquem illoꝝ ex quorum multiplicatione ꝓducitur vn̄ ex terminis ꝯſtat ꝓpoſitū.

2.co **Patet vltra ꝙ ſi aliquis nūerus pꝛimus nūeret ꝓductum ex** aliquo nūero in ſeipſum ille numerabit illū. Et ex ꝯn̄ti ſi nūeret ꝓductum ex illo in ſuū ꝓductum ille numerabit illum ⁊ ita conſequenter aſcendendo. ¶ Pꝛimum conſtat ſicut preſens. Et ſecūdum patet quia ex preſenti ille pꝛimus numerabit illum aut productum ex illo in ſe ⁊ ſi illum conſtat propoſitum ⁊ ſi productum ex illo in ſe ex pꝛima parte conſtat etiam propoſitum.

3.co **Patet vltra ꝙ ſi aliquis numerus maioꝛ vnitate nūeret pꝛoductum** ex aliquo in ſe aut productum ex illo in ꝓductū ex ipſo in ſe aut ſit alicui illoꝝ ꝓductoꝝ ꝯmēſurabilis ille erit commenſurabilis illi. Hoc eodē modo deducitur ex pꝛimo correlario preſentis ſicut precedens correlarium ex preſenti deducebatur.

7 **Si nūerus pꝛimus in nūerum pꝛimū ducatur pꝛoducti inde** nullus numerus preter illos pꝛimos ⁊ vnitatē erit pars aliquota.

Sit a numerus ꝓductus ex b ꝑmo in c ꝑmum. Tunc dico ꝙ nulla eſt ps aliquota a ꝑter b aut c aut vnitatē. Quia dato oppoſito ſit illa d q̄ numeret a ꝑ e erit tūc e maioꝛ vnitate quia aliās d eſſet equalis a quod repugnat ypotheſi qꝛ igitur ex d in e fit a ſimilit̄ ⁊ ex b in c ⁊ d eſt inequalis tā b q̄ c ꝑ ſcdm correlariū.43. ſcdi e eſt inequalis tā b q̄ c ⁊ ꝑ ꝑcedentem b nūerabit d aut e ſit ergo ita vt numeret d ⁊ quia ꝑ.43. ſecūdi e ad c vt b ad d ꝑ correlarium ꝑme ſcdi e numerabit c cū igitur e ſit maioꝛ vnitate ⁊ non ſit equalis c nec eo minoꝛ erit eo minoꝛ ⁊ ꝑ ꝯn̄s per.12. petitionē pars aliquota c ⁊ ꝑ ꝯn̄s c nō eſſet ꝑm⁹ eſt ꝯtra ypotheſim. Et ſi b nūeret e qꝛ ꝑ.43. ſcdi b ad c vt d ad e. per correlarium ꝑme ſcdi d numerat c quo habito ſicut ſtatim ſequitur c nō eſſe numerum pꝛimum.

Co. **Ex p̄n̄ti ꝯſtat ꝙ ſi nūerus primus in nūerum primū ducatur** nullus minor inde ꝑducto numerabit illum ꝑductum niſi ille ſit vnitas aut aliquis illorum primorū. ¶ Dato eñ oppoſito huius adiuuante .12. petitione ſtatim ſequetur oppoſitum preſentis.

8 **Si aliquis nūerus per numerū primū multiplicetur produc**ti inde nulla erit pars aliquota preter multiplicantem ⁊ multiplicatum ⁊ vnitatem quin illa ſit pars aliquota illius multiplicati vel a parte aliquota illius denominata pars aliquota illius producti.

Ducatur a nūer⁹ in b numerū primū ⁊ fiat c ⁊ d ⁊ e ſint ptes aliquote a ⁊ nō habeat aliā partē aliquotā ab illis p̄ter vnitatē. Tūc dico ꝙ nulla eſt pars aliquota c p̄ter a ⁊ b ⁊ vnitatē quin illa ſit d aut e aut denoīata ſecundū d aut ſcd̄m e ps aliquota c. Nā dato oppoſito ſit f pars aliquota c p̄ter tales denominata ſcd̄m g ⁊ quia b nūerus p̄mus numerat c ꝑductum ex f in g p ante p̄cedentē numerabit f aut g nūeret igitur f ⁊ quia ex a in b tm̄ fit ſicut ex f in g p .43. ſcd̄i b ad f vt g ad a ſed b nūerat f ergo per correlariū prime ſcd̄i g nūerat a vel ergo g eſt equalis a vel eo minor vel maior non poteſt vltimū dari nec p̄mū qꝛ tunc per primā ſecūdi b eſſet equalis f quod repugnat ypotheſi erit ergo g minor a ergo p .12. petitionem pars aliquota a ⁊ cū non ſit vnitas qꝛ tunc f eſſet equalis c erit d aut e qd̄ eſt ꝯtra ypotheſim. Et ſi ponatur b nūerare g cū per .43. ſcd̄i b ad g ſit vt f ad a: f nūerat a ⁊ cū nō ſit equalis a nec maior: a erit minor a ꝙ p .12. petitionē pars aliquota a ⁊ per ꝯſequens d aut e aut vnitas quod eſt contra ypotheſim. Et ſi ponantur plures aut pauciores partes aliquote a conſimilis eſt penitus demonſtratio.

9 **Quotcūqꝫ numeris primus datis contingit alium numeruʒ** primum ab ipſis reperire ita vt maximuʒ numerum numerorum primorum aſſignare eſt impoſſibile.

Sint a b c d quotcūqꝫ numeri primi. Tūc dico ꝙ ꝯtingit reperire alium numerū p̄mum ab ipſis Duco eñ a in b ⁊ fiat e ⁊ e in c ⁊ fiat f ⁊ f in d ⁊ fiat g tūc ex terminis ⁊ ex .13. adiuuāte .21. primi q̄libet illorū a b c nūerabit g. Sit ergo h maior g per ſolā vnitatē qui ſi ſit p̄mus euʒ ſit alius a p̄dictis ꝯſtat ꝓpoſitum. Et ſi compoſitus p .4. huius ab aliquo p̄mo nūeratur qui ſit k quē dico eſſe aliū a p̄dictis qꝛ ſi ſit aliqͥs illoꝝ nūerabit h totū ⁊ g detractū vt ꝓbatū eſt ꝙ p .20. p̄mi nūerabit reſiduū puta vnitatē maior. ſ. minorē qd̄ ē īpoſſibile. Et ſi plures nūeri ſumāt̄ ꝯſimilis eſt demōſtratio.

1.co. **Ex p̄n̄ti ꝯſtat ꝙ quocūqꝫ nūero primo dato ꝯtingit aliū nūeꝝ** primū maiorē ip̄o reperire. Nā quocūqꝫ tali dato capto ip̄o cū oı̄bus p̄mis minoribus ip̄o ex p̄n̄ti cōtinget alium primum ab illis omnibus reperire qui de neceſſitate debet eſſe illo maior.

2.co **Patet vltra ꝙ quotcūqꝫ nūeris adinuicē primis datis ꝯtingit** alium nūerū primū reperire qui ad quēlibet illorum ſit p̄m⁹. Nā dato maximo illoꝝ ⁊ inuento aliquo primo maiori illo per tertium correlarium prime huius ille ad quemlibet illorum erit primus.

10 **Si fuerint duo numeri cōtra ſe primi quicunqꝫ numerans** alterum illorum eſt ad reliquū primus Similiter ⁊ quicunqꝫ numerantes illos ſunt adinuicem primi.

Hec ideo verum habet quia dato oppoſito alicuius iſtorum quodcunqꝫ fuerit accideret oppoſitum tertij correlarij .4. huius.

Co. **Ex p̄n̄ti ꝯſtat ꝙ ſi fuerint quotcūqꝫ numeri quoꝝ quilibet ad** quēlibet aliū ip̄oꝝ ſit p̄mus quicūqꝫ numerās aliquē eorū erit ad quēlibet alium illorum p̄mus. Similiter ⁊ quicūqꝫ duo nūerantes aliquos illoꝝ ſūt adinuicē p̄mi Eadē eſt huius demōſtratio cū demōſtratione p̄n̄tis. ¶ Hic tñ aduerte ꝙ nō oportet ſi plures ꝙ̄ duo ſint adinuicem primi ꝙ quicūqꝫ nūerans aliquē illorum ſit ad aliquem aliorū primus patʒ de nūero .6. reſpectu iſtorū triū .3.4.12.

11 **Quilibet numerus adequate compoſitus ex duobus nume**ris contra ſe primis ad quemlibet illorum eſt primus.

Hoc ideo eſt quia dato oppoſito ſi aliquis p̄ter vnitatē nūeret illum totū ⁊ aliquem illorū duoꝝ per .20. primi ille nūerabit reliquū illorum duorū ⁊ per ꝯn̄s non eſſent illi duo contra ſe primi quod eſt contra ypotheſim. ¶ Hic aduerte ꝙ non oportet ꝙ ſi aliqui numeri plures ꝙ̄ duo: ita ſe habeant ꝙ quilibet illorum ad quēlibet alium eorumdem ſit primus ꝙ compoſitus ex illis ad aliquem illorum ſit primus: patet de hijs tribus .3.5.22.

1.co **Ex preſenti ꝯſtat ꝙ ſi aliquis totus numerus ſit cōmenſura**bilis parti eius ille erit ꝯmenſurabilis reſidue pti eius. Et ille ptes erunt etiā inter ſe commenſurabiles. Et ſi vni parti fuerit incōmenſurabilis reſidue parti erit etiam incommēſurabilis ⁊ ille partes inter ſe incommenſurabiles. ¶ Primum ⁊ ſecūdum patʒ quia ille numerus preter vnitatem qui ex terminis ⁊ ex ypotheſi debet numerare illum totū ⁊ illam partem per .20. primi numerabit reſiduā partem vnde ex terminis cōſtant illa duo. ¶ Tertium apparet quia dato eius oppoſito ſtatim ſequitur oppoſitum primi. ¶ Quartum autem cōſtat quia dato oppoſito conſequentis illius cum antecedente ille numerus preter vnitatem qui ex ypotheſi ⁊ ex terminis deberet numerare illas duas partes per primum correlarium .14. primi deberet numerare totum ⁊ per conſequēs ex terminis illi eſſet commenſurabilis cuilibet illarum partium quod eſt contra ypotheſim.

Patet vltra ꝙ ſi duo numeri fuerint ꝯmenſurabiles inter ſe compoſitus ex illis erit vtriq̄ cōmenſurabilis ⁊ ex ꝯñti ſi quotcūq̄ numeri fuerint cōmenſurabiles inter ſe ꝯpoſitus ex illis erit cōmenſurabilis cuilibet ipſoꝝ. Qꝛ nũerus ille preter vnitatẽ qui ex terminis ⁊ ex ypotheſi debebit nũerare illos cōmenſurabiles ſiue fuerint duo ſiue plures per primum correlarium .14. primi numerabit compoſitum ex illis vnde ex terminis conſtat propoſitum.

3.co **Patet finaliter ꝙ ſi duo numeri inequales fuerint adinuicẽ** p̃mi differentia illoꝝ ad quẽlibet illoꝝ erit p̃mus. Et ſi dr̃a duorum nũerorũ inequaliũ fuerit nũerꝰ p̃mus ad aliquẽ illorũ erit ad reliquũ numerus p̃mus ⁊ illi duo erunt adinuicẽ p̃mi. Et ex ꝯñti quicũq̄ duo nũeri quorũ dr̃a ẽ vnitas ſũt adinuicẽ p̃mi. Hec oĩa ex p̃cedẽtibꝰ correlarijs ſequũt̃ i forma

12 **Si duorum numerorum vterq̄ ad terteriũ fuerit primus** qui ex vno illorum in alterum producitur ad eundem tertium erit primus.

Sint a ⁊ b duo nũeri quoꝝ vterq̄ ſit p̃mus ad c: d aũt ſit ꝓductus ex a in b. Tũc dico ꝙ d eſt p̃mus ad c. Qꝛ dato oppoſito ſit e numerus p̃ter vnitatem numerãs d ⁊ c ille per primũ correlarium .6. huius erit commenſurabilis a aut b ⁊ per ꝯſequens per tertium correlarium .4. huius c eſſet commenſurabilis eidem illorum quod eſt contra ypotheſim.

1.co. **Ex preſenti conſtat ꝙ ſi quotcũq̄ numerorum quilibet ad aliquem** certum fuerit primus productus ex quibuſcumq̄ duobus illorum ad eundem erit primus. Similiter ⁊ productus ex illo ꝓducto ⁊ ex alio illorum ⁊ ita deinceps quo vſq̄ ad vltimum illorũ deueniatur. Hec omnia ex preſẽti pluries ſumpta ſequuntur in forma.

13 **Si fuerint duo numeri contra ſe primi quicumq̄ qui ex altero** illorum in ſe ducto producitur eſt ad reliquum primus.

Sint a ⁊ b ꝯtra ſe primi ⁊ ex a in ſe fiat c. Tũc dico c eſſe p̃mũ ad b. Sit eñ d equalis a ille erit primus ad b ⁊ c fiet ex a in d ergo per precedentem c erit primus ad b.

Co. **Ex preſenti ꝯſtat ꝙ ſi quotcũq̄ numerorum quilibet ad quẽlibet** alium eorũdem ſit p̃mus quilibet ꝓductus ex aliquo illoꝝ in ſe ad quẽlibet aliũ eorũdẽ eſt p̃mꝰ

14 **Si fuerint duo numeri ꝯtra ſe primi ⁊ vterq̄ in ſeipſũ ducat̃** producti inde erunt adinuicem p̃mi. Et ſi quilibet illorum in ſuum productum ducatur qui producentur erunt contra ſe primi ⁊ ita deinceps ſi primi in vltimo productos quiſq̄ in ſuum ducatur producti continuo erunt adinuicem primi.

Sint a ⁊ b ꝯtra ſe primi ⁊ ex a ſe fiat c ⁊ d ex b in ſe ⁊ ex a in c fiat e ⁊ ex b in d fiat f ⁊ ex a in e fiat g ⁊ ex b in f fiat h. ¶ Tunc dico primo ꝙ c ⁊ d ſunt ꝯtra ſe p̃mi. Dico ſcđo ꝙ e ⁊ f ſũt adinuicem primi. Similiter ⁊ g et h ſũt adinuicẽ p̃mi. ¶ Primũ patꝫ quia per p̃cedentem c eſt primus ad b ergo per eandẽ d erit p̃mus ad c quod eſt primum. ¶ Et qꝛ a eſt p̃mus ad b ⁊ c ꝓbatus eſt p̃mus ad b p antprecedẽtem e erit p̃mus ad b ergo p precedentem d erit primus ad e ergo iterũ per anteprecedentem f erit primus ad e. Et conſimiliter omnino patꝫ g eſſe primũ ad h. Et ita deinceps ſi vltro procedatur in talibus multiplicationibus.

Co. **Ex p̃ñti conſtat ꝙ ſi quotcũq̄ numerorũ quilibet ad quẽlibet** alium eorundem ſit p̃mus ⁊ q̃libet illorum in ſe ducatur quilibet illorum productorum ad quemlibet alium ipſorum erit primus. Et ſi quilibet in ſuum productum ducatur inde producti cōſimiliter ſe habebunt ⁊ ita deinceps. Hec manifeſtiſſime ſequuntur ex preſenti.

15 **Si duorũ numerorum quilibet ad aliorũ duorum quemlibꝫ** fuerit primus qui ex vno illoꝝ in alterum ꝓducitur ad illũ qui ex vno alioꝝ in reliquũ fit erit primus.

Sit a primus ad c ⁊ ad d ⁊ b ſit etiã primus ad c ⁊ ad d ⁊ e fiat ex a in b: f autẽ ex c in d. Tunc dico ꝙ e eſt primus ad f. Quia per .12. huius bis ſumptaꝫ e erit primus ad c ⁊ ad d ergo per eãdem f erit primus ad e quod eſt propoſitum.

16 **Si duo numeri maiores vnitate fuerint cōtra ſe primi minori** ex maiori detracto quo ad poſſit remanebit vnitas aut minor numerus illo minori. Et ſi minor eorũ ſemel aut pluries ex maiori detrahatur relinquetur vnitas aut numerus ad minorem primus.

Hec preſupponit ꝙ ſi duo nũeri maiores vnitate fuerint adinuicem p̃mi ille ſunt inequales quod ex ſcđo correlario p̃me huius ſatis ꝯſtat. Sint igit̃ a numerus maior vnitate ⁊ b maior a adinuicẽ p̃mi. ¶ Tũc dico p̃mo ꝙ detracto a ex b quo ad poſſit remanebit vnitas aut nũerus minor a. Dico ſcđo ꝙ detracto a ſemel aut pluries ex b remanebit vnitas aut numerus p̃mus ad a. ¶ Primũ patꝫ quia b nõ eſt tũc multiplex ad a: qꝛ ſi ſic a nũeraret b quare per ſecundũ correlariũ p̃me huius a eſſet ꝯmenſurabilis b quod eſt ꝯtra ypotheſim nõ eſt ergo b multiplex ad a: ergo p .15. petitionẽ a detracto ex b quo ad poſſit remanebit minus a vnde ꝯſtat primũ. Et quia a detracto ex b quo ad poſſit aliquid remanebit ꝯſtat ꝙ ſiue a detrahat̃ p̃ciſe ſemel ex b ſiue pluries aliquid remanebit detrahat̃ ergo a ex b ſemel aut pluries ⁊ remaneat e tũc ſi eſt vnitas aut p̃mꝰ ad

a ꝯſtat ꝓpoſitū. Si aūt dederis e eſſe cōmēſurabilem a ſit d reſidua ps b preter e tūc ex .17. petitione a numerabit d ſit ergo e numerus preter vnitatem cōmuniter nūerans a ⁊ e ille per .21. pⁱmi nūerabit etiam d/e ergo numerabit d detractū ex b ⁊ e reſiduum ergo p .15. pⁱmi nūerabit b ⁊ per conſequens a ⁊ b non erunt adinuicem pⁱmi quod eſt contra ypotheſim.

17 **Si fuerint duo nūeri ꝯtra ſe pⁱmi minori ex maiori detracto** q̄ ad poſſit reſiduū erit vnitas aut illo reſiduo detracto ex illo minori q̄ ad poſſit reſiduum erit vnitas aut illo reſiduo iterū detracto quo ad poſſit ſicq ꝯtinuo hoc pacto detractione facta tādē vnitatē relinqui neceſſe erit. Et ſi quorumcūq duorum numerorum inequalium quorum quilibet eſt maior vnitate ꝯtinua illo mō detractione facta tādē vnitas relinquaẜ illos nūeros incōmēſurabiles eſſe opꝫ.

Pⁱmū patꝫ ſint a numerus maior vnitate ⁊ b maior a contra ſe pⁱmi. Tunc ex precedenti a detracto ex b quo ad poſſit remanebit minus a quod ſit e tūc ſi e ſit vnitas ꝯſtat propoſitū ſinaūt p p̄cedentem erit pⁱmus ad a quare p eandē e detracto ex a quo ad poſſit remanebit minus e quod ſi ſit vnitas ꝯſtat ꝓpoſitum. Sinaūt per eandē illud erit pⁱmus ad e ⁊ illo detracto ex e quo ad poſſit remanebit minus illo ⁊ ita deinceps quare ita ꝯtinuo ꝓcedēdo numerus in infinitū decreſcet aut tandē vnitas relinquetur cū igitur pⁱmū ſit impoſſibile conſtat ꝓpoſitū. ¶ Scdm patet ſint a numerus maior ⁊ b minor ⁊ detracto b ex a quo ad poſſit relinquatur e q̄ ſit vnitas aut e detracto ex b/ quo ad poſſit relinquaẜ d qui ſit vnitas aut ipſo detracto ex e quo ad poſſit relinquaẜ vnitas. Tunc dico a ⁊ b eſſe incommenſurabiles qꝛ dato oppoſito ſit e maior vnitate numerās a ⁊ b ⁊ ſit f reſidua pars a p̄ter e quam per .17. petitionē numerat b ⁊ ſit g reſidua pars b p̄ter d quā per eandem petitionem nūerabit e ⁊ ſit h reſidua pars c p̄ter vnitatē quā p eandē petitionem nūerat d. Quia igitur e numerat b/ ⁊ b nūerat f p .21. pⁱmi e numerat f detractū ex a ⁊ cū per ypotheſim numeret etiā a p .20. pⁱmi nūerabit e ⁊ quia e nūerabit g p .21. pⁱmi e numerat g detractū ex b ⁊ qꝛ numerat b p .20. pⁱmi nūerat d reſiduū ⁊ quia d numerat h p .21. pⁱmi e nūerat h detractum ex e cū igitur probatū ſit e nūerare c p .20. pⁱmi e numerabit reſiduū e vt puta vnitatē maior ſcꝫ minorē qd̄ eſt īpoſſibile. Et ſi nō adeo cito ita ꝓcedēdo in detractionibus ad vnitatē deueniaẜ aut citiꝰ ꝯſimilis ē oīno demſtratio.

Co. **Ex pn̄ti ꝯſtare poteſt ꝙ quicūq nūerus maior vnitate poteſt** in duo equa diuidi aut in duo inequalia ſola vnitate diſtantia. ¶ Sit eñ a quicūq talis ⁊ b binarius qui ex terminis eſt pⁱmus tūc ſi b ſit ꝯmenſurabilis a p pⁱmum correlariū pⁱme huius b nūerat a nūeret ergo a ſcdm e tunc ex pⁱmo correlario .13. pⁱmi c nūerat a ſcdm b ⁊ p ꝯn̄s c bis ſumptus reddit a: ⁊ ex ꝯn̄ti eſt medietas a vnde ꝯſtat ꝓpoſitum. Si aūt b ſit pⁱmus ad a ex p̄cedēti b detracto ex a quo ad poſſit remanebit minus b ⁊ p ꝯn̄s remanebit vnitas ſit ergo e reſidua pars a p̄ter vnitatē quā p .17. petitionem nūerat b quare ſicut ſtatim cōſtat c habere duas medietates quarū vna ſit d ⁊ altera ⁊ addo e vnitatē ⁊ fiat f ꝯſtat tunc f ⁊ d ſola vnitate diſtare ⁊ a adequate reſultare ex d ⁊ f poterit ergo a adequate diuidi in d ⁊ f ſola vnitate diſtantes patet igitur propoſitum.

18 **Si fuerint duo numeri inequales cōmēſurabiles minori ex** maiori detracto p̄ciſe ſemel aut pluries nichil remanebit aut remanebit numerus minor minori ipſi ⁊ maiori cōmenſurabilis. Et ſi duorum nūerorum inequalium quorum quilibet eſt maior vnitate minori ex maiori detracto ſemel aut pluries nichil remanſerit aut remanſerit commenſurabilis ipſi minori erunt illi duo commenſurabiles.

Pⁱmū patꝫ ſint a nūerus minor ⁊ b maior ꝯmēſurabiles ⁊ tūc ſi poſſit dari oppoſitū huius a detracto ex b ſemel aut pluries remaneat e qui ſit incōmenſurabilis a aut b ⁊ ſit d reſidua pars b p̄ter e quā p .17. petitionē nūerat a ⁊ ſit e nūerus p̄ter vnitatē cōmuniter nūerans a ⁊ b tūc p .21. pⁱmi c nūerabit d detractū ex b cū igitur ex ypotheſi numeret b p .20. pⁱmi numerat c quare ex terminis e erit ꝯmenſurabilis tam a q̄ b quod eſt ꝯtra ypotheſim patꝫ igitur pⁱmum. ¶ Scdm patet ſint a minor ⁊ b maior ambo maiores vnitate ⁊ a detracto ex b ſemel aut pluries nichil remaneat aut remaneat c ꝯmenſurabilis a. Tūc dico ꝙ a ⁊ b ſūt ꝯmenſurabiles quia ſi a ſemel detracto ex b ſemel aut pluries nichil remaneat a nūerabit b vnde ex ſcdo correlario pⁱme huius ꝯſtat a eſſe ꝯmenſurabilē b. Et ſi detrato a ex b ſemel aut pluries remaneat c ꝯmenſurabilis a ſit d nūerus p̄ter vnitatē numerans a ⁊ c ⁊ ſit e reſidua pars b p̄ter e quā per .17. petitionē nūerat a q̄re p .21. pⁱmi d nūerat e detractū ex b ⁊ e reſiduū ergo p .15. pⁱmi nūerat b quare ex t̄minis a ⁊ b ſūt ꝯmēſurabiles qd̄ ē ꝓpoſitū.

Co. **Ex pn̄ti conſtat ꝙ ſi duorū nūerorum inequalium minore ex** maiori ſemel aut pluries detracto remanſerit aliquis nūerus pⁱmus ad minorē illi erunt incōmēſurabiles. ¶ Quia dato oppoſito huius ſtatim ſequeretur oppoſitum prime partis preſentis.

19 **Si duorū numerorū inequaliū ꝯmenſurabilium minor non** nūeret maiorē minori ex maiori detracto quo ad poſſit remanebit minor minori q̄ erit maior vnitate ⁊ numerabit illū minorē ⁊ illū maiorem aut illo detracto ex minori quo ad poſſit ⁊ ita cōtinuo hoc pacto detractione facta tādē ad aliquē maiorē vnitate deuenietur qui oēs ante relictos nūerabit: ſimiliter ⁊ maiorem ⁊ minorem. Et ſi continua hoc pacto detractione facta ad aliquem maiorem vnitate deueniatur qui immediate ante relictum numeret erunt illi duo commenſurabiles.

Pⁱmū patꝫ ſint a nūerus minor ⁊ b maior ꝯmenſurabiles ⁊ a nō nūeret b. Tunc p .15. petitionē a detracto ex b quo ad poſſit remanebit minꝰ a qd̄ ſit c ⁊ d ſit reſidua ps b p̄ter c erit tūc.

per precedentē c ꝯmenſurabilis a ⁊ ex ꝯſiti maioꝛ vnitate. Si igitur c nūeret a cū a ꝑ. 17. petitionē nūeret d ꝑ. 21. pmi c numerabit d ergo ꝑ. 15. pmi c nūerabit b ⁊ ſic ꝯſtat ꝓpoſitum. Si aūt c non nūeret a tūc ꝑ. 15 petitionem c detracto ex a quo ad poſſit remanebit minus c quod ſit e ⁊ reſidua pars a pter e ſit f tūc ꝑ pcedentē e erit ꝯmenſurabilis c ⁊ ꝑ ꝯſis maioꝛ vnitate ſi igit̄ numeret c cū ex. 17 petitione e nūeret f ꝑ. 21. pmi e numerabit f ⁊ ex ꝯſiti ꝑ. 15. pmi numerabit a ⁊ ex ꝯſiti pꝫ ſicut ſtatun ꝙ e nūerabit b vnde ꝯſtat ꝓpoſitum. Et ſi e nō nūeret c ita ꝯtinuo ꝓcedendo aut nūerus decreſcet in infinitū aut tandē deuenietur ad aliquem ꝯmenſurabilem vltimo ante ipm relicto qui illū nūerabit ⁊ erit maioꝛ vnitate quo habito ſicut ſtatim oſ̄detur illum nūerare oēs ante relictos ſimiliter ⁊ a ⁊ b vnde ꝯſtat pmum. ¶ Scdm pꝫ quia cum in tali detractione ad illū deuentum fuerit ꝯſimiliter oſ̄detur illū nūerare oēs añ relictos ſimilr̄ ⁊ maioꝛē ⁊ minoꝛē ſicut ſtatim oſ̄debat̄ e nūerare a ⁊ b.

20 **Propoſitis quibuſcumqꝫ duobus numeris commenſurabilibus maximum communiter numerantem ipſos contingit reperire.**

Hec docet modū inueniēdi maximū nūeꝝ nūerātē duos nūeros ꝯmenſurabiles quicumqꝫ fuerint illi. Et ſi illi fuerint equales quilibꝫ coꝝ erit huiuſmodi ⁊ ſi inequales ⁊ minoꝛ nūeret maioꝛē minoꝛ erit petitus qꝛ alias accideret maioꝛē nūerare minorem. Sup eſt igitur illud oſ̄dere vbi illi erūt inequales ⁊ minoꝛ non nūerabit maioꝛē. Sint igitur a nūerus maioꝛ ⁊ b minoꝛ ꝯmenſurabiles ⁊ b nō nūeret a tunc ꝑ pcedentem b detracto ex a quo ad poſſit remanebit minus b quod nūerabit b ⁊ a aut illo relicto detracto ex b quo ad poſſit ſicqꝫ ꝯtinua hoc pacto detractione facta tandē relinqͥtur aliquis nūerans immediate relictū ſimiliter ⁊ a ⁊ b. Dico igit̄ ꝙ ꝙ pmum in tali detractione ad talē deuētum fuerit ille erit maximus nūerans a ⁊ b. Nā ſia detracto b ex a quo ad poſſit remaneat c ⁊ reſidua ps a pter c ſit d ⁊ c detracto ex b quo ad poſſit remaneat e q̄ numeret c ⁊ reſidua pars b pter e ſit f tūc ꝑ pcedētem e numerabit a ⁊ b ſed ꝙ nō ꝯtingat eo maioꝛē numerare a ⁊ b pꝫ quia dato oppoſito ſit ille g quia igit̄ g numerat b ⁊ ꝑ. 17. petitionē b nūerat d ꝑ 21. pmi g nūerabit d detractū ex a ⁊ qꝛ nūerat a ꝑ. 20. pmi nūerabit c ⁊ quia per. 17. petitionē c nūerat f ꝑ. 21. prime g numerabit f detractū ex b ⁊ quia etiā numerat b per. 20. pmi g nūerabit e reſiduum maioꝛ ſcꝫ minoꝛē quod eſt impoſſibile. Et ſi non adeo cito aut citius in talibus detractionibus ad talem numerum deueniatur cum ad illum deuentum fuerit cōſimiliter omnino ſicut ſtatim deducetur idem inconueniens dato oppoſito propoſiti.

1.co. **Ex pñti cōſtat ꝙ quilibet nūerus nūerās duos ꝯmēſurabiles** nūerat maximū ꝯmunit̄ nūerantē illos. ¶ Nā quibuſcūqꝫ eis talib⁹ duob⁹ datis ⁊ iūcto per pñtē maximo numerante ipſos ſi detur alius numerans ipſos omnino eodē modo cōcludetur illum nūerare illū maximū inuentum ſicut in demonſtratione pñtis oſ̄debatur dato illius oppoſito ꝙ g numerat e.

2.co **Patet vltra ꝙ ꝙ pmū in tali detractione ad talē numeꝝ deuentu** fuerit ille erit maxim⁹ nūer⁹ nūerās oēs ante relictos ſimilr̄ ⁊ maioꝛē ⁊ minoꝛē. Nā ꝑ pcedētē ille nūerabit omnes illos q̄ hito ex demōſtratione pñtis ꝯſtat ꝙ null⁹ eo maioꝛ oēs illos nūerabit.

21 **Propoſitis quotcumqꝫ numeris adinuicē compoſitis maximum comuniter eos omnes numerantem contingit reperire.**

Quod pcedēs de duobus ꝯmenſurabilibus docuit hec de quotcūqꝫ pluribus ꝓponit. Sint igit̄ a b c d quotcūqꝫ nūeri ꝯmenſurabiles ⁊ ſit e nūerus pter vnitatē ipſos oēs nūerans et inuenio ꝑ pcedentem maximū numerantē a ⁊ b qui ſit f quē ex pmo correlario pcedentis nūerabit e quare f ⁊ c erūt ꝯmēſurabiles ſitqꝫ g maxim⁹ nūerās f ⁊ c ille ex. 21. pmi nūerabit ēt a ⁊ b illū qꝫ dico eē maximū nūerantē a b ⁊ c qꝛ ſi maioꝛ eo nūeret illos ꝑ pmū correlariū pcedētis ille nūerabit f maximum nūerantē a ⁊ b ⁊ ꝑ idem nūeraret g maximū numerantē f ⁊ c maioꝛ ſcꝫ minoꝛē quod eſt impoſſibile eſt ergo g maximus nūerās illos tres ſi ergo g nūeret d ille eſt petitus ſin aūt cū ex primo correlario pcedentis pluries repetito e numeret f ⁊ ex ꝯſiti g erit g ꝯmenſurabilis d ſit ergo h maxim⁹ ꝯmunit̄ nūerās g ⁊ d ille ex ypotheſi ⁊ ex. 21. pmi nūerabit oēs illos q̄tuoꝛ a b c d. Dico qꝫ h eſſe maximū ꝯmuniter nūerantē illos q̄tuoꝛ ſcꝫ a b c d qꝛ ſi aliquis illo maioꝛ illos nūeret ꝑ pmū correlariū pcedētis ille nūerabit f ⁊ ꝑ idem nūerabit g ⁊ ꝑ idē ex ꝯſequenti numerabit h maioꝛ ſcilicet minoꝛē qd̄ eſt impoſſibile. In quotcumqꝫ pluribus aut paucioꝛibus conſimilis eſt omnino demonſtratio.

co. **Ex pñti cōſtat ꝙ ſi quotcumqꝫ nūeri fuerint adinuicē ꝯpoſiti** quilibet numerās illos omnes numerabit maximū ꝯmuniter numerantē oēs illos. ¶ Hoc eodē mō ꝯcludit̄ de quibuſcūqꝫ ſicut i pñti oſ̄debat̄ ꝙ ſi aliquis maioꝛ h nūeret illos quattuoꝛ ille nūerabit h

22 **Si aliquis numerus ducatur in numeros minimos alicuius** proportionis producentur duo quos ille erit maximus communiter numerans.

Sint a ⁊ b minimi in ꝓpoꝛtione a ad b ⁊ ex c in a fiat d ⁊ ex c in b fiat e. Tūc dico c eſſe maximū ꝯmuniter numerātē d ⁊ e. Nā ſi maioꝛ ipſo illos nūeret ſit ille f qui nūeret d ꝑ g ⁊ e per h erit tunc ex. 5. petitione g minoꝛ a ⁊ h minoꝛ b ⁊ ꝑ pmum correlariū. 21. ſcdi g ad h erit ea ꝓpoꝛtio q̄ d ad e cū igit̄ ꝑ eādē ſcdi d ad e ſit q̄ a ad b nō erūt a ⁊ b in ſua ꝓpoꝛtiōe minimi qd̄ ē ꝯtra ypotheſi.

1.co. **Ex pñti cōſtat ꝙ ſi quotcūqꝫ numeri fuerint in ꝓpoꝛtionibus**

aliquo modo reptis īter ipſos mīmi ⁊ aliq̄s ducat in illos oēs ille erit maximꝰ cōmunit̄ numerās oēs inde ꝓductos. ¶ Hoc ɔſimiliter demōſtratur ſicut preſens. Et inde eſt q̄ idez numerus poteſt eſſe maximus ɔmuniter numerās aliquos numeros ⁊ ille idem erit maximus numerans totidē maiores

2.co **Patet vltra q̄ quilibet nūerꝰ q̄ eſt maximꝰ nūerās duos certos nūeros nūerat illos ſcd̄m duos mīmos ꝓportionis illorū duorū minorē ꝑ minorē ⁊ maiorē ꝑ maiorem** ⁊ q̄libet nūerus qui eſt maximus nūerās aliquos nūeros quotcūq̄ fuerint nūerat illos ſcd̄m totidē mīmos in ɔtinuatione ꝓportionū illoꝝ nūeratoꝝ mīmū ꝑ mīmū ⁊ maximū ꝑ maximū ⁊ ita deinceps. Hec ex preſenti cum correlario precedenti ⁊ ex terminis notiſſima euadunt.

23 **Quicūq̄ duo nūeri in ſua ꝓportiōe mīmi ſūt adinuicē p̄mi.**

Sint a ⁊ b minimi in proportione a ad b. Tunc dico a ⁊ b eſſe adinuicē p̄mos. Dato eñ oppoſito ſit e numerus preter vnitatem illos cōmuniter numerans ⁊ numeret a ſecundum d ⁊ b ſecundum e tūc per tertium correlarium .23. p̄mi d eſt minor a ⁊ e minor b ⁊ quia ex e in d fit a et b ex e in e per .21. ſecundi d ad e eſt ea proportio que a ad b ⁊ per conſequens a ⁊ b non ſūt minimi in proportione a ad b quod eſt contra ypotheſim.

Co. **Ex p̄nti ɔſtat q̄ ſi quotcūq̄ nūeri in ꝓportionibus aliquo mō** repertis inter ipſos fuerint minimi illi erūt incōmenſurabiles. ¶ Quia dato oppoſito ille numerus preter vnitatem qui cōmuniter eos nūeraret per tertium correlariū .23. p̄mi nūeraret eos ꝑ totidē quoꝝ minor eſſet minor minori illoꝝ ⁊ ita de alijs ⁊ ꝑ .21. ſcd̄i pluries ſuptā qualeſcūq̄ ꝓportiones reperirentur inter illos maiores tales reperientur inter illos minores quod repugnaret ypotheſi.

24. **Quicunq̄ duo numeri ī ſua proportione minimi numerāt** quoſcunq̄ duos eiuſdem proportionis minor minorem ⁊ maior maiorem equaliter.

Sint a nūerus maior ⁊ b minor in ſua ꝓportione mīmi ⁊ ſit e maiorus ad d minorē q̄ a ad b. Tūc dico q̄ a nūerat e ⁊ b nūerat d equalit̄. Qm̄ eñ a ad b vt e ad d ꝑmutatim a ad e vt b ad d ſi igit̄ a ſit equalis e ex p̄ma ſcd̄i b eſt eq̄lis d vñ ɔſtat ꝓpoſitū. Et ſi a eſſet maior e ꝑ eādē b eſſet maior d quare nō eſſēt a ⁊ b ī ſua ꝓportione mīmi q̄d eſt ɔtra ypotheſim. Si aūt a ſit minor e ꝑ eādē b erit minor d ⁊ ꝑ p̄mā p̄mi adiuuāte .55. ſuppōe ſcd̄i a erit tota ꝑs aliquota aut tot ſimiles ꝑtes aliquote e ſicut b reſpectu d ſi ḡ a ſit ꝑs aliq̄ta e ꝑ eādē ſuppōem b erit tota reſpectu d vñ ɔſtat ꝓpoſitū. Et ſi a ſit ꝑtes aliq̄te e ⁊ nō ſit ꝑs aliq̄ta e ꝑ eādē ſuppōez erit b tot ſil'es ꝑtes aliq̄te d capiat̄ ḡ vna illaꝝ ꝑtiū e la q̄ ſit e ⁊ vna ſil'iū ꝑtiū d i b q̄ ſit f erit tūc e mior a ⁊ f mior b ⁊ ꝓportio e ad eā f ad d ḡ ꝑmutati e ad f q̄ e ad d q̄r ⁊ q̄ a ad b ⁊ ꝑ ɔñs nō ſūt a ⁊ b ī ſua ꝓportiōe mīmi q̄d ē ɔtra ypotheſim.

25 **Si quotcunq̄ numeri in proportionibus inter ipſos repertis** ⁊ continuatis fuerint minimi illi numerabunt quoſcūq̄ totidē alios inter quos tot ſimiles ꝓportiones ſimiliter continuate reperiuntur quiſq̄ ſuum correſpondentem equaliter.

Sint a b e d minimi nūeri inter quos poſſint reperiri ſimiles ꝓportiōes ⁊ ſil'r ɔtinuate ſicut ſūt ꝓportiones a ad b ⁊ b ad e ⁊ e ad d ſiue ꝓrie ſiue iꝓꝓrie ɔtinuēt̄ ⁊ int̄ e f g ⁊ h ſint totidē ꝓportiones ſil'es ſil'r ɔtinuate quicūq̄ fuerint iſti ita q̄ e ad f ſit q̄ a ad b ⁊ f ad g q̄ b ad e ⁊ g ad h q̄ e ad d. Tūc dico q̄ a nūerat e ⁊ b nūerat f ⁊ e nūerat g ⁊ d nūerat h equalit̄. Qr̄ eñ a ad b vt e ad f ꝑmutatim a ad e vt b ad f ⁊ q̄r b ad e vt f ad g ꝑmutatim b ad f vt e ad g ⁊ quia e ad d vt g ad h ꝑmutatim e ad g vt d ad h erit igit̄ a ad e vt b ad f ⁊ vt e ad g ⁊ vt d ad h ſi igit̄ a ſit equalis e ꝑ p̄mā ſcd̄i b eſt equalis f ⁊ e equalis g ⁊ d equalis h vñ ɔſtat ꝓpoſitum. Et ſi a ſit maior e ꝑ eandē b eſt maior f ⁊ e maior g ⁊ d maior h quare nō erunt a b e d minimi in ɔtinuatione illarū ꝓportionum quod eſt contra ypotheſim. Si autem a ſit minor e per eandem b eſt minor f ⁊ e minor g ⁊ d minor h ergo per primam p̄mi adiuuante .55. ſuppoſitione ſecundi a erit tota pars aliquota / aut tot ſimiles partes aliquote e ſicut b reſpectu f ⁊ ſicut e reſpectu g ⁊ ſicut d reſpectu h. hoc igitur habito cōclude conſimiliter omnino intentum ſicut in precedenti concludebatur de a ⁊ b reſpectu e ⁊ d. In quotcunq̄ pluribus aut paucioribus conſimilis eſt omnino demonſtratio. ¶ Hic tñ aduerte q̄ non oportet ſi inter aliquos numeros reperiantur alique ꝓportiones diſcōtinuate ⁊ illi ſint mīmi īter quos tales poſſūt reperiri q̄ illi nūerēt quoſcūq̄ totidē int̄ quos poſſūt reperiri ſimiles quiſq̄ ſuū correſpondentē eq̄liter. Quia ꝓportiones .2. ad .3. et .4. ad .5. non poſſunt in minoribus nūeris q̄ in illis reperiri ⁊ tñ .6. ad .9. et .24. ad .30. ſunt ſimiles ꝓportiones ⁊ illi nō numerant iſtos quiſq̄ ſuū corrñdentē equaliter. ¶ Preterea aduerte q̄ nō oportet q̄ ſi fuerint aliquot numeri in aliqua ɔtinuatione aliquarū ꝓportionū mīmi ita q̄ nō poſſint tales tal'r ɔtinuari in minoribus q̄ illi nūerēt quoſcūq̄ totidē inter quos ſil'es ꝓportiōes oīno ɔtinuent̄ q̄ſq̄ ſuū corrñdētē equalit̄. Hoc eſt manifeſtū vbi alio ordie ɔtinuarentur in illis q̄ in alijs ſicut patz de proportionibꝰ reptis inter .4. et .3. et inter .3. et .2. illi enim termini .4.3.2. ſunt minimi inter quos taliter continuantur q̄ ſeſquitertia eſt prima ⁊ tamen ille cōtinuātur in hijs .6.4.3. alio ordine ⁊ illi nō numerant iſtos quiſq̄ ſuum correſpondentem equaliter. Et hoc ideo eſt quia diuerſimode continuando alij ⁊ alij eſſent minimi talium continuationum.

26 **Si fuerit duo nūeri adiuicē p̄i illi erūt ī ſua ꝓportiōe mīmi**

Hec eſt conuerſa antecedētis. Sint igitur a ⁊ b adinuicem p̄mi. Tunc dico q̄ illi ſūt in ſua ꝓportione minimi. Quia dato oppoſito ſit e maiorus a ad d minorē b ea ꝓportio q̄ a ad b ⁊

ſint c ⁊ d in tali ꝓportione minimi tūc ex añſpcedēti c nūerabit a ⁊ d nūerabit b eq̄lr ſit ḡ ſcđm c ꝯſtat tūc c eſſe maiorē vnitate q2 alias c eſſet equalis a ⁊ d equalis b eū igit̃ p ꝑmū correlariū.13.ꝑmi bis repetitum c numeret a ⁊ b erunt ex terminis a ⁊ b commenſurabiles quod eſt contra ypotheſim.

1. co Ex p̄nti ꝯſtat ꝙ quicunq; duo nūeri adinuicē p̄mi nūerant quoſcūq; duos inter quos reperitur talis ꝓportio ſicut inter eos quiſq; ſuū corr̄ſidētē equalit̃. Q2 ex p̄nti quicunq; tales ſūt in ſua proportione minimi quo habito ex añprecedenti conſtat propoſitum.

2. co Patet vltra ꝙ inter duos numeros adinuicē p̄imos mediū numerum in continua proportionalitate cadere eſt impoſſibile. ¶ Quia tunc ille medius ⁊ ille minimus eſſent in eadem proportione minores quod repugnaret ypotheſi aut preſenti.

27 Si fuerint quotcunq; numeri adinuicē p̄imi in quibuſcūq; proportionibus inter ipſos omnes continuatis erunt minimi.

Hec verū habet eſto ꝙ illoꝝ aliqui eſſent cōmenſurabiles. Et eodem modo omnino demōſtrat̃ ex añprecedenti ſicut precedēs demonſtrabat̃ ex.24.huius. ¶ Hic tamen aduerte ꝙ non oportet ſi aliqui numeri fuerint adinuicem p̄imi ꝙ in quibuſcunq; proportionibus repertis inter ipſos omnes ſint minimi. Quia iſti.9.10.18.30.ſunt adinuicem p̄imi ⁊ inter illos omnes reperiuntur proportiones.9.ad.18.⁊.10.ad.30.⁊ tamen ille in minoribus reperiūtur quia.4.ad.9.⁊.3.ad.6.ſunt ſimiles proportiones. Si tamen quotcunq; numeri ſic eſſent adinuicem p̄imi ꝙ quilibet eoꝝ ad quēlibet alium eorumdem eſſet ꝑmus bene oporteret illud vt ex pcedēti apparere poteſt.

Co. Ex p̄nti conſtat ꝙ ſi fuerint quotcūq; numeri adinuicem p̄imi ſiue aliqui eorum ſint cōmenſurabiles ſiue non illi numerabunt quoſcunq; totidem inter quos ſimiles ꝓportiones ⁊ ſimili modo continuate reperiētur ſicut inter illos omnes quiſq; ſuū corr̄ſidētē equaliter. ¶ Quia ex p̄nti illi in quibuſcūq; ꝓportionibus inter ipſos omnes repertis ⁊ cōtinuatis ſūt minimi quo habito ex añprecedēti ꝯſtat ꝓpoſitū. ¶ Hic tñ aduerte ꝙ nō oportet ꝙ quicūq; nūeri adinuicē p̄mi nūerēt quotcūq; totidē īter quos reperiūtur ſimiles ꝓportiones diſcōtinuate ſicut inter illos oēs reperiunt̃ dūcōtinuate quiſq; ſuū corr̄ſidētē equalit̃: ymo nō opꝫ ꝙ nūerēt quotcūq; totidē inter quos reperiunt̃ ſimiles proportiones ſicut ſunt ꝓportiones reperte ⁊ ꝯtinuate inter illos ſed aliter ꝯtinuatur inter alios ꝙ̄ inter illos q̄ſq; ſuū corr̄ſtēc equalit̃. Exēpla apparēt in añpcedēti

28 Si fuerint duo numeri contra ſe p̄imi ⁊ alter eoꝝ ducatur in numerum quem reliquus non numerat productus inde ab illo reliquo non numerabitur.

Sint a ⁊ b numeri contra ſe p̄imi ⁊ a ducatur in c numerum quem nō numerat b ⁊ ꝓducatur d. Tunc dico ꝙ b nō numerat d. Q2 dato oppoſito nūeret ipm̄ ſcđm e q2 igit̃ ex a in c tm̄ ſit ſicut ex b in e p.43.ſcđi a ad b eſt ea ꝓportio que e ad c ⁊ quia a ⁊ b ſunt adinuicē ꝑmi per correlarium antepreceder̄tis a numerabit e ⁊ b numerabit c equaliter quod repugnat ypotheſi.

29 Si numerum ꝓductum ex ductu duorum numeroꝝ vnius in alterum aliquis numeret ille alterum illorum duorum numerabit aut erit vtriq; commenſurabilis

Sit a numerus ꝓductus ex b in c ⁊ d nūeret a. Tunc dico ꝙ d numerat b vel c aut eſt vtriq; illorum commenſurabilis. Quia dato oppoſito d nullum illorum nūerabit ſed erit alteri eorumdem incommenſurabilis ſit ergo incommenſurabilis b quia igitur b ⁊ d ſunt contra ſe p̄imi ⁊ ex b in c ſit a ⁊ d non numerat c per precedentem d non numerabit a quod eſt contra ypotheſim.

30 Si fuerint duo numeri maiores vnitate ꝯtra ſe p̄imi ⁊ vnꝰ in alterum ducatur ⁊ quilibet in tertium maiorem vnitate vtriq; illorum p̄imum erunt tres numeri inde producti incommenſurabiles quorum quicunq; duo erunt adinuicem compoſiti.

Sint a ⁊ b numeri maiores vnitate contra ſe ꝑmi ⁊ c ſit maior vnitate ⁊ vtri illorum primus et ex a in b fiat d ⁊ e ex a in c ⁊ f ex b in c. ¶ Tūc dico primo ꝙ d e ⁊ f ſunt incommenſurabiles Dico ſecundo ꝙ quicunq; duo illorum ſunt commēſurabiles. ¶ Primum patet quia dato oppoſito ex ſecundo correlario.4.huius aliquis numerus primus illos omnes numerabit qui ſit g q2 igitur g numerus primus numerat f ꝓductum ex b in c per.6.huiꝰ g nūerat b aut c nūerat ergo b: et quia etiam g ꝑmus numerat e ꝓductū ex a in c ex eadē g nūerat a vel c ⁊ p ꝯñs b non erit vtriq; illorum ſcꝫ a ⁊ c ꝑmus quod eſt ꝯtra ypotheſim. Si aūt d nūeret c q2 etiam nūerat d ꝓductum ex a in b p.6.huius nūerabit a vel b ⁊ p ꝯñs c nō eſſet ꝑmus ad a ⁊ ad b quod eſt ꝯtra ypotheſim. ¶ Secđm ptꝫ q2 ex terminis ⁊ ex ypotheſi a maior vnitate nūerat d ⁊ e ⁊ b maior vnitate nūerat d ⁊ f ⁊ p idē adiuuante.13.p̄imi c maior vnitate numerat e ⁊ f vnde ex terminis manifeſte conſtat ſecundum.

31 Quacunq; proportione inter aliquos numeros reperibili data contingit minimos numeros talis proportionis inuenire.

Sit a ad b aliqua ꝓportio q̄cūq; fuerit ꝓpoſitūq; ſit minimos nūeros inuenire int̃ quos reperiat̃ talis ꝓportio ad qđ faciēdū q̄rat̃ ſi a ⁊ b ſint ꝯtra ſe ꝑmi ⁊ ſi ſic p.26.huiꝰ illi ſūt i ſua ꝓportiōe minimi. Si aūt ſint ꝯmēſurabiles q̄ro p.20.huiꝰ maximū nūerum ꝯmuniter eos nūerantem q ſit c ⁊ nūeret a p d ⁊ b per e conſtat tunc ex terminis ⁊ ex.21.ſcđi ꝙ d ad e eſt ea proportio que a ad b. Dico igitur ꝙ d ⁊ e ſunt in proportione a ad b minimi quia dato oppoſito ſit f minoris d ad g maior ⁊

e que a ad b tunc per .24. huius f numerabit a ⁊ g numerabit b equaliter per eundem numerū qui ſit h qui per primum correlarium .13. pmi numerabit a ſimiliter ⁊ b quia igitur ex terminis ⁊ ex ypotheſi ex e in d ſit a ⁊ ex f in h ſit etiam a per .43. ſecundi e ad f vt h ad d ergo permutatim e ad h vt f ad d ſed f ex ypotheſi eſt minor d ergo ex prima ſecundi e eſt minor h cum igitur probatum ſit h nūerare a ⁊ b non erit e maximus communiter numerans a ⁊ b quod eſt contra ypotheſim.

Co. **Ex preſenti manifeſte conſtat ꝙ ſi aliquis ſit maximus nūe**rans aliquos duos ille numerabit ipſos ſecūdum minimos numeros proportionis illorum. ¶ Hoc omnino eodem modo demonſtratur in quibuſcumq; ſicut in preſenti demonſtratum eſt ꝙ d ⁊ e nūeri per quos e maximus numerans a ⁊ b numerat illos ſint minimi in proportione a ad b.

32 **Quibuſcūq; numeris datis et proportionibus inter illos oēs** reptis ꝯtinuatis minimos nūeros inter quos totidē ſiles ꝓportiōes ſīl’i mō ꝯtinuēt̃ ꝯtingit reꝑire

Sint a b c d quotcūq; nūeri int̃ quos ꝯtinuentur ꝓportiones a ad b ⁊ b ad c ⁊ c ad d ꝓpoſitūq; ſit inuenire minimos nūeros inter quos ſimiles ꝓportiones ſimili modo ꝯtinuentur ad quod faciendū queratur an illi ſint adinuicē pmi vel non ⁊ ſi ſic ex .27. huius illi ſunt quos querimus. Si aūt illi ſint compoſiti inuenio p .21. huius maximū numerantē illos omnes qui ſit e ⁊ nūeret a ſcd̄m f ⁊ b ſcd̄m g ⁊ c ſecundū h ⁊ d ſcd̄m k ꝯſtat tunc ex terminis ⁊ ex .21. ſcd̄i f ad g eſſe eā ꝓportionē que a ad b ⁊ g ad h que b ad c ⁊ h ad k que c ad d dico igitur f g h ⁊ k eſſe minimos in ꝯtinuatione talium ꝓportionum quia dato oppoſito ſit l minor f ad m minorem g ſ̄ a ad b ⁊ m ad n minorē h ſ̄ b ad c ⁊ n ad o minorē k ſ̄ c ad d ⁊ ſint iſti quattuor minimi in ꝯtinuatione illarū ꝓportionum tunc ex .25. hui⁹ l nūerabit a ⁊ m numerabit b ⁊ n nūerabit c ⁊ o nūerabit d equaliter: ⁊ per eundem numerum qui ſit p qui per primum correlarium .13. pmi pluries repetitum nūerabit illos omnes ſcʒ a b c d quia igitur ex terminis ⁊ ex ypotheſi ex e in f ſit a ⁊ ex l in p ſit etiam a per .43. ſecundi e ad l vt p ad f ergo permutatim e ad p vt l ad f ſed ex ypotheſi l eſt minor f ergo ex prima ſecundi e eſt minor p cum igitur probatū ſit p numerare illos omnes ſcʒ a b c d nō erit e maximus nūerans illos oēs qđ eſt ꝯtra ypotheſim. In quotcūq; pluribus aut paucioribus conſimilis eſt omnino demonſtratio.

Co: **Et preſēti conſtat ꝙ ſi aliquis ſit maximus nūerus nūerans** aliquos nūeros int̃ quos ꝓportiones alique ꝯtinuant̃ ille nūerabit illos ſcd̄m mimos in ꝯtinuatiōe taliū ꝓportionū. ¶ Hoc oīno eodē mō oñdatur in q̄buſcūq; ſicut in caſu pñtis oñſū eſt ꝙ f g h k ſcʒ quos e maxim⁹ nūerās a b c d nūerat illos ſint mimi i ꝯtinuatiōe ꝓportionū a ad b ⁊ b ad c ⁊ c ad d.

33 **Si duo numeri in minimos numeros ſue ꝓportionis ducātur** añs i ꝯñs ⁊ ꝯñs i añs ex vtraq; illoꝝ multiplicationū ꝓueniet mim⁹ nūer⁹ nūerat⁹ ab illis multiplicatis

Sit a ad b ea proportio que c ad d ⁊ ſint c ⁊ d minimi in tali ꝓportione ⁊ ex a in d ſiat e. Tunc ex .43. ſecundi idem e ſiet ex b in c. Dico igitur ꝙ e eſt minimus quem numerant a ⁊ b quia dato oppoſito ſit f minor e quē nūeret a ſecundū g ⁊ b ſecundum h tūc ex .43. ſcd̄i a ad b vt h ad g cuʒ igitur c ⁊ d ſint minimi in proportione a ad b erunt etiā minimi in ꝓportione h ad g ergo p .24. hui⁹ c numerabit h ⁊ d nūerabit g equaliter ⁊ quia ex a in d ſit e ⁊ ex a in g ſit f per .21. ſcd̄i e ad f vt d ad g ſed d ꝓbat⁹ eſt nūerare g ꝙ p pmū correlariū pme ſcd̄i e nūerabit f maior ſcʒ miorē qđ ē īpoſſibile

1.co **Et preſenti conſtat ꝙ ſi aliquis ſit minimus numerus nume**ratus ab aliquibus duobus nūeris ille numerabit quemlibet numeratū ab illis ¶ Hoc oīno eodē modo in quibuſcumq; oſtendi poteſt ſicut in pñti oſtenſum eſt ꝙ ſi f numerat a ⁊ b: e numerat f.

2.co **Patet vltra ꝙ ſi duo numeri fuerint adinuicem primi aut in** ſua proportione minimi ⁊ vnus ducatur in alterum productus inde erit minimus numeratus ab illis ⁊ ex conſequenti quilibet illorum numerabit minimum numeratum ab illis per alterum eorumdem.

3.co **Patet vltra ꝙ quicūq; duo numeri numerant minimū nūe**ratū ab illis ſʒ mimos ſuaꝝ ꝓportionū añs p ꝯñs ⁊ ꝯñs p añs. ꝯſtat hoc ex pñti ⁊ ex t̃minis mãifeſte

4.co **Patet vltra ꝙ quorumcumq; duorum numerorum quilibet** nūerat minimū nūeratū ab illis p nūerū nūerātē alteꝝ illoꝝ. ¶ Si eīn ſint adinuicē pmi ex ſcd̄o correlario pñtis ꝯſtat ꝓpoſitū. Si aūt nō ſint adinuicē pmi datis mimis in eorum proportione per .24. huius añs illorum nūerorū nūerabit añs iſtorum ⁊ ꝯñs ꝯñs ⁊ ex pñti ⁊ ex terminis antecedēs iſtorum numerabit illum mimū ⁊ per ꝯñs illorum minimorum ⁊ ꝯñs per añs vnde conſtat propoſitum.

5.co **Patet igitur ex hijs modus reperiendi minimum numerum** numeratuʒ a duobus numeris quicumq; fuerint illi. ¶ Si eīn illi ſint adinuicē pmi ducatur vnus in alterum ⁊ inde ꝓductus erit queſitus. Si aūt ſint ꝯpoſiti inueniāt̃ mimi in proportione illorum ⁊ ducatur antecedens proportionis ipſorum in conſequens proportionis minimoꝝ aut conſequens in antecedens ⁊ continuo producetur numerus petitus. Hec omnia demonſtrata ſunt.

34. **Propoſit̄ quotcūq; nūer̄ minimū ab eis nūeratū ꝯtigit reꝑire**

Sint a b c d quotcumq; numeri propoſitumq; ſit inuenire minimū ab ipſis nūeratum ad quod faciendum inuenio per vltimū correlarium precedentis minimum queʒ numerent a ⁊ b

ſint e et d in tali proportione minimi tūc ex añp̄cedēti e nūerabit a et d nūerabit b eq̄lit̄ ſit g ſcdm e ꝯſtat tūc e eſſe maiorē vnitate q̄ alias e eſſet equalis a et d equalis b cū igit̄ ꝑ p̄mū correlariū .15. p̄mi bis repetitum e numeret a et b erunt ex terminis a et b commenſurabiles quod eſt contra ypotheſim.

1.co **Ex p̄nti ꝯſtat ꝙ quicūqȝ duo nūeri adinuicē primi nūerant** quoſcūqȝ duos inter quos reperitur talis proportio ſicut inter eos quiſqȝ ſuū correſpōdētē equalit̄. Nā ex p̄nti quicunqȝ tales ſūt in ſua proportione minimi quo habito ex añprecedenti conſtat propoſitum.

2.co **Patet vltra ꝙ inter duos numeros adinuicē primos mediū** numerum in continua proportionalitate cadere eſt impoſſibile. ¶ Quia tunc ille medius et ille minimus eſſent in eadem proportione minores quod repugnaret ypotheſi aut preſenti.

27 **Si fuerint quotcunqȝ numeri adinuicē primi in quibuſcū-** qȝ proportionibus inter ipſos omnes continuatis erunt minimi.

Hec verū habet eſto ꝙ illorū aliqui eſſent cōmenſurabiles. Et eodem modo omnino demōſtrat̄ ex añprecedenti ſicut precedēs demonſtrabat̄ ex .24. huius. ¶ Hic tamen adverte ꝙ non oportet ſi aliqui numeri fuerint adinuicem primi ꝙ in quibuſcunqȝ proportionibus repertis inter ipſos omnes ſint minimi. Quia iſti .9. 10. 18. 30. ſunt adinuicem primi et inter illos omnes reperiuntur proportiones .9. ad .18. et .10. ad .30. et tamen ille in minoribus reperiūtur quia .4. ad .9. et .2. ad .6. ſunt ſimiles proportiones. Si tamen quotcunqȝ numeri ſic eſſent adinuicem primi ꝙ quilibet eorū ad quēlibet alium eorundem eſſet p̄mus bene oporteret illud ꝓut ex p̄cedēti apparere poteſt.

Co. **Ex p̄nti conſtat ꝙ ſi fuerint quotcūqȝ numeri adinuicem pri**mi ſiue aliqui eorum ſint cōmenſurabiles ſiue non illi numerabunt quoſcunqȝ totidem inter quos ſimiles ꝓportiones et ſimili modo continuate reperiētur ſicut inter illos omnes quiſqȝ ſuū correſpōdētē equaliter. ¶ Quia ex p̄nti illi in quibuſcūqȝ ꝓportionibus inter ipſos omnes repertis et cōtinuatis ſūt minimi quo habito ex añprecedēti ꝯſtat ꝓpoſitū. ¶ Hic tñ aduerte ꝙ nō oportet ꝙ quicūqȝ nūeri adinuicē p̄mi nūerēt quoſcūqȝ totidē īter quos reperiūtur ſimiles ꝓportiones diſcōtinuate ſicut inter illos oēs reperiunt̄ diſcōtinuate quiſqȝ ſuū correſpōdētē equalit̄: ymo nō op3 ꝙ nūerēt quoſcūqȝ totidē inter quos reperiunt̄ ſimiles proportiones ſicut ſunt ꝓportiones reperte et ꝯtinuate inter illos ſed aliter ꝯtinuatur inter alios q̄ inter illos q̄ſqȝ ſuū correſpōdēte equalit̄. Exēpla apparēt in añp̄cedēti

28 **Si fuerint duo numeri contra ſe primi et alter eorū ducatur** in numerum quem reliquus non numerat productus inde ab illo reliquo non numerabitur.

Sint a et b numeri contra ſe primi et a ducatur in c numerum quem nō numerat b et ꝓducatur d Tunc dico ꝙ b nō numerat d. Nā dato oppoſito nūeret ipm ſcdm e q̄ igit̄ ex a in c tñ fit ſicut ex b in e ꝑ .43. ſcdi a ad b eſt ea ꝓportio que e ad c et quia a et b ſunt adinuicē primi per correlarium antepreeedentis a numerabit e et b numerabit c equaliter quod repugnat ypotheſi.

29 **Si numerum ꝓductum ex ductu duorum numerorū vnius** in alterum aliquis numeret ille alterum illorum duorum numerabit aut erit vtriqȝ commenſurabilis

Sit a numerus ꝓductus ex b in c et d nūeret a. Tunc dico ꝙ d numerat b vel c aut eſt vtriqȝ illorum commenſurabilis. Quia dato oppoſito d nullum illorum nūerabit ſed erit alteri eorundem incommenſurabilis ſit ergo incommenſurabilis b quia igitur b et d ſunt contra ſe primi et ex b in c fit a et d non numerat c per precedentem d non numerabit a quod eſt contra ypotheſim.

30 **Si fuerint duo numeri maiores vnitate ꝯtra ſe primi et vnus** in alterum ducatur et quilibet in tertium maiorem vnitate vtriqȝ illorum primum erunt tres numeri inde producti incommenſurabiles quorum quicunqȝ duo erunt adinuicem compoſiti.

Sint a et b numeri maiores vnitate contra ſe p̄mi et c ſit maior vnitate et vtri illorum primus et ex a in b fiat d et e ex a in c et f ex b in c. ¶ Tūc dico primo ꝙ d e et f ſunt incommenſurabiles Dico ſecundo ꝙ quicunqȝ duo illorum ſunt commēſurabiles. ¶ Primum patet quia dato oppoſito ex ſecundo correlario .4. huius aliquis numerus primus illos omnes numerabit qui ſit g q̄ igitur g numerus primus numerat f ꝓductum ex b in c per .6. hui9 g nūerat b aut c nūerat ergo b et quia etiam g p̄mus numerat e ꝓductū ex a in c ex eadē g nūerat a vel c et ꝑ ꝯñs b non erit vtriqȝ illorum ſc3 a et c p̄mus quod eſt ꝯtra ypotheſim. Si aūt d nūeret c q̄ etiam nūerat d ꝓductum ex a in b ꝑ .6. huius nūerabit a vel b et ꝑ ꝯñs c nō eſſet p̄mus ad a et ad b quod eſt ꝯtra ypotheſim. ¶ Scdm p3 q̄ ex ſūmis et ex ypotheſi a maior vnitate nūerat d et e et b maior vnitate nūerat d et f et ꝑ idē adiuuante .13. p̄mi c maior vnitate numerat e et f vnde ex terminis manifeſte conſtat ſecundum.

31 **Quacunqȝ proportione inter aliquos numeros reperibili da**ta contingit minimos numeros talis proportionis inuenire.

Sit a ad b aliqua ꝓportio q̄cūqȝ fuerit ꝓpoſituqȝ ſit minimos nūeros inuenire int̄ quos reperiat̄ talis ꝓportio ad qd̄ faciēdū q̄rat̄ ſi a et b ſint ꝯtra ſe p̄mi et ſi ſic ꝑ .26. hui9 illi ſūt i ſua ꝓportiōe mimi. Si aūt ſint ꝯmēſurabiles q̄ro ꝑ .20. hui9 maximū nūerum ꝯmuniter eos nūerantem q̄ ſit e et nūeret a ꝑ d et b per e conſtat tunc ex terminis et ex .21. ſcdi ꝙ d ad e eſt ea proportio que a ad b. Dico igitur ꝙ d et e ſunt in proportione a ad b minimi quia dato oppoſito ſit f minoris d ad g maior

e que a ad b tunc per .2 4. huius f numerabit a ⁊ g numerabit b equaliter per eundem numeruȝ qui ſit h qui per primum correlarium .13. ꝓmi numerabit a ſimiliter ⁊ b quia igitur ex terminis ⁊ ex ypotheſi ex c in d fit a ⁊ ex f in h fit etiam a per .43. ſecundi e ad f vt h ad d ergo permutatim e ad h vt f ad d ſed f ex ypotheſi eſt minor d ergo ex prima ſecundi e eſt minor h cum igitur probatum ſit h nūerare a ⁊ b non erit e maximus communiter numerans a ⁊ b quod eſt contra ypotheſim.

Co. **Ex preſenti manifeſte conſtat ꝙ ſi aliquis ſit maximus nūe**rans aliquos duos ille numerabit ipſos ſecūdum minimos numeros proportionis illorum. ¶ Hoc omnino eodem modo demonſtratur in quibuſcumqȝ ſicut in preſenti demonſtratum eſt ꝙ d ⁊ e nūeri per quos e maximus numerans a ⁊ b numerat illos ſint minimi in proportione a ad b.

32 **Quibuſcūqȝ numeris datis et proportionibus inter illos oēs** reptis ꝯtinuatis minimos nūeros inter quos totidē ſiles ꝓportiōes ſili mō ꝯtinuēt ꝯtingit repire

Sint a b c d quotcūqȝ nūeri int quos ꝯtinuentur ꝓportiones a ad b ⁊ b ad c ⁊ c ad d ꝓpoſitūqȝ ſit inuenire minimos nūeros inter quos ſimiles ꝓportiones ſimili modo ꝯtinuentur ad quod faciendū queratur an illi ſint adinuicē primi vel non ⁊ ſi ſic ex .27. huius illi ſunt quos querimus. Si aūt illi ſint compoſiti inuenio ꝑ .21. huius maximū numerantē illos omnes qui ſit e ⁊ nūeret a ſcdm f ⁊ b ſcdm g ⁊ c ſecundū h ⁊ d ſcdm k ꝯſtat tunc ex terminis ⁊ ex .21. ſcdi f ad g eſſe eā ꝓportionē que a ad b ⁊ g ad h que b ad c ⁊ h ad k que c ad d dico igitur f g h ⁊ k eſſe minimos in continuatione talium ꝓportionum quia dato oppoſito ſit l minor f ad m minorem g q̄ a ad b ⁊ m ad n minorē h q̄ b ad c ⁊ n ad o minorē k q̄ c ad d ⁊ ſint iſti quattuor minimi in ꝯtinuatione illarū ꝓportionuȝ tunc ex .25. huiꝰ l nūerabit a ⁊ m numerabit b ⁊ n nūerabit c ⁊ o nūerabit d equaliter: ⁊ per eundem numerum qui ſit p qui per primum correlarium .13. ꝓmi pluries repetitum nūerabit illos omnes ſcȝ a b c d quia igitur ex terminis ⁊ ex ypotheſi ex e in f fit a ⁊ ex l in p fit etiam a per .43. ſecundi e ad l vt p ad f ergo permutatim e ad p vt l ad f ſed ex ypotheſi l eſt minor f ergo ex prima ſecundi e eſt minor p cum igitur probatū ſit p numerare illos omnes ſcȝ a b c d nō erit e maximus nūerans illos oēs qd eſt ꝯtra ypotheſim. In quotcūqȝ pluribus aut paucioribus conſimilis eſt omnino demonſtratio.

Co. **Et preſēti conſtat ꝙ ſi aliquis ſit maximus nūerus nūerans** aliquos nūeros iter quos ꝓportiones alique ꝯtinuant ille nūerabit illos ſcdm mimos in ꝯtinuatiōe taliū ꝓportionū. ¶ Hoc oīno eodē mō oſtēdatur in q̄buſcūqȝ ſicut in caſu pñtis oſtēſū eſt ꝙ f g h k ſcdȝ quos e maximꝰ nūerās a b c d nūerat illos ſint mimi i ꝯtinuatiōe ꝓportionū a ad b ⁊ b ad c ⁊ c ad d.

33 **Si duo numeri in mimos numeros ſue ꝓportionis ducātur** añs i ꝯñs ⁊ ꝯñs i añs ex vtraqȝ illoꝝ multiplicatiōnū ꝓuenit mīmꝰ nūerꝰ nūeratꝰ ab illis multiplicatiȝ

Sit a ad b ea proportio que c ad d ⁊ ſint c ⁊ d minimi in tali ꝓportione ⁊ ex a in d fiat e. Tunc ex .43. ſecundi idem e fiet ex b in c. Dico igitur ꝙ e eſt minimus quem numerant a ⁊ b quia dato oppoſito ſit f minor e quē nūeret a ſecundū g ⁊ b ſecundum h tūc ex .43. ſcdi a ad b vt h ad g cuȝ igitur c ⁊ d ſint minimi in proportione a ad b erunt etiā minimi in ꝓportione h ad g ergo ꝑ .24. huiꝰ c numerabit h ⁊ d nūerabit g equaliter ⁊ quia ex a in d fit e ⁊ ex a in g fit f per .21. ſcdi e ad f vt d ad g ſed d ꝓbatꝰ eſt nūerare g ḡ ꝑ ꝓmū correlariū ꝓme ſcdi e nūerabit f maior ſcȝ minorē qd ē impoſſibile

1.co **Et preſenti conſtat ꝙ ſi aliquis ſit minimus numeratus nume**ratus ab aliquibus duobus nūeris ille numerabit quemlibet numeratū ab illis ¶ Hoc omnino eodē modo in quibuſcumqȝ oſtendi poteſt ſicut in pñti oſtenſum eſt ꝙ ſi f numerat a ⁊ b: e numerat f.

2.co **Patet vltra ꝙ ſi duo numeri fuerint adinuicem primi aut in** ſua proportione minimi ⁊ vnus ducatur in alterum productus inde erit minimus numeratus ab illis ⁊ ex conſequenti quilibet illorum numerabit minimum numeratum ab illis per alterum eorundem.

3.co **Patet vltra ꝙ quicūqȝ duo numeri numerant minimū nūe**ratū ab illis ſcȝ mimos ſuaꝝ ꝓportionū añs ꝑ ꝯñs ⁊ ꝯñs ꝑ añs. ꝯſtat hoc ex pñti ⁊ ex tmis manifeſte

4.co **Patet vltra ꝙ quorumcumqȝ duorum numerorum quilibet** nūerat minimū nūeratū ab illis ꝑ nūerū nūerātē alteꝝ illoꝝ. ¶ Si eñ ſint adinuicē ꝓmi ex ſcdo correlario pñtis ꝯſtat ꝓpoſitū. Si aūt nō ſint adinuicē ꝓmi datis mimis in eorum proportione per .24. huius añs illorum nūerorū nūerabit añs iſtorum ⁊ ꝯñs ꝯñs ⁊ ex pñti ⁊ ex terminis antecedēs iſtorum numerabit illum minimū ⁊ per ꝯñs illorum minimorum ⁊ ꝯñs per añs vnde conſtat propoſitum.

5.co **Patet igitur ex hijs modus reperiendi minimum numerum** numeratuȝ a duobus numeris quicumqȝ fuerint illi. ¶ Si eñ illi ſint adinuicē ꝓmi ducatur vnus in alterum ⁊ inde ꝓductus erit queſitus. Si aūt ſint ꝯpoſiti inueniāt minimi in proportione illorum ⁊ ducatur antecedens proportionis ipſorum in conſequens proportionis minimoꝝ aut conſequens in antecedens ⁊ continuo producetur numerus petitus. Hec omnia demonſtrata ſunt.

34. **PropoſitꝪ quotcūqȝ nūerꝪ minimū ab eis nūeratū ꝯtigit repire**

Sint a b c d quotcumqȝ numeri propoſitumqȝ ſit inuenire minimū ab ipſis nūeratum ad quod faciendum inuenio per vltimū correlarium precedentis minimum queȝ numerant a ⁊ b

qui ſit e ⁊ inuenio minimum quem numerant e ⁊ c qui ſit f ⁊ minimum quem numerant f ⁊ d qui ſit g conſtat tunc ex .21. primi pluries repetita ꝙ illi omnes ſcȝ a b c d numerāt g. Dico igitur ꝙ g eſt minimus quem numerant illi omnes. Quia dato oppoſito ſit h minus g quem illi omnes numerent quia igitur a ⁊ b numerant h per primum correlarium precedentis e numerabit h quare e ⁊ c numerant h quare per idem correlarium f numerat h ⁊ per ꝯñs f ⁊ d numerabunt h ergo per idē correlariū g numerabit h maior ſcȝ minorē qđ eſt impoſſibile. Cōſimiliter oīno in quotcūq; pluribus ꝓcedēdū eſt.

Co. **Ex preſenti conſtat ꝙ quicunq; numerus qui eſt ab aliquibꝰ** minimus numeratus numerat quemlibet numeratum ab illis. Hoc oīuno eodē modo demōſtratur ſicut in demonſtratione preſentis oſtenditur ꝙ dato ꝙ h ſit minor g ⁊ numeretur ab illis quattuor a b c d ꝙ g debeat numerare ipſum. ¶ Hic tamen aduerte ꝙ poterit dari aliquis numerus qui ab aliquibus eſt minimus numeratus ⁊ ille idem eſt minimus numeratus a totidem aliis quorū quilibet quocunq; illorum eſt maior numerus enim .30. eſt minimus numeratus ab his .2.3.5. ſimiliter ⁊ ab his .6.10.15. ⁊ ex conſequenti poterit aliquis eſſe ab aliquibus minimus numeratus ⁊ aliquis eo minor erit minimus numeratus a totidem aliis quorum quilibet quocunq; illorum eſt maior nūerus enī .35. ē minimus nūeratus a .7. ⁊ .5. ⁊ numerus .30. eo minor eſt minimus numeratus a .15. ⁊ .10.

35 **Si quotcunq; numeri continuo proportionales ducātur in** totidem continuo proportionales ſecundum eandeȝ proportionem qui ſunt minimi in continuatione talium proportionum primū antecedēs in vltimum ꝯñs ⁊ ſcđm añs in penultimū ꝯñs ⁊ ita deinceps continuo ex tali multiplicatione proueniet minimus ab omnibus illis multiplicatis numeratus.

Sint a b c d ordinatim continuo proportionales ⁊ ſint e f g h totidem etiam ordinatiȝ continuo proportionales ſecundum eandem ꝓportionem ⁊ minimi in ꝯtinuatione talium ꝓportionū ⁊ ex a in h fiat k conſtat tunc ex .43. ſecūdi ex quo a ad b vt g ad h ꝙ ex b in g fiet etiaȝ k ⁊ per idem ex c in f fiet k quia b ad c vt f ad g ⁊ quia c ad d vt e ad f per ideȝ ex d in e fiet k. Dico igitur k eſſe minimum quē numerant illi ſcȝ a b c d ꝙ enī illi omnes numerent illum ſatis conſtat ſed ꝙ non eo minorem illi omnes numerent patet. Quia dato oppoſito ſit ille l quem numeret a ſecūdum m ⁊ b ſecundum n ⁊ c ſecūdum o ⁊ d ſecunduȝ p ⁊ quia a numerat k maiorem l per h ⁊ nūerat l per m p .6. pe[r]mutationem m erit minor h ⁊ per idē n minor g ⁊ o minor f ⁊ p minor e cuȝ igitur p .44. ſcđi p o n m ſint ordinatim continuo proportionales ſecundum eandem proportionem ſecundum quam ſūt a b c d ordinatim ꝯtinuo proportionales non erūt e f g h ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales mīmi in ꝯtinuatione ꝓportionū a ad b ⁊ b ad c ⁊ c ad d qđ eſt ꝯtra ypotheſim In quotcūq; pluribꝰ ꝯſimilis ē demōſtratio

1.co **Ex preſenti conſtat ꝙ quicunq; numeri continuo proportio**=nales numerent minimum numeratum ab illis ſecundum totidem minimos numeros in continuatione ꝓportionum ipſorum primū añcedens ſcđm vltimū ꝯñs ⁊ ſcđm ſm penultimū ⁊ ita deinceps. Et ex ꝯñti nulli continuo ꝓportionales numerant minimū nūeratum ab illis per totideȝ maiores ipſis.

2.co **Patet vltra ꝙ quorumcunq; numerorum continuo propor**=tionalium quilibet numerat minimum numeratū ab ipſis ſecundū numerum nurantē alterū eorūdē. ¶ Quia quibuſcunq; datis ⁊ datis totidem minimis in continuatione ſuarum proportionuȝ a quolibet illorum minimorum numerabitur aliquis illorum per .25. huius ⁊ ex preſenti quilibet illorum ꝑ aliquem illorum minimorum numerat minimum numeratum ab illis. ¶ Hic tñ aduerte ꝙ non oportet ſi fuerint plures numeri ꝙ duo in continuatione ſuarum proportionum ⁊ illi ducantur in totidem minimos talium proportionum primum antecedens in vltimum conſequens ⁊ ſecundum in penultimum ⁊ ita deinceps ꝙ producant continuo minimum numeratū ab illis quia in cōtinuatione proportionum .10. ad .9. ⁊ .9. ad .3. ⁊ [illegible] ad .2. iſti ſunt minimi numeri. Tamen .20. ad .18. ⁊ .18. ad .6. ⁊ .6. ad .4. ſunt ſimiles ꝓportiones ⁊ ibi non contingit illud nec oportet ꝙ quicunq; numeri numerent minimum numeratum ab illis ſecundum minimos in continuatione ſuarum ꝓportionum ymo ſtat ꝙ aliqui numerent illum per totidem quorum quilibet quocunq; illorum eſt maior patet de his .2.3.5.

36 **Quotcunq; numeris datis ſi numerus primus numeret mi**nimum numeratum ab illis ille numerabit aliquem eorum.

Primo in duobus id oſtēditur ſit c minimus nūerus quem nurāt a ⁊ b / d autem ſit numerus primus numerans b. Tunc dico ꝙ d numerat a vel b ſit e ſecundum quem a numerat c ⁊ f ſecunduȝ quem b numerat c tunc ex tertio correlario .33. huius f ad e vt a ad b ⁊ f ⁊ e ſunt minimi ī ꝓportiōe a ad b quare per .24. huius f numerat a ⁊ e numerat b cuȝ igitur d numerus primus numeret c ꝓductum ex a in e per .6. huius d nūerat a aut e ⁊ ſi numeret a ꝯſtat ꝓpoſitum. Et ſi e cum e ꝓbatus ſit numerare b p .21. primi d numerabit b. ¶ Sed iam in tribus id oñditur ſit d minimus quē numerant a b ⁊ c ⁊ ſit e numerus ꝑmus nūerans a. Tunc dico ꝙ e numerat a vel b vel c capio per quintum correlarium .33. huius minimū quem numerāt a ⁊ b qui ſit f ⁊ ſimiliter minimum quem nūerant f ⁊ c quē ꝯſtat ex demonſtratione .34. huius eſſe d quē c nūeret ſcđm g ⁊ f/ ſcđm h tūc ex tertio correlario .33. huius h ad g vt c ad f ⁊ h ⁊ g ſunt mīmi in ꝓportiōe c ad f quare p .24. huiꝰ h nūerat c ⁊ g nūerat f cū igiť e nūerꝰ ꝑmꝰ nūeret d ꝓductū ex c i g p .6. hꝰ e nūerabit c vel g. Si nūeret c ꝯſtat ꝓpoſitū. Et ſi nūeret g cū g ꝓbatꝰ ſit nūerare f p .21. ꝑmi e numerabit f qui

poſitus eſt minimus quẽ numerant a ⁊ b quare per ſtatum demonſtratum e numerabit a vel b. Et ex hoc apparet modus demonſtrandi propoſitum in quotcunqꝫ pluribus capto enim quarto cum illis tribus qui ſit k ⁊ inuento minimo quem numerant d ⁊ k qui ſit l ille erit minimus numeratus ab illis quattuor prout ex demonſtratione. 34. huius apparet dato ergo numero primo numerante l per primum demonſtratum in preſenti ille numerabit d aut k ⁊ ſi k conſtat propoſitum ⁊ ſi d per ſecundũ demonſtratum conſtat tibi illum nũerare a aut b aut e. Et conſimiliter ſi fuerint quinqꝫ aut plures. patet igitur totum propoſitum.

37 **Si quotcunqꝫ numerorum quilibet ad aliquem certum fuerit primus minimus numeratus ab illis erit ad eundem primus.**

Sint a b e d, quotcũqꝫ nũeri quorum quilibet ſit primus ad e ⁊ ſit f minimus quẽ numerant a b e d. Tũc dico q f eſt primus ad e. Quia dato oppoſito ſi ſit commenſurabilis illi per ſecundum correlarium. 4. huius aliquis primus numerabit e ⁊ f qui ſit g quia ergo g numerat f ex precedenti g numerabit aliquem illorum a b e d cui ex terminis e erit cõmenſurabilis quod eſt ꝯtra ypotheſiȝ in quotcũqꝫ pluribus ꝯſimilis eſt oĩno demõſtratio. ¶ Hic tñ aduerte ꝙ nõ opȝ ſi aliq̃ nũeri ſint p̄mi ad aliqueȝ ꝙ minimus nũerat⁹ ab illis ſit ad eundẽ p̄mus patȝ de his. 2. 3. 5. reſpectu. 6.

38 **Quotcunqꝫ numeris quorum quilibet eſt primus datis minimum ab ipſis numeratum ab alio primo numerari eſt impoſſibile.**

Quia dato oppoſito p antepreceden tem ille numeraret aliquem illorum primorũ qui eſſ ex ypotheſi non eſſet equalis illi illorum nec poſſit eſſe eo maior eſſet eo minor et ex conſequenti per. 12. petitionem pars aliquota illius quod repugnat ypotheſi. ¶ Hic tamen aduerte ꝙ non oportet in tali caſu ꝙ minimus numeratus ab illis non numeretur ab aliquo qui ſecundum ſe compoſitus eſt ſed eſt primus ad illos ſecus tamen eſſet ſi ille ad quemlibet illorum eſſet primus prout ex precedenti poteſt apparere. Exemplũ tamen illi⁹ quod aſſumebatur ſtatim patet de minimo numerato ab his. 1. 2. 5. reſpectu. 6. Preterea aduerte ꝙ etiam non oportet ſi aliqui ſint incõmenſurabiles ⁊ nõ quilibet eſt primus ꝙ minimus numeratus ab illis non numeretur ab aliquo primo cuilibet illorũ inequali patȝ de mĩmo nũerato ab his. 5. 6. 8. reſpectu. 4. non tñ eſſet poſſibile ꝙ talis mĩmus numeraretur ab aliquo q̃ cuilibet illoꝝ eſſet p̄m⁹ prout ex ſcd̃o correlario p̄me h⁹ ⁊ ex p̄cedẽti apparere poteſt.

39 **Quibuſcunqꝫ denominationibus partium aliquotarũ datis contingit dare minimuȝ nũerum habentem partes aliquotas ſecundum tales denominationes.**

Hec docet modum p quem quibuſcunqꝫ denominationibus partium aliquotarum datis poterit reperiri minimus numerus hñs partes aliquotas ſecundum tales denominationes ad quod faciendum ita p̄cedendum eſt capiam numeros a quibus ſumũtur denominationes talium partiũ aliquotarum qui ſint a b c d ⁊ inuenio p. 34. huius minimum numeratum ab illis om̃ibus qui ſit e quem numeret a ſcd̃m f ⁊ b ſecundum g ⁊ c ſecundũ h ⁊ d ſecundum k. Tũc dico e eſſe nũerum queſitum. Quia ex quo vnitas nullam partem aliquotam denominat quilibet illorum a b c d eſt maior vnitate quare p. quartum correlariũ. 13. p̄mi pluries repetitum f erit pars aliquota e denominata ſecundũ a ⁊ g ſecundũ b ⁊ h ſecundũ c ⁊ k ſecundũ d habet ergo e partes aliquotas ab illis om̃ibus denominatas ſed ꝙ nullus minor e habeat tales patet quia tunc ille numerarent illum per illos quattuor ſcȝ a b c d quare p primũ correlarium. 13. primi pluries ſumptum illi omnes a b c d numerarent illum ⁊ per conſequens non eſſet e minimus numeratus ab illis quattuor quod eſt contra ypotheſim. In quotcunqꝫ pluribus aut paucioribus conſimilis eſt omnino demonſtratio.

40 **Ex preſenti conſtat ꝙ quibuſcunqꝫ denominationibus partium aliquotaꝝ datis ꝯtingit reperire mĩmũ numerũ hñtem partẽ aliquotaȝ ſecundũ vnam illaꝝ denominantiũ que habeat partem aliquotam ſecundum aliam que iterum habeat ſecundũ aliam ⁊ ita deinceps.** ¶ Sint eñ a b c d numeri denominantes partes aliquotas propoſitumqꝫ ſit inuenire minimum numerum habentem partem aliquotam denominatam ſecundum a que habeat partem aliquotam denominatam ſecundũ b que habeat aliquam denominatã ſecundũ c que adhuc habeat denominatam ſcd̃m d ad quod faciendũ duco d in c ⁊ fiat e duco inſup e in b ⁊ fiat f ⁊ f in a ⁊ fiat g. Dico ergo ꝙ g eſt nũerus queſitus. Quia enim g fit ex f in a maiorẽ vnitate g eſt maior f ⁊ cũ ex terminis f numeret g p a: f eſt pars aliquota g denominata ſecũdũ a ⁊ p idem e eſt pars aliquota f denominata ſcd̃m b ⁊ d eſt pars aliquota e denominata ſcd̃m c cũ igitur vnitas ſit pars aliquota ipſius d ab ipſo d denoĩata ꝯſtat g habere partem aliquotam denominatam ab ipſo a vt puta f ⁊ illã habere partem denoĩatam ab ipſo b vt puta e ⁊ illã habere partẽ denominatã ab ipſo c vt puta d ⁊ illã habere partem aliquotam denominatã ab ipſo d puta vnitatem. Qȝ autem nullus eo minor habeat partes taliter patȝ quia dato oppoſito ſit ille h cuius k ſit pars aliquota denominata ſecundũ a ⁊ l pars aliquota k denominata ſcd̃m b ⁊ m pars aliquota l denominata ſcd̃m c ⁊ n pars aliquota m denoĩata ſcd̃ȝ d ꝯſtat tũc h ad k eſſe eam p̄portionem que g ad f ⁊ k ad l que f ad e ⁊ l ad m que e ad d ⁊ m ad n que d ad vnitatem cum igitur h ſit minor g p. 8. ſcd̃i k erit minor f ⁊ ex conſequenti p eandeȝ l erit minor e ⁊ m minor d ⁊ ex ꝯñti n eſſet minor vnitate quod eſt impoſſibile erit igitur g nũerus queſitus. Et ſi plures aut pauciores eſſent denominationes partium aliquotarum conſimiliter omnino conſtabit propoſitum ſumendo ordinatim numeros illos denominantes eo ordine quo vis illas partes aliquotas reperire ducẽdo vltimũ in penultimum ⁊ productum inde in antepenultimum ⁊ ita deinceps.

39 **Patet vltra ex demonſtratiõe p̄cedẽtis corrclarij cũ adiutorio** 4.6. p̄mi q̄ in caſu ipſius g numerus etiã erit minimus hñs partẽ aliquotã denominatã ſecundũ b que habet aliquã ſcḋm a que habet aliquã ſcḋm d que iterũ habet ſcḋm e. Et ita ſi quocũq; alio ordine p̄cedas. Quia quocũq; alio ordĩe diſponas illos numeros ſi ducas vltimũ in penultimũ ⁊ p̄ductum in antepenultimum ⁊ p̄ductũ inde in primum per. 4.6. p̄mi vltimo p̄ductus erit g quo habito ſicut in demonſtratione precedentis corrclarij conſtabit propoſitum. Et ſi quotcũq; plures aut pauciores eſſent denominationes partium aliquotarum conſimiliter omnino conſtaret propoſitum.

40. **Quibuſcunq; duobus numeris adinuicẽ primis datis quorum** minori ex maiori detracto quo ad poſſit relinquitur vnitas cuiuſcunq; illorum multiplicem qui ſupra multiplicem alterius ſolam addit vnitatem contingit reperire.

Sint a numerus maior ⁊ b c minor adinuicẽ primi ⁊ detracto b c ex a quo ad poſſit relinquatur vnitas. ¶ Tũc dico primo q̄ ↄtingit inuenire multiplicẽ b c qui ſupra multiplicẽ a ſolaʒ addat vnitatẽ. Dico ſcḋo q̄ ↄtingit inuenire multiplicẽ a qui ſupra multiplicẽ b c ſolã addat vnitatẽ. ¶ Primũ pʒ ⁊ imprimis ſi b c ſit nũerus binarius. Nã tunc a nõ poterit in duo equa diuidi nã tũc quodlibet illoꝝ numeraret a p̄ binariũ ⁊ ex ↄ̃nti binarius numeraret a p̄ quodlibet illorum quare per primã huius binarius eſſet cõmenſurabilis a quare ⁊ b c eſſet ↄmenſurabilis a quod repugnat ẏpotheſi nõ ergo poterit a in duo equa diuidi ergo per correlariũ. 17. huius poterit in duos numeros ſola vnitate diſtãtes adequate diuidi qui ſint d maior ⁊ e minor tũc p̄. 2. p̄mi totus d a ad totum e a differentia eſt vnitas ⁊ compoſitus ex illis erit triplus ad a ablata ergo vnitate a maiori vel addita minori ↄpoſitus qui reſultabit erit diuiſibilis in duo equa ⁊ erit multiplex ad binariũ q2 binarius numerabit illud per quãlibet medietatem eius q̃ erit maior vnitate vnde ſatis ↄſtat p̄poſitum. ¶ Sed iã patʒ p̄poſitum vbi b c eſt maior binario. Imaginor ergo c partẽ totius b c eſſe vnitatẽ ⁊ b reſiduã partem eius quã ↄſtat ex ẏpotheſi eſſe maiorem vnitate detracto igit̃ b c ex a quo ad poſſit totũ quod p̄ talem detractionẽ auferretur ex a ſit d reſidua aũt pars que ex ẏpotheſi erit vnitas ſit e ↄſtat tunc ex. 15. petitione d eſſe multiplicem b c vel illi equalẽ duco ergo a in b ⁊ fiat f: erit tunc ex diffinitionẽ multiplicationis ⁊ ex ẏpotheſi a pluries adequate in f quare f erit multiplex a. Duco inſup̄ d in b ⁊ fiat g tunc p̄ idẽ g erit multiplex ad d cũ igit̃ d p̄batus ſit multiplex ad b c aut illi equalis ex ſcḋo correlario. 22. p̄mi g erit multiplex ad b c duco inſup̄ e vnitatẽ in b c tunc p̄. 33. dignitateʒ fiet b c cum igit̃ g p̄batus ſit multiplex b c p̄ primum correlariũ. 15. p̄mi totum ↄpoſitum ex g ⁊ ex b c erit multiplex b c. Dico igit̃ q̄ ille addit ſupra f multiplicem a ſolã vnitatem. Quia ſupra cõpoſitum ex b ⁊ g ſolũ addit c vt puta vnitatem modo ↄpoſitus ex b ⁊ g eſt equalis f q2 a adequate reſultat ex d ⁊ e ergo p̄. 16. p̄mi f p̄ductus ex a in b erit equalis hĩs que p̄ducentur ex d in b ⁊ e ex e in b ſed ex ẏpotheſi ex d in b ſit g ⁊ per. 33. dignitatẽ ex e in b ſit b ergo f erit equalis ↄpoſito ex g ⁊ b quare cõpoſit⁹ ex g ⁊ ex b c qui p̄batus eſt multiplex b c addet ſupra f multiplicem a ſolã vnitatẽ vnde ↄſtat primũ ſaltem vbi b c eſt maior binario. ¶ Sed ſcḋm patet. Quia ſit p̄ ſtatim demõſtratũ h inuẽtus multiplex b c qui ſupra f ſolã addit vnitatẽ eruntq; tũc p̄ tertium correlariũ. 11. huius f minor ⁊ h maior adinuicẽ primi ⁊ ex ẏpotheſi f detracto ex h quo ad poſſit remanebit vnitas quare p̄ ſtatim demõſtratum poterit inueniri multiplex f qui ſit k qui ſupra multiplicem h qui ſit l ſolaʒ addet vnitatem cum igitur p̄ ſecundũ correlariũ. 22. p̄mi k ſit multiplex a ⁊ l multiplex b c erit inuẽtus multiplex a qui ſupra multiplicem b c ſolam addit vnitatem vnde conſtat ſecundum.

41 **Quibuſcũq; duobus nũeris adinuicẽ primis datis cuiuſlibʒ** illorum multiplicem qui ſupra multiplicem alterius ſolam addat vnitatem contingit reperire.

Quod precedẽs p̄poſuit de duobus nũeris adinuicẽ primis quorũ minori ex maiori detracto q̃ ad poſſit relinquitur vnitas hec vniuerſaliter p̄ponit de quibuſcũq; duob⁹ numeris adinuicem primis quare ſi tales duo nũeri ſe habeãt ſicut p̄cedẽs ſupponit ex demõſtratione ipſius apparet p̄poſitum ⁊ etiã vbi alter eoꝝ eſſet vnitas facile ↄſtat p̄poſitum inuẽto quocũq; multiplici maioris ⁊ ipſi addendo vel ab eo remouendo vnitatẽ ſufficit ergo ipſã demõſtrare vbi tales duo numeri adinuicẽ primi ita ſe habẽt q̄ minori detracto ex maiori quo ad poſſit relinquit̃ maior vnitate. ¶ Sit igitur a nũerus maior ⁊ b minor adinuicẽ primi ⁊ b detracto ex a quo ad poſſit remaneat c maior vnitate qui ex quo a nõ eſt multiplex b p̄. 15. petitionẽ adiuuãte. 16. huius erit minor b ⁊ p̄m⁹ ad b ⁊ totũ quod p̄ talem ſubſtractionẽ auffertur ex a ſit ſ qui p̄. 15. petitionẽ eſt equalis b vel ad illum multiplex. ¶ Dico igitur primo q̄ ↄtingit reperire multiplicẽ a qui ſupra multiplicẽ b ſolã addit vnitatẽ. Dico ſcḋo q̄ ↄtinget reperire multiplicẽ b qui ſupra multiplicem a ſolã addit vnitatẽ. ¶ Primũ pʒ quia ex quo c eſt minor b ⁊ primus ad b p̄. 16. huius c detracto ex b quo ad poſſit remanebit minor e q̃ erit vnitas aut primus ad c ſit ergo ille d ⁊ ſit maior vnitate ⁊ primus ad c ⁊ totũ detractũʒ p̄ talẽ detractionem ex b ſit t qui p̄. 15. petitionẽ eſt multiplex c vel illi equalis ⁊ p̄. 16. hui⁹ d detracto ex e quo ad poſſit remanebit minor d ⁊ erit vnitas aut primus ad d ſit ergo ille e ⁊ ſit maior vnitate ⁊ primus ad d ⁊ totum ſubſtractũ p̄ talem ſubſtractionẽ ex c ſit v qui p̄. 15. petitionẽ erit multiplex d vel illi equalis ⁊ q2 p̄. 17. huius ↄtinua hoc mõ detractione facta tandeʒ vnitas relinquetur ſit ita q̄ e detracto ex d quo ad poſſit relinquatur vnitas ⁊ inuenio p̄ p̄cedẽtẽ multiplicẽ e qui ſit h q̃ ſupra multiplicẽ d q̃ ſit k ſolam addat vnitatẽ ⁊ e numeret h ſcḋm g ⁊ duco e in g ⁊ fiat l quẽ cõſtat eſſe multiplicẽ c dico igit̃ q̄ l ſupra aliquẽ multiplicẽ d ſolã addit vnitatẽ ſit enĩ x p̄ductus ex v in g quem ↄſtat eſſe multi

plicem v q̄re p ſcdm correlariū .22. pmi erit etiam multiplex d quare p pmuz correlariū .15. primi totus x k eſt multiplex d ⁊ quia c adequate ꝯponitur ex v ⁊ e p .16. pmi l erit equalis ꝯpoſito ex pductis ex v in g ⁊ ex e in g ⁊ per ꝯñs erit equalis ꝯpoſito ex x ⁊ h ſed p ſcdaz pmi cōpoſitus ex x ⁊ h ſupra ꝯpoſitum ex x ⁊ k ſolā addit vnitatem ergo l multiplex c ſupra totū x k multiplicē d qui ſit m ſolā addit vnitatē quare p tertiū correlariū .11. huius m erit pmus ad l ⁊ ipſo detracto ex l quo ad poſſit relinquetur vnitas inuenio ergo p pcedentē multiplicē m qui ſit n qui ſupra multiplicē l qui ſit o ſolā addat vnitatē erit tūc p ſcdm correlariū .22. pmi n multiplex d ⁊ o multiplex c habeo ergo multiplicem d qui ſupra multiplicem c ſolā addit vnitatē numeret ergo d ipſū n p p ⁊ duco b i p ⁊ fiat q quem ꝯſtat eſſe multiplicē b dico ergo q q addit ſupra aliquē multiplicē c ſolā vnitatē ſit eñ .3. pductꝰ ex t in p quē ꝯſtat eſſe multiplicem t quare per ſcdm correlariū .22. pmi erit multiplex c quare p pmū correlariū .15. pmi totus .3.o erit multiplex c ⁊ totus .3.n per ſcdam pmi ſupra .3.o ſolā addit vnitatē ſed p .16. pmi q eſt equalis toti .3.n quia b adequate reſultat ex d ⁊ t ergo q multiplex b ſupra totum .3.o multiplicē c qui ſit r ſolam addet vnitatē quare r erit pmus ad q ⁊ ipſo detracto ex q q̄ ad poſſit relinquetur vnitas inuenio ergo p pcedentem multiplicem r qui erit multiplex c qui ſupra multiplicē q qui erit multiplex b ſolā addat vnitatem quibus inuentis ⁊ capto nūero p quem c numerat illū multiplicez r ⁊ ducto a in illum numerū fiet multiplex a qui ſupra multiplicē b ſolā addat vnitatem ⁊ hoc ꝯſimiliter omnino pbabis ſicut ſtatim pbatum eſt q multiplicem b ſupra aliquē multiplicem c ſolā addere vnitatem ⁊ l multiplicē c ſupra aliquē multiplicem d ſolā addere vnitatē vnde cōſtat pmū. ¶ Sed ſcdm facile ꝯſtat ex hoc ſit eñ p ſtatim demonſtratū g inuentus multiplex a qui ſupra h multiplicē b ſolā addat vnitatē erit tunc per tertiū correlariū .11. huius h pmus ad g ⁊ erit minor g ⁊ ipſo detracto ex g quo ad poſſit relinquetur vnitas inuenio ergo p pcedentem multiplicē h qui ſit k qui ſupra multiplicem g qui ſit l ſolā addat vnitatem erit tūc p ſcdm correlariū .22. pmi k multiplex b ⁊ l multiplex a vnde ꝯſtat ſcdm. Siuē in tali detractione non adeo cito ad vnitatē deueniatur vel citius deueniatur eodē artificio pbabis intentum incipiendo a duobus vltimus relictis ante vnitatē ſicut incepiſti ꝯtinuo eodē modo pcedendo ptz igitur totum ppoſitum. Ad hoc tñ faciendū quod pñs pponit nō labores in nūeris adinuicem ꝯpoſitis q ſi aliqui ſint ꝯpoſiti impoſſibile eſt multiplicē alicuius illorū ſupra multiplicē alterius ſolā addere vnitatē. Nā ſi illud eſſet poſſibile p tertiū correlariū .11. huius illi duo multiplices eſſēt incōmēſurabiles quare haberētur duo multiplices duoꝝ ꝯmēſurabilium q eſſēt icōmēſurabiles qđ repugnat tertio correlario .4. huius.

42. **Propoſitis quibuſcumq duobus numeris contra ſe primis** cuiuſlibet illorum multiplicem qui ſupra multiplicem alterius differentiam dato numero equalem addat contingit inueſtigare.

Sint a ⁊ b quicūq duo numeri adinuicem primi ⁊ ſit c qcūq nūerus datus. ¶ Tunc dico primo q ꝯtingit reperire multiplicē a qui ſupra multiplicē b addat c. Dico ſcdo q ꝯtingit inuenire multiplicem b qui ſupra multiplicē a addat c. ¶ Primū ptz ſint d multiplex a ⁊ e multiplex b ſuſcti p duas pcedētes q̄ꝝ d ſupra e ſolā addat vnitatē ⁊ duco c i d ⁊ fiat f ⁊ i e ⁊ fiat g erit tūc p .9. petitionē f maior g ⁊ p .33. dignitatē adiuuāte .19. pmi c exceſſus f ſupra g cū igitur f ſit multiplex d vel illi equalis ⁊ d ſit multiplex a p ſcdm correlariū .22. pmi f erit multiplex a ⁊ p idem g erit multiplex b vnde ꝯſtat pmum. ¶ Scdm patz inuenio p duas pcedentes multiplicem b qui ſit d qui ſupra multiplicem a qui ſit e ſolā addat vnitatem ⁊ duco c in d ⁊ fiat f ⁊ c in e ⁊ fiat g tunc ꝯſtat ſicut ſtatiz f eſſe multiplicem b ⁊ g multiplicem a ⁊ exceſſum f ſupra g eſſe c vnde conſtat ſecundum. Simile tamen huic in numeris compoſitis non poteſt contingere.

1. co **Ex his tribus ꝯcluſiōibus manifeſte ꝯſtat q quibuſcūq duo**bus nūeris adinuicē primis datis ⁊ quocūq nūero ſignato cuiuſlibet illoꝝ multiplicē ꝯtingit reperire qui ſupra multiplicem alterius ſolā addat vnitatē ⁊ illi numerabūt illos multiplices p maiores nūeros q̄ ſit ille ſignatus. Et etiā cuiuſlibet illorū multiplicem ꝯtinget reperire qui ſupra multiplicē alterius adequate addet nūerum ppoſituz qcūq fuerit ⁊ illi numerabūt illos multiplices p maiores nūeros q̄ ſit ille ſignatus. ¶ Primū patz ſint a ⁊ b adinuicem pmi ⁊ ſit c qcumq nūerus ſignatus ⁊ inuenio p duas antepcedentes multiplicē a q ſit d q ſupra multiplicē b q ſit e ſolaz addat vnitatē erunt tūc d ⁊ e adinuicē pmi ⁊ e detracto ex d quod poſſit relinq̄tur vnitas inuenio ergo per eaſdem multiplicē d q ſit f qui ſupra multiplicē e qui ſit g ſolā addat vnitatem erit tūc p ſcdm correlarium .22. pmi f multiplex a ⁊ g multiplex b pcedaz ergo ita ꝯtinuo donec occurrāt duo tales multiplices a ⁊ b maiores illis quos nūerāt a ⁊ b p c ⁊ ſint h multiplex a ⁊ k multiplex b vltimi in tali pceſſu inuenti tunc a numerabit h p maiorem numerū q̄ ſit c ⁊ b nūerabit k etiam p maiorem q̄ ſit c ⁊ h addet ſupra k ſolā vnitatē ⁊ de multiplici b reſpectu multiplicis a eodem modo ꝯſtat ppoſitum. ¶ Scdm ptz ſint a ⁊ b adinuicem pmi ⁊ c nūerus ſignatus quo debent eſſe maiores illi ſcdm quos a ⁊ b nūerabunt ſuos multiplices ⁊ d alius nūerus datus q debet eſſe dīa illorum multiplicū ⁊ inuenio p ſtatim demōſtratum multiplicē a q ſit e qui ſupra multiplicē b qui ſit f ſolā addat vnitatez ⁊ a ⁊ b nūerent e ⁊ f p maiores nūeros q̄ ſit c ⁊ duco d i e ⁊ fiat g ⁊ in f ⁊ fiat h tunc p ſcdm correlarium .22. pmi g erit multiplex a ⁊ h multiplex b ⁊ a fortiori a nūerabit g p maiorem numerū q̄ ſit c ⁊ b nūerabit h p maiorem c ⁊ p .33. dignitatem adiuuāte .19. pmi g addit d ſupra h: patet igr ſcdm de multiplici a reſpectu multiplicis b ⁊ conſimiliter oīno oñdatur de multiplici b reſpectu multiplicis a.

2. co **Patet vltra q quibuſcumq duobus numeris adinuicez pri-**

nis datis ⁊ iunctis talib⁹ multiplicib⁹ eoꝝ ſicut ꝑcedētes ꝑſuppoſuīt adhuc poterūt reꝑiri multiplices illoꝝ maiores illis tales ſe hñtes ſicut illi. Hoc ſatis ex ꝑceſſib⁹ demonſtrationū notum euadit.

¶ Tertij Elementorum arithmetices Gaſparis Lax finis.

¶ Quarti Elementorum arithmetices Gaſparis Lax.

¶ Propoſitiones.

1 **Si quotcūq̧ numeri quorū nullus eſt vnitas fuerint** ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales erūt oēs illi ꝯmenſurabiles aut erūt oñes alij a ꝑmo inter ſe ꝯmēſurabiles. Similiter ⁊ oñes alij ab vltimo erunt commenſurabiles.

Sint a b c d ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales quorum nullus ſit vnitas ⁊ a nō ſit aliquo illoruʒ maior. Tunc dico ꝙ oñes illi ſūt ꝯmenſurabiles aut ꝑmi tres ſūt ꝯmenſurabiles iter ſe ſimiliter ⁊ vltimi tres ſūt inter ſe ꝯmenſurabiles. Sint e ⁊ f minimi in ꝓportione a ad b ita vt e ad f vt a ad b erunt ex ꝯñti minimi in ꝓportione b ad c ⁊ in ꝓportione c ad d ⁊ e nō erit maior f quia alias accideret oppoſitū ꝑme ſcd̄i. Si igitur e nūeret f ꝑ correlarium ꝑme ſcd̄i a nūerabit b ⁊ b nūerabit c ⁊ c numerabit d quare ꝑ ꝑmum correlariū. 21. ꝑmi a nūerabit illos oēs cū igitur a poſitus ſit maior vnitate erunt oñes illi quattuor ꝯmenſurabiles. Si autē e nō numeret f erit e maior vnitate ⁊ ex ꝯñti ex ypotheſi f erit maior vnitate cū igitur ex. 24. tertij e numeret a ⁊ f nūeret b ⁊ per eādem e nūeret b ⁊ f nūeret c ⁊ per eandem e numeret c ⁊ b numeret d. ſequitur ꝙ e maior vnitate nūerabit a ⁊ b ⁊ c: ⁊ f maior vnitate numerabit b ⁊ c ⁊ d vnde ex terminis conſtat propoſitum. In quotcūq̧ pluribus aut paucioribus conſimilis eſt demonſtratio.

Co. **Ex ꝑñti cōſtat ꝙ ſi quotcumq̧ numeri quorū nullus eſt vnitas** fuerint ordinatim continuo proportionales ⁊ illis poſſit addi aliquis in continua proportionalitate erunt omnes illi commenſurabiles. Addito enī tali illis ex preſenti conſtat propoſitum in forma.

2 **Si fuerint quotcūq̧ numeri ꝯtinuo ꝓportionales ſcd̄m aliquam** ꝓportionem quibus poſſit addi aliquis in ꝯtinua ꝓportionalitate quorūcumq̧ illorū maior illi oñes a minimo minorū talis ꝓportionis numerātur ꝑ totidē ꝯtinuo ꝓportionales ſcd̄m eādem ꝓportionē. Et ſi eis poſſit addi aliquis quocūq̧ illorum minor omnes illi numerantur a maximo minimorum ſue proportionis per totidem continuo ꝓportionales ſecundum eandem proportionem.

Sint a b c d ordinati ꝯtinuo ꝓportiōales ⁊ ſint e ⁊ f minimi i ꝓportiōe a ad b ita vt e ad f vt a ad b ⁊ nullus illorū quattuor ſit minor a ꝯſtat tunc e nō eſſe minorem f q2 alias accideret oppoſitum ꝑme ſcd̄i. Sit ergo ꝑmo g quocūq̧ illorum quattuor maior q̄ poſſit eis addi in ꝯtinua ꝓportionalitate. Tunc dico ꝙ e nūerat illos quattuor ꝑ totidem ꝯtinuo ꝓportionales ſecundum eandē ꝓportionem. Nā tunc d ad g erit ea ꝓportio que a ad b ⁊ que b ad c ⁊ q̄ c ad d quare ꝑ. 24. tertij e numerabit a ⁊ b ⁊ c ⁊ d quo habito ex ſcd̄o correlario. 21. ſcd̄i ꝯſtat ꝙ nūerabit illos quattuor ꝑ totidē ꝯtinuo ꝓportionales ſcd̄m eandē ꝓportionem quod eſt ꝑmum. Sit ſcd̄o g quocumq̧ illoꝝ quattuor minor qui poſſit illis quattuor addi in ꝯtinua ꝓportionalitate. Tunc dico ꝙ f maximus minoruʒ in illa ꝓportione ſecūdum quā illi ſunt continuo ꝓportionales numerat illos ꝑ totidem ꝯtinuo ꝓportionales ſecundum eandem ꝓportionem. Nā tunc g ad a erit ea ꝓportio que a ad b ⁊ q̄ b ad c ⁊ que c ad d quare ꝑ. 24. tertij f numerabit illos quattuor quo habito ex ſcd̄o correlario. 21. ſcd̄i conſtat ſcd̄m.

3 **Si fuerint quotcumq̧ numeri plures tribus ordinatim con**tinuo proportionales ſecundū aliquam ꝓportionem maximi nūerantes binos ⁊ binos ꝑximos illoꝝ erunt ꝯtinuo ꝓportionales ſecundum eadem ꝓportionem. Et ſi fuerint tres ordinatim continuo ꝓportionales maximi nūerantes ꝑmū ⁊ ſcd̄m ad maximū nūerantē ſcd̄m ⁊ tertiū erit q̄ ꝑmi ad ſcd̄m.

Primū parꝫ ſit eadem ypotheſis vt in ꝑcedenti ꝯſtat tunc ꝙ a ⁊ b ab eadem nūero numerātur ſaltem ſub nūero vnitatem ꝯprehendendo ſimilr̄ ⁊ b ⁊ c ſimiliter ⁊ c ⁊ d quia alias accideret oppoſitū ꝑcedentis. Sit ergo g maximus nūerans a ⁊ b ſiue fuerit vnitas ſiue maior vnitate ⁊ ſit h maximus nūerans b ⁊ c ⁊ k maximus nūerans c ⁊ d. Tunc dico ꝙ g h k ſunt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſecundū ꝓportionem a ad b q2 ꝑ ſcd̄m correlarium. 22. tertij g nūerat a ſecundū e ⁊ ex eodē h nūerat b ſcd̄m e ⁊ k etiā nūerat c ſcd̄m e quare ꝑ ſcd̄ꝫ correlariū. 21. ſcd̄i g h k erūt ordinatī ꝯtinuo ꝓportionales ſcd̄ꝫ ꝓportionē a ad b q̄d eſt ꝑmū. Scd̄ꝫ ex demōſtratiōe ꝑmi notiſſimū euadit.

4 **Si fuerint quotcūq̧ nūeri plures tribus ordinatim cōtinuo** ꝓportionales ſecundū aliquam proportionem minimi quos bini ⁊ bini ꝑximi illorum numerant erūt ordinatim continuo proportionales ſcd̄m eandē ꝓportionem. Et ſi fuerint tres minimi numerati a ꝑmo ⁊ ſecundo ad minimum numeratum a ſcd̄o ⁊ tertio erit ea proportio que primi ad ſecundum.

Primū parꝫ ſit eadem ypotheſis vt in añprecedenti ⁊ ſit g minimus quē numerant a ⁊ b ⁊ h minimus quē numerant b ⁊ c ⁊ k minimus quem nūerant c ⁊ d. Tūc dico ꝙ g h ⁊ k ſūt ordinatim cōtinuo ꝓportionales ſcd̄m ꝓportionem a ad b. Nā ex ſcd̄o correlario. 22. tertij a nūerat g ꝑ e ⁊ b numerat etiā h ꝑ e ⁊ c nūerat etiā k ꝑ e quare ꝑ ſcd̄m correlariū. 21. ſcd̄i g h k erūt ordinatī ꝯtinuo ꝓportionales ſcd̄m ꝓportionē a ad b q̄d ē ꝑmū. Scd̄ꝫ ex demōſtratiōe ꝑmi notiſſimū euadit.

5 **Si quotcūcūq̧ numerorum ꝯtinuo ꝓportionalium duo extremi**

fuerint ꝯmunicantes erunt illi oẽs ꝯmunicantes Eritq̃ maximus numerans duos extremos maximus qui omnes illos numerabit. Et ſi quotcũq̃ medij ꝯtinuo proportionales ceciderint inter duos communicantes inter quemlibet eorum ⁊ maximum numerantem illos totidem cadere neceſſe eſt.

Sint a b c d ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ ſint a ⁊ d cõmunicantes. ¶ Tunc dico primo ꝙ omnes illi quattuor ſũt ꝯmunicantes. Dico ſcḋo ꝙ maximus nũerans a ⁊ d eſt maximus numerans illos quattuor. Dico tertio ꝙ tot quot cadũt medij inter a et d in cõtinua ꝓportionalitate cadunt etiã inter a ⁊ maximũ numerantẽ a ⁊ d ⁊ tot etiã cadũt inter d ⁊ illũ maximũ. ¶ Primũ patz qꝛ ex quo a ⁊ d ſunt ꝯmenſurabiles nullus eorũ eſt vnitas quare nec b erit vnitas nec c alias eñ non eſſent illi ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales quod eſt ꝯtra ypotheſim nullus ergo illorum quattuor eſt vnitas quare ꝑ primã huius quicũq̃ duo ꝓximi illorum ſunt ꝯmunicantes ſit ergo e maximus numerans a ⁊ b ⁊ f maximus nũerans b ⁊ c ⁊ g maximus nũerans c ⁊ d tũc ꝑ añprecedẽtem e f g ſũt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſecundũ ꝓportionẽ a ad b cum igiẗ nullus iſtorum triũ poſſit eſſe vnitas qꝛ tunc nõ quicũq̃ duo ꝓximi illorum quattuor eſſent ꝯmenſurabiles cuius oppoſitũ eſt ꝓbatum ſequitur ex pᵃ huius ꝙ e ⁊ f ſũt ꝯmenſurabiles ſimiliter ⁊ f ⁊ g. Sit ergo h maximꝰ numerans e ⁊ f ⁊ k maximus nũerans f ⁊ g tũc ex añprecedẽti h ad k vt e ad f quare ⁊ vt a ad b. Sint ergo l ⁊ m minimi in ꝓportione a ad b ita vt l ad m vt a ad b ꝯſtat tũc l nõ eſſe equalẽ h neq̃ m equalẽ k quia dato oppoſito ex quo ꝑ ſcḋm correlariũ .22. tertij h numerat e ꝑ l ex l in ſe fieret e ⁊ cũ ꝑ idem correlariũ e nũeret a ꝑ l ex e in l fiet a ⁊ ꝑ idez ex m in ſe fieret g ⁊ ex g in m fiet d cũ igitur ex .23. tertij l ⁊ m ſit adinuicẽ pᵐi ꝑ .14. tertij a ⁊ d erunt adinuicẽ pᵐi quod eſt ꝯtra ypotheſim erit igitur l inequalis h ⁊ m inequalis k ⁊ cũ per .24. tertij l numeret h ⁊ m numeret k equaliẗ ⁊ hoc nõ poſſit fieri mediante vnitatate qꝛ tunc l eſſet equalis h ⁊ m ipſi k ſequitur ꝙ numerabũt illos mediante nũero maiori vnitate qui ſit n tunc ex pᵐo correlario .13. pᵐi n nũerabit h ꝑ l ⁊ k ꝑ m quare ex terminis ⁊ ex .22. tertij n erit maximus nũerans h ⁊ k ⁊ ꝑ .21. pᵐi n numerabit e f ⁊ g ⁊ ex ꝯſtitꝰ ꝑ eãdẽ numerabit a b c ⁊ d ⁊ per ꝯñs illi oẽs quattuor ſunt ꝯmenſurabiles quod eſt pᵐuz. ¶ Et quia n ꝓbatus eſt maximus nũerans h ⁊ k per ſcḋm correlariũ .23. tertij n numerat h ſcḋm l ⁊ ꝑ idem h nũerat e ſcḋm l ⁊ e nũerat a ſcḋm l quare ꝑ .21. pᵐi bis ſũptam nũerat e ꝑ ꝓductum ex l in ſe qui ſit o ⁊ n nũerabit a ꝑ productum ex l in o qui ſit p ⁊ ꝑ idem n nũerabit g ꝑ ꝓductum ex m in ſe qui ſit q ⁊ numerabit d ꝑ ꝓductuz ex m in q qui ſit r cũ igiẗ ꝑ .23. tertij l ⁊ m ſint adinuicẽ pᵐi ꝑ .14. eiuſdẽ o ⁊ q erunt adinuicem pᵐi ⁊ per eandẽ p ⁊ r erũt adinuicẽ pᵐi ⁊ ꝑ ꝯñs ꝑ .26. tertij erunt in ſua ꝓportione minimi quare ex terminis ⁊ ex .22. tertij n erit maximus numerans a ⁊ d quẽ etiã dico eſſe maximũ nũerantem a b c d quia ſi eo maior illos numeret ꝑ pᵐũ correlariũ .20. tertij pluries ſũptũ ille nũerabit e ⁊ f ⁊ g ⁊ per idẽ nũerabit h ⁊ k ⁊ ꝑ idẽ nũeraret n qḋ eſt impoſſibile patz igiẗ ſcḋm. ¶ Et qꝛ vt ꝓbatum eſt n nũerat h ꝑ l ⁊ h numerat e ꝑ l ⁊ e nũerat a ꝑ l ꝑ primuz correlarium .21. ſcḋi h ad e erit ea ꝓportio que n ad h ⁊ e ad a que h ad e quare inter n ⁊ a mediabunt duo in ꝯtinua ꝓportionalitate vt puta h ⁊ e totidem ſcz ſicut inter a ⁊ d et per idẽ quia n numerat k ꝑ m et k numerat g ꝑ m ⁊ g numerat d ꝑ m per idem correlarium .21. ſecundi k ad g eſt ea ꝓportio que n ad k et g ad d que k ad g quare inter n et d mediabunt duo i continua proportionalitate vt puta k et g totidem ſcilicet ſicut inter a et d vnde cõſtat tertium. In quotcumq̃ pluribus conſimilis eſt omnino demonſtratio.

Co. Ex pñti ꝯſtat ꝙ ſi quotcũq̃ nũeri fuerint cõtinuo ꝓportionales quorũ duo extremi fuerint ꝯmunicãtes quicũq̃ nũerans illos extremos nũerabit illos oẽs. Nã ex primo correlario .20. tertij quilibet talis nũerabit maximũ numerantez illos duos extremos quẽ ex preſenti eſt maximus numerãs illos oẽs quare per .21. pᵐi quilibet talis numerabit illos omnes

6 Quattuor numeros contingit reperire quorũ primi ad ſcḋm non ſit ea ꝓportio que ſcḋi ad tertium nec q̄ tertij ad quartũ nec ſcḋi ad tertiũ q̄ tertij ad quartum ⁊ maximus numerans pᵐum ⁊ ſcḋm ⁊ maximus numerans ſecundum ⁊ tertium ⁊ maximus nũerãs tertium ⁊ quartum erunt continuo proportionales.

Sint a numerus maior ⁊ b minor ꝯtra ſe pᵐi quorꝫ q̄libet eſt maior vnitate ⁊ ex a in ſe fiat c ⁊ ex a in b ⁊ e ex b in ſe erit tũc per .21. ſcḋi e ad d vt b ad a ſimiliter d ad c vt b ad a quare e d c ſũt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales duco ergo c in a ⁊ fiat f ⁊ d in a ⁊ fiat g ⁊ quia vt ꝓbatum eſt d ad c vt b ad a per .43. ſcḋi ex c in b fiet g tm̃ ſcz ſicut ex d in a ⁊ qꝛ ꝑ .21. ſcḋi g ad f vt d ad c erit ex ꝯſtitꝰ g ad f vt b ad a cũ igitur ꝑ .26. tertij b ⁊ a ſint in ſua ꝓportione minimi ꝑ .22. tertij c erit maximus nũerãs g ⁊ f duco inſuꝑ d in e ⁊ fiat h tunc ꝑ .21. ſcḋi h ad g vt e ad a ⁊ cum e ad a ſit alia ꝓportio q̄ b ad a: qꝛ b minor eſt e erit h ad g alia q̄ b ad a ⁊ per ꝯñs q̄ g ad f ⁊ cũ ꝑ .13. tertij e ⁊ a ſint adinuicẽ pᵐi ⁊ ex ꝯſtitꝰ ꝑ .26. eiuſdem in ſua ꝓpoetione minimi ꝑ .22. eiuſdem d erit maximus nũerans h ⁊ g. Capio ergo k maiorẽ d ⁊ pᵐũ ad d cuius ad d ſit alia ꝓportio q̄ h ad g ⁊ q̄ g ad f ⁊ duco k in e ⁊ fiat l tunc ꝑ .21. ſcḋi l ad h eſt ea ꝓportio que k ad d ⁊ per ꝯñs alia q̄ ꝓportio h ad g ⁊ alia q̄ proportio g ad f cum igiẗ ꝑ .26. tertij k ⁊ d ſint in ſua ꝓportione minimi ⁊ ꝑ .13. pᵐi ex e in d fiat h ⁊ ex e in k fiat l ꝑ .22. tertij e erit maximus numerãs h ⁊ l. Patz igitur ꝙ c eſt maximus nũerans f ⁊ g ⁊ d maximus nũerans g ⁊ h ⁊ e maximus numerãs h ⁊ l cum igiẗ e d c ꝓbati ſint ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ probatum ſit l ad h nõ eſſe eam proportionem que h ad g nec que g ad f ſimiliter h ad g nõ eſſe eam que g ad f factis l primo h ſecundo g tertio ⁊ f quarto conſtat propoſitum.

7 Si quotcũq̃ numerorum ordinatim cõtinuo ꝓportionaliũ

duo extremi fuerint contra ſe primi erunt illi omnes in ſua proportione minimi.

Sint a b c ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ a ⁊ c ſint ꝯtra ſe p̄mi. Tunc dico ꝙ illi tres ſunt in ſua ꝓportione minimi ita ꝙ nō ꝯtingit dare totidem minores ꝯtinuo ꝓportionales ſcd̄m illorū ꝓportionē. Quia dato oppoſito ſint d minor a ⁊ e minor b ⁊ f minor c ⁊ d ad e ſit ea ꝓportio que a ad b ⁊ e ad f que b ad c tunc per equam ꝓportionalitatē directā d ad f eſt que a ad c cum igitur ex ypotheſi a ⁊ c ſint contra ſe primi per correlarium .26. tertij a numerabit d ⁊ c numerabit f maiores ſez minores quod eſt impoſſibile. Conſimilis eſt demonſtratio in quotcumq̄ pluribus.

8 Si quotcumq̄ numeri ꝯtinuo proportionales fuerint in ſua proportione minimi ipſorum duo extremi erunt contra ſe primi.

Hec eſt cōuerſa ꝓcedentis ſint igitur a b c ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ nō ꝯtingat totidem minores illis ꝯtinuo ꝓportionales ſcd̄m eorum ꝓportionem reperire. Tūc dico ꝙ a ⁊ c ſunt ꝯtra ſe p̄mi. Quia dato oppoſito ſi ſint ꝯmenſurabiles p. 5. huius illi omnes erūt ꝯmunicātes Sit igitur d maior vnitate numerans illos tres a per e ⁊ b p f ⁊ c per g tūc p ſecundū correlariū .21. ſecundi e f g ſunt ordinatim continuo ꝓportionales ſecundū ꝓportionem a ad b cum igitur p tertiū correlariū .13. primi e ſit minor a ⁊ f minor b ⁊ g minor c nō eſſent a b c minimi cōtinuo ꝓportionales ſcd̄m eorū ꝓportionem quod eſt ꝯtra ypotheſim. Cōſimilis eſt demonſtratio in quotcūq̄ pluribus.

9 Quacumq̄ proportione data, cōtingit quotcumq̄ numeros continuo proportionales in tali proportione mīmos reperire.

Quia quacūq̄ tali data inueniā p. 31. tertij mīmos numeros talis ꝓportionis qui ſint a ⁊ b ⁊ ex a in ſe fiat c ⁊ d ex a in b ⁊ e ex b in ſe. Tūc dico c d e eſſe tres numeros ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales mīmos in ꝓportione a ad b. Quia per .21. ſcdi c ad d vt a ad b ⁊ p eādē d ad e vt a ad b ſūt ergo illi tres ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſcd̄m ꝓportionē a ad b ⁊ quia per .23. tertij a et b ſūt adinuicē p̄mi per .14. eiuſdē c ⁊ e duo extremi illorum triū erūt ꝯtra ſe p̄mi quare per an̄ precedētem illi tres ſūt in ſua ꝓportione mīmi duco ergo a ordinatim in c d ⁊ e ⁊ fiant ordinatim f g ⁊ h ⁊ duco b in e ⁊ fiat k erit tūc p. 21. ſcdi f ad g vt c ad d ⁊ g ad h vt d ad e quare f ad g vt a ad b ⁊ g ad h ēt vt a ad b ⁊ qr per eādem ſecūdi h ad k vt a ad b erūt f g h k ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſcd̄m ꝓportionē a ad b cum igr̄ p. 14. tertij f ⁊ k duo extremi eoꝝ ſint adinuicē p̄mi erūt p an̄ꝓcedētē illi q̄tuor in tali ꝓportione minimi. Et ſi a ducatur in illos quattuor ⁊ b in vltimum prouenient quinq̄ ordinatim continuo proportionales minimi in tali proportione. Et eadem eſt demonſtratio. Et conſimiliter procede ad inueniendum ſex ⁊ ita procede pro quotcumq̄ pluribus.

1.co Ex preſenti conſtat ꝙ ſi dentur duo numeri in aliqua ꝓportione minimi ⁊ quilibet illorum ducat̄ in ſeip̄m ⁊ an̄s in ꝯn̄s fient tres cōtinuo ꝓportionales minimi in tali proportione. Et ſi an̄s in illos tres ducatur ⁊ conſequens in vltimum producētur quattuor cōtinuo ꝓportionales in tali proportione minimi ⁊ ita deinceps procedendo tot quot voles cōtinuo proportionales in tali proportione minos procreabis. Hec in forma in preſenti demonſtratur.

2.co Patet vltra ꝙ quacūq̄ ꝓportione maioris inequalitatis ī numeris reperibili data contingit quamlibet multiplicē illi in nūeris reperire. Inuentis eñ p p̄ſitem tribus nūeris ꝯtinuo ꝓportionalibus ſcd̄m talez ꝓportionē īter extremos illorū erit dupla ꝓportio ad illam ⁊ inuentis quattuor inter extremos illorum erit tripla ad illam ⁊ ita deinceps. Et conſimili mō quacūq̄ minoris inequalitatis in nūeris regibili data ꝯtinget quālibȝ ſubmultiplicē illiꝰ reꝑire

3.co Patet vltra ꝙ quilibet trium cōtinuo ꝓportionaliū minorū in aliqua ꝓportione ꝓducitur ex vno duorum minimorū illius ꝓportionis in ſe vel in alterum illoruȝ duoꝝ ducto ⁊ quilibet quattuor mīmorū ex vno duoꝝ mīmoꝝ ī vnū triū mīmoꝝ eiuſdē ⁊ q̄libȝ quinq̄ minimorum ex vno duorum in vnum quattuor mīmorum eiuſdem proportionis ⁊ ita deinceps.

4.co Patet vltra ꝙ ſi fuerint tres nūeri ordinatim cōtinuo ꝓportionales in ſua ꝓportione mīmi vnus duoꝝ extremoꝝ illorū trium ꝓducetur ex vno duoꝝ minorum talis ꝓportionis in ſe ducto ⁊ reliquus ex reliquo. Et ſi quattuor ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales fuerint ī ſua ꝓportiōe mīmi vnus duorū extremoꝝ illorum ꝓducetur ex vno duorū minimorū talis ꝓportionis ī ꝓductum ex ipſo ī ſe ⁊ reliquus ex reliquo ī ꝓductum ex ipſo ī ſe ⁊ ita deinceps. Horum omnium demōſtrationes ī forma ꝯſtāt ex proceſſu demonſtrationis preſentis.

10 Si quotcūq̄ nūeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales quorum nullus eſt vnitas fuerint in ſua proportione minimi quotcumq̄ inter eorum extremos fuerint medij proportionales totidem inter vtrumq̄ extremoruȝ ⁊ vnitateȝ medios ꝓportionales eſſe neceſſe eſt

Sint a b c d ordinatim cōtinuo ꝓportionales in ſua ꝓportione mīmi ⁊ nullus eorum ſit vnitas. Tūc dico ꝙ tot ſūt medij ꝯtinuo ꝓportionales īter a ⁊ vnitatē ſimiliter ⁊ īter d ⁊ vnitatem quot ſūt īter a ⁊ d. Qr per primā huius quicūq̄ duo primi illorum erūt ꝯmēſurabiles ſit igitur e maximus numerās a ⁊ b ⁊ f maximus numerās b ⁊ c ⁊ g maximus numerās c ⁊ d tūc p. 3. huius e f g erūt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſcd̄m ꝓportionem a ad b ⁊ nullus eorum poterit eſſe vnitas qr tūc nō quicūq̄ duoꝝ ꝓximi illorum quattuor eſſēt ꝯmēſurabiles cuius oppoſitum eſt ꝓbatuȝ erit igitur q̄libet illorū e f g maior vnitate ergo per primā huius e ⁊ f ſūt ꝯmēſurabiles ſimiliter f ⁊ g ſit

ergo h maximus numerās e ⁊ f ⁊ k maximus nūerans f ⁊ g tūc p tertiam huius h ad k vt e ad f quare ⁊ vt a ad b ⁊ quia a b c d ordinatim ꝯtinuo pportionales ſūt in ſua pportione mīmi per .8. huius a ⁊ d ſūt ꝯtra ſe pmi ꝑ p .10. ſcdi e nūerās a ⁊ g nūerās d ſūt ꝯtra ſe pmi ⁊ p idē h ⁊ k ſūt ꝯtra ſe pmi ꝑ p .20. tertij in ſua pportione mīmi quare p ſcdm correlarium .22. tertij h maximus nūerus numerans e ⁊ f nūerabit e ſcdm h ⁊ per idem e numerabit a ſcdm h ⁊ p idē k nūerabit g ſcdm k ⁊ g numerabit d ſcdm k quare quotiens vnitas in h totiēs h in e ⁊ e in a ⁊ etiā quotiēs vnitas in k totiēs k in g ⁊ g in d ⁊ p ꝯñs vnitas ad h vt h ad e ⁊ vt e ad a ⁊ vnitas ad k vt k ad g ⁊ vt g ad d ergo inter vnitatē ⁊ a mediāt duo pportionales ſcʒ h ⁊ e ⁊ inter vnitatē ⁊ d duo puta k ⁊ g totidē ſcʒ ſicut iter a ⁊ d

Co. Ex p̄ñti ꝯſtat ꝙ ſi fuerint tres nūeri ordinatatim ꝯtinuo proportionales i ſua pportione mīmi maximi nūerātes binos ⁊ binos ꝑmos illorum erūt i tali pportione mīmi. Et ſi fuerint quattuor ordinatim ꝯtinuo pportionales in pportione ſua mīmi maximi numerantes binos ⁊ binos ꝑmos erūt tres ꝯtinuo pportionales in tali proportione mīmi ⁊ ita deinceps. ¶ Quia ſicut in demonſtratione p̄ntis oſtēſum eſt e ⁊ g ſunt adinuicem pmi ergo p .7. huius e f g erūt in ſua pportione mīmi. Et p idē qȝ pbatum eſt h ⁊ k eſſe adinuicem primos erūt etiam illi i ſua pportione mīmi vñ ſatis ꝯſtat ppoſitū in illis. Et in quotcūqȝ pluribꝰ ꝯſimilis eſt demōſtratio.

11 Quattuor nūeros ꝯtingit reperire quorū primi ad ſcdm non ſit ea pportio q̄ ſcdi ad tertiū nec q̄ tertij ad q̄rtū nec ſcdi ad tertiū q̄ tertij ad q̄rtū. Et mīmꝰ nūeratꝰ a pmo ⁊ ſcdo ⁊ mīmꝰ nūeratꝰ a ſcdo ⁊ tertio ⁊ mīmꝰ nūeratꝰ a tertio ⁊ q̄rto ſūt ordinati ꝯtinuo pportionales.

Sint a numerus maior ⁊ b minor adinuicē pmi ⁊ c ꝯpoſitus ex ipſis qui p .11. tertij vtrīqȝ illorꝫ eſt pmus ⁊ ex ꝯñti p .26. eiuſdem a ⁊ b ſūt in ſua pportione minimi ſimilr̄ ⁊ b ⁊ c ⁊ etiā a ⁊ c duco igitur b in ſe ⁊ fiat d ⁊ b in a ⁊ fiat e ⁊ c i a ⁊ fiat f ⁊ c i ſe ⁊ fiat g. Tūc per .2. ſcdi pluries ſumptā d ad e vt b ad a ⁊ e ad f vt b ad c ⁊ f ad g vt a ad c cū igitur b ad a ſit alia pportio q̄ a ad c qȝ vna maioris inequalitatis ⁊ alia minoris ⁊ p .3. ſcdi b ad a ſit etiā alia q̄ b ad c ⁊ per eādeʒ ſcdi b ad c ſit etiā alia q̄ a ad c ſequitur ꝙ d ad e eſt alia q̄ e ad f ⁊ q̄ f ad g ⁊ e ad f alia q̄ f ad g inuenio ergo p quintum correlariū .33. tertij minimum quē numerant d ⁊ e qui ſit h ⁊ minimum quē numerat e ⁊ f qui ſit k ⁊ minimum quem numerāt f ⁊ g qui ſit l ⁊ quia d ad e vt b ad a ⁊ b ⁊ a pbati ſunt in ſua pportione mīmi p .33. tertij h fiet ex e in b ⁊ p idem k fiet ex f in b ⁊ etiā p idem l fiet ex f in c ergo p .21. ſcdi h ad k vt e ad f ⁊ p eandē k ad l vt b ad c cum igitur pbatum ſit e ad f eſſe vt b ad c erit h ad k vt k ad l quare h k l erūt ordinatim ꝯtinuo pportionales factis igitur d pmo e ſcdo f tertio ⁊ g quarto erunt illi quattuor inuēti quorum pmi ad ſcdm nō eſt ea proportio que ſcdi ad tertium nec q̄ tertij ad quartum nec ſcdi ad tertiū que tertij ad quartum ⁊ tamen h minimus quem numerant d ⁊ e ⁊ k minimus quem numerant e ⁊ f ⁊ l minimus quem numerant f ⁊ g ſunt continuo proportionales.

12 Si primi ad ſecundū fuerit ea pportio q̄ tertij ad quartum; ⁊ inter primum ⁊ ſecundum aliquis ceciderit medius proportionalis, aut aliquot ceciderint medij pportionales: totidem inter tertium ⁊ quartum ſcdm conſimilem proportionem cadere neceſſe eſt.

Sit a primi ad b ſcdm ea pportio que c tertij ad d quartū ſitqȝ e ⁊ f medij pportionales inter a ⁊ b, ita ꝙ a ad e ſit que e ad f, ⁊ q̄ f ad b. Tunc dico ꝙ inter c ⁊ d cadūt duo pportionales medij ſecundum pportionē a ad e. inuenio p .9. huius quattuor ꝯtinuo proportionales mīmos in pportione a ad e, qui ſint ordinatim g h k l. eruc per equā pportionalitatē directā g ad l erit q̄ a ad b. quare ⁊ que c ad d cū igitur p .8. huius g ⁊ l ſint ꝯtra ſe pmi p correlariū .26. tertij g numerabit c et l numerabit d equaliter. ſit ergo ſcdm m et duco h in m et fiat n et k in m et fiat o. erit tūc per .21. ſcdi pluries ſumptā c ad n vt g ad h et n ad o vt h ad k et o ad d vt k ad l. cū igitur g h k l ſint ordinatim ꝯtinuo pportionales ſcdm pportionem a ad e erūt etiā c n o d ordinatim ꝯtinuo pportionales ſecundum pportionem a ad e. cadent ergo inter c et d duo medij proportionales, puta n et o ſecundum proportionem a ad e. quod eſt propoſitum. Et ſi preciſe vnus caderet inter a et b, aut quotcunqȝ pluresqȝ duobus; conſimiliter oſtendatur propoſitum.

1.co Ex p̄ñti ꝯſtat, ꝙ quacūqȝ pportiōe i numeris reperibili, in numeris data, ſi inter aliquos numeros eius poſſit mediū pportionale reperiri, nō poterit illa in aliquibus numeris reperiri, qui inter illos ſit mediū pportionale ſcdm ꝯſimilem pportionem. nec poterit dari aliqua reperibilis in nūeris, inter cuiꝰ numeros poſſint reperiri plures medij pportionales, quin inter quoſcumqȝ numeros inter quos reperitur, tot medij proportionales ſecūdum eādem pportionem reperiantur. Dato enim huius oppoſito, ſtatim accideret oppoſitum preſentis.

2.co Patet vltra, ꝙ nullius pportionis in nūeris reperibilis poteſt medietas in numeris reperiri, niſi inter quoſcūqȝ numeros inter quos illa reperiri poteſt, cadat vnus medius geometrice pportionalis ſcdm talem pportionem. ¶ Quia dato oppoſito, ſit a ad b talis pportio et medietas eius ſit pportio c ad d, et inter a et b nō cadat medius pportionalis. et inuenio p .9. huius tres ꝯtinuo pportionales ſcdm pportionem c ad d, qui ſint e f g, ita vt c ad d vt e ad f, et vt f ad g. erit tunc pportio e ad f medietas pportionis e ad g. quare et pportio c ad d medietas pportionis e ad g. cum igitur ſit etiam medietas proportionis a ad b, erit e ad g que a ad b. ſed inter e et g mediat f ſecundum proportionem c ad d. ergo per preſentem, inter a et b mediabit vnus ſecundum talem proportionem. quod eſt contra ypotheſim.

3. co **Patet vltra, q̄ nō poterit tertia ps aliquota alicuiꝰ ꝓportiōis** in numeris reperibilis, inueniri in numeris: niſi inter quoſcumq̄ nūeros inter quos illa totalis reperitur, cadāt duo medij ꝓportionales ſcd̄m illā proportionē q̄ debꝫ eſſe tertia ps aliq̄ta eius: nec poterit quarta ps aliq̄ta talis in nūeris reperiri, niſi iter quoſcūq̄ numeros iter quos illa totalis reperitur, cadant tres medij ꝓportionales ſecundū illā ꝓportionem que debet eſſe ps aliquota eius: ⁊ ſic in infinitum. Hec omnia conſimiliter omnino demonſtrantur ſicut correlarium p̄cedens.

4. co **Patet vltra, q̄ ſi aliqua ꝓportio reperta inter aliquos nūeros,** habeat ptem aliquotā ab aliquo certo numero denominatam: inter quoſcumq̄ numeros inter quos illa reperiri poteſt, cadent tot medij proportionales, quot ſunt vnitates in illo certo numero, vna dempta, ſecundum talem proportionem que debet eſſe talis pars aliquota illius. Hoc ex duobus correlarijs precedentibus manifeſte conſtat.

5. co **Patet vltra, q̄ ſi fuerint quotcūq̄ nūeri ordinatim continuo** proportionales ſcd̄m aliquā ꝓportionē: tot ꝓportiones equales illi reperiētur inter extrema talis ꝯtinuationis, q̄t ſūt illi nūeri ꝯtinuo ꝓportionales, vno dēpto. Et ex ꝯñti, medij iter extremos erūt tot, q̄t ille ꝓportiōes vna dēpta. ¶ Primū ex. 27. diffinitiōe ſcd̄i euidēt ꝯſtat. et ſcd̄m euidēt ſeq̄t ex illo.

6. co **Patet vltra, q̄ ſi aliqua ꝓportio multiplex denoīet ab aliquo** numero, inter quē ⁊ vnitatē nullus cadit ꝓportionalis medius geometrice: alla nullā partē aliquotam in numeris reperibilē poterit habere. Et ſi inter illū ⁊ vnitatē mediet vnus ꝓportionalis, ⁊ nō plures: illa habebit medietatem in nūeris reperibilem, ⁊ nō aliā partem aliquotā. Et ſi reperiātur duo, ⁊ non plures, habebit tertiā partem aliquotā, ⁊ non habebit partem aliquotā denominatā a maiori nūero q̄ ſit ternarius. Sed ſi cū hoc q̄ mediant duo, mediarēt plures ſecundum aliam proportionem: poſſet ſimul habere tales partes aliquotas. ¶ Hec omnia ideo verum habēt, quia talis numeri ad vnitatem eſt talis proportio, quo habito, ex precedentibus correlarijs conſtat propoſitum.

7 co **Patet vltra, q̄ poterit aliqua ꝓportio in numeris reperibilis** habere partem aliquotam denominatam ab aliquo numero maiori q̄ ſit binarius, ⁊ tamen nullam habebit denominatam a minori illo in numeris reperibilem. ¶ Hoc patet tam de proportione. 8. ad. 1. q̄ de proportione. 32. ad. 1. Et ita de multis alijs.

8. co **Patet vltra, q̄ ſi aliqua proportio inequalis alteri pluries adequate** in illa reperiatur, inter extrema illius in qua adequate pluries reperit, inueniētur tot nūeri medij in ꝯtinua ꝓportionalitate ſcd̄m illā ꝓportionē, quotiens ipſa eſt in illa vno dempto. Inuētis eñ totidem ordinatim ꝯtinuo ꝓportionalibus ſcd̄m talem ꝓportionem, quotiēs ipſa in alia reperit, ⁊ vno vltra, ꝑ quintum correlarium p̄ſentis ꝓportio extremorum illorum erit illa in qua totiens reperitur ipſa, vt ſupponitur. ⁊ per idem correlarium, inter illos extremos mediāt tot continuo proportionales ſecundum illam proportionem, quotiens illa reperitur in tali vno dempto.

9. co **Et ex hys manifeſte apparet, q̄ nulla ps aliquota ꝓportiōis** duple aut triple aut q̄ntuple poteſt in numeris reperiri. ¶ Quia quelibet illarum eſt multiplex ab aliquo numero denominata, inter quem ⁊ vnitatē non cadit medius geometrice, nec cadunt aliqui medij. ⁊ ita de alijs multiplicibus que ab huiuſmodi numeris denominantur.

10. c **Patet vltra q̄ nullius proportionis in nūeris reperibilis, cuiꝰ** antecedens ⁊ cōſequens ſunt numeri proximi in ſerie, aut quorū dr̄a eſt binarius, pars aliq̄ta poterit in nūeris reperiri. Q: nō poterit mediū ꝓportiōale cadere iter illos nūeros, nec medij ꝓportionales.

11 co **Patet finaliter ex demōſtratione p̄ñtis, q̄ ſi primꝰ nūerus fu**erit totiēs in tertio quotiens vnitas in ſcd̄o: inter p̄mum ⁊ tertiū, ⁊ inter vnitatē ⁊ ſcd̄m, nūeri ꝓportionales equales numero ſcd̄m eandē ꝓportionem reperientur, ſi quis inter p̄mū ⁊ tertiū aut inter vnitatē ⁊ ſcd̄m reperiat. ¶ Q: tunc eadē erit ꝓportio p̄mi ad tertiū q̄ vnitatis ad ſcd̄m. quo habito, ex p̄ñti conſtat ꝓpoſitum. procedit eñ demōſtratio preſentis eſto q̄ alter illorum quattuor ſit vnitas.

13 **Si quotcumq̄ nūeri fuerint ordinatim continuo proportio**nales: minimus quem omnes illi numerabunt, erit minimus quem duo extremi eorumdem numerant.

Sint a b c d nūeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ ſit e mīmus quē omnes illi numerāt. Tūc dico q̄ e eſt mīmus quē numerāt a ⁊ d. Quia ex ypotheſi a ⁊ d nūerant e ⁊ nō numerāt aliquē eo minorem: q: dato oppoſito ſit ille f quē a numeret ſcd̄m l ⁊ d ſcd̄m g tūc ꝑ tertiū correlariū 4. 3. ſcd̄i g ad l vt a ad d, cum igit̄ inter a ⁊ d mediēt duo nūeri ꝓportionales ſcd̄m ꝓportionem a ad b ꝑ p̄cedentem inter g ⁊ l mediabūt duo ſcd̄m eandē ꝓportionem qui ſint h ⁊ k ita q̄ g ad h ſit que a ad b ſimiliter ⁊ h ad k ⁊ k ad l / ⁊ quia a ad b vt k ad l per. 4. 3. ſcd̄i ex b in k fiet f tm̄ ſcꝫ ſicut ex a in l ⁊ quia b ad c vt h ad k per eandem ex c in h fiet f tm̄ ſcꝫ ſicut ex b in k quare ex terminis b numerabit f ⁊ c ſimiliter quare oēs illi a b c d numerabunt f ergo per correlarium. 34. tertij e minimus quē numerant a b c d numerabit f maior ſcilicet minorem quod eſt impoſſibile. In quotcumq̄ pluribus conſimilis eſt penitus demonſtratio.

Co. **Ex pn̄ti ꝯſtat ꝙ ſi fuerint quotcū̄ꝗ numeri ordinatim conti=**
nuo proportionales quilibet numeratus a duob⁹ extremis illorū numeratur ab omnibus illis. ¶ Nã ex correlario. 34. tertij quilibet talis numeratur a minimo numerato ab illis extremis qui ex preſenti eſt minimus nūeratus ab illis omnibus quare per. 21. primi quilibet talis nūerabitur ab illis oībus

14 **Si inter duos numeros quotlibet in ꝯtinua ꝓportionalitate**
ceciderint inter vtrumꝗ eorum ⁊ minimū quē oēs illi numerabunt totidē cadere neceſſe eſt.

Sint a b e d ordinatim ꝯtinuo proportionales ⁊ e minim⁹ numeratus ab illis. Tūc dico ꝙ inter a ⁊ e tot cadunt medij ꝓportionales ſicut inter a ⁊ d ⁊ tot etiam inter d ⁊ e. Sit enī f minimus quem numerant a ⁊ b ⁊ g minimus quem numerant b ⁊ e ⁊ h minimus quē numerãt e ⁊ d erit tunc per. 4. huius f ad g vt a ad b ſimiliter et g ad h vt a ad b ſit ergo k minim⁹ quē numerant f ⁊ g ⁊ l minimus quē numerant g ⁊ h tunc ꝑ. 4. huius k ad l vt f ad g quare ⁊ vt g ad h ꝯſtat tūc minimū quē numerant k ⁊ l eſſe minimuʒ quem numerant a b e ⁊ d quia per. 21. primi illum numerabunt f g ⁊ h ⁊ per eandem a b e d numerabunt illum. Et ſi minorem eo numerent per correlarium. 34. tertij pluries ſumptum illum numerarēt f g ⁊ h ⁊ per idem k ⁊ l numerabunt illum ⁊ per idem minimus quem nūerat k ⁊ l numeraret eundem maior ſcʒ minorem quod eſt impoſſibile erit igitur e minimus quem numerant k ⁊ l ſint ergo m ⁊ n mimi proportionis a ad b ita vt m ad n ſit que a ad b tunc per tertiū correlarium. 33. tertij pluries repetitum a numerabit f ⁊ f numerabit k ⁊ k numerabit e ſecundum n ⁊ peridē d numerabit h ⁊ h numerabit l ⁊ l numerabit e ſecundum m quare per ſecundum correlariuʒ. 21. ſecūdi pluries repetitum a ad f erit ea proportio que f ad k ⁊ que k ad e ⁊ d ad h que h ad l ⁊ que l ad e cadent igitur duo medij proportionales inter a ⁊ e puta f ⁊ k ⁊ duo inter d ⁊ e vt puta h ⁊ l cum igitur totidem cadant inter a ⁊ d vt puta b ⁊ e conſtat propoſitum. Et ſi tãtum vnus ceciderit aut plures ꝙ duo conſimilis eſt penitus demonſtratio.

Co. **Ex pn̄ti conſtat ꝙ ſi inter duos numeros quotlibet in ꝯtinua**
proportionalitate ceciderunt medij totidem inter vtrumꝗ eorum ⁊ mimū quem illi duo numerant cadere neceſſe eſt. Hoc ex precedenti ⁊ ex preſenti conſtat in forma. ¶ Circa tamen iſtam cōcluſionem ⁊ circa vltimam partem. 5. huius aduerte ꝙ non oportet ſi fuerint duo numeri commenſurabiles ⁊ inter vnum eorum ⁊ maximum numerantem illos cadat aliquis medius aut aliqui medij ꝙ totidem cadant inter alterum eorum ⁊ illum maximum aut inter illos duos hoc patʒ de. 12. ⁊. 9. ⁊ de. 24. ⁊. 21. nec oportet ſi aliquis cadat aut aliqui inter aliquem duorū numerorum ⁊ minimum nūeratum ab illis ꝙ totidē cadãt ſi illos aut inē alterū illorū ⁊ illū mimū. Exemplū patʒ de hijs duob⁹. 3. 4. ⁊ de hijs. 6. 8.

14 **Si fuerint quotlibet numeri ordinatim ꝯtinuo proportiona**
les ⁊ primus non numeret ſecundum nullus eorum numerabit vltimum. Et ſi aliquis eoruʒ numeret vltimum primus numerabit ſecundum.

Primū patet ſint a b e d ordinatim continuo proportionales quorum a primus non numeret b ſecundum. Tunc dico ꝙ nullus illorum numerat d vltimum ꝙ enī e non numeret d patʒ qz dato oppoſito accideret oppoſitum correlarij prime ſecundi ſed ꝙ b non nūeret d patet ſint e f g tres numeri ordinatim continuo proportionales minimi in proportione a ad b tunc per equaʒ proportionalitatem directam e ad g erit ea proportio que b ad d ⁊ per. 8. huius e ⁊ g ſunt contra ſe primi ſi igitur e eſſet vnitas numeraret f ergo per correlarium prime ſecundi a numeraret b quod eſt cōtra ypotheſim eſt ergo e maior vnitate ⁊ per conſequens nō nūerat g quia alias per ſecundū correlarium prime tertij eſſet illi cōmenſurabilis quod eſt contra ypotheſim ſequitur ergo ex correlario prime ſecundi ꝙ b non nūerat d ꝙ aūt a non numeret d eodem modo ꝯcluditur captis h k l m qui ſint quatuor ordinatim ꝯtinuo proportionales mīni in proportione a ad b tūc per equam ꝓportionalitatem h ad m erit que a ad d quo facto ꝯſimiliter ꝯcludetur h non numerare m ſicut ſtatim concludebatur e non numerare g ⁊ ex conſequenti per correlarium prime ſecundi habebis a non numerare d patet igitur primū. Et proportionabiliter in quotcumꝗ pluribus aut paucioribus oſtendetur. ¶ Secundum ex iſto primo ex deſtructione conſequentis ad deſtructionem antecedentis conſtat.

1. co. **Ex preſenti conſtat ꝙ ſi fuerint quotcumꝗ numeri ordina=**
tim ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ ꝑmus nō nūeret ſcḋm nullus eorū nūerabit aliquē ſequentē. Et ſi aliqs nūeret aliquē ſequentē primus nūerabit ſcḋm. Et ex ꝯſtī qlibʒ ꝓcedēs quēlibʒ ſequētem nūerabit. ¶ Facto enī tali ſequētí vltimo ex pn̄ti cū adiutorio. 21. ꝑmi ⁊ ꝑmi correlarij eiuſdē hec oīa cōſtant.

2. co **Patet vltra ꝙ ſi fuerint quotlibet numeri ordinatiʒ cōtinuo**
proportionales ⁊ vltimus non nūeret penultimum nullus numerabit aliquē precedentem. Sed ſi vltimus numeret penultimum aut aliquis aliquē ꝓcedentem ipſum numeret quilibet ſequens quemlibet ꝓcedentem ipſum numerabit. Hoc euidēter ꝯſtat ex hijs vertendo ordinē illorum.

16 **Si fuerint duo numeri contra ſe primi inter quēlibʒ eorum**
⁊ vnitatem ⁊ inter aliū ⁊ minimū numeratum ab ipſis numeri ꝓportionales equales numero cadent ſi aliquis vel aliqui inter aliquem eorum ⁊ vnitatē aut minimū numeratum ab illis ceciderint.

Sint a ⁊ b ꝯtra ſe ꝑmi e aūt ſit mim⁹ quē nūerarēt a ⁊ b tūc ex ſcḋo correlario. 33. tertij e fiet ex a in b ⁊ ex b in a quare qlibʒ illoꝝ totiēs adeq̄te erit in e q̄tiēs vnitas ī alio q̄ hīto ex vltimo

correlario.12.huius patet ꝓpoſitum. ¶ Hic tamen aduerte ꝙ non habet verum de duobus compoſitis quod preſens de duobus adinuicem primis proponit patet de his.4.6.

17 **Si fuerint duo numeri cõmunicantes inter quelibet eorum** ⁊ maximum numerantem illos ⁊ inter alterum ⁊ minimum ab ipſis numeratum numeri medij ꝓportionales equales numero cadent ſi aliquis vel aliqui inter aliquem eorum et maximum numerantem eos aut minimum numeratum ab illis ceciderunt.

Sint a ⁊ b commẽſurabiles ⁊ c maximus eos numerans d aũt ſit minimus numeratus ab illis Tunc patz ꝓpoſitũ. Sint eñ e ⁊ f minimi in proportione a ad b ita ꝙ e ad f ſit que a ad b. Tunc ex ſecundo correlario.22.tertij c numerat a per e ⁊ ꝑ tertium correlariũ.33.tertij b numerat d per e quare ꝑ ꝓmum correlarium.13.ꝓmi e numerabit a per e ⁊ numerabit d ꝑ b ergo ex primo correlario.21.ſcdi a ad d vt c ad b quare ꝑmutatim a ad c vt d ad b quo habito ex.12.hui9 ꝯſtat ꝓpoſitũ.

18 **Si ab eodem principio duo ordines numerorum cõtinuo ꝓ**portionalium numero equalium ſumantur quotcumqꝫ inter illud principium ⁊ alterũ extremorũ mediabunt continuo proportionales totidem inter extremos illorum ordinum ſecundum proportionẽ ꝓximorum poſt primum medij proportionales erunt.

Sit in primo ordine a b c d ordinatiꝫ continuo ꝓportionales ſint inſuper in ſecundo ab ipſomet a inchoando a e f g totidem ordinatiꝫ continuo proportionales. Tũc dico ꝙ tot quot mediant cõtinuo proportionales inter a ⁊ d ſimiliter ⁊ inter a ⁊ g mediant etiam inter d ⁊ g ſecundum proportionem b ad e. Sint eñ h ⁊ k minimi proportionis b ad e ita ꝙ h ad k ſit que b ad e ⁊ duco h ordinatim ⁊ ſeorſum in a b c d ⁊ fiant ordinatim l m n o duco inſuper h ordinatim ⁊ ſeorſum in a e f g ⁊ fiant ordinatim l p q r. Deinde duco k ſeorſum ⁊ ordinatim in a e ⁊ f ⁊ fiant ordinatim ſ t v. ¶ Tunc ad facilius oſtendẽdum propoſitum dico primo ꝙ l m n o ſũt ordinatim cõtinuo proportionales ſecũdum proportionem a ad b ⁊ l p q r ſũt ordinatim continuo proportionales ſecundũ proportionem a ad e ⁊ ſ t v ordinatim etiam cõtinuo proportionales ſecundum ꝓportionem a ad e quare ⁊ ſecundũ proportionem l ad p. Hec omnia ex ſcdo correlario.21.ſecundi ꝯſtant. ¶ Dico ſcdo ꝙ m ad l eſt ea ꝓportio que n ad m ⁊ que o ad n ſimiliter p ad l eſt que q ad p ⁊ que r ad q ⁊ etiã t ad ſ eſt ea ꝙ v ad t ymo t ad ſ ⁊ v ad t ea que p ad l ⁊ que q ad p ⁊ que r ad q. Hec omnia ex primo dico ⁊ ex conuerſa proportionalitate apparent. ¶ Dico tertio ꝙ m ad p eſt ea proportio que b ad e ⁊ ex ꝯñti que h ad k ⁊ l ad ſ que h ad k ſimiliter ⁊ p ad t ⁊ q ad v eſt que h ad k ⁊ ex ꝯñtı quelibet iſtarum eſt que m ad p. Hec omnia ex.21.ſecundi euidenter cõſtant. ¶ Dico quarto ꝙ p ad ſ eſt que q ad t ⁊ que r ad v quia ex primo dicto p ad q eſt ꝙ ſ ad t ergo ꝑmutatim p ad ſ que q ad t ⁊ ꝑ idem q ad t erit ꝙ r ad v. ⁊ per ꝯñs etiam p ad ſ erit que r ad v. ¶ Dico quinto ꝙ quelibet iſtarum ꝓportionũ ſcꝫ m ad l/n ad m/o ad n cũ qualibet iſtarũ p ad ſ/q ad t/r ad v/eſt eadem q: ex ſcdo dicto ꝗlibet ꝓmarum eſt ꝙ m ad l ⁊ ex quarto dicto quelibet aliarum ꝙ p ad ſ ſed m ad l eſt que p ad ſ quia ex tertio dicto m ad p eſt ꝙ l ad ſ quare ꝑmutatim m ad l que p ad ſ ergo quelibet ꝓmarum cum qualibet aliarum eſt eadem. ¶ Dico ſexto ꝙ o ad r eſt ea que d ad g. Hoc ex.21.ſecundi conſtat. ¶ Tunc ſic m ad p vt p ad t ex tertio dicto ergo m p ⁊ t ſunt ordinatim cõtinuo proportionales ſecundum proportionẽ m ad p ⁊ quia ex quinto dicto n ad m vt q ad t ꝑmutatim n ad q vt m ad t cum igitur inter m ⁊ t mediet vnus ꝓportionalis ſecundum ꝓportionem m ad p vt puta ipſe p per.12.hui9 inter n ⁊ q mediabit vnus ſecundum proportionem m ad p qui ſit x ita ꝙ tam n ad x ꝙ x ad q ſit que m ad p ⁊ quia ex tertio dicto q ad v eſt que m ad p erunt n x q v ordinatim continuo proportionales ſecundum proportionem m ad p/cum igitur ex quinto dicto o ad n ſit que r ad v permutatim o ad r erit que n ad v quare per.12.huius inter o ⁊ r mediabunt duo ꝓportionales ſecundum proportionem m ad p ſicut inter n ⁊ v ſed ex vltimo dicto g ad d eſt que o ad r ergo per.12.huius inter g ⁊ d mediabunt etiam duo proportionales ſecundum proportionem m ad p ſicut inter o ⁊ r cum igitur ex tertio dicto m ad p ſit que b ad e inter g ⁊ d mediabunt duo ꝓportionales ſecundũ ꝓportionem b ad e tot ſcꝫ quot mediãt inter a ⁊ d ſimiliter ⁊ inter a ⁊ g quod ẽ propoſitũ In quotcumqꝫ pluribus conſimiliter oſtendatur propoſitum.

19 **Quibuſcumqꝫ duobus nũeris datis ſi inter quelibet eorũ ⁊** vnitatẽ tot ceciderint medij ꝓportionales ſicut inť alterũ ⁊ vnitatẽ tot inter ipſos duos cadẽt medij ꝓportionales ſicut inter quelibet eorum ⁊ vnitatẽ ſcdm ꝓportionem proximorum vnitati.

Hec in parte eſt ꝯuerſa decime huius ⁊ ex ꝑcedẽti ꝯſtat i forma faciendo duos ordines nũerorũ ꝯtinuo ꝓportionalium nũero equalium ab vnitate vſqꝫ ad illos duos numeros.

20 **Si quotcumqꝫ numeri continuo proporti onales fuerint in** ſua proportione minimi quilibet maior vnitate numerans alterum illorum erit commẽſurabilis alicui minimorum talis proportionis.

Sint a b c d ordinatim continuo proportionales in ſua proportione minimi ⁊ ſint e ⁊ f minimi in proportione illorum ita ꝙ e ad f ſit que a ad b ⁊ ſit g maior vnitate numerans aliquem illorum quattuor. Tunc dico ꝙ g eſt cõmenſurabilis e aut f Capio eñ per.9.huius tres ꝯtinuo ꝓportionales minimos in proportione a ad b qui ſint ordinatim h k l tunc ꝑ tertiũ correlarium.9.huius quilibet illoꝝ quatuor minimorũ ſit ex aliquo illorũ duorum minimorũ in aliquẽ illoꝝ triũ ⁊ quilibet illorum triũ ex aliquo illoꝝ duoꝝ in ſe vel in alterũ ipſoꝝ cũ igiť g numeret aliquem illorum quatuor per primũ correlarium.6.tertij erit ꝯmenſurabilis alicui illorũ ex quorũ vno in alterũ ꝓducetur quorum

vnus eſt alter duorũ minimorũ ⁊ reliquus eſt alter illorum trium ſi igitur ſit commenſurabilis illi qui eſt alter duorum minimorum cõſtat propoſitum. Et ſi illi qui eſt alter illorum trium per ſecundũ correlarium. 4. tertij aliquis primus illos duos numerabit qui per. 6. eiuſdẽ numerabit alterum illorũ duorũ minimorũ vñ ex terminis cõſtat ꝓpoſitũ. Proportionabiľr oñdaƭ ꝓpoſitũ in quotcũq; plurib⁹

21 **Si quotcunq; numeri continuo ꝓportionales fuerint in ſua** proportione minimi quilibet eorum compoſito ex omnibus illis erit incommenſurabilis.

Sint a b c d ordinatim continuo ꝓportionales in ſua proportione minimi. Tunc dico ꝙ quilibet illorum eſt incommenſurabilis compoſito ex illis omnibus. Quia dato oppoſito ſint e ⁊ f minimi in proportione illorum ita ꝙ e ad f ſit que a ad b ⁊ ſit g h totum compoſitum ex a b c d ⁊ ſit g ille illorum quattuor qui eſt commenſurabilis compoſito ex illis quattuor ⁊ h compoſitũ ex alijs tribus cu per primum correlarium. 11. tertij g eſt cõmenſurabilis ſit ergo k numerus maior vnitate cõmuniter numerans g ⁊ h qui per. 15. primi numerabit totũ g h ⁊ ex precedenti erit commenſurabilis e aut f ſit ergo l maior vnitate nũeras k ⁊ alterũ illorũ. ſ. e f. qui per. 21. primi nũerabit totum g h ⁊ ex cõſequenti totum a b c d ſi igitur l numeret k ⁊ e cum ex. 2. huius e numeret a ⁊ b ⁊ c ex. 21. primi pluries repetita l numerabit a ⁊ b ⁊ c quare per primum correlarium. 14. primi numerabit totum compoſitum ex a b c detractum ſcꝫ ex toto a b c d cum igitur probatum ſit l numerare illud totum per. 20 primi numerabit d reſiduum eũ ꝫ probatum ſit l numerare a non eſſent a ⁊ d contra ſe primi quod repugnat. 8. huius. Et ſi ponas l numerare f ⁊ k per. 21. primi numerabit totũ g h ⁊ ex conſequenti totum a b c d ⁊ cum ex. 2. huius f nũeret b ⁊ c ⁊ d per. 21. primi pluries ſumptam l numerabit b ⁊ c ⁊ d ⁊ ex cõſequenti per primũ correlarium. 14. primi numerabit compoſitum ex b c ⁊ d detractũ ſcꝫ ex toto a b c d ergo per. 20. primi numerabit a reſiduum ⁊ per cõſequens a ⁊ d non erunt contra ſe ꝑmi quod repugnat. 8. huius. In quotcumq; pluribus cõſimilis eſt demonſtratio.

22 **Si quotcunq; numeri ꝯtinuo proportionales fuerint in ſua** proportione minimi compoſitus ex illis ſimiliter ⁊ quilibet illorum ad compoſitum ex omnibus eorumdem alijs ab illo erit primus.

Quia per precedentem quotcumq; talibus datis ⁊ quocumq; illorum ſignato ille ad compoſitũ ex illis omnibus erit primus cum igitur cõpoſitus ex omnibus addequate reſultet ex quocumq; illorũ ⁊ ex ꝯpoſito ex alijs oĩbus ab illo ꝑ primũ correlariũ. 11. tertij ille ꝯpoſit⁹ ſimiliť ⁊ quibꝫ illorum erit incommenſurabilis compoſito ex alijs oĩbus ab illo ſicut ⁊ illi vnde conſtat propoſitum.

23 **Si duo numeri quorũ quilibet eſt maior vnitate fuerint cõ**tra ſe primi tertium in continua proportionalitate illis adiungi eſt impoſſibile.

Quia ſi aliquis tertius poſſit illis addi in cõtinua ꝓportionalitate per ꝑmam huius illi eſſẽt cõmenſurabiles arguendo igitur a deſtructione ꝯñtis ad deſtructionẽ añtis ꝯſtat ꝓpoſitũ.

24. **Si duo numeri inequales quorum quilibet eſt maior vnita**te fuerint adinuicem primi non poterit tertius addi in cõtinua ꝓportionalitate alicui illorũ cũ ꝯpoſito ex illis nec poterit tertius in ꝯtinua ꝓportionalitate addi alicui illorum cum differentia ipſorum.

Primũ patet quia per. 11. tertij compoſitus ex illis ad quemlibet illorum erit primus quo habito ex precedenti conſtat primum. ¶ Et ſecundum patet quia per tertium correlariũ. 11. tertij differentia illorum ad quemlibet illorum erit primus quare ex precedenti conſtat illud.

25 **Si alter duorũ numerorũ non ſe habeat ad aliquem ſicut re**liquus ad ipſum differentia illorũ nõ ſe habebit ad aliquẽ ſicut reliquus ad ipſm. Et ſi dña aliquorũ ſe habeat ad aliquem ſicut vnus ad reliquum ille reliquus ſe habebit ad aliquem ſicut alter ad ipſum.

Primum patet ſint a ⁊ b duo nũeri inequales ⁊ eorum dña ſit c ⁊ b non ſe habeat ad aliquẽ vt a ad b. Tunc dico ꝙ c nõ ſe habet ad aliquem vt a ad b. Quia dato oppoſito ſit e ad d vt a ad b ⁊ ſi a ſit maior b per primam ſecundi c erit maior d ⁊ quia permutatim a ad c erit vt b ad d ⁊ a eſt maior c per eandẽ b erit maior d ſit ergo e reſidua pars b preter d quia igitur a totius ad b totum eſt ea proportio que c detracti ad d detractum per. 26. ſecundi b reſiduũ ad e reſiduum erit que a ad b quod repugnat ypotheſi. Si autem a ſit minus b ſit e compoſitus ex b ⁊ d ⁊ quia a ad b vt c ad d conuerſim b detracti ex e ad a detractum ex b eſt que d reſidui e ad c reſiduum b ergo per. 26. ſcdi e ad b erit que b ad a ergo conuerſim a ad b que b ad e quod repugnat ypotheſi patet igitur primum. ¶ Secundum autem a deſtructione conſequentis ad deſtructionem antecedentis conſtat.

Co. **Ex preſenti conſtat ꝙ ſi fuerint quotcũq; numeri ordinatim** cõtinuo ꝓportionales poſt quorum vltimum nõ cõtingat aliquem addere in continua ꝓportionalitate ita ꝙ ille non poſſit ſe habere ad aliquẽ ſicut penultimus ad vltimum differentia penultimi ad ipſũ non ſe poterit habere in ordine ad aliquem ſicut penultimus in ordine ad vltimum ⁊ ex conſequenti ſi illi fuerint plures ꝗ̃ tres differentie illorum erunt totidem vno dempto ordinatim continuo proportionales quot ſunt illi ⁊ ſecundum eandem ꝓportionem ⁊ illis non poterit aliquis addi in cõtinua ꝓportionalitate poſt differentiam penultimi ad vltimum. Et ſi illi fuerint tres differentijs illorum non poterit tertius in continua proportionalitate addi poſt differentiam penultimi ad vltimum. Hec omnia ex ſecundo correlario. 27. ſecundi ⁊ ex preſenti conſtãt in forma.

2.co **Patet vltra ex demonſtratiõe ꝓcedẽtis correlarij cũ adiutorio** 46. primi ꝙ in caſu ipſius g numerus etiã erit minimus hñs partẽ aliquotã denominatã ſecundũ b que habet aliquã ſcõm a que habet aliquã ſcõm d que iterũ habet ſcõm c. Et ita ſi quocũ͡q alio ordine ꝓcedas. Quia quocũ͡q alio ordine diſponas illos numeros ſi ducas vltimũ in penultimũ ⁊ ꝓductum in antepenultimum ⁊ ꝓductũ inde in primum per. 46. primi vltimo ꝓductus erit g quo habito ſicut in demonſtratione precedentis correlarij conſtabit propoſitum. Et ſi quotcũ͡q plures aut pauciores eſſent denominationes partium aliquotarum conſimiliter omnino conſtaret propoſitum.

40. **Quibuſcun͡q duobus numeris adinuicẽ primis datis quorum minori ex maiori detracto quo ad poſſit relinquitur vnitas cuiuſcun͡q illorum multiplicem qui ſupra multiplicem alterius ſolam addit vnitatem contingit reperire.**

Sint a numerus maior ⁊ b c minor adinuicẽ primi ⁊ detracto b c ex a quo ad poſſit relinquatur vnitas. ¶ Tũc dico primo ꝙ ꝯtingit inuenire multiplicẽ b c qui ſupra multiplicẽ a ſolã addat vnitatẽ. Dico ſcõo ꝙ ꝯtingit inuenire multiplicẽ a qui ſupra multiplicẽ b c ſolã addat vnitatẽ. ¶ Primũ patꝫ ⁊ imprimis ſi b c ſit nũerus binarius. Nã tunc a nõ poterit in duo equa diuidi nã tũc quodlibet illoꝝ numeraret a ꝑ binariũ ⁊ ex ꝯñti binarius numeraret a ꝑ quodlibet illorum quare per primã huius binarius eſſet cõmenſurabilis a quare ⁊ b c eſſet ꝯmenſurabilis a quod repugnat ypotheſi nõ ergo poterit a in duo equa diuidi ergo per correlariũ. 17. huius poterit in duos numeros ſola vnitate diſtãtes adequate diuidi qui ſint d maior ⁊ e minor tũc ꝑ. 2. ꝑmi totius d a ad totum e a differentia eſt vnitas ⁊ compoſitus ex illis erit triplus ad a ablata ergo vnitate a maiori vel addita minori ꝯpoſitus qui reſultabit erit diuiſibilis in duo equa ⁊ erit multiplex ad binariũ qꝛ binarius numerabit illud per quãlibet medietatem eius ꝙ erit maior vnitate vnde ſatis ꝯſtat ꝓpoſitum. ¶ Sed iã patꝫ ꝓpoſitum vbi b c eſt maior binario. Imaginor ergo c partẽ totius b c eſſe vnitatẽ ⁊ b reſiduã partem eius quã ꝯſtat ex ypotheſi eſſe maiorem vnitate detracto igiť b c ex a quo ad poſſit totũ quod ꝑ talem detractionẽ auferretur ex a ſit d reſidua aũt pars que ex ypotheſi erit vnitas ſit e ꝯſtat tunc ex. 15. petitione d eſſe multiplicem b c vel illi equalẽ duco ergo a in b ⁊ fiat f: erit tunc ex diffinitionẽ multiplicationis ⁊ ex ypotheſi a pluries adequate in f quare f erit multiplex a. Duco inſuꝑ d in b ⁊ fiat g tunc ꝑ idẽ g erit multiplex ad d cũ igiť d ꝓbatus ſit multiplex ad b c aut illi equalis ex ſcõo correlario. 22. primi g erit multiplex ad b c duco inſuꝑ e vnitatẽ in b c tunc ꝑ. 33. dignitatẽ fiet b c cum igiť g ꝓbatus ſit multiplex b c ꝑ primum correlariũ. 15. primi totum ꝯpoſitum ex g ⁊ ex b c erit multiplex b c. Dico igiť ꝙ ille addit ſupra f multiplicem a ſolã vnitatem. Quia ſupra cõpoſitum ex b ⁊ g ſolũ addit c vt puta vnitatem modo ꝯpoſitus ex b ⁊ g eſt equalis f qꝛ a adequate reſultat ex d ⁊ e ergo ꝑ. 16. primi f ꝓductus ex a in b erit equalis hijs que ꝓducentur ex d in b ⁊ ex e in b ſed ex ypotheſi ex d in b ſit g ⁊ per. 33. dignitatẽ ex e in b ſit b ergo f erit equalis ꝯpoſito ex g ⁊ b quare cõpoſitus ex g ⁊ ex b c qui ꝓbatus eſt multiplex b c addet ſupra f multiplicem a ſolã vnitatẽ vnde ꝯſtat primũ ſaltem vbi b c eſt maior binario. ¶ Sed ſcõm patet. Quia ſit ꝑ ſtatim demõſtratũ h inuẽtus multiplex b c qui ſupra f ſolã addit vnitatẽ erunt tũc ꝑ tertium correlariũ. 11. huius f minor ⁊ h maior adinuicẽ primi ⁊ ex ypotheſi f detracto ex h quo ad poſſit remanebit vnitas quare ꝑ ſtatim demõſtratum poterit inueniri multiplex f qui ſit k qui ſupra multiplicem h qui ſit l ſolã addet vnitatem cum igitur ꝑ ſecundũ correlariũ. 22. ꝑmi k ſit multiplex a ⁊ l multiplex b c erit inuẽtus multiplex a qui ſupra multiplicem b c ſolam addit vnitatem vnde conſtat ſecundum.

41 **Quibuſcũ͡q duobus nũeris adinuicẽ primis datis cuiuſlibet illorum multiplicem qui ſupra multiplicem alterius ſolam addat vnitatem contingit reperire.**

Quod precedẽs ꝓpoſuit de duobus nũeris adinuicẽ primis quorũ minori ex maiori detracto quo ad poſſit relinquitur vnitas hec vniuerſaliter ꝓponit de quibuſcũ͡q duobus numeris adinuicem primis quare ſi tales duo nũeri ſe habeãt ſicut ꝓcedẽs ſupponit ex demõſtratione ipſius apparet ꝓpoſitum ⁊ etiã vbi alter eoꝝ eſſet vnitas facile ꝯſtat ꝓpoſitum inuẽto quocũ͡q multiplici maioris ⁊ ipſi addendo vel ab eo remouendo vnitatẽ ſufficit ergo ipſã demõſtrare vbi tales duo numeri adinuicẽ primi ita ſe habẽt ꝙ minori detracto ex maiori quo ad poſſit relinquiť maior vnitate. ¶ Sit igitur a nũerus maior ⁊ b minor adinuicẽ primi ⁊ b detracto ex a quo ad poſſit remaneat c maior vnitate qui ex quo a nõ eſt multiplex b ꝑ. 15. petitionẽ adiunctã. 16. huius erit minor b ⁊ ꝑm⁹ ad b ⁊ totũ quod ꝑ talem ſubſtractionẽ auffertur ex a ſit ſ qui ꝑ. 15. petitionẽ eſt equalis b vel ad illum multiplex. ¶ Dico igitur primo ꝙ ꝯtingit reperire multiplicẽ a qui ſupra multiplicẽ b ſolã addit vnitatẽ. Dico ſcõo ꝙ ꝯtinget reperire multiplicẽ b qui ſupra multiplicem a ſolã addit vnitatẽ. ¶ Primũ patꝫ quia ex quo c eſt minor b ⁊ primus ad b ꝑ. 16. huius c detracto ex b quo ad poſſit remanebit minor c ꝙ erit vnitas aut primus ad c ſit ergo ille d ⁊ ſit maior vnitate ⁊ primus ad c ⁊ totũ detractuꝫ ꝑ talẽ detractionem ex b ſit t qui ꝑ. 15. petitionẽ eſt multiplex c vel illi equalis ⁊ ꝑ. 16. hui⁹ d detracto ex c quo ad poſſit remanebit minor d ⁊ erit vnitas aut primus ad d ſit ergo ille e ⁊ ſit maior vnitate ⁊ primus ad d ⁊ totum ſubſtractũ ꝑ talem ſubſtractionẽ ex c ſit v qui ꝑ. 15. petitionẽ erit multiplex d vel illi equalis ⁊ qꝛ ꝑ. 17. huius ꝯtinua hoc mõ detractione facta tandeꝫ vnitas relinquetur ſit ita ꝙ e detracto ex d quo ad poſſit relinquatur vnitas ⁊ inuenio ꝑ ꝓcedẽtẽ multiplicẽ e qui ſit h ꝙ ſupra multiplicẽ d ꝙ ſit k ſolam addat vnitatẽ ⁊ e numeret h ſcõm g ⁊ duco c in g ⁊ fiat l quẽ cõſtat eſſe multiplicẽ c dico igiť ꝙ l ſupra aliquẽ multiplicẽ d ſolã addit vnitatẽ ſit eñ x ꝓductus ex v in g quem ꝯſtat eſſe multi

plicem v q̄re ꝑ ſc̄dm correlariū.22.p̄mi erit etiam multiplex d quare ꝑ p̄mū correlariū.15.primi totus x k eſt mltiplex d ⁊ quia c adequate ꝯponitur ex v ⁊ e ꝑ.16.p̄mi l erit equalis ꝯpoſito ex ꝓductis ex v in g ⁊ ex e in g ⁊ per ꝯn̄s erit equalis ꝯpoſito ex x ⁊ h ſed ꝑ ſc̄daȝ p̄mi cōpoſitus ex x ⁊ h ſupra ꝯpoſitum ex x ⁊ k ſolā addit vnitatem ergo l multiplex c ſupra totū x k multiplicē d qui ſit m ſolā addit vnitatē quare ꝑ tertiū correlariū.11.huius m erit p̄mus ad l ⁊ ipſo detracto ex l quo ad poſſit relinquetur vnitas inuenio ergo ꝑ p̄cedentē multiplicē m qui ſit n qui ſupra multiplicē l qui ſit o ſolā addat vnitatē erit tūc ꝑ ſc̄dm correlariū.22.primi n multiplex d ⁊ o multiplex c habeo ergo multiplicem d qui ſupra multiplicem c ſolā addit vnitatē numeret ergo d ipſū n ꝑ p ⁊ duco b i p ⁊ fiat q quem ꝯſtat eſſe multiplicē b dico ergo ꝙ q addit ſupra aliquē multiplicē c ſolā vnitatē ſit eīn.3.ꝓduct⁹ ex t in p quē ꝯſtat eſſe multiplicem t quare per ſc̄dm correlariū.22.p̄mi erit multiplex c quare ꝑ primū correlariū.15.primi totus.3.o erit multiplex c ⁊ totus.3.n per ſc̄dam p̄mi ſupra.3.o.ſolā addit vnitatē ſed ꝑ.26.primi q eſt equalis toti.3.n quia b adequate reſultat ex d ⁊ t ergo q multiplex b ſupra totum.3.o multiplicē c qui ſit r ſolam addet vnitatē quare r erit p̄mus ad q ⁊ ipſo detracto ex q q̄d ad poſſit relinquetur vnitas inuenio ergo ꝑ p̄cedentem multiplicem r qui erit multiplex c qui ſupra multiplicē q qui erit multiplex b ſolā addat vnitatem quibus inuentis ⁊ capto nūero ꝑ quem c numerat illū multiplicēȝ r ⁊ ducto a in illum numerū fiet multiplex a qui ſupra multiplicē b ſolā addat vnitatem ⁊ hoc ꝯſimiliter oīnino ꝓbabis ſicut ſtatim ꝓbatum eſt q multiplicem b ſupra aliquē multiplicem c ſolā addere vnitatem ⁊ l multiplicē c ſupra aliquē multiplicem d ſolā addere vnitatē vnde cōſtat primū. ¶ Sed ſc̄dm facile ꝯſtat ex hoc ſit eīn ꝑ ſtatim demonſtratū g inuentus multiplex a qui ſupra h multiplicē b ſolā addat vnitatē erit tunc per tertiū correlariū.11.huius h p̄mus ad g ⁊ erit minor g ⁊ ipſo detracto ex g quo ad poſſit relinquetur vnitas inuenio ergo ꝑ p̄cedentem multiplicē h qui ſit k qui ſupra multiplicem g qui ſit l ſolā addat vnitatem erit tūc ꝑ ſc̄dm correlariū.22.p̄mi k multiplex b ⁊ l multiplex a vnde ꝯſtat ſc̄dm. Sitn̄ in tali detractione non adeo cito ad vnitatē deueniatur vel citius deueniatur eodē artificio ꝓbabis intentum incipiendo a duobus vltimus relictis ante vnitatē ſicut incepiſti ꝯtinuo eodē modo ꝓcedendo p̄ȝ igitur totum ꝓpoſitum. Ad hoc iſ faciendū quod p̄n̄s ꝓponit nō labores in nūeris adinuicem ꝯpoſitis ꝙ ſi aliqui ſint ꝯpoſiti impoſſibile eſt multiplicē alicuius illoꝝ ſupra multiplicē alterius ſolā addere vnitatē. Naꝫ ſi illud eſſet poſſibile ꝑ tertiū correlariū.12.huius illi duo multiplices eſſēt incōmēſurabiles quare haberētur duo multiplices duoꝝ ꝯmēſurabilium q̄ eſſēt icōmēſurabiles qđ repugnat tertio correlario.4.huius.

42. **Propoſitis quibuſcumqꝫ duobus numeris contra ſe p̄mis** cuiuſlibet illorum multiplicem qui ſupra multiplicem alterius differentiam dato numero equalem addat contingit inueſtigare.

Sint a ⁊ b quicūqꝫ duo numeri adinuicem p̄mi ⁊ ſit c q̄cūqꝫ nūerus datus. ¶ Tunc dico primo ꝙ ꝯtingit reperire multiplicē a qui ſupra multiplicē b addat c. Dico ſc̄do ꝙ ꝯtingit inuenire multiplicem b qui ſupra multiplicē a addat c. ¶ Primū p̄ȝ ſint d multiplex a ⁊ e multiplex b iuētū ꝑ duas p̄cedētes q̄ꝝ d ſupra e ſolā addat vnitatē ⁊ duco c i d ⁊ fiat f ⁊ i e ⁊ fiat g erit tūc ꝑ.9 petitionē f maior g ⁊ ꝑ.33.dignitatē adiuuāte.19.p̄mi c exceſſus f ſupra g cū igitur f ſit multiplex d vel illi equalis ⁊ d ſit multiplex a ꝑ ſc̄dm correlariū.22.p̄mi f erit multiplex a ⁊ ꝑ idem g erit multiplex b vnde ꝯſtat p̄mum. ¶ Sc̄dm p̄ȝ inuenio ꝑ duas p̄cedentes multiplicem b qui ſit d qui ſupra multiplicem a qui ſit e ſolā addat vnitatem ⁊ duco c in d ⁊ fiat f ⁊ c in e ⁊ fiat g tunc ꝯſtat ſicut ſtatiꝫ f eſſe multiplicem b ⁊ g multiplicem a ⁊ exceſſum f ſupra g eſſe c vnde conſtat ſecundum. Simile tamen huic in numeris compoſitis non poteſt contingere.

1.co **Ex his tribus ꝯcluſiōibus manifeſte ꝯſtat ꝙ quibuſcūqꝫ duo**bus nūeris adinuicē p̄mis datis ⁊ quocūqꝫ nūero ſignato cuiuſlibet illoꝝ multiplicē ꝯtingit reperire qui ſupra multiplicem alterius ſolā addat vnitatē ⁊ illi numerabūt illos multiplices ꝑ maiores nūeros q̄ ſit ille ſignatus. Et etiā cuiuſlibet illorū multiplicem ꝯtinget reperire qui ſupra multiplicē alterius adequate addet nūerum ꝓpoſituȝ q̄cūqꝫ fuerit ⁊ illi numerabūt illos multiplices ꝑ maiores nūeros q̄ ſit ille ſignatus. ¶ Primū p̄ȝ ſint a ⁊ b adinuicem p̄mi ⁊ ſit c q̄cumqꝫ nūerus ſignatus ⁊ inuenio ꝑ duas antep̄cedentes multiplicē a q̄ ſit d q̄ ſupra multiplicē b q̄ ſit e ſolaȝ addat vnitatē erunt tūc d ⁊ e adinuicē p̄mi ⁊ e detracto ex d quod poſſit relinq̄tur vnitas inuenio ergo per eaſdem multiplicē d q̄ ſit f qui ſupra multiplicē e qui ſit g ſolā addat vnitatem erit tūc ꝑ ſc̄dm correlarium.22.p̄mi f multiplex a ⁊ g multiplex b ꝓcedaȝ ergo ita ꝯtinuo donec occurrāt duo tales multiplices a ⁊ b maiores illis quos nūerāt a ⁊ b ꝑ c ⁊ ſint h multiplex a ⁊ k multiplex b vltimi in tali ꝓceſſu inuenti tunc a numerabit h ꝑ maiorem numerū q̄ ſit c ⁊ b nūerabit k etiam ꝑ maiorem q̄ ſit c ⁊ h addet ſupra k ſolā vnitatē ⁊ de multiplici b reſpectu multiplicis a eodem modo ꝯſtat ꝓpoſitum. ¶ Sc̄dm p̄ȝ ſint a ⁊ b adinuicem p̄mi ⁊ c nūerus ſignatus quo debent eſſe maiores illi ſc̄dm quos a ⁊ b nūerabunt ſuos multiplices ⁊ d alius nūerus datus q̄ debet eſſe dr̄a illorum multipliciū ⁊ inuenio ꝑ ſtatim demōſtratum multiplicē a q̄ ſit e qui ſupra multiplicē b qui ſit f ſolā addat vnitateȝ ⁊ a ⁊ b nūerent e ⁊ f ꝑ maiores nūeros q̄ ſit c ⁊ duco d i e ⁊ fiat g ⁊ in f ⁊ fiat h tunc ꝑ ſc̄dm correlarium 22.p̄mi g erit multiplex a ⁊ h multiplex b ⁊ a fortiori a nūerabit g ꝑ maiorem numerū q̄ ſit c ⁊ b nūerabit h ꝑ maiorem c ⁊ ꝑ.33.dignitatem adiuuāte.19.p̄mi g addit d ſupra h: patet igr̄ ſc̄dm de multiplici a reſpectu multiplicis b ⁊ conſimiliter oīno oſtēdatur de multiplici b reſpectu multiplicis a.

2.co **Patet vltra ꝙ quibuſcumqꝫ duobus numeris adinuiceȝ p̄i=**

mis datis ⁊ iunctis talib⁹ multiplicib⁹ eoꝝ ſicut p̄cedētes p̄ſupponūt adhuc poterūt reꝑiri multiplices illoꝝ maiores illis tales ſe h̄ntes ſicut illi. Hoc ſatis ex p̄ceſſib⁹ demonſtrationū notum euadit.

¶ Tertij Elementorum arithmetices Gaſparis Lax finis.

¶ Quarti Elementorum arithmetices Gaſparis Lax.

¶ Propoſitiones.

1 **SI quotcūq; numeri quorū nullus eſt vnitas fuerint** ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales erūt oēs illi ꝯmenſurabiles aut erūt om̄es alij a p̄mo inter ſe ꝯmēſurabiles. Similiter ⁊ om̄es alij ab vltimo erunt commenſurabiles.

Sint a b c d ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales quorum nullus ſit vnitas ⁊ a nō ſit aliquo illorū maior. Tunc dico ꝙ om̄es illi ſūt ꝯmenſurabiles aut p̄mi tres ſūt ꝯmenſurabiles iter ſe ſimiliter ⁊ vltimi tres ſūt inter ſe ꝯmenſurabiles. Sint e ⁊ f minimi in ꝓportione a ad b ita vt e ad f vt a ad b erunt ex ꝯn̄ti minimi in ꝓportione b ad c ⁊ in ꝓportione c ad d ⁊ e nō erit maior f quia alias accideret oppoſitū p̄me ſcd̄i. Si igitur e nūeret f ꝑ correlarium p̄me ſcd̄i a nūerabit b ⁊ b nūerabit c ⁊ c numerabit d quare ꝑ p̄mum correlariū .21. p̄mi a nūerabit illos oēs cū igitur a poſitus ſit maior vnitate erunt om̄es illi quattuor ꝯmenſurabiles. Si autē e nō numeret f erit e maior vnitate ⁊ ex ꝯn̄ti ex ypotheſi f erit maior vnitate cū igitur ex .24. tertij e numeret a ⁊ f nūeret b ⁊ per eādem e nūeret b ⁊ f nūeret c ⁊ per eandem e numeret c ⁊ b numeret d. ſequitur ꝙ e maior vnitate nūerabit a ⁊ b ⁊ c: ⁊ f maior vnitate numerabit b ⁊ c ⁊ d vnde ex terminis conſtat propoſitum. In quotcūq; pluribus aut paucioribus conſimilis eſt demonſtratio.

Co. **Ex ꝯn̄ti cōſtat ꝙ ſi quotcunq; numeri quorū nullus eſt vnitas** fuerint ordinatim continuo proportionales ⁊ illis poſſit addi aliquis in continua proportionalitate erunt omnes illi commenſurabiles. Addito enī tali illis ex preſenti conſtat propoſitum in forma.

2 **Si fuerint quotcūq; numeri ꝯtinuo ꝓportionales ſcd̄m aliquam** ꝓportionem quibus poſſit addi aliquis in ꝯtinua ꝓportionalitate quorūcunq; illorū maior illi om̄es a minimo minorū talis ꝓportionis numerātur ꝑ totidē ꝯtinuo ꝓportionales ſcd̄m eādem ꝓportionē. Et ſi eis poſſit addi aliquis quocūq; illorum minor omnes illi numerantur a maximo minimorum ſue proportionis per totidem continuo ꝓportionales ſecundum eandem proportionem.

Sint a b c d ordinati ꝯtinuo ꝓportiōales ⁊ ſint e ⁊ f minimi ī ꝓportiōe a ad b ita vt e ad f vt a ad b ⁊ nullus illorū quattuor ſit minor a ꝯſtat tunc e nō eſſe minorem f q: alias accideret oppoſitum p̄me ſcd̄i. Sit ergo p̄mo g quocūq; illorum quattuor maior q̄ poſſit eis addi in ꝯtinua ꝓportionalitate. Tunc dico ꝙ e nūerat illos quattuor ꝑ totidem ꝯtinuo ꝓportionales ſecundum eandē ꝓportionem. Nā tunc d ad g erit ea ꝓportio que a ad b ⁊ que b ad c ⁊ q̄ c ad d quare ꝑ .24. tertij e numerabit a ⁊ b ⁊ c ⁊ d quo habito ex ſcd̄o correlario .21. ſcd̄i ꝯſtat ꝙ nūerabit illos quattuor ꝑ totidē ꝯtinuo ꝓportionales ſcd̄m eandē ꝓportionem quod eſt p̄mum. Sit ſcd̄o g quocunq; illoꝝ quattuor minor qui poſſit illis quattuor addi in ꝯtinua ꝓportionalitate. Tunc dico ꝙ f maximus minorū in illa ꝓportione ſecūdum quā illi ſunt continuo ꝓportionales numerat illos ꝑ totidem ꝯtinuo ꝓportionales ſecundum eandem ꝓportionem. Nā tunc g ad a erit ea ꝓportio que a ad b ⁊ q̄ b ad c ⁊ que c ad d quare ꝑ .24. tertij f numerabit illos quattuor quo habito ex ſcd̄o correlario .21. ſcd̄i conſtat ſcd̄m.

3 **Si fuerint quotcunq; numeri plures tribus ordinatim con**tinuo proportionales ſecundū aliquam ꝓportionem maximi nūerantes binos ⁊ binos p̄mos illoꝝ erunt ꝯtinuo ꝓportionales ſecundum eadem ꝓportionem. Et ſi fuerint tres ordinatim continuo ꝓportionales maximi nūerantis p̄mū ⁊ ſcd̄m ad maximū nūerantē ſcd̄m ⁊ tertiū erit q̄ p̄mi ad ſcd̄m.

Primū patz ſit eadem ypotheſis vt in p̄cedenti ꝯſtat tunc ꝙ a ⁊ b ab eadem nūero numerātur ſaltem ſub nūero vnitatem ꝯprehendendo ſimilit̄ ⁊ b ⁊ c ſimiliter ⁊ c ⁊ d quia alias accideret oppoſitū p̄cedentis. Sit ergo g maximus nūerans a ⁊ b ſiue fuerit vnitas ſiue maior vnitate ⁊ ſit h maximus nūerans b ⁊ c ⁊ k maximus nūerans c ⁊ d. Tunc dico ꝙ g h k ſunt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſecundū ꝓportionem a ad b qz ꝑ ſcd̄m correlarium .22. tertij g nūerat a ſecundū e ⁊ ex eodē h nūerat b ſcd̄m e ⁊ k etiā nūerat c ſcd̄m e quare ꝑ ſcd̄z correlariū .21. ſcd̄i g h k erūt ordinatī ꝯtinuo ꝓportionales ſcd̄z ꝓportionē a ad b qd̄ eſt p̄mū. Scd̄z ex demōſtratiōe p̄mi notiſſimū euadit.

4 **Si fuerint quotcūq; nūeri plures tribus ordinatim cōtinuo** ꝓportionales ſecundū aliquam proportionem minimi quos bini ⁊ bini p̄mi illorum numerant erūt ordinatim continuo proportionales ſcd̄m eandē ꝓportionem. Et ſi fuerint tres minimi numerati a p̄mo ⁊ ſecundo ad minimum numeratum a ſcd̄o ⁊ tertio erit ea proportio que p̄mi ad ſecundum.

Primū patz ſit eadem ypotheſis vt in añ precedenti ⁊ ſit g minimus quē numerant a ⁊ b ⁊ h minimus quē numerant b ⁊ c ⁊ k minimus quem nūerant c ⁊ d. Tūc dico ꝙ g h ⁊ k ſūt ordinatim cōtinuo ꝓportionales ſcd̄m ꝓportionem a ad b. Nā ex ſcd̄o correlario .22. tertij a nūerat g ꝑ e ⁊ b numerat etiā h ꝑ e ⁊ c nūerat etiā k ꝑ e quare ꝑ ſcd̄m correlariū .21. ſcd̄i g h k erūt ordinatī ꝯtinuo ꝓportionales ſcd̄m ꝓportionē a ad b qd̄ ē p̄mū. Scd̄z ex demōſtratiōe p̄mi notiſſimū euadit.

5 **Si quorūcūq; numerorū ꝯtinuo ꝓportionalium duo extremi**

fuerint ꝯmunicantes erunt illi oẽs ꝯmunicantes Eritq̃ maximus numerans duos extremos maximus qui omnes illos numerabit. Et ſi quotcũq̃ medij ꝯtinuo proportionales ceciderint inter duos communicantes inter quemlibet eorum ⁊ maximum numerantem illos totidem cadere neceſſe eſt.

Sint a b c d ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ ſint a ⁊ d cõmunicantes. ¶ Tunc dico primo ꝙ omnes illi quatuor ſũt ꝯmunicantes. Dico ſcd̃o ꝙ maximus nũerans a ⁊ d eſt maximus numerans illos quattuor. Dico tertio ꝙ tot quot cadũt medij inter a et d in cõtinua ꝓportionalitate cadunt etiã inter a ⁊ maximũ numerantẽ a ⁊ d ⁊ tot etiã cadũt inter d ⁊ illũ maximũ. ¶ Primũ patꝫ q2 ex quo a ⁊ d ſunt ꝯmenſurabiles nullus eorũ eſt vnitas quare nec b erit vnitas nec c alias eiũ non eſſent illi ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales quod eſt ꝯtra ypotheſim nullus ergo illorum quattuor eſt vnitas quare ꝑ primã huius quicũq̃ duo ꝓrimi illorum ſunt ꝯmunicantes ſit ergo e maximus numerans a ⁊ b ⁊ f maximus nũerans b ⁊ c ⁊ g maximus nũerans c ⁊ d tũc ꝑ añprecedẽtem e f g ſũt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſecundũ ꝓportionẽ a ad b cum igiẗ nullus iſtorum triũ poſſit eſſe vnitas q2 tunc nõ quicũq̃ duo ꝓrimi illorum quattuor eſſent ꝯmenſurabiles cuius oppoſitũ eſt ꝓbatum ſequitur ex ꝑma huius ꝙ e ⁊ f ſũt ꝯmenſurabiles ſimiliter ⁊ f ⁊ g. Sit ergo h maximꝰ numerans e ⁊ f ⁊ k maximus nũerans f ⁊ g tũc ex añprecedẽti h ad k vt e ad f quare ⁊ vt a ad b. Sint ergo l ⁊ m minimi in ꝓportione a ad b ita vt l ad m vt a ad b ꝯſtat tũc l nõ eſſe equalẽ h neq̃ m equalẽ k quia dato oppoſito ex quo ꝑ ſcd̃m correlariũ .22. tertij h numerat e ꝑ l ex l in ſe fieret e ⁊ cũ ꝑ idem correlariũ e nũeret a ꝑ l ex e in l fiet a ⁊ ꝑ ideꝫ ex m in ſe fieret g ⁊ ex g in m fiet d cũ igitur ex .23. tertij l ⁊ m ſint adinuicẽ ꝑmi ꝑ .14. tertij a ⁊ d erunt adinuicẽ ꝑmi quod eſt ꝯtra ypotheſim erit igitur l inequalis h ⁊ m inequalis k ⁊ cũ per .24. tertij l numeret h ⁊ m numeret k equaliẗ ⁊ hoc nõ poſſit fieri mediante vnitatate q2 tunc l eſſet equalis h ⁊ m ipſi k ſequitur ꝙ numerabũt illos mediante nũero maiori vnitate qui ſit n tunc ex ꝑmo correlario .13. ꝑmi n nũerabit h ꝑ l ⁊ k ꝑ m quare ex terminis ⁊ ex .22. tertij n erit maximus nũerans h ⁊ k ⁊ ꝑ .21. ꝑmi n numerabit e f ⁊ g ⁊ ex ꝯſiti ꝑ eãdẽ numerabit a b c ⁊ d ⁊ per ꝯñs illi oẽs quattuor ſunt ꝯmenſurabiles quod eſt ꝑmuꝫ. ¶ Et quia n ꝓbatus eſt maximus nũerans h ⁊ k per ſcd̃m correlariũ .23. tertij n numerat h ſcd̃m l ⁊ ꝑ idem h nũerat e ſcd̃m l ⁊ e nũerat a ſcd̃m l quare ꝑ .21. ꝑmi bis ſũptam n nũerat e ꝑ ꝓductum ex l in ſe qui ſit o ⁊ n nũerabit a ꝑ productum ex l in o qui ſit p ⁊ ꝑ idem n nũerabit g ꝑ ꝓductum ex m in ſe qui ſit q ⁊ numerabit d ꝑ ꝓductuꝫ ex m in q qui ſit r eũ igiẗ ꝑ .23. tertij l ⁊ m ſint adinuicẽ ꝑmi ꝑ .14. eiuſdẽ o ⁊ q erunt adinuicem ꝑmi ⁊ per eandẽ p ⁊ r erũt adinuicẽ ꝑmi ⁊ ꝑ ꝯñs ꝑ .26. tertij erunt in ſua ꝓportione minimi quare ex terminis ⁊ ex .22. tertij n erit maximus numerans a ⁊ d quẽ etiã dico eſſe maximũ nũerantem a b c d quia ſi eo maior illos numeret ꝑ ꝑmũ correlariũ .20. tertij pluries ſũptũ ille nũerabit e ⁊ f ⁊ g ⁊ per idẽ nũerabit h ⁊ k ⁊ ꝑ idẽ nũeraret n qđ eſt impoſſibile patꝫ igiẗ ſcd̃m. ¶ Et q2 vt ꝓbatum eſt n nũerat h ꝑ l ⁊ h numerat e ꝑ l ⁊ e nũerat a ꝑ l ꝑ primuꝫ correlarium .21. ſcd̃i h ad e erit ea ꝓportio que n ad h ⁊ e ad a que h ad e quare inter n ⁊ a mediabunt duo in ꝯtinua ꝓportionalitate vt puta h ⁊ e totidem ſcꝫ ſicut inter a ⁊ d et per idẽ quia n numerat k ꝑ m et k numerat g ꝑ m ⁊ g numerat d ꝑ m per idem correlarium .21. ſecundi k ad g eſt ea ꝓportio que n ad k et g ad d que k ad g quare inter n et d mediabunt duo i continua proportionalitate vt puta k et g totidem ſcilicet ſicut inter a et d vnde cõſtat tertium. In quotcumq̃ pluribus conſimilis eſt omnino demonſtratio.

Co. Ex p̃nti ꝯſtat ꝙ ſi quotcũq̃ nũeri fuerint cõtinuo ꝓportionales quorũ duo extremi fuerint ꝯmunicãtes quicũq̃ nũerans illos extremos nũerabit illos oẽs. Nã ex primo correlario .20. tertij quilibet talis nũerabit maximũ numerantẽ illos duos extremos qui ex preſenti eſt maximus numerãs illos oẽs quare per .21. ꝑmi quilibet talis numerabit illos omnes

6 Quattuor numeros contingit reperire quorũ primi ad ſcd̃m non ſit ea ꝓportio que ſcd̃i ad tertium nec q̃ tertij ad quartũ nec ſcd̃i ad tertiũ q̃ tertij ad quartum ⁊ maximus numerans ꝑmum ⁊ ſcd̃m ⁊ maximus numerans ſecundum ⁊ tertium ⁊ maximus nũerãs tertium ⁊ quartum erunt continuo proportionales.

Sint a numerus maior ⁊ b minor ꝯtra ſe ꝑmi quorꝫ qlibet eſt maior vnitate ⁊ ex a in ſe fiat c ⁊ ex a in b ⁊ e ex b in ſe erit tũc per .21. ſcd̃i e ad d vt b ad a ſimiliter d ad c vt b ad a quare e d c ſũt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales duco ergo c in a ⁊ fiat f ⁊ d in a ⁊ fiat g ⁊ quia vt ꝓbatum eſt d ad c vt b ad a per .43. ſcd̃i ex c in b fiet g tm̃ ſcꝫ ſicut ex d in a ⁊ q2 ꝑ .21. ſcd̃i g ad f vt d ad c erit ex ꝯſiti g ad f vt b ad a cũ igitur ꝑ .26. tertij b ⁊ a ſint in ſua ꝓportione minimi ꝑ .22. tertij c erit maximus nũerãs g ⁊ f duco inſuꝑ d in e ⁊ fiat h tunc ꝑ .21. ſcd̃i h ad g vt e ad a ⁊ cum e ad a ſit alia ꝓportio q̃ b ad a: q2 b minor eſt e erit h ad g alia q̃ b ad a ⁊ per ꝯñs q̃ g ad f ⁊ cũ ꝑ .13. tertij e ⁊ a ſint adinuicẽ ꝑmi ⁊ ex ꝯſiti ꝑ .26. eiuſdem in ſua ꝓpoetione minimi ꝑ .22. eiuſdem d erit maximus nũerans h ⁊ g. Capio ergo k maiorẽ d ⁊ ꝑmũ ad d cuius ad d ſit alia ꝓportio q̃ h ad g ⁊ q̃ g ad f ⁊ duco k in e ⁊ fiat l tunc ꝑ .21. ſcd̃i l ad h eſt ea ꝓportio que k ad d ⁊ per ꝯñs alia q̃ ꝓportio h ad g ⁊ alia q̃ proportio g ad f cum igiẗ ꝑ .26. tertij k ⁊ d ſint in ſua ꝓportione minimi ⁊ ꝑ .13. ꝑmi ex e in d fiat h ⁊ ex e in k fiat l ꝑ .22. tertij e erit maximus numerãs h ⁊ l. Patꝫ igitur ꝙ c eſt maximus nũerans f ⁊ g ⁊ d maximus nũerans g ⁊ h ⁊ e maximus numerãs h ⁊ l cum igiẗ e d c ꝓbati ſint ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ probatum ſit l ad h nõ eſſe eam proportionem que h ad g nec que g ad f ſimiliter h ad g nõ eſſe eam que g ad f factis l primo h ſecundo g tertio ⁊ f quarto conſtat propoſitum.

7 Si quotcũq̃ numerorum ordinatim cõtinuo ꝓportionaliũ

duo extremi fuerint contra ſe primi erunt illi omnes in ſua proportione minimi.

Sint a b c ordinatim ɔtinuo ꝓportionales ⁊ a ⁊ c ſint ɔtra ſe pmi. Tunc dico ꝙ illi tres ſunt in ſua ꝓportione minimi ita ꝙ nō ɔtingit dare totidem minores ɔtinuo ꝓportionales ſcđꝫ illorū ꝓportionē. Quia dato oppoſito ſint d minor a ⁊ e minor b ⁊ f minor c ⁊ d ad e ſit ea ꝓportio que a ad b ⁊ e ad f que b ad c tunc per equam ꝓportionalitatē directā d ad f eſt que a ad c cum igitur ex ypotheſi a ⁊ c ſint contra ſe primi per correlarium .26. tertij a numerabit d ⁊ c numerabit f maiores ſcꝫ minores quod eſt impoſſibile. Conſimilis eſt demonſtratio in quotcumqꝫ pluribus.

8 Si quotcumqꝫ numeri ɔtinuo proportionales fuerint in ſua proportione minimi ipſorum duo extremi erunt contra ſe primi.

Hec eſt cōuerſa pcedentis ſint igitur a b c ordinatim ɔtinuo ꝓportionales ⁊ nō ɔtingat totidem minores illis ɔtinuo ꝓportionales ſcđm eorum ꝓportionem reperire. Tūc dico ꝙ a ⁊ c ſunt ɔtra ſe pmi. Quia dato oppoſito ſi ſint ɔmenſurabiles p .5. huius illi omnes erūt ɔmunicātes Sit igitur d maior vnitate numerans illos tres a per e ⁊ b p f ⁊ c per g tūc p ſecundū correlariū .21. ſecundi e f g ſunt ordinatimꝫ continuo ꝓportionales ſecundū ꝓportionem a ad b cum igitur p tertiū correlariū .13. primi e ſit minor a ⁊ f minor b ⁊ g minor c nō eſſent a b c minimi cōtinuo ꝓportionales ſcđm eorū ꝓportionem quod eſt ɔtra ypotheſim. Cōſimilis eſt demonſtratio in quotcūqꝫ pluribus.

9 Quacumqꝫ proportione data, cōtingit quotcumqꝫ numeros continuo proportionales in tali proportione mīmos reperire.

Quia quacūqꝫ tali data inueniā p .32. tertij mīmos numeros talis ꝓportionis qui ſint a ⁊ b ⁊ ex a in ſe fiat c ⁊ d ex a in b ⁊ e ex b in ſe. Tūc dico c d e eſſe tres numeros ordinatim ɔtinuo ꝓportionales mīmos in ꝓportione a ad b. Quia per .21. ſcđi c ad d vt a ad b ⁊ p eādē d ad e vt a ad b ſūt ergo illi tres ordinatim ɔtinuo ꝓportionales ſcđm ꝓportionē a ad b ⁊ quia per .23. tertij a et b ſūt adinuicē pmi per .24. eiuſdē c ⁊ e duo extremi illorum triū erūt ɔtra ſe pmi quare per añ precedē tem illi tres ſūt in ſua ꝓportione mīmi duco ergo a ordinatim in c d ⁊ e ⁊ fiant ordinatim f g ⁊ h ⁊ duco b in e ⁊ fiat k erit tūc p .21. ſcđi f ad g vt c ad d ⁊ g ad h vt d ad e quare f ad g vt a ad b ⁊ g ad h ēt vt a ad b ⁊ qr per eādem ſecūdi h ad k vt a ad b erūt f g h k ordinatim ɔtinuo ꝓportionales ſcđm ꝓportionē a ad b cum igr p .14. tertij f ⁊ k duo extremi eoꝝ ſint adinuicē pmi erūt p añ pcedētē illi qttuor in tali ꝓportione minimi. Et ſi a ducatur in illos quattuor ⁊ b in vltimum prouenient quinqꝫ ordinatim continuo proportionales minimi in tali proportione. Et eadem eſt demonſtratio. Et conſimiliter procede ad inueniendum ſex ⁊ ita procede pro quotcumqꝫ pluribus.

1.co Ex preſenti conſtat ꝙ ſi dentur duo numeri in aliqua ꝓportione minimi ⁊ quilibet illorum ducat in ſeipm ⁊ añs in ɔñs fient tres cōtinuo ꝓportionales minimi in tali proportione. Et ſi añs in illos tres ducatur ⁊ conſequens in vltimum producētur quattuor cōtinuo ꝓportionales in tali proportione minimi ⁊ ita deinceps procedendo tot quot voles cōtinuo proportionales in tali proportione mīmos procreabis. Hec in forma in preſenti demonſtratur.

2.co Patet vltra ꝙ quacūqꝫ ꝓportione maioris inequalitatis ī numeris reperibili data contingit quamlibet multiplicē illi in nūeris reperire. Inuentis eñ p pñtem tribus nūeris ɔtinuo ꝓportionalibus ſcđm taleꝫ ꝓportionē īter extremos illorū erit dupla ꝓportio ad illam ⁊ inuentis quattuor inter extremos illorum erit tripla ad illam ⁊ ita deinceps. Et conſimili mō quacūqꝫ minoris inequalitatis in nūeris repibili data ɔtinget quālibꝫ ſubmultiplicē illiꝰ repire

3.co Patet vltra ꝙ quilibet trium cōtinuo ꝓportionalium mīmorū in aliqua ꝓportione ꝓducitur ex vno duorum mīmorū illius ꝓportionis in ſe vel in alterum illoruꝫ duoꝝ ducto ⁊ quilibet quattuor mīmorū ex vno duoꝝ mīmoꝝ ī vnū triū mīmoꝝ eiuſdē ⁊ qlibꝫ quiqꝫ mīmorum ex vno duorum in vnum quattuor mīmorum eiuſdem proportionis ⁊ ita deinceps.

4.co Patet vltra ꝙ ſi fuerint tres nūeri ordinatim cōtinuo ꝓportionales in ſua ꝓportione mīmi vnus duoꝝ extremoꝝ illorū trium ꝓducetur ex vno duoꝝ mīmorum talis ꝓportionis in ſe ducto ⁊ reliquus ex reliquo. Et ſi quattuor ordinatim ɔtinuo ꝓportionales fuerint ī ſua ꝓportiōe mīmi vnus duorū extremoꝝ illorum ꝓducetur ex vno duorū mīmorū talis ꝓportionis ī ꝓductum ex ipſo ī ſe ⁊ reliquus ex reliquo ī ꝓductum ex ipſo ī ſe ⁊ ita deinceps. Horum omnium demōſtrationes ī forma ɔſtāt ex proceſſu demonſtrationis preſentis.

10 Si quotcūqꝫ nūeri ordinatim ɔtinuo ꝓportionales quorum nullus eſt vnitas fuerint in ſua proportione minimi quotcumqꝫ inter eorum extremos fuerint medij proportionales totidem inter vtrumqꝫ extremoruꝫ ⁊ vnitateꝫ medios ꝓportionales eſſe neceſſe eſt

Sint a b c d ordinatim cōtinuo ꝓportionales in ſua ꝓportione mīmi ⁊ nullus eorum ſit vnitas. Tūc dico ꝙ tot ſūt medij ɔtinuo ꝓportionales īter a ⁊ vnitatē ſimiliter ⁊ īter d ⁊ vnitatem quot ſūt īter a ⁊ d. Nā per primā huius quicūqꝫ duo primi illorum erūt ɔmēſurabiles ſit igitur e maximus numerās a ⁊ b ⁊ f maximus numerās b ⁊ c ⁊ g maximus numerās c ⁊ d tūc p .3. huius e f g erūt ordinatim ɔtinuo ꝓportionales ſcđm ꝓportionem a ad b ⁊ nullus eorum poterit eſſe vnitas qr tūc nō quicūqꝫ duoꝝ primi illorum quattuor eſſēt ɔmēſurabiles cuius oppoſitum eſt ꝓbatuꝫ erit igitur qlibet illorū e f g maior vnitate ergo per primā huius e ⁊ f ſūt ɔmēſurabiles ſimiliter f ⁊ g ſit

ergo h maximus numerãs e et f et k maximus nũerans f et g tũc p tertiam huius h ad k vt e ad f quare et vt a ad b et quia a b c d ordinatim ↄtinuo ꝓportionales ſũt in ſua ꝓportione mĩmi per .8. huius a et d ſũt ↄtra ſe ꝑmi ꝗ p .10. ſcđi e nũerãs a et g nũerãs d ſũt ↄtra ſe ꝑmi et p idẽ h et k ſũt ↄtra ſe ꝑmi ꝗ p .20. tertij m ſua ꝓportione mĩmi quare p ſcđm correlarium .22. tertij h maximus nũerus numerans e et f nũerabit e ſcđm h et per idem e numerabit a ſcđm h et p idẽ k nũerabit g ſcđm k et g numerabit d ſcđm k quare quotiens vnitas in h totiẽs h in e et e in a et etiã quotiẽs vnitas in k totiẽs k in g et g in d et p ↄ̃n vnitas ad h vt h ad e et vt e ad a et vnitas ad k vt k ad g et vt g ad d ergo inť vnitatẽ et a mediãt duo ꝓportionales ſcʒ h et e et inter vnitatẽ et d duo puta k et g tondẽ ſcʒ ſicut iter a et d

Co. Ex p̃nti ↄſtat ꝙ ſi fuerint tres nũeri ordinatatim ↄtinuo proportionales i ſua ꝓportione mĩmi maximi nũerãtes binos et binos ꝑmos illorum erũt i tali ꝓportione mĩmi. Et ſi fuerint quattuor ordinatim ↄtinuo ꝓportionales in ꝓportione ſua mĩmi maximi numerantes binos et binos ꝑmos erũt tres ↄtinuo ꝓportionales in tali proportione mĩmi et ita deinceps. ¶ Quia ſicut in demonſtratione p̃ntis oſtẽſum eſt e et g ſunt adinuicem ꝑmi ergo p .7. huius e f g erũt in ſua ꝓportione mĩmi. Et p idẽ qꝛ ꝓbatum eſt h et k eſſe adinuicem ꝑmos erũt etiam illi i ſua ꝓportione mĩmi vñ ſatis ↄſtat ꝓpoſitũ in illis. Et in quotcũꝗ plurib⁹ ↄſimilis eſt demõſtratio.

11 Quattuor nũeros ↄtingit reperire quorũ ꝑmi ad ſcđm non ſit ea ꝓportio q̃ ſcđi ad tertiũ nec q̃ tertij ad q̃rtũ nec ſcđi ad tertiũ q̃ tertij ad q̃rtũ. Et mĩm⁹ nũerat⁹ a ꝑmo et ſcđo et mĩm⁹ nũerat⁹ a ſcđo et tertio et mĩm⁹ nũerat⁹ a tertio et q̃rto ſũt ordinati ↄtinuo ꝓportionales.

Sint a numerus maior et b minor adinuicẽ ꝑmi et c ↄpoſitus ex ipſis qui p .11. tertij vir. ꝗ illorum eſt ꝑmus et ex ↄ̃ſti p .26. eiuſdem a et b ſũt in ſua ꝓportione minimi ſimilit̃ et b et c et etiã a et c duco igitur b in ſe et fiat d et b in a et fiat e et c in a et fiat f et c in ſe et fiat g. Tũc per .2. ſcđi pluries ſumptã d ad e vt b ad a et e ad f vt b ad c et f ad g vt a ad c cũ igitur b ad a ſit alia ꝓportio ꝗ a ad c qꝛ vna maioris inequalitatis et alia minoris et p .7. ſcđi b ad a ſit etiã alia ꝗ b ad c et per eãdẽ ſcđi b ad c ſit etiã alia ꝗ a ad c ſequitur ꝙ d ad e eſt alia ꝗ e ad f et ꝗ f ad g et e ad f alia ꝗ f ad g inuenio ergo p quintum correlariũ .35. tertij minimum quẽ numerant d et e qui ſit h et minimum quẽ numerat e et f qui ſit k et minimum quem numerãt f et g qui ſit l et quia d a d e vt b ad a et b et a ꝓbati ſunt in ſua ꝓportioe mĩmi p .33. tertij h ſiet ex e in b et p idem k ſiet ex f in b et etiã p idem l ſiet ex f in c ergo p .21. ſecũdi h ad k vt e ad f et p eandẽ k ad l vt b ad c cum igitur ꝓbatum ſit e ad f eſſe vt b ad c erit h ad k vt k ad l quare h k l erũt ordinatim ↄtinuo ꝓportionales factis igitur d ꝑmo e ſcđo f tertio et g quarto erunt illi quattuor inuẽti quorum ꝑmi ad ſcđm nõ eſt ea proportio que ſcđi ad tertium nec q̃ tertij ad quartum nec ſcđi ad tertiũ que tertij ad quartum et tamen h minimus quem numerant d et e et k minimus quem numerant e et f et l minimus quem numerant f et g ſunt continuo proportionales.

12 Si ꝑmi ad ſecundũ fuerit ea ꝓportio q̃ tertij ad quartum; et inter primum et ſecundum aliquis ceciderit medius proportionalis, aut aliquot ceciderint medij ꝓportionales: totidem inter tertium et quartum ſcđm conſimilem proportionem cadere neceſſe eſt.

Sit a primi ad b ſcđm ea ꝓportio que c tertij ad d quartũ ꝗ ſit e et f medij ꝓportionales inter a et b, ita ꝙ a ad e ſit que e ad f, et q̃ f ad b. Tunc dico ꝙ inter c et d cadut duo ꝓportionales medij ſecundum ꝓportionẽ a ad e. inuenio p .9. huius quattuor ↄtinuo proportionales mĩmos in ꝓportione a ad e, qui ſint ordinatim g h k l. tũc per equã ꝓportionalitatẽ directã g ad l erit q̃ a ad b. quare et que c ad d cũ igitur p .8. huius g et l ſint ↄtra ſe ꝑmi, ex correlariũ .26. tertij g numerabit c et l numerabit d equaliter, ſit ergo ſcđʒ m et duco h in m, et fiat n, et k in m, et fiat o. erit tũc per .21. ſcđi pluries ſumptã c ad n vt g ad h et n ad o vt h ad k et o ad d vt k ad l. cũ igitur g h k l ſint ordinatim ↄtinuo ꝓportionales ſcđm ꝓportionem a ad e erũt etiã c n o d ordinatim ↄtinuo ꝓportionales ſecundum ꝓportionem a ad e. cadent ergo inter c et d duo medij proportionales, puta n et o, ſecundum proportionem a ad e quod eſt propoſitum. Et ſi preciſe vnus caderet inter a et b, aut quotcumꝗ plures duobus; conſimiliter oſtendatur propoſitum.

1.co Ex p̃nti ↄſtat, ꝙ quacũꝗ ꝓportiõe i numeris reperibili, in numeris data, ſi inter aliquos numeros eius poſſit mediũ ꝓportionale reperiri, nõ poterit illa in aliquibus numeris reperiri, qui inter illos ſit mediũ ꝓportionale ſcđm ↄſimilem ꝓportionem. nec poterit dari aliqua reperibilis in nũeris, inter cui⁹ numeros poſſint reperiri plures medij ꝓportiõales, quin inter quoſcumꝗ numeros inter quos reperitur, tot medij proportionales ſecũdum eãdem ꝓportionem reperiantur. Dato enim huius oppoſito, ſtatim accideret oppoſitum preſentis.

2.co Patet vltra, ꝙ nullius ꝓportionis in nũeris reperibilis poteſt medietas in numeris reperiri, niſi inter quoſcũꝗ numeros inter quos illa reperiri poteſt, cadat vnus medius geometrice ꝓportionalis ſcđm talem ꝓportionem. ¶ Quia dato oppoſito, ſit a ad b talis ꝓportio, et medietas eius ſit ꝓportio c ad d, et inter a et b nõ cadat medius ꝓportionalis. et inuenio p .9. huius tres ↄtinuo ꝓportionales ſcđm ꝓportionem c ad d, qui ſint e f g, ita vt c ad d vt e ad f, et vt f ad g. erit tunc ꝓportio e ad f medietas ꝓportionis e ad g. quare et ꝓportio c ad d medietas ꝓportionis e ad g. cum igitur ſit etiam medietas proportionis a ad b, erit e ad g que a ad b. ſed inter e et g mediat f ſecundum proportionem c ad d. ergo per preſentem, inter a et b mediabit vnus ſecundum talem proportionem, quod eſt contra ypotheſim.

3.co **Patet vltra ꝙ nõ poterit tertia ps aliquota alicui⁹ ꝓportiõis** in numeris reperibilis, inueniri in numeris, niſi inter quoſcumqȝ nũeros inter quos illa totalis reperitur, cadãt duo medij ꝓportionales ſcḋȝ illã proportionẽ q̃ debȝ eſſe tertia ps aliq̃ta eius. nec poterit quarta ps aliq̃ta talis in nũeris reperiri, niſi iter quoſcũqȝ numeros iter quos illa totalis reperitur, cadant tres medij ꝓportionales ſecundũ illã ꝓportionem que debet eſſe ps aliquota ei⁹. ⁊ ſic in infinitum. Hec omnia conſimiliter omnino demonſtrantur ſicut correlarium p̄cedens.

4.co **Patet vltra ꝙ ſi aliqua ꝓportio reperta inter aliquos nũeros,** habeat ptem aliquotã ab aliquo certo numero denominatam: inter quoſcumqȝ numeros inter quos illa reperiri poteſt, cadent tot medij proportionales, quot ſunt vnitates in illo certo numero, vna dempta, ſecundum talem proportionem que debet eſſe talis pars aliquota illius. Hoc ex duobus correlarijs precedentibus manifeſte conſtat.

5.co **Patet vltra ꝙ ſi fuerint quotcũqȝ nũeri ordinatim continuo** proportionales ſcḋm aliquã ꝓportionẽ, tot ꝓportiones equales illi reperiẽtur inter extrema talis ꝯtinuationis, q̃t ſũt illi nũeri ꝯtinuo ꝓportionales, vno dempto. Et ex ꝯñti, medij iter extremos erũt tot, q̃t ille ꝓportiões vna dempta. ¶ Primũ ex .27. diffinitiõe ſcḋi euidẽt ꝯſtat. et ſcḋm euidẽt ſeqr ex illo.

6.co **Patet vltra ꝙ ſi aliqua ꝓportio multiplex denoiet ab aliquo** numero, inter quẽ ⁊ vnitatẽ nullus cadit ꝓportionalis medius geometrice, illa nullã partẽ aliquotam in numeris reperibilẽ poterit habere. Et ſi inter illũ ⁊ vnitatẽ mediet vnus ꝓportionalis, ⁊ nõ plures: illa habebit medietatem in nũeris reperibilem, ⁊ nõ aliã partem aliquotã. Et ſi reperiãtur duo, ⁊ non plures, habebit tertiã partem aliquotã, ⁊ non habebit partem aliquotã denominatã a maiori nũero q̃ ſit ternarius. Sed ſi cũ hoc ꝙ mediant duo, medient plures ſecundum aliam proportionem: poſſet ſimul habere tales partes aliquotas. ¶ Hec omnia ideo verum habẽt, quia talis numeri ad vnitatem eſt talis proportio, quo habito, ex precedentibus correlarijs conſtat propoſitum.

7 co **Patet vltra ꝙ poterit aliqua ꝓportio in numeris reperibilis** habere partem aliquotam denominatam ab aliquo numero maiori q̃ ſit binarius, ⁊ tamen nullam habebit denominatam a minori illo in numeris reperibilem. ¶ Hoc patet tam de proportione .8. ad .1. q̃ de proportione .32. ad .1. Et ita de multis alijs.

8.co **Patet vltra ꝙ ſi aliqua proportio inequalis alteri pluries adequate in illa reperiatur, inter extrema illius in qua adequate pluries reperit̃, inueniẽtur tot nũeri medij in ꝯtinua ꝓportionalitate ſcḋm illã ꝓportionẽ, quotiens ipſa eſt in illa vno dempto. Inuẽtis eñ totidem ordinatim ꝯtinuo ꝓportionalibus ſcḋm talem ꝓportionem, quotiẽs ipſa in alia reperit̃, ⁊ vno vltra, p quintum correlarium preſentis ꝓportio extremorum illorum erit illa in qua totiens reperitur ipſa, vt ſupponitur. ⁊ per idem correlarium, inter illos extremos mediãt tot continuo proportionales ſecundum illam proportionem, quotiens illa reperitur in tali vno dempto.

9.co **Et ex hijs manifeſte apparet ꝙ nulla ps aliquota ꝓportiõis** duple aut triple aut q̃ntuple poteſt in numeris reperiri. ¶ Quia quelibet illarum eſt multiplex ab aliquo numero denominata, inter quem ⁊ vnitatẽ non cadit medius geometrice, nec cadunt aliqui medij. ⁊ ita de alijs multiplicibus que ab huiuſmodi numeris denominantur.

10.c **Patet vltra ꝙ nullius proportionis in nũeris reperibilis, cui⁹** antecedens ⁊ cõſequens ſunt numeri proximi in ſerie, aut quorũ dr̃a eſt binarius, pars aliq̃ta poterit in nũeris reperiri. Quia nõ poterit mediũ ꝓportiõale cadere iter illos nũeros, nec medij ꝓportionales.

11co **Patet finaliter ex demõſtratione pñtis ꝙ ſi primus nũerus fu**erit totiẽs in tertio quotiens vnitas in ſcḋo: inter primum ⁊ tertiũ, ⁊ inter vnitatẽ ⁊ ſcḋm, nũeri ꝓportionales equales numero ſcḋm eandẽ ꝓportionem reperientur, ſi quis inter primũ ⁊ tertiũ aut inter vnitatẽ ⁊ ſcḋm reperiat̃. ¶ Quia tunc eadẽ erit ꝓportio primi ad tertiũ q̃ vnitatis ad ſcḋm, quo habito, ex pñti conſtat ꝓpoſitum. procedit eñ demõſtratio preſentis eſto ꝙ alter illorum quattuor ſit vnitas.

13 **Si quotcumqȝ nũeri fuerint ordinatim continuo proportio**nales, minimus quem omnes illi numerabunt, erit minimus quem duo extremi eorumdem numerant.

Sint a b c d nũeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ ſit e minimus quẽ omnes illi numerãt. Tũc dico ꝙ e eſt minimus quẽ numerãt a ⁊ d. Quia ex ypotheſi a ⁊ d nũerant e ⁊ nõ numerãt aliquẽ eo minorem, qr dato oppoſito ſit ille f quẽ a numeret ſcḋm l ⁊ d ſcḋm g tũc p tertiũ correlariũ 4.3. ſcḋi g ad l vt a ad d / cum igit̃ inter a ⁊ d mediẽt duo nũeri ꝓportionales ſcḋm ꝓportionem a ad b p p̄cedentem inter g ⁊ l mediabũt duo ſcḋm eandẽ ꝓportionem qui ſint h ⁊ k ita ꝙ g ad h ſit que a ad b ſimiliter ⁊ h ad k ⁊ k ad l / ⁊ quia a ad b vt k ad l per .4.3. ſcḋi ex b in k fiet f tm̃ ſcȝ ſicut ex a in b ⁊ quia b ad c vt h ad k per eandem ex c in h fiet f tm̃ ſcȝ ſicut ex b i k quare ex terminis b numerabit f ⁊ c ſimiliter quare omnes illi a b c d numerabunt f ergo per correlarium .34. tertij e minimus quẽ numerant a b c d numerabit f maior ſcilicet minorem quod eſt impoſſibile. In quotcumqȝ pluribus conſimilis eſt penitus demonſtratio.

Co. **Ex p̄nti ꝯſtat ꝙ ſi fuerint quotcūqꝫ numeri ordinatim conti**nuo proportionales quilibet numeratus a duob⁹ extremis illorū numeratur ab omnibus illis. ¶ Nā ex correlario. 34. tertij quilibet talis numeratur a minimo numerato ab illis extremis qui ex preſenti eſt minimus nūeratus ab illis omnibus quare per. 21. primi quilibet talis nūerabitur ab illis oībus

14 **Si inter duos numeros quotlibet in ꝯtinua ꝓportionalitate** ceciderint inter vtrumqꝫ eorum ⁊ minimū quē oēs illi numerabunt totidē cadere neceſſe eſt.

Sint a b c d ordinatim ꝯtinuo proportionales ⁊ e minim⁹ numeratus ab illis. Tūc dico ꝙ inter a ⁊ e tot cadunt medij ꝓportionales ſicut inter a ⁊ d ⁊ tot etiam inter d ⁊ e. Sit eñ f minimus quem numerant a ⁊ b ⁊ g minimus quem numerant b ⁊ c ⁊ h minimus quē numerāt c ⁊ d erit tunc per. 4. huius f ad g vt a ad b ſimiliter et g ad h vt a ad b ſit ergo k minim⁹ quē numerant f ⁊ g ⁊ l mīmus quē numerant g ⁊ h tunc p. 4. huius k ad l vt f ad g quare ⁊ vt g ad h ꝯſtat tūc minimū quē numerant k ⁊ l eſſe minimuꝫ quem numerant a b c ⁊ d quia per. 21. primi illum numerabunt f g ⁊ h ⁊ per eandem a b c d numerabunt illum. Et ſi minorem eo numerent per correlarium. 34. tertij pluries ſumptum illum numerarēt f g ⁊ h ⁊ per idem k ⁊ l numerabunt illum ⁊ per idem minimus quem nūerat k ⁊ l numeraret eundem maior ſcꝫ minorem quod eſt impoſſibile erit igitur e mīmus quem numerant k ⁊ l ſint ergo m ⁊ n mīmi proportionis a ad b ita vt m ad n ſit que a ad b tunc per tertiū correlarium. 33. tertij pluries repetitum a numerabit f ⁊ f numerabit k ⁊ k numerabit e ſecundum n ⁊ peridē d numerabit h ⁊ h numerabit l ⁊ l numerabit e ſecundum m quare per ſecundum correlariuꝫ. 21. ſecūdi pluries repetitum a ad f erit ea proportio que f ad k ⁊ que k ad e ⁊ d ad h que h ad l ⁊ que l ad e cadent igitur duo medij proportionales inter a ⁊ e puta f ⁊ k ⁊ duo inter d ⁊ e vt puta h ⁊ l cum igitur totidem cadant inter a ⁊ d vt puta b ⁊ c conſtat propoſitum. Et ſi tātum vnus ceciderit aut plures ꝙ duo conſimilis eſt penitus demonſtratio.

Co. **Ex p̄nti conſtat ꝙ ſi inter duos numeros quotlibet in ꝯtinua** proportionalitate ceciderunt medij totidem inter vtrumqꝫ eorum ⁊ mimū quem illi duo numerant cadere neceſſe eſt. Hoc ex precedenti ⁊ ex preſenti conſtat in forma. ¶ Circa tamen iſtam cōcluſionem ⁊ circa vltimam partem. 5. huius aduerte ꝙ non oportet ſi fuerint duo numeri commenſurabiles ⁊ inter vnum eorum ⁊ maximum numerantem illos cadat aliquis medius aut aliqui medij ꝙ totidem cadant inter alterum eorum ⁊ illum maximum aut inter illos duos hoc patꝫ de. 12. ⁊. 9. ⁊ de. 24. ⁊. 21. nec oportet ſi aliquis cadat aut aliqui inter aliquem duorū numerorum ⁊ mimum nūeratum ab illis ꝙ totidē cadāt īr illos aut inī alterū illorū ⁊ illū mimū. Exemplū ptꝫ de hijs duob⁹. 3. 4. ⁊ de hijs. 6. 8.

14 **Si fuerint quotlibet numeri ordinatim ꝯtinuo proportiona**les ⁊ primus non numeret ſecundum nullus eorum numerabit vltimum. Et ſi aliquis eoruꝫ numeret vltimum primus numerabit ſecundum.

Primū patet ſint a b e d ordinatim continuo proportionales quorum a primus non numeret b ſecundum. Tunc dico ꝙ nullus illorum numerat d vltimum ꝙ eñ e non numeret d patꝫ qꝛ dato oppoſito accideret oppoſitum correlarij prime ſecundi ſed ꝙ b non nūeret d patet ſint e f g tres numeri ordinatim continuo proportionales minimi in proportione a ad b tunc per equaꝫ proportionalitatem directam e ad g erit ea propoitio que b ad d ⁊ per. 8. huius e ⁊ g ſunt contra ſe primi ſi igitur e eſſet vnitas numeraret f ergo per correlarium prime ſecundi a numeraret b quod eſt cōtra ypotheſim eſt ergo e maior vnitate ⁊ per conſequens nō nūerat g quia alias per ſecundū correlarium prime tertij eſſet illi cōmenſurabilis quod eſt contra ypotheſim ſequitur ergo ex correlario prime ſecundi ꝙ b non nūerat d ꝙ aūt a non numeret d eodem modo ꝯcluditur captis h k l m qui ſint quatuor ordinatim ꝯtinuo proportionales mimi in propoitione a ad b tūc per equam ꝓportionalitatem h ad m erit que a ad d quo facto ꝯſimiliter ꝯcludetur h non numerare m ſicut ſtatim concludebatur e non numerare g ⁊ ex conſequenti per correlarium prime ſecundi habebis a non numerare d patet igitur primū Et proportionabiliter in quotcumqꝫ pluribus aut paucioribus oſtendetur. ¶ Secundum ex iſto primo ex deſtructione conſequentis ad deſtructionem antecedentis conſtat.

1. co. **Ex preſenti conſtat ꝙ ſi fuerint quotcunqꝫ numeri ordina**tim ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ p̄mus nō nūeret ſcdm nullus eorū nūerabit aliquē ſequenteꝫ. Et ſi aliqs nūeret aliquē ſequentē primus nūerabit ſcdm. Et ex ꝯnti qlibꝫ p̄cedēs quēlibꝫ ſequētem nūerabit. ¶ Facto eñ tali ſequēti vltimo ex p̄nti cū adiutorio. 21. p̄mi ⁊ p̄mi correlarij eiuſdē hec oīa cōſtant.

2. co **Patet vltra ꝙ ſi fuerint quotlibet numeri ordinatiꝫ cōtinuo** proportionales ⁊ vltimus non nūeret penultimum nullus numerabit aliquē precedentem. Sed ſi vltimus numeret penultimum aut aliquis aliquē p̄cedentem ipſum numeret quilibet ſequens quemlibet p̄cedentem ipſum numerabit. Hoc euidēter ꝯſtat ex hijs vertendo ordinē illorum.

16 **Si fuerint duo numeri contra ſe primi inter quēlibꝫ eorum** ⁊ vnitatem ⁊ inter aliū ⁊ minimū numeratum ab ipſis numeri ꝓportionales equales numero cadent ſi aliquis vel aliqui inter aliquem eorum ⁊ vnitatē aut minimū numeratum ab illis ceciderint.

Sint a ⁊ b ꝯtra ſe p̄mi e aūt ſit mim⁹ quē nūerarēt a ⁊ b tūc ex ſcdo correlario. 33. tertij e fiet ex a in b ⁊ ex b in a quare qlibꝫ illoꝝ totiēs adeqͣte erit in e qͣtiēs vnitas ī alio q̄ hito ex vltimo

correlario.12.huius patet ꝓpoſitum. ¶ Hic tamen aduerte ꝙ non habet verum de duobus compoſitis quod preſens de duobus adinuicem primis proponit patet de his.4.6.

17 **Si fuerint duo numeri cõmunicantes inter quelibet eorum** ⁊ maximum numerantem illos ⁊ inter alterum ⁊ minimum ab ipſis numeratum numeri medij ꝓportionales equales numero cadent ſi aliquis vel aliqui inter aliquem eorum et maximum numerantem eos aut minimum numeratum ab illis ceciderunt.

Sint a ⁊ b commẽſurabiles ⁊ c maximus eos numerans d aũt ſit minimus numeratus ab illis Tunc patz ꝓpoſitũ. Sint em̃ e ⁊ f minimi in proportione a ad b ita ꝙ e ad f ſit que a ad b. Tunc ex ſecundo correlario.22.tertij e numerat a per c ⁊ ꝑ tertiũ correlariũ.33.tertij b numerat d per e quare ꝑ primum correlarium.13.pmi e numerabit a per e ⁊ numerabit d ꝑ b ergo ex primo correlario.21.ſcdi a ad d vt e ad b quare ꝑmutatim a ad e vt d ad b quo habito ex.12.hu[9] ꝯſtat ꝓpoſitũ.

18 **Si ab eodem principio duo ordines numerorum cõtinuo ꝓ**portionalium numero equalium ſumantur quotcumq; inter illud principium ⁊ alterũ extremorũ mediabunt continuo proportionales totidem inter extremos illorum ordinum ſecundum proportionẽ ꝓximorum poſt primum medij proportionales erunt.

Sit in primo ordine a b c d ordinatiz continuo ꝓportionales ſint inſuper in ſecundo ab ipſomet a inchoando a e f g totidem ordinatiz continuo proportionales. Tũc dico ꝙ tot quot mediante cõtinuo proportionales inter a ⁊ d ſimiliter ⁊ inter a ⁊ g mediant etiam inter d ⁊ g ſecundum proportionem b ad e. Sint em̃ h ⁊ k minimi proportionis b ad e ita ꝙ h ad k ſit que b ad e ⁊ duco h ordinatim ⁊ ſeorſum in a b c d ⁊ fiant ordinatim l m n o duco inſuper h ordinatim ⁊ ſeorſum in a e f ⁊ g ⁊ ſint ordinatim l p q r. Deinde duco k ſeorſum ⁊ ordinatim in a e ⁊ f ⁊ fiant ordinatim ſ t v. ¶ Tunc ad facilius oſtendẽdum propoſitum dico primo ꝙ l m n o ſũt ordinatim cõtinuo proportionales ſecũdum proportionem a ad b ⁊ l p q r ſũt ordinatim continuo proportionales ſecundũ proportionem a ad e ⁊ ſ t v ordinatum etiam cõtinuo proportionales ſecundum ꝓportionem a ad e quare ⁊ ſecundũ proportionem l ad p. Hec omnia ex ſcdo correlario.21.ſecundi ꝯſtant. ¶ Dico ſcdo ꝙ m ad l eſt ea ꝓportio que n ad m ⁊ que o ad n ſimiliter p ad l eſt que q ad p ⁊ que r ad q ⁊ etiã t ad ſ eſt ea q̃ v ad t ymo t ad ſ ⁊ v ad t ea que p ad l ⁊ que q ad p ⁊ que r ad q. Hec omnia ex primo dico ⁊ ex conuerſa proportionalitate apparent. ¶ Dico tertio ꝙ m ad p eſt ea proportio que b ad e ⁊ ex ꝯſti que h ad k ⁊ l ad ſ que h ad k ſimiliter ⁊ p ad t ⁊ q ad v eſt que h ad k ⁊ ex ꝯſti quelibet iſtarum eſt que m ad p. Hec omnia ex.21.ſecundi euidenter cõſtant. ¶ Dico quarto ꝙ p ad ſ eſt que q ad t ⁊ que r ad v quia ex primo dicto p ad q eſt q̃ ſ ad t ergo ꝑmutatim p ad ſ que q ad t ⁊ ꝑ idem q ad t erit q̃ r ad v. ⁊ per ꝯñs etiam p ad ſ erit que r ad v. ¶ Dico quinto ꝙ quelibet iſtarum ꝓportionũ ſcʒ m ad l/n ad m/o ad n cũ qualibet iſtarũ p ad ſ/q ad t/r ad v/eſt eadem qꝛ ex ſcdo dicto q̃libet pmarum eſt q̃ m ad l ⁊ ex quarto dicto quelibet aliarum q̃ p ad ſ ſed m ad l eſt que p ad ſ quia ex tertio dicto m ad p eſt q̃ l ad ſ quare ꝑmutatim m ad l que p ad ſ ergo quelibet pmarum cum qualibet aliarum eſt eadem. ¶ Dico ſexto ꝙ o ad r eſt ea que d ad g. Hoc ex.21.ſecundi conſtat. ¶ Tunc ſic m ad p vt p ad t ex tertio dicto ergo m p ⁊ t ſunt ordinatim cõtinuo proportionales ſecundum proportionẽ m ad p ⁊ quia ex quinto dicto n ad m vt q ad t ꝑmutatim n ad q vt m ad t cum igitur inter m ⁊ t mediet vnus ꝓportionalis ſecundum ꝓportionem m ad p vt puta ipſe p per.12.hu[9] inter n ⁊ q mediabit vnus ſecundum proportionem m ad p qui ſit x ita ꝙ tam n ad x q̃ x ad q ſit que m ad p ⁊ quia ex tertio dicto q ad v eſt que m ad p erunt n x q v ordinatim continuo proportionales ſecundum proportionem m ad p/cum igitur ex quinto dicto o ad n ſit que r ad v permutatim o ad r erit que n ad v quare per.12.huius inter o ⁊ r mediabunt duo ꝓportionales ſecundum proportionem m ad p ſicut inter n ⁊ v ſed ex vltimo dicto g ad d eſt que o ad r ergo per.12.huius inter g ⁊ d mediabunt etiam duo proportionales ſecundum proportionem m ad p ſicut inter o ⁊ r cum igitur ex tertio dicto m ad p ſit que b ad e inter g ⁊ d mediabunt duo ꝓportionales ſecundũ ꝓportionem b ad e tot ſcʒ quot mediãt inter a ⁊ d ſimiliter ⁊ inter a ⁊ g quod ẽ propoſitũ In quotcumq; pluribus conſimiliter oſtendatur propoſitum.

19 **Quibuſcumq; duobus nũeris datis ſi inter quelibet eorũ ⁊** vnitatẽ tot ceciderint medij ꝓportionales ſicut int̃ alterũ ⁊ vnitatẽ tot inter ipſos duos cadẽt medij ꝓportionales ſicut inter quẽlibet eorum ⁊ vnitatẽ ſcdm̃ ꝓportionem proximorum vnitati.

Hec in parte eſt ꝯuerſa decime huius ⁊ ex p̃cedẽti ꝯſtat i forma faciendo duos ordines nũerorũ ꝯtinuo ꝓportionalium nũero equalium ab vnitate vſq; ad illos duos numeros.

20 **Si quotcumq; numeri continuo proportionales fuerint in** ſua proportione minimi quilibet maior vnitate numerans alterum illorum erit commẽſurabilis alicui minimorum talis proportionis.

Sint a b c d ordinatim continuo proportionales in ſua proportione minimi ⁊ ſint e ⁊ f minimi in proportione illorum ita ꝙ e ad f ſit que a ad b ⁊ ſit g maior vnitate numerans aliquem illorum quattuor. Tunc dico ꝙ g eſt cõmenſurabilis e aut f Capio em̃ per.9.huius tres ꝯtinuo ꝓportionales minimos in proportione a ad b qui ſint ordinatim h k l tunc ꝑ tertiũ correlarium.9.huius quilibet illoꝝ quatuor minimorũ fit ex aliquo illorũ duorum minimorũ in aliquẽ illoꝝ triũ ⁊ quilibet illorum triũ ex aliquo illoꝝ duoꝝ in ſe vel in alterũ ipſoꝝ cũ igit̃ g numeret aliquem illorum quatuor per primũ correlarium.6.tertij erit ꝯmenſurabilis alicui illorũ ex quorũ vno in alterũ ꝓducetur quorum

vnus eſt alter duorū minimorū ⁊ reliquus eſt alter illorum trium ſi igitur ſit commenſurabilis illi qui eſt alter duorum minimorum cōſtat propoſitum. Et ſi illi qui eſt alter illorum trium per ſecundū correlarium. 4. tertij aliquis primus illos duos numerabit qui per. 6. eiuſdē numerabit alterum illorū duorū minimorū vnū ex terminis cōſtat ꝓpoſitū. Proportionabiť oſtendeť ꝓpoſitū in quotcūq; plurib⁹

21 Si quotcunq; numeri continuo ꝓportionales fuerint in ſua proportione minimi quilibet eorum compoſito ex omnibus illis erit incommenſurabilis.

Sint a b c d ordinatim continuo ꝓportionales in ſua proportione minimi. Tunc dico ꝙ quilibet illorum eſt incommenſurabilis compoſito ex illis omnibus. Quia dato oppoſito ſint e ⁊ f minimi in proportione illorum ita ꝙ e ad f ſit que a ad b ⁊ ſit g h totum compoſitum ex a b c d ⁊ ſit g ille illorum quattuor qui eſt commenſurabilis compoſito ex illis quattuor ⁊ h compoſitū ex alijs tribus cui per primum correlarium. 11. tertij g eſt cōmenſurabilis ſit ergo k numerus maior vnitate cōmuniter numerans g ⁊ h qui per. 15. primi numerabit totū g h ⁊ ex precedenti erit commenſurabilis e aut f ſit ergo l maior vnitate nūeras k ⁊ alterū illorū. ſ. e f. qui per. 21. primi nūerabit totum g h ⁊ ex cōſequenti totum a b c d ſi igitur l numeret k ⁊ e cum ex. 2. huius e numeret a ⁊ b ⁊ c ex. 21. primi pluries repetita l numerabit a ⁊ b ⁊ c quare per primum correlarium. 14. primi numerabit totum compoſitum ex a b c detractum ſcʒ ex toto a b c d cum igitur probatum ſit l numerare illud totum per. 20 primi numerabit d reſiduum cū g probatum ſit l numerare a non eſſent a ⁊ d contra ſe primi quod repugnat. 8. huius. Et ſi ponas l numerare f ⁊ k per. 21. primi numerabit totū g h ⁊ ex conſequenti totum a b c d ⁊ cum ex. 2. huius f nūeret b ⁊ c ⁊ d per. 21. primi pluries ſumptam l numerabit b ⁊ c ⁊ d ⁊ ex cōſequenti per primuʒ correlarium. 14. primi numerabit compoſitum ex b c ⁊ d detractū ſcʒ ex toto a b c d ergo per. 20. primi numerabit a reſiduum ⁊ per cōſequens a ⁊ d non erunt contra ſe ꝑmi quod repugnat. 8. huius. In quotcunq; pluribus cōſimilis eſt demonſtratio.

22 Si quotcunq; numeri ꝯtinuo proportionales fuerint in ſua proportione minimi compoſitus ex illis ſimiliter ⁊ quilibet illorum ad compoſitum ex omnibus eorundem alijs ab illo erit primus.

Quia per precedentem quotcunq; talibus datis ⁊ quocunq; illorum ſignato ille ad compoſitū ex illis omnibus erit primus cum igitur cōpoſitus ex omnibus addequate reſultet ex quocunq; illorū ⁊ ex ꝯpoſito ex alijs oībus ab illo ꝑ primū correlariū. 11. tertij ille ꝯpoſit⁹ ſimiliť ⁊ quibʒ illorum erit incommenſurabilis compoſito ex alijs oībus ab illo ſicut ⁊ illi vnde conſtat propoſitum.

23 Si duo numeri quorū quilibet eſt maior vnitate fuerint cōtra ſe primi tertium in continua proportionalitate illis adiungi eſt impoſſibile.

Quia ſi aliquis tertius poſſit illis addi in cōtinua ꝓportionalitate per ꝑmam huius illi eſſēt cōmenſurabiles arguendo igitur a deſtructione ꝯñtis ad deſtructionē añtis ꝯſtat ꝓpoſitum.

24. Si duo numeri inequales quorum quilibet eſt maior vnitate fuerint adinuicem primi non poterit tertius addi in cōtinua ꝓportionalitate alicui illorū cū ꝯpoſito ex illis nec poterit tertius in ꝯtinua ꝓportionalitate addi alicui illorum cum differentia ipſorum.

Primū patet quia per. 12. tertij compoſitus ex illis ad quemlibet illorum erit primus quo habito ex precedenti conſtat primum. ¶ Et ſecundum patet quia per tertium correlariū. 11. tertij differentia illorum ad quemlibet illorum erit primus quare ex precedenti conſtat illud.

25 Si alter duorū numerorū non ſe habeat ad aliquem ſicut reliquus ad ipſum differentia illorū nō ſe habebit ad aliquē ſicut reliquus ad ipm. Et ſi dñs aliquorū ſe habeat ad aliquem ſicut vnus ad reliquum ille reliquus ſe habebit ad aliquem ſicut alter ad ipſum.

Primum patet ſint a ⁊ b duo nūeri inequales ⁊ eorum dñs ſit c ⁊ b non ſe habeat ad aliquē vt a ad b. Tunc dico ꝙ c nō ſe habet ad aliquem vt a ad b. Quia dato oppoſito ſit c ad d vt a ad b ⁊ ſi a ſit maior b per primam ſecundi c erit maior d ⁊ quia permutatim a ad c erit vt b ad d ⁊ a eſt maior c per eandē b erit maior d ſit ergo e reſidua pars b preter d quia igitur a totius ad b totum eſt ea proportio que c detracti ad d detractum per. 26. ſecundi b reſidui ad e reſiduum erit que a ad b quod repugnat ypotheſi. Si autem a ſit minus b ſit e compoſitus ex b ⁊ d ⁊ quia a ad b vt c ad d conuerſim b detracti ex e ad a detractum ex b eſt que d reſidui e ad c reſiduum b ergo per. 26. ſcḋi e ad b erit que b ad a ergo conuerſim a ad b que b ad e quod repugnat ypotheſi patet igitur primum. ¶ Secundum autem a deſtructione conſequentis ad deſtructionem antecedentis conſtat.

Co. Ex preſenti conſtat ꝙ ſi fuerint quotcūq; numeri ordinatim cōtinuo ꝓportionales poſt quorum vltimum nō cōtingat aliquem addere in continua ꝓportionalitate ita ꝙ ille non poſſit ſe habere ad aliquē ſicut penultimus ad vltimum differentia penultimi ad ipſū non ſe poterit habere in ordine ad aliquem ſicut penultimus in ordine ad vltimum ⁊ ex conſequenti ſi illi fuerint plures ꝙ̄ tres differentie illorum erunt totidem vno dempto ordinatim continuo proportionales quot ſunt illi ⁊ ſecundum eandem ꝓportionem ⁊ illis non poterit aliquis addi in cōtinua ꝓportionalitate poſt differentiam penultimi ad vltimum. Et ſi illi fuerint tres differentijs illorum non poterit tertius in continua proportionalitate addi poſt differentiam penultimi ad vltimum. Hec omnia ex ſecundo correlario. 27. ſecundi ⁊ ex preſenti conſtāt in forma.

26 **Si duo numeri contra ſe primi numerent alios duos ſecun=dum aliquem numerum a nullo illorum primorum numeratum nō poterit illis duobus numeratis tertius in continua proportionalitate adiungi.**

Sint a ⁊ b cōtra ſe primi ⁊ ſit e nō numeratus ab aliquo illorum ſecundū quem a numeret c ⁊ b nūeret d Tūc ex primo correlario.21.ſecūdi c ad d erit ea ꝓportio que a ad b Dico igitur ꝙ nullus poterit addi in continua ꝓportionalitate c ⁊ d. Quia dato oppoſito ſit ille f ita vt proportio d ad f ſit que c ad d erit ex ↄ̄ſequenti que a ad b ⁊ quia ex.26.tertij a ⁊ b ſunt in ſua proportione minimi per.24.eiuſdem a numerat d ⁊ b numerat f ſecundum eundem numerū qui ſit g ⁊ quia ex ypotheſi d ſit ex b in e ⁊ f ex b in g per.21.ſecundi e ad g vt d ad f quare ⁊ vt a ad b quare per.24.tertij a numerabit e ⁊ b numerabit g equaliter quod repugnat ypotheſi. Et cōſimiliter omnino poteſt oſtēdi ꝙ non poſſit f addi illis duobus Ita ꝙ ꝓportio e ad f ſit que d ad e. Eadem enī cōtradictio ex illo deducetur. ¶ Hic tamē aduerte ꝙ nō oportet ſi tres cōtinuo ꝓportionales in ſua ꝓportione minimi numerent alios tres ſecundum aliquē non numeratū ab aliquo ipſorum ꝙ non poſſit aliquis addi in continua ꝓportionalitate illis numeratis. Quia iſti tres.4.6.⁊.9.ſunt continuo proportionales in ſua proportione minimi ⁊ ſecundum numerum denarium a neutro ipſorum numeratum nūerent tres quibus poteſt alius in continua proportionalitate addi.

27 **Si quotcūq; nūeri quorū nullus eſt vnitas fuerint continuo ꝓportionales ⁊ in ſua ꝓportione minimi nō poterit alius in ꝯtinua ꝓportionalitate ipoꝝ ipſis adiūgi**

Sint a b c ordinatim cōtinuo ꝓportionales quorū null⁹ eſt vnitas ſed ſint in ſua ꝓportione mi=nimi. Tunc dico ꝙ nō poteſt alius in ꝯtinua ipſorum ꝓportionalitate eis adiūgi. Sit enī a oīm illorū minim⁹ b medius ⁊ c maxim⁹ ex quo de neceſſitate illi ſūt inequales q2 alias eſſent vnitates qđ repugnat ypotheſi tūc ꝯſtat ꝙ nō poterit addi eis aliquis taliter ꝙ ipſi⁹ ad a ſit ea ꝓportio ꝗ a ad b quia tunc ille ⁊ a ⁊ b eſſent tres minores illis ꝯtinuo ꝓportionales ſcđm ipſorum ꝓportionem quod repugnat ypotheſi nec poterit aliquis addi taliter ꝙ c ad illū ſit que a ad b quia illo addito ex correlario prime huius a b c eſſent commenſurabiles ⁊ a fortiori a ⁊ c erūt commenſurabiles quod ꝑ 8.huius eſt impoſſibile nō ergo poterit alius ipſis in continua ipſorum ꝓportionalitate adiūgi quod eſt propoſitum. In quotcumq; pluribus conſimiliter omnino conſtat propoſitum.

Co. **Ex preſenti conſtat ꝙ ſi quotcūq; numeri ordinatim cōtinuo proportionales fuerint in ſua proportione minimi non poterit aliquis in continua ipſorum proportio=nalitate ipſis addi poſt minimum.** ¶ Quia illo addito haberentur totidem minores illis continuo ꝓportionales ſecundum eandem proportionē quod repugnaret ypotheſi. Et per idem ſi fuerint duo inequales in ſua ꝓportione minimi nō poterit tertius ipſis addi in ꝯtinua ꝓportionalitate poſt minimū.

28 **Si quotcūq; numeri continuo proportionales in ſua propor=tione minimi numerent totidem alios ſecundum numerum non numeratum ab aliquo duorū minimo=rum talis proportionis non poterit aliquis in continua proportionalitate illis adiungi.**

Sint a b c ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales in ſua ꝓportione minimi ⁊ a nūeret d ⁊ b nūeret e et c numeret f ſecundū g tunc ex correlario.21.ſecūdi d e f ſunt ordinatim ꝯtinuo ꝓportiona=les ſcđm ꝓportionē a ad b ⁊ ſint h k minimi ꝓportionis a ad b ita ꝙ h ad k ſit ꝗ a ad b ⁊ neuter illorum h k nūeret g. Tūc dico ꝙ nullus poteſt in ꝯtinua ꝓportionalitate adiungi illis nūeratis ſcʒ d e f. Ma dato oppoſito ſit ille l ita ꝙ f ad l ſit vt e ad f tūc ex.25.tertij a nūerabit e ⁊ b nūerabit f ⁊ c nūerabit l ſcđm eūdem numerū qui ſit m q2 igitur ex ypotheſi c nūerat f ꝑ g ⁊ c numerat l ꝑ m ex primo correlario.21.ſecundi ꝓportio g ad m erit que f ad l quare ⁊ que h ad k ergo per.24.tertij h numerabit g ⁊ k numerabit m ⁊ per conſequens aliquis illorum h k numerabit g quod repugnat ypotheſi. In quotcumq; pluribus conſimilis eſt demonſtratio.

29 **Si aliquibus numeris ordinatim continuo ꝓportionalibus poſſint quotcumq; in cōtinua ipſorum ꝓportionalitate adiungi maximis nūerantibus binos ⁊ binos primos poterunt totidē addi in ꝯtinua ꝓportionalitate ſcđm eandē ꝓportionē. Similiter ⁊ minimis numeratis a binis ⁊ binis poterunt totidē addi in ꝯtinua ꝓportionalitate ſecundū eandē ꝓportionē.**

Hec procedit eſto ꝙ alter talium terminoꝝ eſſet vnitas. Quia vt ꝯſtat ex.3.huius quicūq; duo primi illorum ab eodē numerabuntur ſaltem ſub numero vnitatē cōprehendendo ſint igitur a b c d ordinatim cōtinuo ꝓportionales quibus poſſint addi aliqui in ꝯtinua ꝓportionalitate quicūq; fuerint ⁊ ſit e maximus numerans a ⁊ b ⁊ f maximus numerās b ⁊ c ⁊ g maximus nūe=rans c ⁊ d cōſtat tunc ex.3.huius ꝙ e f g ſunt ordinatim cōtinuo ꝓportionales ſcđm ꝓportionē a ad b. Sint inſuper h minimus quem nūerant a ⁊ b ⁊ k minimus quē numerāt b ⁊ c ⁊ l minimus quē nūe=rant c ⁊ d tunc ꝑ.4.huius h k ⁊ l erunt etiā ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſcđm ꝓportionem a ad b. ¶ Dico igitur ꝙ tot poterūt addi in ꝯtinua ꝓportionalitate e f ⁊ g ſcđm ꝓportionē a ad b quot po=terunt addi illis quattuor ⁊ tot etiā poterunt addi ſcđm eandē ꝓportionē h k ⁊ l Addatur enī in pri=mis quattuor in ꝯtinua ꝓportionalitate ita ꝙ d ad m ſit ꝗ c ad d ⁊ ſit n maxim⁹ nūerans d ⁊ m ⁊ o mini=m⁹ quē nūerāt d ⁊ m tūc ꝑ.3.hui⁹ e f g ⁊ n erūt ordinati ꝯtinuo ꝓportionales ſm ꝓportionē a ad b et ꝑ.4.hui⁹ h k l ⁊ o erunt etiā ordinati ꝯtinuo ꝓportionales ſcđm eandē ꝓportionē quare n addet in ꝯtinua ꝓportiōalitate illis e f g ⁊ o illis h k l ſm ꝓportionē a ad b. Et ſi q̄tcūq; plures addāt̄ primis q̄=

tuor cõſimiliter omnino ꝓbetur ꝓpoſitum. Et ſi aliqui addantur illis ita vt alicuius ad a ſit ꝗ a ad b conſimiliter etiam omnino conſtabit propoſitum. In quotcũꝗ etiã pluribus aut paucioribus ꝯſimilis eſt demonſtratio. ¶ Hic tamen aduerte ꝙ nõ oportet ꝙ ſi maximis numerãtibus binos ⁊ binos ꝓximos trium numerorum poſſit tertius addi in continua ꝓportionalitate aut minimis numeratis a binis ⁊ binis proximis trium numerorum poſſit tertius addi in cõtinua proportionalitate ꝙ illi tres ſint continuo proportionales hoc ex .6. ⁊ ex .11. huius euidenter conſtat.

30 **Si aliquibus nũeris cõtinuo proportionalibus poſſint quotcumqꝫ in continua ipſorum ꝓportionalitate addi minimus eorum numerabit omnes.**

Sint a b c d ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales quibus poſſint quotcumqꝫ addi in continua ꝓportionalitate ipſorum quorum a ſit minimus ꝯſtat tũc ꝙ illi qui poterũt addi in ꝯtinua ꝓportionalitate illis vſqꝫ in infinitum poterunt ipſis addi poſt d qꝛ alias numerus decreſceret in infinitum. Tunc dico ꝙ a nũerat illos omnes ⁊ ex conſequenti omnes qui poterunt illis addi. Quia a primus nũerat b ſcdm quo habito ex primo correlario .15. huius conſtat ꝓpoſitum. Sed ꝙ a numeret b ſic patet quia dato oppoſito ſit e maximus numerans a ⁊ b ⁊ f maximus numerans b ⁊ c ⁊ g maximꝰ numerans c ⁊ d cõſtat tunc e eſſe minorem a quia nõ poteſt eſſe maior ⁊ ſi ſit illi equalis accideret oppoſitum ypotheſis ⁊ quia primis quattuor poſſunt quotcumqꝫ addi in continua ꝓportionalitate poſt d etiã iſtis tribus per precedentem poterũt addi quotcumqꝫ in continua ꝓportionalitate poſt g ſcdꝫ eandem ꝓportionem a ad b quibus addatur h quia igitur a ad b vt e ad f ⁊ a nõ numerat b: e non numerabit f alias accideret oppoſitum primi correlarij prime ſecundi ſit ergo k minimus numerans e/ ⁊ f ⁊ l minimus numerans f ⁊ g ⁊ m minimus numerans g ⁊ h tunc ꝑ idem poterũt hꝭs tribus quotcumqꝫ addi in continua proportionalitate poſt m ſecundum ꝓportionem e ad f ⁊ k erit minor e ⁊ non numerabit l addito ergo eis quarto ⁊ datis maximis numerantibus binos et binos proximos et ita conſequenter procedendo accidet ꝙ numerus decreſcet in infinitum.

Co. **Ex p̃ñti ꝯſtat ꝙ nullis nũeris poterunt quotcumqꝫ in ꝯtinua** ꝓportionalitate ſecundũ eorum ꝓportionem addi niſi ipſorũ ꝓportio ſit multiplex aut ſubmultiplex.

31 **Si quotcũqꝫ nũeri ab vnitate inchoãdo fuerint ꝯtinuo ꝓportionales** quilibet ꝓcedẽs quẽlibet ſequẽtẽ nũerabit ⁊ nullꝰ nũerabit vltimũ niſi ſcdꝫ aliquẽ eorũdẽ.

Sint vnitas ⁊ a b c d e f ordinatim ꝯtinuo proportionales. ¶ Tunc dico primo ꝙ quilibet precedens illorum quemlibet ſequentem numerat. Dico ſcdo ꝙ nullus illorum numerat f niſi ſecundum aliquem illorum. ¶ Primum patet quia vnitas qui eſt primus illorum numerat ſecundum quo habito ex primo correlario .15. huius conſtat illud ¶ Scdm patet quia f nũerat ſe ſecundũ vnitatẽ ⁊ vnitas numerat f ſecundũ f ⁊ quia vnitatis ad a eſt ea ꝓportio que e ad f ⁊ vnitas numerat a/ per a ex correlario prime ſcdi e numerabit f per a ⁊ per idẽ d numerabit e per a ⁊ a nũerabit b per a ⁊ b numerabit c per idem a ⁊ c numerabit d per idem a quare per .21. primi d numerabit f per b productum ex a in a ⁊ per eandem c numerabit f per productum ex b in a qui ꝓbatus eſt ipſemet c ⁊ b numerabit idem f ⁊ per productum ex c in a qui probatus eſt d ⁊ a numerabit f per productum ex d in a qui probatus eſt e vnde conſtat ſecundum. In quotcũqꝫ pluribus conſimilis eſt demonſtratio.

1.co **Ex preſenti conſtat ꝙ in caſu propoſitiõis nullus illorum numerat** aliquem ipſorum niſi ſecundum aliquem eorumdem. ¶ Dato enim oppoſito ⁊ facto illo numerato vltimo accideret oppoſitum ſecunde partis preſentis.

2.co **Patet vltra ꝙ in tali caſu quilibet precedens numerat quemlibet** ſequentem ipſum per aliquem illorum qui totus eſt ab vnitate in ordine quotus ille numeratus eſt ab ipſo. Et ex conſequenti in tali caſu quilibet precedens eſt pars aliquota ſequentis Quia oſtẽſum eſt a numerare f per e ⁊ a numerare b per ſeipſum ⁊ a numerare c per b ⁊ a numerare d per c et e per d conſtat igitur illud de a ⁊ de quocumqꝫ alio eodem modo conſtat ex demõſtratione preſentis Et ex conſequenti quilibet precedens numerabit proximum ſequentem ipſum per ſecundum ab vnitate ⁊ ita deinceps: patet igitur primum. Scdm autem patet quia quilibet ꝓcedens quocũqꝫ ſequẽti eſt minor ergo ex preſenti cum adiutorio .12. petitionis quilibet precedens cuiuſlibet ſequentis eſt pars aliquota patet igitur ſecundum.

32 **Si fuerint quotcumqꝫ nũeri cõtinuo proportionales ab vni**tate inchoando cuiuſlibet eorum ad vnitatem eſt ea proportio que totius in ordine ipſorum poſt ipſm in ordine ad ipſum.

Quia per ſcdm correlarium precedentis quilibet ipſorum numerabit totũ poſt ipſum quotus ipſe ab vnitate per ſeipſum quare ex terminis quotiens vnitas in ipſo totiens ipſe in illo toto poſt ipſum ⁊ per cõſequens vnitas erit tota pars aliquota ipſius quota ipe illꝰ totꝰ poſt ipſm vſ. ſatis conſtat ꝓpoſitum. Hoc etiam ꝑ equam ꝓportionalitatem directam manifeſte concludi poteſt.

Co. **Ex preſenti conſtat ꝙ ſi fuerint quotcũqꝫ numeri ordinatim** continuo proportionales ab vnitate inchoando ⁊ aliquis illorum ſequẽs vnitatem ducatur in aliquẽ ſequentẽ vnitatẽ proueniet inde aliquis illorũ qui totus erit poſt quẽlibet illorũ quotꝰ alter eorꝫ poſt vnitatem. Hoc ex .13. primi ⁊ ex ſcdo correlario ꝓcedentis ⁊ ex terminis conſtat in forma.

33 **Si quotcūq; nūeri ab vnitate īchoādo fuerint ordinatim ꝯti**
nuo ꝓportiōales ⁊ eorū ſcd's fuerit nūer⁹ p̄m⁹ null⁹ nūerabit vltimū niſi aliq̄s ī illo ordie poſitoꝝ.

Sint vnitas ⁊ a b c d ordinatim continuo ꝓportionales ⁊ a ſcd's eoꝝ ſit numerus p̄mus. Tūc dico ꝙ nullus numerat d niſi aliquis in illo ordine poſitoꝝ. Quia dato oppoſito ſit ille e/ qui nūeret d ſcd'm f tunc ex p̄mo correlario. 13. primi f nūerabit d ſcd'm e quare ſicut e nō eſt aliquis in illo ordine poſitorum ita nec f alias eni accideret oppoſitū añprecedentis ⁊ quia ꝑ ſcd'm correlarium añprecedētis a nūerus p̄mus nūcrat d ꝓductum ex e in f ꝑ c ꝑ. 6. tertij a nūerabit e aut f nūeret ergo e ⁊ q꞉ ꝑ tertium correlariū. 43. ſcd'i ꝓportio a ad e erit q̄ f ad c ꝑ correlariū p̄ie ſcd'i f numerabit c quem numeret per g qui per primum correlarium. 13. primi numerabit c per f ⁊ quia f non eſt aliquis in illo ordine poſitorū g etiā non erit aliquis in illo ordine poſitorū alias eni accideret oppoſitum añprecedētis ⁊ q꞉ ꝑ ſecūdum correlariū añprecedētis a nūerus primus nūerat c ꝓductum ex f in g ꝑ b ꝑ. 6. tertij a nūerat f aut g: numeret ergo g tunc ꝑ tertium correlariū. 43. ſcd'i a ad g vt f ad b quare ꝑ primum correlariū p̄me ſcd'i f nūerabit b quē nūeret ꝑ h qui ꝑ p̄mum correlarium. 13. p̄mi nūerabit b ꝑ f quare h nō erit aliquis poſitorū in illo ordine quia alias accideret oppoſitū añprecedētis ⁊ quia ꝑ ſcd'm correlariū añprecedētis a nūerus p̄mus ꝑ ſeipſū nūerat b ꝓductum ex f in h per. 6. tertij a nūerat f aut h nūeret g h ⁊ q꞉ ꝑ. 1. correlariū. 43. ſcd'i a ad h ē ea ꝓportio que f ad a ꝑ correlarium p̄me ſcd'i f nūerabit a cū igit f ſit maior vnitate q꞉ alias g eſſet equalis c ⁊ per ꝯſ's aliquis in illo ordine poſitorum cuius oppoſitū eſt oñſum ſeq̄tur ꝙ f maior vnitate nūcrat a ⁊ cū f non poſſit eſſe maior a nec illi equalis q꞉ tunc eſſet aliquis poſitorum in illo ordine erit minor a ⁊ ex conſequēti per. 12. petitionem erit pars aliquota a ⁊ per conſequens ex terminis a eſſet numerus compoſitus quod repugnat ypotheſi. In quotcumq; pluribus conſimilis eſt demonſtratio.

Co. **Ex p̄nti ꝯſtat ꝙ ſi fuerint quotcūq; nūeri ordinatim cōtinuo**
proportionales ab vnitate inchoando ⁊ ſecundus poſt vnitatem fuerit primus nullus numerabit aliquem poſitorum in illo ordine niſi aliquis illorum. ¶ Quia dato oppoſito huius ⁊ facto illo numerato vltimo alijs relictis accideret oppoſitum preſentis.

34. **Si quotcumq; numeri ab vnitate inchoando fuerint ordina**
tim continuo proportionales ⁊ aliquis primus numeret vltimum ille idem numerabit ſecundum.

Sint vnitas ⁊ a b c d ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſitq; e nūerus p̄mus nūerans d. Tūc dico ꝙ d nūerat a ſcd'm. Quia dato oppoſito ꝑ p̄mā tertij e erit p̄mus ad a ⁊ q꞉ ex terminis ⁊ ex ſcd'o correlario. 31. huius ex a in ſe fit b ꝑ. 3. tertij e erit p̄mus ad b ⁊ quia ex eodē correlario et ex terminis ex a in b fit c ꝑ. 12. tertij e p̄mus ad a ⁊ ad b erit etiam primus ad c ⁊ quia ex eodē correlario ex a in c fit d ꝑ. 13. tertij e p̄mus ad a ⁊ ad c erit p̄m⁹ ad d qd' ē īpoſſibile q꞉ ex q̄ ꝑ ypotheſim numerat d ꝑ p̄mam tertij erit illi ꝯmenſurabilis. In quotcumq; pluribus conſimilis eſt demonſtratio.

1. co **Ex p̄nti ꝯſtat ꝙ ſi quotcūq; numeri ab vnitate inchoando fu**
erint ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ aliquis numerus primus nūeret aliquem eorum ille numerabit oēs poſt vnitatem. ¶ Quia ſi numeret ſecundum cum per ſecundum correlariū. 31. huius ſcd's nūeret quemlibet poſt vnitatem per. 21. p̄mi ille numerabit quemlibet poſt vnitatem. Et ſi numeret aliquem poſt ſcd'm illo facto vltimo ex p̄nti ille nūerabit ſcd'm quo habito ſicut ſtatim patet ꝓpoſitū.

2. co **Patet ſcd'o ꝙ ſi quotcūq; nūeri ab vnitate inchoando fuerint**
ordinatī ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ aliquis ſit ꝯmenſurabilis alicui eoꝝ ille erit ꝯmenſurabilis cuilibet eorū poſt vnitatē. Et ſi aliquis alicui eorū p̄ter vnitatē ſit incōmenſurabilis ille cuilibet eorūdem erit incōmenſurabilis. ¶ Primū p꞉ quia dato añte illius ꝑ ſcd'm correlariū. 4. tertij aliquis p̄mus numerabit illū ⁊ illū illius ordinis cui eſt commenſurabilis qui per correlarium precedens numerabit oēs vnde ex terminis ꝯſtat p̄mū. Scd'm patet a deſtructione ꝯñtis ad deſtructionem antecedentis.

35 **Si numerorum ordinatim continuo proportionaliū prim⁹**
de ſecundo tollatur ſimiliter ⁊ ex vltimo reſidui ſecundi ad primum erit ea proportio que reſidui vltimi ad compoſitum ex omnibus precedentibus.

Sint a primus ⁊ a b ſcd's ⁊ c tertius ⁊ a d quartus ordinatim cōtinuo ꝓportionales quoꝝ a ſit minimus ⁊ a detracto ex b a remaneat b ⁊ detracto ex a d vltimo remaneat d. Tunc dico ꝙ d ad ꝯpoſitum ex tribus p̄mis illorū eſt ea ꝓportio q̄ b ad a. Nā cum a ſit minor a b ꝑ primā ſecundi a b eſt minor c ⁊ c minor a d ⁊ ꝑ ꝯuerſam ꝓportionalitatē a d ad c vt c ad a b ⁊ vt a b ad a vltra diuiſionē ergo ſcd'm quā a d adequate diuidit in a detractum ⁊ d reſiduū diuido ip̄m alia diuiſione in duas partes quaruꝫ vna ſit equalis c que ſit e f g ⁊ alia ſit h ⁊ quia c eſt maior a b etiā e f g eſt maior a b diuido ergo e f g in duas ꝑtes quarū vna ſit equalis a b q̄ ſit e f reſidua ſit g ⁊ quia a b maior eſt a etiā e f maior eſt a diuido ergo e f in duas ꝑtes quarū vna ſit equalis a que ſit e ⁊ reſidua ſit f ꝯſtat tunc f eſſe equalē b quia totus e f ex ypotheſi eſt equalis toti a b ⁊ e eſt equalis a quare ꝑ. 17. petitionē f eſt equalis b ⁊ ex ꝯñti totus f g h eſt equalis d quia ex ypotheſi totus a d eſt equalis toti e f g h ⁊ a vna ꝑs illius equalis e quare ꝑ eandē dignitatē reſidua pars eius puta d erit equalis reſidue parti alterius puta toti f g h. Cōſtat inſup iſtos quattuor nūeros a d ⁊ e f g ⁊ e f ⁊ e eſſe ordinatiꝫ cōtinuo ꝓportionales ſcd'm ꝓportionem a d ad c/ q꞉ ſunt ordinatim equales illis quattuor a d ⁊ c ⁊ a b

⁊ a qui ex ẏpotheſi taliter ſe habēt ⁊ q̄ȝ h eſt dr̄a a d a d e f g ⁊ g bis e f g a d e f ⁊ f dr̄a e f ad e per ſecundū correlariū .27. ſcd̄i h g ⁊ f erunt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſcd̄m eandē ꝓportionē puta a d ad e erit igitur h ad g vt c ad a b ergo ꝑmutatim h ad c vt g ad a b ⁊ per idē g ad a b vt f ad a quare per .18. ſcd̄i totus f g h ad totū ꝯpoſitum ex a ⁊ a b ⁊ ex c erit ea ꝓportio que h ad c ⁊ ex ꝓ̄miſſis que f ad a cū igit̄ f ꝓbatꝰ ſit equalis b ⁊ totꝰ f g h eq̄lis d ꝯſtat ꝓpoſitū. In quotcūq̧ pluribus ꝯſimilit̄ oſ= no oſ̄datur ꝓpoſitū deſcendēdo ꝓportionabiliter in talibꝰ diuiſionibus a maximo vſq̧ ad minimum

1. co **Ex ꝓ̄miſſis ꝯſtat ꝙ ſi quotcunq̧ numeri fuerint ordinatim continuo** proportionales a minimo inchoando ⁊ primus de ſecundo tollatur ſimiliter ⁊ ex aliquo alio ſequentium reſidui ſecundi ad primum erit ea proportio que reſidui alterius ad compoſitum ex omnibus alijs precedentibus. Conſimilis eſt demonſtratio huius ſicut preſentis.

2. co **Patet vltra ꝙ ſi quotcūq̧ numeri fuerint ordinatiȝ cōtinuo** ꝓportionales fuerit q̧ ſcd̄s duplus vel maior q̄ȝ duplus ad primū vocādo p̄mum minimū ⁊ ſcd̄m minimū aliorū quilibȝ ſequēs ſcd̄m erit maior ꝯpoſito ex oībus alijs p̄cedētibus. ¶ Nā tunc detracto p̄mo de ſcd̄o reſiduū eſſet equale p̄mo vel eo maius cuȝ igit̄ illo primo detracto ex quocunq̧ alio ſequenti reſidui illius ad ꝯpoſitū ex oībus p̄cedentibus ſit ea ꝓportio que reſidui ſecundi ad primuȝ per primam ſecūdi reſiduū cuiuſcūq̧ alterius erit equale compoſito ex omnibus alijs p̄cedentibus vel illo maior. Et ex conſequenti quilibet ſequens erit maior compoſito ex oībus alijs precedētibus.

36 **Quibuſcūq̧ duobus nūeris inequalibus datis ⁊ quotcunq̧** alijs ꝯtinuo ꝓportiōalibꝰ ſcd̄ȝ ꝓportionē illoꝝ duoꝝ ſūptis ſi minor ī minorē ⁊ maior ī maiorē ducāt̄ ⁊ ꝓductoꝝ dr̄a ꝑ dr̄am illoꝝ duoꝝ diuidat̄ exibit nūerus choacervatus ex oībꝰ illis ꝓportionalibꝰ.

Sint a b numerus maior ⁊ a minor ⁊ b eorū dr̄a ⁊ ſint c d e f ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſecundū ꝓportionē a b ad a ⁊ ex a b in illos quattuor c d e f ordinatim ⁊ ſeorſū fiant ordinatim g h k l qui ꝑ ſcd̄m correlariū .21. ſcd̄i erunt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſcd̄m eandē ꝓportionem a b ad a quare ꝑ p̄mā ſcd̄i g eſt maior h ⁊ h maior k ⁊ k maior l ſit inſuꝑ m ꝓductus ex a in f erit tūc ꝑ .21. ſcd̄i l ad m vt a b ad a quare ꝑ primaȝ ſcd̄i l eſt maior m ⁊ a fortiori g erit maior m ſit ergo r dr̄a g ad m. Tunc dico ꝙ ſi r diuidat̄ ꝑ b exibit numerus ꝯpoſitus ex illis quattuor c d e f. Sit cū n dr̄a g ad h ⁊ o dr̄a h ad k ⁊ p dr̄a k ad l ⁊ q dr̄a l ad m tunc ꝑ .21. dignitatē r dr̄a g ad m ex oībus illis n o p q adequate reſultabit ⁊ quia a b ad a eſt ea ꝓportio que e ad f ꝑ .43. ſcd̄i ex a in e fiet l tm̄ ſcȝ ſicut ex a b in f ⁊ ꝑ ideȝ ex a in d fiet k tm̄ ſcȝ ſicut ex a b in e ⁊ ꝑ idem ex a in c fiet h ⁊ q̄ꝛ ꝑ .16. primi l ꝓductus ex a b in f eſt equalis ꝯpoſito ex hijs q̄ fiunt ex a in f ⁊ ex b in f ⁊ ex ẏpotheſi m fit ex a in f reſiduus ꝑs l puta q fiet ex b in f ⁊ quia ꝑ eandē primi k ꝓductus ex a b in e eſt equalis ꝯpoſito ex ꝓductis ex a in e ⁊ ex b in e ⁊ ex a in e fit l vt ꝓbatū eſt ꝑ reſiduā ꝑs k fiet ex b in e ⁊ per idē o fiet ex b in d ⁊ ꝑ idem n fiet ex b in c ergo ꝑ .14. p̄mi r ꝯpoſitus ex n o p q fiet ex b in cōpoſitum ex c d e f ergo per .20. petitionem diuiſo r per b redibit compoſitus ex c d e f quod eſt propoſitum. Et ſi plures aut pauciores ſumerentur ꝯtinuo ꝓportionales ſcd̄m ꝓportionē a b ad a ꝯſimilis eſt oīno demōſtratio.

37 **Si fuerint quotcūq̧ nūeri ordinatim cōtinuo ꝓportionales** ab vnitate ichoādo nullꝰ eoꝝ nūerabit̄ a ꝯpoſito ex vnitate ⁊ ex aliquo alio vel aliq̄bus alijs illoꝛū.

Sint vnitas ⁊ a b c d ordinatī ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ ſit e q̄cū q̧ ꝯpoſitꝰ ex vnitate ⁊ ex aliquo illorū vel aliquibꝰ illorū p̄ter vnitatē quē ꝯſtat eſſe maiorē a. Dico igit̄ ꝙ e nō nūerat aliquē illorū. Quia dato oppoſito ſi e ſit nūerus p̄mus ꝑ primū correlariū .34. huius nūerabit a maior ſcȝ minorē quod eſt impoſſibile. Et ſi e ſit nūerus ꝯpoſitus ꝑ .4. tertij ab aliquo p̄mo numeratur qui ſit f ille ꝑ .21. p̄mi nūerabit illum illorū ꝓportionaliū quē numerat e quare per primū correlariū .34. huius f nūerabit quēlibet eorū poſt vnitatē cum igitur reſidua pars e preter vnitatē ſit aliquis illorum vel ꝯponatur adequate ex aliquibus illoꝝ ꝑ primū correlariū .14. p̄mi f nūerabit reſiduā ꝑtē e p̄ter vnitatē quam faciā detractum ex e ⁊ vnitatem reſiduum ⁊ cum f numeret etiam e totum per .20. primi numerabit vnitatem maior ſcilicet minorem quod eſt impoſſibile.

38 **Si duobus nūeris inequalibꝰ nō poſſit tertiꝰ addi in ꝯtinua** ꝓportionalitate poſt maiorē nullus ſe habebit ad ꝯpoſitum ex illis ſicut maior ad minorem. Et ſi nullus poſſit eis addi poſt minorem nullus ſe habebit ad ꝯpoſitum ex illis ſicut minor ad maiorem.

Primū p̄tȝ ſint a maior ⁊ b minor quibus nō poſſit addi aliquis in ꝯtinua ꝓportionalitate poſt a ita ꝙ a ſe habeat ad aliquē vt b ad a aut aliquis ad a vt a ad b. Tūc dico ꝙ nullus ſe hȝ ad totū a b vt a ad b. Quia dato oppoſito ꝑ primā ſcd̄i ille eſſet maior toto a b ⁊ a fortiori maior a ſit ergo ille adequate ꝯpoſitus ex c ⁊ a cum igit̄ c a ad a b vt a ad b ꝑmutatī c a ad a vt a b ad b ergo diſiunctim c ad a vt a ad b quod repugnat ẏpotheſi. ¶ Scd̄m patȝ ſit ita vt b minor a non ſe habeat ad aliquem vt a ad b nec aliquis ad b vt b ad a. Tūc dico ꝙ nullus ſe habet ad totū a b ſicut b ad a. Nā dato oppoſito ꝑ .8. ſcd̄i ille eſſet maior b ſit ꝙ adequate ꝯpoſitus ex b ⁊ c q̄ꝛ igit̄ b c ad a b vt b ad a ꝑmutatim b ad b c vt a b ad a ergo diſiunctim c ad b vt b ad a quod repugnat ẏpotheſi.

Co. **Ex ꝓ̄miſſis ꝯſtat ꝙ in primo caſu ꝓpoſitiōis compoſitus ex illis** nō ſe habebit ad aliquē ſicut minor ad maiorē ⁊ in caſu ſcd̄o nō ſe hēbit ad aliquē ſicut maior ad minorē. Nā dato oppoſito alicuiꝰ iſtoꝝ ſtatī ꝑ ꝯuerſā ꝓportionalitatē hēbit̄ oppoſitū alicuius ꝑtis ꝓ̄miſſis;

39 **Si fuerint quotcūꝙ nūeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ꝗ**bus nō poſſit aliquis addi poſt vltimuꝫ in ꝯtinua ꝓportionalitate erit cōpoſiti ex primo ⁊ ſecundo ad cōpooſitum ex ſecūdo ⁊ tertio ea ꝓportio que primi ad ſecundū. Et ſimiliter cōpoſiti ex ſecūdo ⁊ tertio ad cōpoſitum ex tertio ⁊ quarto ſi tot fuerint erit eadē ꝓportio ⁊ nō poterit illis compoſitis addi aliquis in cōtinua ipſorum ꝓportionalitate poſt compoſitum ex vltimo ⁊ penultimo.

Sint a b c d ordinatim cōtinuo ꝓportionales quibus nō poſſit aliquis addi poſt d in ꝯtinua proportionalitate. ¶ Tūc dico p̄mo ꝙ totus a b ⁊ tot⁹ b c ⁊ totus c d ſūt ordinatim cōtinuo ꝓportionales ſcḋm ꝓportionē a ad b. ¶ Dico ſcḋo ꝙ illis nō pōt aliq̄s addi in ꝯtinua ipſorū ꝓportionalitate poſt totū c d. ¶ Primū ptꝫ qꝛ ex ẏpotheſi a ad b vt b ad c ergo p. 18. ſcḋi totus a b ad totuꝫ b c vt a ad b ⁊ ꝑ eandeꝫ totus b c ad totum c d vt b ad c vñ conſtat primum. ¶ Secundum ptꝫ qꝛ ſi c fuerit maior d ex ſecunda parte correlarij precedentis conſtat propoſitum ⁊ ſi c fuerit minor d ex prima eiuſdem correlarij conſtat illud. In quotcumꝙ pluribus conſimilis eſt demonſtratio.

40. **Si poſt aliquem duorum numerorum non poſſit tertius ad**di in continua proportionalitate non poterit alteri eorumdem ⁊ compoſito ex ipſis poſt ipſum compoſitum aliquis in continua proportionalitate adiungi.

Sint a ⁊ b duo numeri quib⁹ nō poſſit terti⁹ addi in ꝯtinua ꝓportionalitate poſt b ⁊ ſit c cōpoſitus ex illis. Tūc dico ꝙ nullus poterit addi a ⁊ c in ꝯtinua ꝓportionalitate poſt c. Dato eñ oppoſito ſit ille d ita vt a ad c vt c ad d erit tūc ꝯuerſim d ad c vt c ad a cum igit̃ c ſit maior a ꝑ primā ſcḋi d eſt maior c ſit ergo e detract⁹ ex d ⁊ c reſiduus ⁊ a detract⁹ ex c ⁊ b reſidu⁹ erit tunc ꝓportio totius e c ad c vt totius a b ad a quare ꝑ diſiunctam proportionalitatem e ad c vt b ad a: ergo per cōuerſam proportionalitatem c ad e vt a ad b ſi igitur a ſit maior b accideret oppoſitum ſecunde partis correlarij antep̄cedentis. Et ſi minor oppoſitum prime patet igitur propoſitum.

41 **Si fuerint quotcūꝙ nūeri ordinatim cōtinuo ꝓportionales** ſcḋm aliquā ꝓportionem fuerintꝙ totidē alij ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſecundū eandē ꝓportionem cuiuſlibet p̄mi ordinis ad quemlibet aliū eiuſdem erit ea ꝓportio que ſibi correſpondentis ad correſpondentem alteri in alio ordine ſimiliter ⁊ cuiuſlibet primi ad cōpoſitum ex quibuſcūꝙ eiuſdeꝫ ordinis erit ea ꝓportio que ſibi correſpondentis ad compoſitum ex correſpondētibus illis in alio.

Sint a b c d primo ordine ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ ſint ſcḋo ordine e f g h ordinatim cōtinuo ꝓportionales ſcḋm eandē ꝓportionem. ¶ Tunc patꝫ primū qꝛ ex ẏpotheſi a ad b vt e ad f ⁊ b ad c vt f ad g ergo ꝑ equam ꝓportionalitatē directā a ad c vt e ad g ⁊ quia etiā ex ẏpotheſi c ad d vt g ad h ꝑ idem a ad d vt e ad h quare plurics per ꝯuerſā ꝓportionalitatē b ad a vt f ad e ⁊ c ad a vt g ad e ⁊ d ad a vt h ad e ⁊ quia b ad c vt f ad g ⁊ c ad d vt g ad h ꝑ equam ꝓportionalitatem b ad d vt f ad h ⁊ per ꝯuerſā d ad b vt h ad f ⁊ c ad b vt g ad f ⁊ d ad c vt h ad g vñ ꝯſtat primū. ¶ Scḋꝫ aūt ex iſto p̄mo ⁊ ex. 39. ſcḋi ꝯſtat i forma. In quotcūꝙ plurib⁹ ꝯſimilis eſt demonſtratio.

1. co **Ex p̄nti cōſtat ꝙ in caſu ꝓpoſitionis cuiuſlibet adequate ꝯpo**ſiti ex aliquibus primi ordinis ad quēlibet illius ordin's eſt ea ꝓportio ꝗ adequate ꝯpoſiti ex correſītib⁹ illis ad correſītē illi in alio. Hoc ex ſcḋa pte p̄cedentis ⁊ ex ꝯuerſa proportionalitate euidenter cōſtat.

2. co **Patet vltra ꝙ ſi fuerint quotcūꝙ numeri ordinatim ꝯtinuo** ꝓportionales inchoando a minimo ⁊ aliquis ſequēs ꝯpoſito ex aliquib⁹ p̄cedentib⁹ ſit maior quilibꝫ ſequēs ipm̄ ꝯpoſito ex totidē p̄cedentibus ꝯſimiliter diſtātib⁹ ab illo ſicut aliq̄ diſtant ab alio erit maior. Et ſi minor minor. ¶ Faciēdo eñ duos ordies vnū ab illo ſequēte vſꝙ ad mīmū ⁊ aliū ab alio ſequēte deſcēdēdo donec totidem habeantur ex p̄cedēti cū adiutorio p̄me ſcḋi ꝯſtat totum ꝓpoſitum.

¶ Quarti Elementorum Arithmetices Gaſparis Lax finis.

¶ Quinti Elementorum Arithmetices Gaſparis Lax.

¶ Diffinitiones.

1 **Quelibet ꝓportio maioris inequalitatis alte**ra eiuſdē rationis cum ipſa maior ſupra illaꝫ addit proportionem ex qua
2 cum illa adequate componitur.
¶ Quelibet aūt ꝓportio minoris īequalitatis altera eiuſdem rōnis cū
3 ipſa minor vltra illā addit ꝓportionē ex qua cum illa adequate ꝯponitur.
¶ Differentia ꝓportionum inequaliū eiuſdē rationis eſt ꝓportio quam maior vltra minorem vel minor vltra maiorem addit.
4 ¶ Proportionem proportioni addere eſt illam cū illa proprie continuare ita vt ex eis vna totalis efficiatur.
5 ¶ Proportionē aūt a ꝓportione ſubſtrahere eſt illā cum pte illius cum qua illam conſtituit diſcontinuare vel illam a qua ſubſtrahi debet anichilari.
6 ¶ Proportioneꝫ maioris inequalitatis augere eſt proportionem maioris inequalitatis ipſi addere.
7. ¶ Proportionē aūt maioris īeq̄litatis diminuere e ꝓportionē maioris īeq̄litatis ab ea ſubſtrahere
8 ¶ Proportionē minoris inequalitatis augere eſt ꝓportionem minoris inequalitatis ab ea auferre.

9 ¶ Proportionē aūt minoris inequalitatis diminuere eſt ꝓportionē minoris ſequalitatis illi addere
10 ¶ Proportionem in duas adequate diuidere eſt terminū mediū inter terminos eius maiorem minori ⁊ minorē maiori ſtatuere ⁊ ipſm ad ꝯñs illius ⁊ añs eiuſdem ad illud cōparare. Proportionem aūt in tres adequate diuidere eſt duo media inequalia inter extrema illius quorū quodlibet ſit maius minori ⁊ minus maiori ſtatuere ⁊ añs illius ad vnū illorū ⁊ illud ad reliquum ⁊ reliquum ad cōſequens cōparare ita vt omnes proportiones ꝓuenītes inde ſint eiuſdem rōnis cum illis ⁊ ita deinceps.

¶ Iſtarū diffinitionum expoſitiones q̃ ſatis ad longum in tractatu ꝓportionum tangūtur ibi ꝓpter breuitatem relicte ſunt. Ibi tñ ſupponenda ſunt ea que in expoſitionibus diffinitionum .2. capli dicta ſunt ⁊ ſignāter ea que de compoſitione proportionum dicta ſunt ibi fundamentaliter ſupponuntur.

¶ Libri quinti propoſitiones.

1 Quaſcūq̃ duas ꝓportiones inequalitatis in nūeris reperibiles contingit in tribus numeris reperire quorum idem vtriuſq̃ ſit antecedens. Et ſimiliter in tribus quorum idem ſit vtriuſq̃ conſequens.

¶ Sint a ad b ⁊ c ad d quecūq̃ due ꝓportiones ſequalitatis in nūeris reperibiles. Tūc dico p̄mo q̃ ꝯtingit ipſas reperire in tribus nūeris quorum idē ſit vtriuſq̃ añs. Dico ſcd̃o q̃ contingit illas in tribus reperire quorū idē ſit vtriuſq̃ ꝯñs. ¶ Primū p3 duco añs p̄me in añs ſcd̃e puta a in c ⁊ fiat e ⁊ añs p̄me in ꝯñs ſecunde puta a in d ⁊ fiat f duco inſuꝑ ꝯñs p̄me in añs ſcd̃e puta b in c ⁊ fiat g tunc ꝑ .21. ſcd̃i e ad f ē ea ꝓportio q̄ c ad d ⁊ ꝑ eandē e ad g q̄ a ad b inuente ſūt ergo ille due in illis tribus nūeris productis quorū e ꝓductus ex añte vnius in añs alterius eſt vtriuſq̃ añs: p3 igitur p̄mum. ¶ Scd̃m p3 duco ꝯñs p̄me in ꝯñs ſcd̃e puta b in d ⁊ fiat e ⁊ ꝯñs p̄me in c añs ſcd̃e ⁊ fiat f ⁊ a añs p̄me in ꝯñs ſecunde ⁊ fiat g tūc ꝑ .21. ſcd̃i ꝓportio f ad e eſt que c ad d ⁊ ꝑ eandē g ad e que a ad b inuente ſunt ergo ille in tribus numeris quorum e productus ex conſequēte vnius in cōſequens alterius eſt vtriuſq̃ conſequens vnde conſtat ſecundum.

2 ¶ Quotcūq̃ proportiones inequalitatis in nūeris reperibiles contingit in aliquib⁹ nūeris ſtabilire quorꝫ idē cuiuſlibet illarꝫ ſit añs ſimiliter ⁊ in aliqbus quorum idem cuiuſlibet illarum ſit cōſequens. ¶ Primum p3 quia quibuſcūq̃ talibus datis inueniā ꝑ precedentē p̄mas duas in tribus nūeris qui ſint a b c quorum a ſit vtriuſq̃ añs ⁊ ſit ꝓportio d ad e tertia ſumptarū ⁊ ꝓportio f ad g quarta ⁊ duco a in d ⁊ fiat h ⁊ b in d ⁊ fiat k ⁊ c in d ⁊ fiat l ⁊ a in e ⁊ fiat m. Tunc ꝑ .21. ſcd̃i plures ſumptam h ad k vt a ad b ⁊ h ad l vt a ad c ⁊ h ad m vt d ad e inuente ſūt ergo p̄me tres in illis quattuor nūeris h k l m quorum h cuiuſlibet illarū eſt añs duco igitur illos quattuor ordinatim ⁊ ſeorſum in f ⁊ fiant ordinatim n o p q ⁊ duco h in g ⁊ fiat r tūc ꝑ .21. ſcd̃i plures ſumptā proportio n ad o eſt que h ad k ⁊ n ad p q̄ h ad l ⁊ n ad q que h ad m ⁊ n ad r que f ad g inuēte ſūt ergo ille quattuor in hys quinq̃ numeris vltimo ꝓductis quorū n cuiuſlibet illarum eſt añs. Et ſi fuerint plures duc oēs iſtos in añs quinte ⁊ poſtea p̄mum iſtorū in ꝯñs quinte ⁊ pari forma inuenies illas in aliquibus numeris vt ꝓpoſitū erat. Et ita in quotcūq̃ pluribus ꝓcedatur p3 igit̃ p̄mum. ¶ Scd̃m p3 quia quibuſcūq̃ tal.b⁹ datis inueniā ꝑ p̄cedentem p̄mas duas in tribus nūeris qui ſint a b c quorū idem ſit vtriuſq̃ ꝯñs ⁊ ducam illos ſeorſū ⁊ ordinatim in ꝯñs tertie ⁊ poſtea ꝯñs iſtarum in añs tertie ⁊ occurret propoſitum in trib⁹ ⁊ illud quod producet̃ ex a in ꝯñs tertie erit ꝯñs illarum triū. Et ſi fuerint plures ducam poſtea oēs illos numeros in quib⁹ tres ſunt taliter inuente in ꝯñs quarte. Et vltra ꝯñs illarū trium in añs quarte ⁊ tunc erūt ille quattuor inuente in quinq̃ terminis quorum productus ex conſequente p̄marum trium in conſequens quarte erit cuiuſlibet illarum cōſequens. Hec omnia ex .21. ſcd̃i maniſeſtiſſime conſtant. Et ſi fuerint plures proportionabiliter omnino procedatur.

Co. ¶ Ex premiſſis iſtarum demōſtratiue apparet modus cognoſcendi de quibuſcūq̃ duabus ꝓportionibus ꝓpoſitis an ſint equales vel ſequales. Et ſi inequales q̄ illarū maior poſitis eñ illis in tribus nūeris quorū idē ſit vtriuſq̃ añs ſi alij duo ſint equales ꝑ .2. ſcd̃i ille erūt equales. Et ſi inequales ꝑ 3. eiuſdē inequales ⁊ ꝑ .4. ſcd̃i illa que erit illius añtis ad maiorē aliorū erit minor ⁊ q̄ ad minore maior ⁊ ſi ponantur in trib⁹ terminis quorū idem ſit vtriuſq̃ ꝯñs ſi alij duo ſint equales ille ſūt equales. Et ſi inequales ⁊ illa q̄ erit maioris illorum ad illud ꝯſequens erit maior ⁊ alia minor. Et eodem modo apparet ex preſenti de quotcūq̃ propoſitis modus cognoſcendi an ſint equales vel inequales ⁊ ſi inequales que illarum ſit maxima ⁊ que illarum ſit minima.

3 ¶ Si fuerint due proportiones maioris inequalitatis inequales exceſſus maioris ſupra minorem erit ꝓportio ꝓducti ex añte maioris in ꝯñs minoris ad ꝓductum ex cōſequente maioris in añs minoris. ¶ Sit a ad b maior ꝓportio maioris inequalitatis q̄ c ad d ⁊ ex a in c fiat e ⁊ ex a in d fiat f ⁊ g ex b in c. Tunc ꝑ .4.5. ſcd̃i f erit maior g. Dico igit̃ q̃ exceſſus ꝓportionis a ad b ſupra ꝓportionem c ad d eſt ꝓportio f ad g. Quia ꝑ .21. ſcd̃i ꝓportio e ad f eſt que c ad d ⁊ e ad g q̄ a ad b quare ex terminis e eſt mai⁹ f ⁊ mai⁹ g cū igit̃ f ꝓbatus ſit maior g ꝓportio e ad g adequate ꝯponet̃ ex proportionib⁹ e ad f ⁊ f ad g quare ꝑ p̄mam ſuppoſitionem ſcd̃i proportio e ad g q̄ ꝓbata eſt que a ad b excedet ꝓportionem e ad f que probata eſt que c ad d per proportionem f ad g vnde conſtat propoſitum.

4 ¶ Si fuerint due ꝓportiones minoris inequalitatis inequales minor illarum addet ſupra maiorē ꝓportionē ꝓducti ex ꝯñte maioris in añs minoris ad productum ex añte maioris in ꝯſequens minoris. ¶ Sit a ad b maior ꝓportio minoris inequalitatis q̄ c ad d ⁊ ex a in c fiat e ⁊ ex a in d fiat f ⁊ ex b in c fiat g erit tūc per .4.5. ſcd̃i f maius g. Dico igitur q̃ ꝓportio c ad d addit ſupra proportionē a ad b ꝓportionem g ad f. Quia ꝑ .21. ſcd̃i e ad f vt c ad d ⁊ e ad g vt a ad b quare ex terminis e eſt minor g

⁊ etiã eſt minoꝛ f cũ igitur g ꝓbatus ſit minoꝛ f ꝓportio e ad f adequate cõponetur ex ꝓportionib⁹ e ad g ⁊ g ad f quare ꝑ ꝑmam ſuppoſitionem ſcdi ꝓportio e ad f que probata eſt ꝙ̃ c ad d addet ſupra ꝓpoꝛtionem e ad g ꝙ̃ pꝛobata eſt que a ad b proportionem g ad f quod eſt propoſitum.

1.co ¶ Ex preſenti cum adiutorio ꝑme ſuppoſitionis ſecundi cõſtat ꝙ ſi fuerint due proportiones minoris inequalitatis inequales minoꝛ earum erit minoꝛ maioꝛi ꝑ proportionem producti ex ꝯſequẽte maioris in antecedens minoris ad productum ex antecedente maioris in conſequens minoris.

2.co ¶ Ex hys duabus ꝯſtat ꝙ ſi ꝑmi ad ſcdm fuerit maioꝛ ꝓportio maioris inequalitatis ꝙ̃ tertij ad quartum ꝓportio ſcdi ad ꝑmum addet ſupra ꝓportionem quarti ad tertiũ proportionẽ producti ex tertio in ſcdm ad productũ ex quarto in ꝑmũ. Et ꝑ talem erit illa minoꝛ ⁊ ſi ꝑmi ad ſcdm fuerit maioꝛ ꝓportio minoris inequalitatis ꝙ̃ tertij ad quartũ ꝓportio quarti ad tertiũ addet ſupra proportionẽ ſcdi ad pꝛimum ꝓportionem producti ex quarto in pꝛimũ ad productũ ex tertio in ſcdm. ¶ Pꝛimũ pꝫ quia tũc ex terminis ⁊ ex .7. ſcdi tunc quarti ad tertiũ erit maioꝛ pꝛopoꝛtio minoris inequalitatis ꝙ̃ ſecdi ad ꝑmũ. Quo habito ex pñti cũ ꝑcedẽti coꝛrelario pꝫ illud. Scdm patꝫ qꝛ tũc ex terminis ⁊ ex .7. ſcdi quarti ad tertiũ erit maioꝛ ꝓportio maioris inequalitatis ꝙ̃ ſcdi ad ꝑmũ ꝙ̃ habito ex ꝑcedẽti ꝯſtat illud.

3.co ¶ Patet vltra ꝙ ſi aliqua ꝓpoꝛtio ſit maioꝛ aliqua altera proportione eiuſdẽ rõnis cum ipſa per aliquã proportionẽ ꝓportio oppoſito modo ſumpta inter terminos illius minoris erit maioꝛ proportione oppoſito modo ſũpta inter terminos illius maioris ꝑ proportionẽ oppoſito mõ ſumptã iter terminos illius ꝑ quã maioꝛ illarum eſt maioꝛ minoꝛi. Et ſi aliqua addat aliquã ſupra aliquã eiuſdẽ rõnis cum ipſa propoꝛtio oppoſito modo ſũpta inter terminos illius addẽtis addet ſupra propoꝛtionem oppoſito modo ſumptã inter terminos alterius proportionẽ oppoſito modo ſũptã inter terminos illius quam addit. Hec omnia ex hys duabus ⁊ ex precedentibus coꝛrelarijs conſtant in foꝛma.

5 ¶ Si fuerint due proportiones inequales ⁊ añs maioris fuerit maius añte minoris ⁊ ꝯñs ꝯñe proportio añtis maioris ad añs minoris addet ſupra ꝓportionẽ ꝯñtis maioris ad ꝯñs minoris ꝓportionẽ ꝓducti ex añte maioris in ꝯñs mioris ad ꝓductũ ex añte mioris i ꝯñs maioris ⁊ ꝑ illã erit illa maioꝛ ¶ Hoc ideo eſt quia tũc ex terminis ⁊ ex .34. ſcdi añtis maioris ad añs minoris erit maioꝛ ꝓportio maioris inequalitatis ꝙ̃ ꝯñtis maioris ad ꝯñs minoris quo habito ex anteꝑcedenti cõſtat propoſitum.

6 ¶ Si fuerint due ꝓportiones inequales ⁊ añs maioris fuerit minus añte minoris ⁊ ꝯñs ꝯñte ꝓportio ꝯñtis maioris ad ꝯñs minoris addet ſupra proportionẽ añtis maioris ad añs minoris ꝓportionẽ producti ex antecedente minoris in conſequens maioris ad productum ex antecedente maioris in cõſequens minoris ⁊ per talem proportionem erit illa minoꝛ.

¶ Hoc ideo eſt qꝛ tunc ex terminis ⁊ ex .34. ſcdi antecedentis maioris ad antecedens minoris erit maioꝛ propoꝛtio minoris inequalitatis ꝙ̃ conſequentis illius ad ꝯſequens minoris quo habito ex anteprecedenti cum eius coꝛrelarijs conſtat propoſitum.

1.co ¶ Ex hys duabus vltimis cũ adiutorio .13. ꝑmi manifeſte ꝯſtat ꝙ ſi ꝑmi ad ſcdm fuerit maioꝛ propoꝛtio maioris inequalitatis ꝙ̃ tertij ad quartũ ⁊ ꝑmi ad tertiũ fuerit ꝓportio maioris inequalitatis ſimiliter ⁊ ſcdi ad quartũ ꝓportio ꝑmi ad tertium eandẽ ꝓportionem addet ſupra proportionẽ ſcdi ad quartum ſicut ꝓportio ꝑmi ad ſcdm ſupra ꝓportionem tertij ad quartum ⁊ ꝑ eãdẽ erit illa maioꝛ. Et ſi ꝑmi ad ſcdm fuerit minoꝛ ꝓportio minoris inequalitatis ꝙ̃ tertij ad quartũ ⁊ ꝓportio pꝛimi ad tertium fuerit minoris inequalitatis ſimiliter ſcdi ad quartum propoꝛtio ꝑmi ad tertium eandem ꝓportionem addet ſupra proportionem ſecundi ad quartum ſicut propoꝛtio pꝛimi ad ſecundũ addit ſupra proportionem tertij ad quartum ⁊ per eandem erit illa minoꝛ.

2.co ¶ Patet vltra ex hys ꝯcluſionib⁹ ꝙ ſi fuerint due ꝓportiones ineq̃les iter extrema maioris illarũ inueniẽtur illa minoꝛ ꝓportio ſimiliter ⁊ ꝓportio producti ex añte maioris in ꝯñs minoris ad ꝓductũ ex ꝯñte maioris in añs minoris adequate ꝯtinuate Ita vt ꝯtingat tres nũeros dare quoꝝ ꝑmi ad ſecundum ſit vna illarũ duarũ ꝓportionũ ⁊ ſcdi ad tertiũ reliqua ⁊ ꝑmi ad tertiũ ſit maioꝛ ꝑmarũ duarum. Hoc euidẽter ꝯſtat ex tertia huius data eiꝰ ypotheſi eius dempto ꝙ nõ ponatur ꝓportiões illas eſſe maioris inequalitatis ꝯcludetur eodẽ mõ ſicut ꝯcluditur illic in quibuſcũqꝫ ꝙ ꝓportio e ad g eſt que a ad b ⁊ e ad f que c ad d ⁊ f ad g eſt ꝓportio producti ad productũ vñ cõſtat ꝓpoſitum. ¶ Hoc aũt aliqui ſub alijs ꝟbis dicũt vcꝫ ꝙ addit ꝓportio ꝑmi ad ſcdm ſupra proportionem tertij ad quartum eſt ꝓportio que eſt inter productum ex pꝛimo in quartum ⁊ productuꝫ ex ſecundo in tertiũ. Sed pꝛopter dicta in expoſitionibus diffinitionum ſecundi non eodem modo loquimur.

3.co ¶ Patet vltra ꝙ ſi dẽt due ꝓportiones inequales inter extrema ꝓportionis añtis maioris ad añs minoris reperiẽtur ꝓportio ꝯñtis maioris ad ꝯñs mioris ⁊ ꝓportio producti ex añte maioris in ꝯñs minoris ad ꝓductum ex ꝯñte maioris in añs minoris adequate ꝯtinuate ita vt trium numeroꝝ reperibilium ꝑmi ad tertium ſit ꝓportio añtis maioris ad añs minoris. Pꝛimi aũt ad ſcdm ſit vna alia ꝑ ꝓportionum e ſcdi ad tertiũ reliqua. Similiter inter extrema ꝓportionis ꝯñtis minoris ad eius añs inuenientur ꝓportio ꝯñtis maioris ad añs ipſius ſimiliter ⁊ proportio talis ꝓducti ad tale ꝓductum ad ꝯſimilem ſenſũ adequate cõtinuate. ¶ Quia ꝑ .34. ſcdi tunc añtis maioris ad añs minoris erit maioꝛ ꝓportio ꝙ̃ ꝯñtis maioris ad ꝯñs minoris ⁊ ꝑ .7. ſcdi ꝯñtis minoris ad ſuũ añs erit maioꝛ proportio ꝙ̃ ꝯñtis maioris ad ſuũ añs quibus habitis ex ꝑcedenti coꝛrelario cũ adiutorio .13. ꝑmi ꝯſtat ꝓpoſitum. Et hoc aliq ſub his verbis dicunt ſcꝫ. Quo habũdat ꝓportio ꝑmi ad ſcdm ſup ꝓportionẽ tertij ad quartũ eo abundat ꝓportio ꝑmi ad tertiũ ſup ꝓportionẽ ſcdi ad quartũ. Itẽ ꝓportio quarti ad tertium ſup ꝓportionem ſcdi ad ꝑmum. Sed ꝓpter cauſam tactam nõ eo mõ loquimur.

4.co ¶ Ex hys quattuoꝛ ꝯcluſionibus apparet demõſtratiue modus cognoſcẽdi differentiã quarũcũqꝫ

duarũ ꝓportionum eiuſdem rõnis ſequaliũ vnius ad alterã ⁊ ex ꝯſiti apparet ſi fuerint due ꝓportiones eiuſdẽ rationis quarũ vna põt ſubſtrahi ab alia q̃liter ſubſtrahi debeat ⁊ ĩprimis ſi ſint eq̃les nõ eſt in illo difficultas. Et ſi inequales opʒ tunc ꝙ illa a qua ſubſtrahi poteſt addat aliquã eiuſdeʒ rõnis ſupra illã q̃ erit earum differentia inuẽta eſt earum dr̃a ꝑ ꝯcluſiones ꝑcedentes ⁊ illa relicta ⁊ altera illius ꝑte ſemota ꝙ faciliſſime fiet ponendo illas in tribus terminis quorũ idẽ ſit vtriuſqꝫ antecedens aut vtriuſqꝫ ꝯſequens ⁊ ita fiet ſubſtractio illius ab alia.

7. ¶ Quibuſcumqꝫ duabus proportionibus inequalitatis in numeris reperibilibus datis contingit duas ſimiles illis in minus numeris continuare.

¶ Hec nõ ſolum ꝓcedit de ꝯtinuatione ꝓprie ſumpta verum etiã de ꝯtinuatione ꝯmuniter ſumpta. Quibuſcumqꝫ igitur talibꝰ duabꝰ datis capio duas ſimiles illis in ſuis minus numeris quarũ vna ſit a ad b ⁊ alia c ad d ⁊ faciam primã illã quam volo ponẽ ꝑmam in tali ꝯtinuatione ita vt ꝯñs illius ſit añs alterius ⁊ ſit illa a ad b ⁊ inuenio ꝑ quintum correlariũ.33.tertij minimũ numerũ quẽ numerant b ꝯñs ꝑme ⁊ c añs ſcđe qui ſit e quẽ numeret b ꝑ f ⁊ c ꝑ g ⁊ ſit h numerus quẽ a añs ꝑme numeret ꝑ f ⁊ k numerꝰ quẽ numeret d ꝯñs ſcđe ꝑ g tunc ex ꝑmo correlario.21.ſecundi ꝓportio h ad e eſt que a ad b ⁊ e ad k que c ad d ſunt igitur ille ꝯtinuate in hijs terminis h e k ordinatiʒ quarũ ꝓportio a ad b eſt prima. Dico ergo ꝙ illi tres ſunt minimi in q̃bus ille due taliter ꝯtinuari poſſunt. Nã ſi in minoribus ſint illi l minor h m minor e ⁊ n minor k ita vt l ad m ſit q̃ a ad b ⁊ m ad n que c ad d cum igitur ꝑ.24.tertij b nũeret m ⁊ per idẽ c numeret m nõ erit e minimꝰ quẽ numerant b ⁊ c quod eſt contra ypotheſim. Et ſi velis eas alio ordine ꝯtinuare ita vt c ad d fiat ꝑma ſic ꝙ ꝯñs illius fiat añs alterius ꝓportionabiliter ꝓcede capiendo illã ꝓ prima ſicut cepiſti proportionẽ a ad b ꝓ prima.

Co. ¶ Ex demonſtratione ꝑñtis manifeſte ꝯſtat ꝙ quibuſcumqꝫ duabꝰ ꝓportionibus in numeris reperibilibus in tribus mĩmis nũeris ꝯtinuatis medius illorũ trium numerorum qui erit ꝯñs prime talis ꝯtinuationis ⁊ añs ſecunde erit minimus numeratus a ꝯñe minimorũ nũerorum ꝑme illarũ ⁊ ab añe minimorum ſcđe hoc euidẽter ꝯſtat ex ꝓceſſu. ¶ Hic tñ aduerte ꝙ interdũ referret ſic vel ſic proportiones ꝯtinuare qꝛ vno modo ꝯtinuando aliqui termini eſſent minimi in tali ꝯtinuatione ⁊ nõ alio modo ſicut patʒ in hijs .6.4.3.⁊ in hijs .4.3.2. qualitercũqꝫ tñ ꝯiũctur due ſiue vna efficiatur ꝑma ſiue alia ſemꝑ redit eadẽ ꝓportio extremorum talis ꝯtinuationis ꝓut ex equa ꝓportionalitate manifeſtiſſime ꝯcludi poteſt. Et hoc etiã demonſtrabitur.20.huius.

8 ¶ Quibuſcumqꝫ proportionibꝰ inequalitatis in nũeris reperibilibus datis contingint totidem ſimiles illis in minimis numeris qualitercumqꝫ libeat continuare.

¶ Quia quibuſcũqꝫ talibus datis capio illas in ſuis minimis terminis eo ordine quo volo ipſas cõtinuare quarum prima ſit a ad b ⁊ ſcđa c ad d tertia e ad f quarta vero g ad h ⁊ ꝯtinuo ꝑ ꝑcedenteʒ ꝑmas duas in mĩmis nũeris qui ſint k l m ita vt k ad l ſit q̃ a ad b ⁊ l ad m q̃ c ad d ꝯſtat tunc ex correlario precedentis ꝙ l eſt minimus queʒ numerãt b ꝯñs prime ⁊ c añs ſcđe ꝯſtat inſuꝑ ex.24.tertij ꝙ d ꝯñs ſecunde numerat m ſi igitꝰ e añs tertie numeret etiã m ſit n quẽ numeret f ꝑ eundem ꝑ quẽ e numerat m tunc ex primo correlario.21.ſecũdi m ad n erit ea ꝓportio q̃ e ad f ſunt ergo ſimiles ꝓportiones ꝑmis tribꝰ in hijs nũeris ordinatim ꝯtinuate ſcʒ k l m n. Dico igitꝰ ꝙ hĩ ſunt mĩmi in quibus ille ꝑme tres poſſunt taliter ꝯtinuari. Nã ſi fuerint alij ſint illi ordinatim o p q r o minor k/ p minor l q minor m r minor n ꝯſtat tunc ex.24.tertij ꝙ b nũerat p ⁊ ex eadẽ c numerat p ⁊ ꝑ ꝯñs non eſſet l minimus quẽ numerãt b ⁊ c cuius oppoſitũ eſt oñſum. Si aũt e nõ numeret m inuenio minimũ quẽ numerant e ⁊ m qui ſit n ⁊ f numeret o ꝑ eundem ꝑ quẽ e numerat n ⁊ k nũeret p ꝑ eundẽ per quem m numerat n/ ⁊ l numerat q ſecundum eundẽ ſcđm quẽ m numerat n ⁊ k numerat p tũc ꝑ primũ correlariũ ⁊.21.ſcđi pluries ſũptũ ꝓportio p ad q q̃ k ad l quare ⁊ q̃ a ad b ⁊ q ad n q̃ l ad m quare ⁊ que c ad d ⁊ n ad o que e ad f ſunt igitꝰ tres ꝑme ordinatim ꝯtinuate in hijs p q n o quos dico eſſe mĩmos in ꝯtinuatione illaꝝ quia ſi ſint alij minores ſint ordinatim r minor p/ ſ minor q/ t minor n ⁊ v minor o tũc ꝑ.25.tertij k nũerabit r ⁊ l nũerabit ſ ⁊ m nũerabit t ⁊ per.24.eiuſdẽ e nũerrbit t ⁊ ꝑ ꝯñs nõ erit n minimus quẽ numerant m ⁊ e quod eſt ꝯtra ypotheſim patʒ igitꝰ ꝓpoſitum de illis tribus. Et pro quarta ꝯſimiliter ꝓcedatur videndo ſi g añs quarte nũeret o ⁊ ſi ſic dato r quẽ numeret h ꝑ eundẽ numerum ille quattuor erunt ordinatim ꝯtinuate in hijs p q n o r ſinaũt inueniatur minimus quẽ nũerãt g ⁊ o ⁊ ꝓcedatur proportionaliter vt ſtatim ⁊ ita in quotcũqꝫ pluribus. ¶ Et ꝑ iſtam artẽ poteris etiã quocũqꝫ alio ordine illas ꝯtinuare ita vt illam illarũ quam velis facias primã ⁊ aliam quam velis ſcđaʒ ⁊ ita deinceps.

1.co. ¶ Ex ꝑñti conſtat ꝙ quibuſcumqꝫ ꝓportionibus datis ſiue aliqua illarum ſit equalitatis ſiue nõ cõtingit reperire plures nũeros q̃ ille ſint ꝑ vnum ſolũ quorum ꝑmi ad ſcđm erit prima illarũ ꝓportionum ⁊ ſcđi ad tertiũ ſcđa. Et ita deinceps ita ꝙ in illis erũt ꝯtinuate. Hoc eſt eodẽ artificio fieri debet ſicut in ꝑñti oñſum eſt eſſe fiendum vbi nulla earũ eſſet equalitatis verũ eſt tñ ꝙ vbi aliqua illarũ eſſet equalitatis aliqui illorum numerorum repertorum eſſent equales.

2.co ¶ Patet vltra ex hijs qualiter vna ꝓportio ſit alteri addẽda ſimiliter ⁊ qualiter plures ſint ſibi inuicẽ addẽde ſiue loquamur de additione ꝓprie dicta ſiue ꝯmuniter q̃re proportionẽ ꝓportioni ꝓprie addere nõ aliud eſt q̃ illas ꝓprie ꝯtinuare ⁊ ꝓportionẽ ꝓportioni ꝯmuniter addere nõ aliud eſt q̃ illas ꝯmuniter ꝯtinuare. ¶ Hic tñ aduerte ꝙ ſicut dictum eſt in fine ꝑcedentis de duabꝰ ꝓportionibꝰ ꝙ refert ſic vel ſic ꝯtinuare ita vt vno modo ꝯtinuando aliqui ſint mĩmi numeri ⁊ alio ordine ꝯtinuãdo alij erunt minimi ita de pluribus dicetur ⁊ exempla facile reperiri poſſunt.

9 ¶ Quibuſcumqꝫ duobus nũeris quorũ quilibet ex ductu alicuius in aliquẽ ꝓducitur datis cuiuſlibet lateris vniꝰ illorum ad quodlibet latus alterius eſt ea ꝓportio q̃ illius ꝓducti ad aliquem nũerũ cuius ad alterum ꝓductum eſt ea ꝓportio q̃ reliqui lateris eiuſdẽ ad reliquum latus alterius.

¶ Pro hoc ſupponendū eſt ꝙ latus alicuius nūeri dr̄ numerus qui multiplicatus illū ꝓducit. Sit igitur a numerus ꝓductus ex b in e ꝛ d ꝓductus ex e in f. Tunc dico ꝙ cuiuſlibet iſtorum b e ad quē libet illorū e f eſt ea ꝓportio q̄ a ad aliquem numerū cui⁹ ad d eſt ea q̄ reliqui illorum ad reliquū aliorꝫ. Et ſi id velim oſtendere de e reſpectu e ducā aliud latus a vt puta b in illud latus d puta in e ꝛ fiat g quia igitur ex b in e fit a ꝛ ex b in e fit g per .21. ſcdi ꝓportio a ad g eſt que e ad e ꝛ quia ex .13. ꝑmi ex e in b fit g ꝛ ex e in f fit d ꝑ .21. ſcdi g ad d eſt que b ad f eſt igitur a ad g q̄ e lateris a ad e latus d ꝛ g ad d q̄ b reliqui lateris a ad f reliquum latus d. Et ꝯſimiliter omnino de quocūqꝫ latere cuiuſcūqꝫ illorū reſpectu cuiuſcūqꝫ alterius demōſtretur ꝓpoſitum. Et eſto ꝙ idem numer⁹ diceretur latus ſui ipſius adhuc ꝯcluſio haberet verū put ex demōſtratione pn̄tis apparet. ¶ Alij tñ hanc ꝯcluſionē ſub hac forma ponunt. Omniū duorū ꝯpoſitorum ꝓportio q̄ eſt vnius ad alterū eſt ex laterum ſuorum ad latera alterius ꝯpoſita ꝓportionibus. Sed qꝛ non cū ipſi imaginꝰ de ꝯpoſitione ꝓportionū ꝛ etiā clarius ꝛ vniuerſalius ponitur eo mō quo poſita eſt ꝓpterea ſic ipſam poſui.

Co. ¶ Ex pn̄ti apparet ꝙ ſi dētur duo tales numeri ꝓducti ꝛ cuiuſlibꝫ lateris vnius illorū ad quodcūqꝫ latus alterius ꝓportio ſit eiuſdē rōnis cum ꝓportione reliqui lateris ad reliquū latus tunc cuiuſlibet illorū ꝓductorum ad reliquum ꝓportio erit adequate ꝯpoſita ꝛ ꝓportione cuiuſlibet lateris illi⁹ ad vnum lat⁹ alterius quodcūqꝫ fuerit ꝛ ex ꝓportione reliqui lateris ad reliquū latus ymmo ſi vnius lateris vnius ad vnū alterius fuerit ꝓportio eiuſdem rōnis cum ꝓportione reliqui lateris ſui ad reliquum alterius illa ex illis duabus adequate cōponitur. Hec ex demonſtratione preſentis ꝛ ex terminis euidenter conſtant.

10 ¶ Si quotcūqꝫ numeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales in totidem ordinatim continuo proportionales ducantur primum antecedens in primum antecedens ꝛ ſecundum in ſecundum ꝛ ita deinceps vſqꝫ ad vltimum erit primi producti ad ſecundum ea ꝓportio q̄ ſecundi ad tertium ꝛ ita deinceps.

¶ Hanc ꝯcluſionem ponunt aliqui ſub hac forma. Si nūeri ꝯtinuo proportionales in totidē etiam ꝯtinuo ꝓportionales ducātur ꝛ qui inde ꝓuenient ꝯtinuo proportionales erunt ſed ibi ſub alia forma poſita eſt propter duo primo qꝛ interdū producētur numeri equales ſicut ptꝫ captis hīs trib⁹ .2.4.8 ex vna pte ꝛ hīs tribus ex alia .12.6.3. ꝛ forte aliqui dicerēt numeros equales nō eſſe ꝯtinuo proportionales. Sc̄da cauſa eſt qꝛ nō qualitercūqꝫ tales ducerētur in tales cōtingeret illud ptꝫ ſi in predictis ꝑmus triū primorū duceretur in ſcd̄m aliorum ꝛ alij in alios qualitercumqꝫ velis. ¶ Sint igr̄ a b c d ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ꝛ ſint e f g h totidē ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſiue ſcd̄m eādē ꝓportionē ſiue ſcd̄m aliā ꝛ ex a in e fiet k ꝛ l ex b in f ꝛ m ex e in g ꝛ n ex d in h ꝯſtat tūc ex ꝑcedēti ꝙ k ad aliquē numerū eſt ea ꝓportio que a ad b ꝛ illius ad l que e ad f ſit ergo ille o ꝛ etiam ex ꝑcedēti l ad aliquē eſt que b ad c ꝛ illius ad m que f ad g ſit ergo ille p. Dico igitur ꝙ k ad l eſt que l ad m ꝛ l ad m que m ad n. Nā eſt k ad o eſt que a ad b ꝛ o ad l que e ad f ꝛ l ad p que b ad c ꝛ p ad m q̄ f ad g, ex ypotheſi k ad o vt l ad p ꝛ o ad l vt p ad m ergo ꝑ equam ꝓportionalitatem directā k ad l vt l ad m. Et conſimilit̄ omnino oſtendatur ꝙ l ad m vt m ad n patet igitur propoſitum. Jn quotcumqꝫ pluribus conſimiliter oſtendatur propoſitum.

1.co. ¶ Ex preſenti conſtat ꝙ ſi quotcumqꝫ numerorum ordinatim continuo proportionalium quilibꝫ i ſe ducatur producetur totidem ordinatim continuo proportionales.

2.co ¶ Patꝫ vltra ꝙ ſi quotcumqꝫ nūeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales in totidem ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ducātur primum aſs in vltimum ꝯſs ꝛ ſecundū aſs in penultimū ꝯſs. Et ita deinceps primi ꝓducti ad ſcd̄m erit ea ꝓportio que ſecundi ad tertium ꝛ ita deinceps. ¶ Hoc patꝫ ſumēdo ſecundum ordinem ordine retrogrado quia ex conuerſa proportionalitate etiam illi illo modo erunt ordinatim continuo proportionales. Et tunc ex preſenti conſtat propoſitum.

3.co. ¶ Patet vltra ꝙ ſi quotcumqꝫ nūeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales in totidem ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſcd̄m ꝓportionem eiuſdem rōnis cum ꝓportione illorum ducantur primum aſs in ꝑmū aſs ꝛ ſcd̄m in ſcd̄m ꝛ ita deinceps producti inde erunt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſcd̄m ꝓportionem adequate ꝯpoſitam ex proportionib⁹ illorū. Et ſi nō fuerit eiuſdē rōnis ſaltem ꝓducti erunt ꝯtinuo ꝓportionales ſcd̄m aliquam ꝓportionem inter cuius extremos ꝛ aliquē terminum reperientur proportiones ille adequate continuate. Hoc totum ex demonſtratione huius cum adiutorio correlarij precedentis manifeſtiſſime conſtat.

11. ¶ Numerum aliquem ſic in duas partes adequate diuidere vt que proportio illius ad vnam illarum ea ſit illius ad reliquam eſt impoſſibile.

¶ Nam dato oppoſito ſit a b ita adequate diuiſus in a ꝛ b ptes eius ita ꝙ ipſius ad a ſit ea ꝓportio que a ad b. Tunc ex ꝑma .2. ſicut ipſe eſt maior a ita a eſt maior b ſit ergo b detractus ex a ꝛ e reſiduum ꝛ quia q̄ ꝓportio a b totius ad a totum ea eſt a detracti ad b detractū ꝑ .25. ſcdi b reſidui ad e reſiduum eſt que a b ad a quare ꝛ que a ad b ergo ꝑ ꝑmam ſcdi b erit maior c. Et eodē mō oſtendatur c eſſe maiorē exceſſu b ſupra c ſicut oſſum eſt b eſſe maiorem e exceſſu a ſupra b ꝛ ſic in infinitū deſcendendo habebitur numerū aliquē in infinitum decreſcere quod eſt impoſſibile. ¶ Aliter hoc idē contingit demōſtrare qꝛ dato oppoſito ꝛ diuiſo a b vt ponebatur ſtatim nō poterit tunc a eſſe duplus vel maior q̄ duplus ad b quia alias ꝑ ſcd̄m correlarium .35. quarti a b maior eſſet cōpoſito ex a ꝛ b quod repugnat ypotheſi inuenio ergo ꝑ .31. tertij duos minimos in ꝓportione a ad b qui ſint c ꝛ d ita ꝙ c ad d ſit q̄ a ad b tunc ꝯſtat d non eſſe vnitatē qꝛ alias c eſſet duplus vel maior q̄ duplus ad d ꝛ ex ꝯſn̄ a eſſet duplus vel maior q̄ duplus ad b cuius oppoſitum eſt ꝓbatum nō erit igitur d vnitas ꝛ a fortiori e nō erit vnitas ex quo ꝑ primā .2. c eſt maior d quare ꝑ .23. tertij nō poterit tertius addi in ꝯtinua ꝓportionalitate illis duobus ſcꝫ c ꝛ d quia igr̄ c ad d vt a ad b euerſim coniunctim totius c d ad c vt

totus a b ad a quare ⁊ vt a ad b ⁊ per conſequens vt c ad d ⁊ per conſequens cõpoſitus ex illis duobus poſſet illis in ꝯtinua proportionalitate adiungi cuius oppoſitum eſt probatum.

Co. ¶ Ex pñti ꝯſtat illud qđ cõiter ſolet dici vz ꝙ null⁹ nũer⁹ põt diuidi ſcđm ꝓportionẽ hñtẽ mediũ ⁊ extrema in nũeris ꝙ idẽ eſt dictu ac ſi diceret ꝙ nõ eſt poſſibile ꝙ inter aliquẽ nũerũ ⁊ aliquã eius ꝑtem reſiduã ꝑs ſit medius proportionalis geometrice quod ſatis manifeſte ex preſenti conſtat

12. ¶ Numeroꝝ cõtinuo ꝓportionalium aliquẽ eſſe equalẽ ꝯpoſito ex aliquib⁹ eorumdẽ eſt impoſſibile.

¶ Quia dato oppoſito ſint a b c d e f ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales quoꝝ a ſit maximus ⁊ f minimus ⁊ ſit a ꝯpoſitus ex aliquibus illorũ ꝯſtat tunc ꝙ e nõ eſt duplus vel maior ꝙ̃ duplus ad f qꝛ alias per ſcđm correlariũ.37.quarti a eſſet maior ꝯpoſito ex alijs oĩbus qđ repugnat ypotheſi inuenio ergo ꝑ 9.quarti tot ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales quot ſunt illi oẽs dẽpto a ſcđz talem ꝓportionẽ minores in ipſa qui ſint ordinatim g h k l m quorũ m erit minimus ꝯſtat tunc m eſſe maiorem vnitate qꝛ alias l eſſet duplus vel maior ꝙ̃ duplus ad m ⁊ ꝑ ꝯñs e eſſet duplus vel maior ꝙ̃ duplus ad f cuius oppoſitũ eſt ꝓbatum erit igitur m minimus illoꝝ maior vnitate ⁊ a fortiori quilibet alius illorum quare ꝑ.27. quarti non poterit aliquis addi illis in ꝯtinua ꝓportionalitate ipſorum ſit ergo n compoſitus ex illis iſtorum qui correſpondent illis primorum ex quibus adequate reſultat a erit tunc ꝑ primum correlarium.41.quarti n ad g ea ꝓportio que a ad b quare ⁊ que g ad h ergo ex terminis n poterit hys quiꝙ vltimis addi in ꝯtinua ꝓportionalitate cuius oppoſitum eſt oñſum. In quibuſcũꝙ alijs pluribus aut paucioribus ꝯſimilis eſt demonſtratio omnino ex quo in quibuſcũꝙ talibus minimus dari põt qꝛ ſi detur oppoſitum fiat ille ꝑmus qui ponetur equalis ꝯpoſito ex aliquibus illorum relictis maiorib⁹ ſi fuerint ⁊ captis omnibus ab illo vſꝙ ad minimum conſimiliter omnino procedatur.

Co. ¶ Ex preſenti cõſtat ꝙ nullus numerus poteſt in aliquot partes adequate ita diuidi ꝙ illius ad aliquam earum ſit ea proportio que illius partis ad alteram earum. Et ita deinceps cõtinuo vſꝙ ad vltimam ⁊ ex conſequenti non erit poſſibile ꝙ aliquis in aliquot partes adequate ita diuidatur ꝙ illis omnibus cum illo toto aliquo ordine diſpoſitis ſint ordinatim continuo proportionales. ¶ Quia nullus poterit in infinitas partes diuidi quo habito ſi detur oppoſitum alicuius iſtorum ſtatim ſequitur oppoſitum preſentis in forma.

13. ¶ Quemlibet numerum numeratum ab aliquo diuiſibili adequate in aliquot partes quotcumꝙ fuerint contingit in totidem partes in conſimilibus proportionibus ſe habentibus inter ſe ⁊ ad totũ ſicut partes numerantis ſe habent adequate diuidere.

¶ Sit a numerus diuiſibilis adequate in aliquot partes quotcumꝙ fuerint que ſint b c d e ⁊ a numeret f ſecundum g. Tunc dico ꝙ f adequate diuiſibilis eſt in totidem partes ordinatim ita ꝙ proportio illius ad primam erit que a ad b ⁊ prime ad ſecundã que b ad c ⁊ ſecunde ad tertiã que c ad d ⁊ tertie ad quartam que d ad e. Duco enĩ b c d e ſeorſum ⁊ ordinatim in g ⁊ proueniant ordinatiz h k l m tunc ex terminis ⁊ ex.21.ſecundi f ad h vt a ad b ⁊ h ad k vt b ad c ⁊ k ad l vt c ad d ⁊ l ad m vt d ad e cum igitur per.16.primi f ſit equalis compoſito ex h k l m ſũptis ordinatim quatuor talibus partibus in f erit f diuiſus ſicut propoſitum eſt. ¶ Hic tamen aduerte ꝙ nullus numerus diuidi poteſt in aliquot partes adequate in aliquibus proportionibus ſe hñtibus ad ſe ⁊ ad totum niſi ille numeretur a compoſito adequate ex aliquibus qui ⁊ illi ſunt minimi in quibus ille proportiones poſſunt ꝯtinuari. Hoc ex.25.tertij manifeſte deducitur nec aliquis poteſt adequate diuidi in aliquot partes in aliquibus ꝓportionibus ſe habentibus inter ſe adequate quin ille numeretur a numero adequate compoſito ex minimis in quibus tales proportiones poſſunt continuari. Quia per.25.tertij tales partes in quas poſſet diuidi nũerabunt ab illis minĩs in quibus ꝯtinuanẽ tales proportiões q̃libet a ſua correſñte eq̃liter quare ꝑ quartũ correlariũ.16.primi ꝯpoſit⁹ ex illis minĩs nũerabit eq̃liter illũ q̃ illi diuidi põt.

Co. ¶ Ex pñti conſtat ꝙ ſi fuerit aliquis numerus adequate reſultans ex aliquibus ꝑtibus in continuatione aliquarum proportionum ſe hñtibus ꝯtinget ipſum adequate in tales diuidere. ¶ Inuẽtis enĩ minimis in continuatione talium proportionum compoſitus ex illis vt ſtatim oſtenſum eſt numerabit illum ductis ergo illis minimis ordinatim ⁊ ſeorſum in illum numerum ꝑ quẽ ꝯpoſitus nũerat compoſitum prouenient huiuſmodi partes. Hoc ex demonſtratione preſentis manifeſte conſtat.

14 ¶ Numerum adequate compoſitum ex duabus partibus inequalibus cuius ad maiorem partem minor ſit proportio ꝙ̃ maioris ad minorem contingit reperire. Et numerum adequate ꝯpoſitum ex duabus partibus inequalibus non cõmunicantibus cuius ad maiorem partem maior ſit proportio q̃ maioris partis ad minorem contingit inueſtigare.

¶ Primum pꝫ ſit a ad b quecũꝙ ꝓportio multiplex. Tunc dico ꝙ totus a b eſt talis numer⁹ cõſtat enĩ tunc b pluries ꝯtineri in a ⁊ a non pluries contineri in toto a b quare ꝯtinentia b in a maior eſt continẽtia ipſius a in toto a b quare ex.16.diffinitione ſcđi totus a b ad a maior eſt proportio ꝙ̃ a ad b cum igitur totus a b adequate reſultat ex a maiori parte eius ⁊ ex b minori conſtat ꝑmũ. ¶ Scđm pꝫ ſit a nũerus maior ⁊ b minor quorum quilibet ſit maior vnitate ſed eorũ dĩa ſit vnitas dico tunc totum a b eſſe numerũ q̃ſitum qꝛ differentia totius a b ad a eſt maior vnitate cũ ꝙ̃ differẽtia a ad b ſit vnitas ⁊ q̃libet illoꝝ ſit maior vnitate per.47.ſcđi totius a b ad a erit maior ꝓportio ꝙ̃ a ad b cũ ergo totus a b adequate reſultet ex a maiori ⁊ b minori conſtat ſecundum.

15. ¶ Numerũ adequate ꝯpoſitum ex duobus inequalib⁹ cui⁹ ad maiorẽ ꝓportio ſit data ꝓportione maioris inequalitatis minor ſimiliter ⁊ ꝓportione illius maioris ꝑtis ad minorem continget reperire.

¶ Sit a data proportio maioris inequalitatis quecunꝙ fuerit quam capiam inter b ⁊ c maiores vnitate quorum differentia ſit maior vnitate ⁊ ſit d multiplex c maior b cui addo binarium et fiat e. Dico tunc e eſſe numerũ queſitũ qꝛ ꝑ primum correlariũ.36.ſcđi ꝓportio e ad d minor eſt ꝙ̃ ꝓportio b ad

ex quo d'ſ a e ad d eſt minor d'ſ a b ad c vel illi equalis ⁊ quibet illoꝝ e d quocūq; illoꝝ b c eſt maior ⁊
ꝓportio d ad binariū maior eſt ꝙ̄ ꝓportio b ad c qꝛ ꝓportio d ad binariū eſt q̄ d ad c aut ꝑ .4. ſcđi ma
ior ꝙ̄ d ad e ex quo c ē eq̄lis binario vel eo minor ⁊ ꝑ eādē ſcđi ꝓportio d ad c eſt maior ꝙ̄ b ad c erit
igit̄ d maioris ꝑtis e ad binariū minorē ei⁹ ꝑtē maior ꝓportio ꝙ̄ b ad c ⁊ a fortiori ꝙ̄ e ad d cuꝫ igitur
e adequate reſultet ex d ⁊ ex binario conſtat e eſſe numeruꝫ queſitum.

Co. ¶ Ex p̄nti ꝯſtat ꝙ ꝯtingit reperire numerū adeq̄te ꝯpoſitū ex duob⁹ ineq̄lib⁹ nō cōicātib⁹ ⁊ maio
ris ꝑtis illi⁹ ad ip̄m erit ꝓportio data ꝓportione minoris ineq̄litatis maior. Siſr ⁊ maior ꝓportione
minoris ꝑtis ad illā maiorē. ¶ Data eñ ꝓportione minoris ieq̄litatis ⁊ capta ꝓportione maioris in
eq̄litatis oppoſito mō inuēta int̄ terminos illi⁹ ⁊ oñſo de aliq̄ nūero ꝑ reſpectū ad talē qđ p̄ns p̄tēdit
habebis qđ p̄tēdis de illo eodem nūero ⁊ de illis ꝑtib⁹ ꝑut ex .7. ſcđi ⁊ ex p̄nti manifeſtiſſime ꝯſtat.

¶ Quacūq; ꝓportiōe maioꝝ ieq̄litatꝭ data ꝯtigit nūeꝝ adeq̄te ꝯpoſitū ex duob⁹ ieq̄lib⁹ repire c⁹ ad
16 maiorē ꝑtē maior ſit ꝓportio ꝙ̄ maioꝝ ad miorē ⁊ maioꝝ ad miorē ſit mior ꝓportio illa ꝓportiōe data.
¶ Sit data ꝓportio maioꝝ ieq̄litatꝭ a ad b q̄cūq; fuerit ⁊ ſint c maior ⁊ d minor iuxta ſe poſiti q̄ꝝ ꝙ̄
bꝫ ſit maior a. Tūc dico totū c d eē nūeꝝ q̄ſitū qꝛ ꝑ p̄mū correlariū .38 ſcđi c maioꝝ ꝑtꝭ ei⁹ ad d miorē
eſt mior ꝓportio ꝙ̄ illa data a ad b ⁊ ꝑ .50. ſcđi toti⁹ c d ad c eſt maior ꝙ̄ c ad d ꝯſtat igit̄ totū ꝓpoſitū

¶ Ex p̄nti ꝯſtat ꝙ q̄cūq; ꝓportiōe mioris ieq̄litatis data ꝯtigit repire nūeꝝ adeq̄te ꝯpoſitū ex duo
1.co. bus inequalibus ⁊ maioris partis ad ip̄m eſt minor ꝓportio ꝙ̄ minoris partis ad maiorem ⁊ minoris
partis ad maiorem erit maior proportio illa data. Hoc eodem modo deducitur ex preſenti et ex .7. ſe
cundi ſicut correlarium precedentis ex ipſa ⁊ ex .7. ſecundi.

¶ Patꝫ vltra ꝙ q̄cūq; ꝓportione data ꝯtingit repire nūerū adequate ꝯpoſitū ex duob⁹ ineq̄lib⁹ nō
2.co cōicātib⁹ q̄ꝝ maioꝝ ad minorē erit maior ꝓportio illa data ⁊ maior ēt ꝙ̄ ꝯpoſiti ad illā maiorē. Cap
ta eñ q̄cūq; tali ꝓportiōe iter duos q̄ſcūq; nūeros ⁊ capta multiplici mior, illoꝝ q̄ ſit maior maiorē
illoꝝ ꝯtiget illū de ꝯpoſito ex tali multiplici ⁊ illo minori ꝑut ex .4. ſcđi ⁊ ex ſ'minis manifeſte ꝯſtat.

¶ Si tres numeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales alijs trib⁹ ordinatiꝫ ꝯtinuo ꝓportionalibus prim⁹
17 primo ⁊ ſcđs ſcđo ⁊ tertius tertio ꝓportionentur fuerit q; ſcđs illorum inequalis ſecundo aliorum ⁊
proportiones primi ad primum ⁊ tertij ad tertium ꝯtinuentur erit ꝓportio extremorum talis conti
nuationis vt ꝓportio adequate compoſita ex duabus equalibus proportioni ſecundi ad ſecundum.

¶ Sint a b c ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſiſr d e ⁊ f ſint ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ b ſit in
eq̄lis e ⁊ ꝯtinuētur ꝓportiones a ad d ⁊ c ad f. Tunc dico ꝙ ꝓportio extremorū talis ꝯtinuationis ē
vt adequate ꝯpoſita ex duab⁹ equalib⁹ ꝓportioni b ad e. Duco eñ a in c ⁊ fiat g ⁊ d in c ⁊ fiat h ⁊ d in
f ⁊ fiat k tunc ex .21. ſcđi ꝓportio g ad h eſt que a ad d ⁊ h ad k q̄ c ad f ſunt igit̄ ꝓportiones a ad d ⁊ c
ad f ꝯtinuate in hijs g h k ⁊ extremi illi⁹ ꝯtinuatiōis ſūt g k duco igit̄ b in ſe ⁊ fiat l ⁊ in e ⁊ fiat m ⁊ e in
ſe ⁊ fiat n tunc ꝑ p̄mū correlariū .43. ſcđi l eſt eq̄lis g ⁊ n eq̄lis k quare ꝑ correlariū .2. ſcđi ꝓportio
g ad k eſt q̄ l ad n cū igit̄ ꝑ .21. ſcđi ꝓportio l ad m ſit q̄ b ad e ſiſr ⁊ ꝓportio m ad n proportio l ad n ad
equate ꝯponetur ex duab⁹ proportionib⁹ eq̄lib⁹ ꝓportioni b ad e cū igit̄ proportio g ad k probata ſit
que l ad n ꝯſtat propoſitum. ¶ Hic tñ aduerte ꝙ vbi ſecund⁹ eſſet equalis ſcđo extrema ꝯtinuatio
nis proportionū primi ad p̄mum ⁊ tertij ad tertiū eſſent equalia ⁊ ex ꝯſti ꝓportio illorū extremorum
eſſet equalis proportioni ſcđi ad ſcđm hoc facile conſtat ex demonſtratione preſentis.

Co. ¶ Ex p̄nti cum adiutorio .24. et .25. ſuppoſitionuꝫ ſcđi ꝯſtat ꝙ in caſu ꝓpoſitionis ꝓportio maioris
inequalitatis repta inter extremos talis ꝯtinuationis erit dupla ad ꝓportionē maioris ineq̄litatis re
ꝑtā int̄ illos ſcđos ⁊ ꝓportio mioris ineq̄litatis repta iter extremos talis ꝯtinuatiōis erit ſubdupla
ad ꝓportionē reptā int̄ illos medios ⁊ ex ꝯſtitint̄ illos extremos cadet medi⁹ geometrice ꝓportiōal̄

¶ Si quatuor nūeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales alijs q̄tuor ordinati ꝯtinuo ꝓportionalib⁹ ꝓpor
18. tionēt̄ p̄m⁹ p̄mo ⁊ ſcđs ſcđo ⁊ ſic ꝯſr ⁊ due ꝓportiōes p̄mi ad p̄mū ⁊ q̄rti ad q̄rtū ꝯtinuēt̄ ſiſr ⁊ due
ſcđi ad ſcđm ⁊ t̄tij ad tertiū erit ꝓportio extremoꝝ vni⁹ illaꝝ ꝯtinuationū ſicut ꝓportio extremoꝝ alt̄⁹

¶ Sint a b c d quattuor nūeri ordinatim ꝯtinue ꝓportionales proportionati e f g h totidē ordinatim
ꝯtinuo ꝓportionalib⁹ prim⁹ p̄mo ⁊ ſcđs ſcđo ⁊ ita deinceps ⁊ ꝯtinuētur ex vna ꝑte ꝓportiones a ad
e ⁊ d ad h ⁊ ex alia ꝑte ꝓportiones b ad f ⁊ c ad g ⁊ duco a in d et fiat k ⁊ e in d ⁊ fiat l ⁊ e in h ⁊ fiat m
tunc ꝑ .21. ſcđi ꝓportio k ad l eſt q̄ a ad e ⁊ l ad m q̄ d ad h quare ꝓportiones a ad e ⁊ d ad h ſunt ordi
natim in hijs numeris k l m ꝯtinuate ⁊ k ⁊ m ſūt extremi hui⁹ ꝯtinuationis duco igit̄ b in c ⁊ fiat n ⁊ f
in c ⁊ fiat o ⁊ f in g ⁊ fiat p tūc ꝑ idē ꝓportiones b ad f ⁊ c ad g erūt ordinatim in hijs ꝯtinuate n o p et
n ⁊ p ſūt extremi talis ꝯtinuationis dico igit̄ ꝙ ꝓportio k ad m eſt q̄ n ad p qꝛ ꝑ primū correlariū .43.
ſcđi n eſt equalis k ⁊ ꝑ idē p erit equalis m quare ꝑ correlariū .2. ſcđi ꝓportio k ad l eſt q̄ n ad p qđ ē
propoſitum. ¶ Hic tñ aduerte ꝙ eſto ꝙ in caſu p̄cedentis ꝯcluſionis alio modo ꝯtinuarentur propor
tiones primi ad primum ⁊ tertij ad tertiū ꝙ̄ illic ponebatur ita ꝙ proportio tertij ad tertium efficere
tur prima adhuc eadem eſt demonſtratio propoſiti ⁊ pari forma in caſu preſentis idem dicendum eſt
prout ex demonſtratione .20. ſecundi huius conſtare poterit.

¶ Si quotcumq; numeri totidem alijs proportionētur qualitercumq; illis proportionentur omnib⁹
19 ꝓportionibus ꝓuenientibus ꝯtinuatis redibit ꝯtinuo ꝯſimilis ꝓportio extremoꝝ talis ꝯtinuatiōis
¶ Sint a b c d quatuor nūeri p̄mo ꝓportionati e f g h totidē alijs ita vt a ad e ⁊ b ad f ⁊ c ad g ⁊ d ad
h ⁊ ꝓportionētur eiſdē alio quouis mō puta a ad g ⁊ b ad e ⁊ c ad h ⁊ d ad f ⁊ ꝯtinuent̄ p̄me quatuor
ꝓportiōes ex vna ꝑte ⁊ alie q̄tuor ex alia. Tūc dico ꝙ ꝓportio extremoꝝ p̄me ꝯtinuatiōis eſt q̄ ex
tremoruꝫ ſcđe. Duco eñ a in b ⁊ fiat k ⁊ k in c ⁊ fiat l ⁊ l in d ⁊ fiat m duco inſuꝑ e in f ⁊ fiat n ⁊ n in g
⁊ fiat o ⁊ o in h ⁊ fiat p erunt tunc k ⁊ n extrema continuationis proportionum a ad e ⁊ b ad f quia per
.9. huius k ad aliquem numerum eſt que a ad e ⁊ illius ad n que b ad f ⁊ per idem l ⁊ o erunt extrema

continuationis proportionum k ad n ⁊ c ad g ⁊ per conſequens illarum trium a ad e ⁊ b ad f ⁊ c ad g
⁊ per idē m ⁊ p erūt extrema ꝯtinuationis ꝓportionum l ad o ⁊ d ad h ⁊ ꝑ ꝯñs illaꝝ quattuor pmarū
Duco igit̃ g in e ⁊ fiat q ⁊ q in h ⁊ fiat r ⁊ r in f ⁊ fiat ſ tūc eodē mō ꝯſtat ſicut ſtatim q m ⁊ ſ ſūt extre
ma ꝯtinuationis quatuor vltimarū ꝓportionū cū igit̃ ꝑ .46. pmi p ⁊ ſ ſint eq̃les ꝑ .2. ſcdi m ad p ex
tremoꝝ ꝯtinuationis pmaꝝ q̃tuor erit ea ꝓportio q̃ m ad ſ extremoꝝ ꝯtinuatiōis aliaꝝ qḋ eſt ꝓpoſitū
et ſi aliq̃ alio mō ꝓportionet̃ ꝯſtat ꝓpoſitū. ⁊ ſi q̃tcūq; plurib⁹ aut paucioib⁹ ꝯſilr ēt oīno ꝯſtat ꝓpoſitū

Co. ¶ Ex pñti ꝯſtat q ſi quotcūq; numeri totidē alijs quorū quilibet quolibet illorū eſt maior aut q̃cūq;
minor ꝓportionet̃ q̃litercūq; ꝓportionet̃ ꝓportio adeq̃te ꝯpoſita ex oib⁹ ꝓuenītib⁹ ꝯtinuo erit eadē

20 ¶ Si due ꝓportiōes ꝯtinuet̃ q̃litcūq; ꝯtinuet̃ ꝯtinuo redibit eadē ꝓportio extmoꝝ talis ꝯtinuatiōis
¶ Hec ꝯcluſio ⁊ alie octo ſequētes cū ſuis correlarijs nō ſolū de ꝓportionib⁹ in nūeris repibilibus
ꝓcedunt ſꝫ etiā de quibuſcūq; ſiue aliq̃ illaꝝ in nūeris repiātur ⁊ alie nō ſiue nulle in nūeris repiri
poſſint. Et ita etiā ꝓcedūt oēs demōſtratiōes ⁊ q̃ in demōſtrationib⁹ p̄ſupponit̃ de ꝯtinuatione ta
liū ꝓportionū non eſt difficultas in ꝯtinuādis illis in q̃titatib⁹ ꝯtinuis ꝑut ex .48. ſuppoſitione ſcdi
apparet ⁊ ſufficiet ꝓ demōſtrationib⁹ illas in q̃titatib⁹ ꝯtinuis ꝯtinuare ⁊ q̃ de ꝯtinuatiōe ibi dicit̃ nō
ſolū de ꝯtinuatione ꝓprie dicta ꝓcedunt ſꝫ etiā de ꝯtinuatione iꝓprie dicta. ¶ Sint igit̃ a ⁊ b
due ꝓportiones q̃cūq; fuerint ⁊ ꝯtinuentur pmo in his terminis c d e ita q c ad d ſit a proportio que
ſit pma ⁊ d ad e ſit b que ſit ſecunda ⁊ ꝯtinuetur ſcd̕o in hijs f g h ⁊ b ſit pma q̃ ſit f ad g ⁊ a ſcda que
ſit g ad h. Tunc dico q c ad e eſt q̃ f ad h q: c ad d eſt que g ad h ⁊ d ad e que f ad g ergo ꝑ equā ꝓpor
tionalitatem indirectā c ad e eſt que f ad h quod eſt propoſitum.

21. ¶ Si duabus ꝓportionibus ꝯtinuatis vltra cōtinuetur aliqua ſiue in principio ſiue in fine ſiue inter
illas continuo redibit eadem proportio extremorum talis continuationis.
¶ Sint a ⁊ b due ꝓportiones ꝯtinuate quib⁹ pmo ꝯtinuet̃ c in principio in hijs terminis d e f g ita q
d ad e ſit c ꝓportio ⁊ e ad f vna aliaꝝ q̃cumq; fuerit ⁊ f ad g reliqua q̃cumq; fuerit ⁊ ꝯtinuet̃ vltra il
las in fine in hijs h k l m ita q l ad m ſit c ꝓportio ⁊ h ad k ſit vna aliaꝝ q̃cumq; fuerit ⁊ k ad l reliqua
Tunc ꝑ p̄cedentē h ad l eſt q̃ e ad g ⁊ ꝑ ypotheſim l ad m q̃ d ad e ergo ꝑ equā ꝓportionalitatē direc
tā h ad m q̃ g ad d. Cōtinuet̃ inſuꝑ illis in medio in hijs n o p q ita q n ad o ſit c a q̃ e ad f q̃cumq; fue
rit illa aliaꝝ duaꝝ ⁊ o ad p ſit c ꝓportio ⁊ p ad q ſit altera aliaꝝ puta q̃ f ad g erit tunc ꝑ p̄cedendē d
ad f q̃ n ad p ⁊ f ad g q̃ p ad q ꝑ ꝑ equā ꝓportionalitatē directā ꝓportio n ad q erit q̃ d ad g q̃re ⁊ q̃ h
ad m q̃litcūq; igit̃ ꝯtinuet̃ illis redibit ꝯtinuo eadē ꝓportio extremoꝝ talis ꝯtinuatiōis qḋ ē ꝓpoſitū.

Co. ¶ Ex pñti ꝯſtat q ſi fuerint quotcūq; ꝓportiones ꝯtinuate ⁊ aliq̃ vltra illis ꝯtinuet̃ ſiue i pricipio
ſiue in fine ſiue poſt aliquā vel aliquas p̄cedentiū ⁊ añ aliquā vel aliq̃s ſequentiū ꝯtinuo redibit eadē
ꝓportio extremoꝝ talis ꝯtinuationis. ¶ Sint eñ quotcūq; ꝓportiones ordinati ꝯtinuate in hijs ter
minis a b c d e f ⁊ tunc ſi illis vno mō ꝯtinuet̃ in principio ⁊ aliō mō in fine capiā totā ꝓportionē a ad f
ꝓ vna ⁊ tūc ex p̄cedēti vtrimq; redibit eadē ꝓportio extremoꝝ ꝯtinuatiōis. Si aūt velis illā ꝯtinua
re in medio capiā totā ꝓportionē a ad ꝯñs illi⁹ poſtq̃ imediate vis illā ponere ꝓ vna ꝓportiōe ⁊ ꝓpor
tionem illius ad f ꝓ alia ⁊ tunc ex pñti ꝯſtat q eadem redibit ꝓportio extremorum talis ꝯtinuationis
continuando illo modo ſicut continuādo illis in principio aut in fine vnde conſtat totum propoſitum
Et in quotcumq; pluribus conſimilis eſt omnino demonſtratio.

22 ¶ Si q̃tcūq; ꝓportiōes ꝯtinuet̃ q̃litcūq; ꝯtinuet̃ ꝯtiuo redibit eadē ꝓportio extmoꝝ talis ꝯtiuatiōis
¶ Sint a b c d q̃tuor ꝓportiones ꝯtinuate ordinatim in hijs terminis e f g h k ita q e ad f ſit a pro
portio ⁊ f ad g ſit b ⁊ g ad h ſit c ⁊ h ad k ſit d. Tūc dico q q̃litercūq; alit̃ ꝯtinuet̃ ꝯtinuo ꝓportio ex
tremoꝝ talis ꝯtinuatiōis erit q̃ e ad k. Cōmuentur eñ alit̃ quouis mō quo facto ꝯtinuo b ꝓportionē
ipſi a ita vt ſi i ſcda ꝯtinuatiōe b p̄cedit a faciā b pmā ⁊ a ſcdam ⁊ ſi oppoſito mō oppoſito mō ⁊ hoc
fiet in hijs terminis l m n tūc ex añprecedēti l ad n erit q̃ e ad g ꝯtinuo inſuꝑ c ꝓportionē illis duabus
Ita vt ſi in ſcda ꝯtinuatione p̄cedit ābas illas etiā ibi ābas p̄cedat ⁊ ſi ſeq̃tur etiā ibi ſequat̃ ⁊ ſi ſe
q̃tur ꝓportionē l ad m ⁊ p̄cedat ꝓportionē m ad n ita ⁊ ibi fiat ⁊ hoc faciā ordinatum in hijs terminis
l m n o tunc ex p̄cedēti l ad o erit q̃ e ad h ꝯtinuo inſuꝑ d ꝓportionē illis trib⁹ eo mō quo in ſcda ꝯti
nuatione occurrit quo ad p̄oritatē ⁊ poſterioritatē tunc ex correlario p̄cedētis ꝓportio extremoꝝ ta
lis ꝯtinuationis erit eadē q̃ extremoꝝ ꝯtinuationis vbi illa ꝯtinuaretur illis taliter q fieret vltima ꝯ
tinueretur ſꝫ ex vna pte illis trib⁹ ita q fiat vltima ⁊ ille tres maneāt eodē mō quo ad ordinē ⁊ hoc ſi
at in hijs terminis ordiatis p q r ſ t erit tūc p ad ſ q̃ l ad o q̃re ⁊ q̃ e ad h ⁊ ſ ad t erit d ꝓportio q̃re ⁊ q̃
h ad k ergo ꝑ equā ꝓportionalitatē directā p ad t erit que e ad k ⁊ ꝯtinuetur ex alia pte d alijs trib⁹
eo mō quo in ſcda ꝯtinuatione in hijs nūeris a b c d ⁊ ꝫ erūt tūc a ⁊ ꝫ extrema ſcde ꝯtinuatiōis i foꝛa
q: ex ſuppoſitis i hijs quinq; vltimis ordinatim eod̕ mō ꝯtinuabunt̃ ille ſicut in ſcda ꝯtinuatione cuꝫ
igitur ꝓbatum ſit a ad ꝫ eādem eſſe proportionem que p ad t erit ex ꝯñtis ad ꝫ extremorum ſcde con
tinuationis que e ad k extremorum prime quod eſt propoſitum. Et ſi plures fuerint cōſimili modo ꝓ
cedatur ad oſtendendum propoſitum. Idem eñ erit vtrobiq; modus probādi.

Co. ¶ Ex hac ꝯſtat qualiter vnaqueq; ꝓportio adequate diuiſibilis in aliquas debeat in illas diuidi ſiue
loquamur de diuiſione ꝓprie dicta ſiue de diuiſiōe ꝯmuniter ſūpta. Nā ſi aliqua poſſit in aliquas ade
quate diuidi illis ꝯtinuatis ꝓprie aut improprie qualitercūq; libeat ex pñti inter extrema talis conti
nuationis erit illa ꝓportio ex quo illis aliquo mō ꝯtinuatis ex illis adequate ꝓprie vt improprie ꝯpo
ponetur capta igit̃ quacūq; illarū ſeorſū inter extrema inuēta in tali ꝯtinuatione inter q̃ reperiet̃ erit
illa adequate diuiſa in illas eo modo quo poteſt in aliquas diuidi.

23 ¶ Si prima proportio addat ſupra ſecundam tm̄ q̃tum tertia ſupra quartam erit compoſita ex pri
ma ⁊ quarta equalis compoſite ex ſecunda ⁊ tertia.

¶ Sit e ꝓportio quã a prima addit ſupra b ſcđam ſimiliter ⁊ c tertia ſupra d quartã. ita vt a adequate ꝯponatur ex e ⁊ b ⁊ c adequate ex e ⁊ d ꝯſtat tunc oẽs iſtas eſſe eiuſdẽ rõnis qꝛ nulla addit aliquaȝ ꝓportionem ſupra aliam niſi ille ſint eiuſdem rõnis ꝓut ex expoſitione p̃me diffinitionis apparet. Dico igitur ꝙ ꝓportio adequate ꝯpoſita ex a ⁊ d eſt equalis adequate ꝯpoſite ex b ⁊ c ꝯtinuo em̃ e b ⁊ d ꝓportiones in hijs nũeris f g h k ita ꝙ f ad g ſit e ꝓportio ⁊ g ad h ſit b ⁊ h ad k ſit d ꝯſtat tunc ꝙ ꝓportio f ad h adequate ꝯponitur ex e ⁊ b ⁊ ꝑ ꝯñs eſt equalis a ⁊ cum tota ꝓportio f ad k adequate ꝯponatur ex ꝓportionibus f ad h ⁊ h ad k illa tota adequate ꝯponetur ex a ⁊ d ꝓportionibus. cõtinuo inſuper b e ⁊ d ꝓportiones in hijs l m n o ita ꝙ l ad m ſit b ꝓportio ⁊ m ad n ſit e ⁊ n ad o ſit d tunc proportio m ad o adequate ꝯponetur ex e ⁊ d ⁊ ꝑ ꝯñs erit equalis c ⁊ cũ ꝓportio l ad o adequate ꝯponatur ex ꝓportionibus l ad m ⁊ m ad o illa adequate ꝯponet̃ ex b ⁊ c ꝓportionib⁹ Mo igit̃ f ad g eſt ea ꝓportio que m ad n puta e ⁊ g ad h que l ad m puta b ꝑ equã ꝓportionalitatem indirectaȝ l ad n eſt que f ad h ⁊ qꝛ h ad k eſt que n ad o puta d ꝑ equã proportionalitatẽ directã ꝓportio f ad k adequate ꝯpoſita ex a ⁊ d proportionibus eſt que l ad o adequate compoſita ex b ⁊ c quod eſt propoſitum.

Co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ ſi prima proportio addat ſupra ſcđam tm̃ quantum ſcđa ſupra tertiã erit ꝯpoſita ex p̃ma ⁊ tertia equalis ꝯpoſite ex duabus equalibus ſcđe. ¶ Nã tũc ille oẽs erũt eiuſdẽ rõnis. retẽta igit̃ p̃ma ꝓ p̃ma ⁊ tertia effecta quarta ⁊ ſcđa ſũpta bis puta loco ſcđe ⁊ t̃tie. Eadẽ eſt demõſtratio huius ſicut preſentis. Et ex conſequenti ſi fuerint due ꝓportiones inequales eiuſdem rationis ⁊ medietas exceſſus vnius ſupra alteram addatur alteri ille efficiẽtur equales. Quia per. 22. ſuppoſitionem ille ambe efficientur equalis medie per equalem diſtantiam inter illas.

24. ¶ Si prima ꝓportio maiorẽ ꝓportionem addat ſupra ſcđaȝ ꝙ̃ tertia ſupra quartam ⁊ p̃ma ⁊ quarta ꝯtinuẽtur ſimiliter ⁊ ſcđa ⁊ tertia maior erit ꝓportio p̃mi extremi ad vltimum ꝯtinuationis p̃me et quarte ꝙ̃ p̃mi ad vltimum continuatiõis ſecunde ⁊ tertie. Et ſi minorem addat erit minor.

¶ Primum extremũ ꝯtinuationis aliquarũ ꝓportionum voco añs illius que capitur ꝓ prima in tali ꝯtinuatione. Et vltimũ extremũ quod capit̃ pro ꝯñte illius ꝙ capitur ꝓ vltima. Sit igit̃ e proportio quã a prima addat ſupra b ſcđam maior ꝓportione ꝙ̃ c tertia addat ſupra d quartã ꝯſtat tunc a e ⁊ b ꝓportiones eſſe eiuſdẽ rõnis inter ſe ⁊ a adequate ꝯponi ex b ⁊ e ⁊ ſimiliter c f ⁊ d erũt eiuſdem rationis inter ſe ⁊ c adequate reſultabit ex d ⁊ f ꝯtinuo ergo e b ⁊ d in hijs nũeris g h k l ita vt g ad h ſit e proportio ⁊ h ad k ſit b ⁊ k ad l ſit d ꝯſtat tũc ꝓportionem g ad k eſſe a proportionẽ quare a ⁊ d erũt ordinatim in hijs ꝯtinuate g k l ⁊ g erit primũ extremũ talis ꝯtinuationis ⁊ l vltimũ ꝯtinuo inſuper b f ⁊ d in hijs m n o p ita ꝙ m ad n ſit b ꝓportio ⁊ n ad o ſit f ⁊ o ad p ſit d ꝯſtat tunc proportionẽ n ad p eſſe c ꝓportionem ⁊ ꝑ ꝯñs b ⁊ c ꝓportiones erunt ordinatim ꝯtinuate in hijs m n p ⁊ m erit primum extremũ ꝯtinuationis ⁊ p vltimum. Dico igit̃ ꝙ g ad l eſt maior ꝓportio ꝙ̃ m ad p. Nã ex ypotheſi g ad h maior eſt ꝙ̃ n ad o ⁊ h ad k ꝙ m ad n ꝑ ꝑ. 13. ſcđi g ad k maior eſt ꝙ̃ m ad o cũ igit̃ k ad l ſit ꝙ o ad p ꝑ. 12. ſcđi g ad l maior eſt ꝙ̃ m ad p quod eſt propoſitũ. Et ſi aliquo alio modo velis ꝯtinuare p̃maȝ ꝓportionem cũ quarta aut ſcđam cum tertia ꝯſimili modo ꝯſtat ꝓpoſitũ qꝛ ꝑ. 20. hui⁹ ꝯtinuo redibit eadẽ ꝓportio extremorũ ꝯtinuationis p̃me ⁊ quarte ſimilit̃ ⁊ eadẽ ꝯtinuatiõis extremoȝ ſcđe ⁊ t̃tie

1.co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ ſi prima ꝓportio addat ſupra ſecundã maiorẽ proportionem ꝙ̃ ſcđa ſupra tertiaȝ ⁊ ꝯtinuẽtur p̃ma ⁊ tertia ſimiliter ⁊ due equales ſcđe ꝯtinuentur maior erit ꝓportio p̃mi extremi ad vltimũ ꝯtinuationis p̃me ⁊ tertie ꝙ̃ p̃mi ad vltimũ ꝯtinuatiõis duaȝ equaliũ ſcđe Retẽta em̃ p̃ma ⁊ capta ſcđa bis puta ꝓ ſcđa ⁊ tertia ⁊ tertia facta quarta eadẽ eſt demõſtratio huius ſicut preſentis.

2.co ¶ Patet vltra ꝙ in caſu ꝓpoſitionis ſi ille oẽs quatuor ꝓpoſitiones ſint eiuſdẽ rõnis ꝯpoſita ex p̃ma ⁊ quarta maior erit ꝯpoſita ex ſcđa ⁊ tertia. Et in caſu p̃cedẽtis correlarij ſi ille oẽs fuerint maioris inequalitatis ꝯpoſita ex prima ⁊ tertia erit maior dupla ſcđe. Et ſi fuerint minoris inequalitatis ſaltem ꝯpoſita ex prima ⁊ tertia erit maior ꝯpoſita ex duabus equalibus ſecunde.

25 ¶ Si inequales proportiones eiuſdem rationis equalibus eiuſdem rationis cum ipſis continuentur erit compoſitarum eadem differentia que additarum.

¶ Sint a ⁊ b due proportiones inequales eiuſdẽ rõnis ⁊ e ſit ꝓportio quã a addit ſupra b ⁊ ſint c ⁊ d equales ⁊ eiuſdẽ rõnis cũ alijs ⁊ ꝯtinuẽtur e b ⁊ e in hijs nũeris f g h k. Ita ꝙ f ad g ſit e ꝓportio et g ad h ſit b ⁊ h ad k ſit c ꝯſtat tunc ꝓportionẽ g ad k adequate ꝯponi ex b ⁊ c ⁊ ex pñti ꝓportio f ad k adequate ꝯponetur ex illa ꝯpoſita ⁊ ex e ⁊ ꝑ ꝯñs ſupra illã addet e proportionẽ ꝯſtat inſuper ꝙ proportio f ad h eſt a proportio quare ꝓportio f ad k adequate ꝯponet̃ ex a ⁊ c ꝓportionib⁹ dico igitur ꝙ exceſſ⁹ proportionis f ad k adequate ꝯpoſite ex a ⁊ e ſupra ꝯpoſitã ex b ⁊ d eſt e exceſſ⁹ a ſupra b qꝛ exceſſus ꝓportionis f ad k ſupra proportionẽ g ad k ꝯpoſitã ex b ⁊ c eſt e cum igitur ꝯpoſita ex b ⁊ c ꝑ. 17. ſuppoſitioneȝ ſcđi ſit equalis ꝯpoſite ex b ⁊ d erit exceſſus proportiõis f ad k ſupra ꝯpoſitã ex b ⁊ d proportio e quod eſt propoſitum. Et ſi aliquo alio modo continuarẽtur cum cõtinuo redeat eadeȝ proportio extremorum talis continuationis conſimiliter conſtat propoſitum.

1.co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ ſi ab inequalibus ꝓportionibus eiuſdẽ rõnis equales ꝑtes auferãtur erit remanentiũ eadẽ dr̃a ꝙ ꝯpoſitarũ ex illis ⁊ ex ablatis ¶ Nã dato hui⁹ oppoſito ſi ille ablate cũ illis remanentibus ꝯtinuẽtur vt prius poſtꝗ ille omnes erunt eiuſdem rationis prout ex expoſitionibus diffinitionum apparet ſtatim ſequeretur oppoſitum preſentis.

2.co ¶ Ex hijs vltimis trib⁹ ꝯclõib⁹ ꝯſtat ꝙ ſi ĩ ipſis loq̃remur de additione ꝯpoſitiõe et ſubſtractione ꝓprie dictis eo mõ ꝙ antiq loquti ſũt ita vt ꝓportio aliq̃ poſſit addi alti alti⁹ rõis aut ab ea ſubſtrahi aut ex illa ꝯponi adhuc iſte ꝯclõnes cũ ſuis correlarijs ꝟũ hñt. Et eedẽ ſũt demonſtrationes ymmo ⁊ tres ſequẽtes ſimili mõ loquẽdo ꝟum haberent. Et ſimiles eſſent demonſtrationes.

26 ¶ Si prima ꝓportio fuerit maior ſecunda ⁊ tertia fuerit maior quarta vel illi equalis ⁊ prima ⁊ ter

tis continuentur ſimiliter ⁊ ſecunda ⁊ quarta erit primi extremi ad vltimum continuationis prime et tertie maior proportio ꝙ primi ad vltimum continuationis ſecunde ⁊ quarte.

¶ Quod hec ꝓponit vbi prima ⁊ tertia eſſent eiuſdē rōnis inter ſe ⁊ ſcḋa ⁊ quarta ex.18.ſuppoſitione ſcḋi ꝯſtaret. Sed qꝛ nō apparet ex illo in alijs hoc vniuerſaliter demōſtrabo. Sint igitur a prima ꝓportio maior b ſcḋa ⁊ c tertia maior d quarta vel illi equalis cōtinuate in hijs terminis e f g ita ꝙ e ad f ſit a ꝓportio ⁊ f ad g ſit c ⁊ b ⁊ d ſint ꝯtinuate in hijs h k l ita ꝙ h ad k ſit b proportio ⁊ k ad l ſit d ꝓportio. Tunc dico ꝙ e ad g maior eſt ꝓportio ꝙ h ad l. Quia ex ypotheſi e ad f maior eſt ꝙ h ad k ⁊ f ad g maior ꝙ k ad l vel illi equalis ergo per.23.ſcḋi maior eſt e ad g ꝙ h ad l quod eſt propoſitum. Et ſi aliquo alio ordine ꝯtinuentur prima ⁊ tertia aut ſecunda ⁊ quarta ꝯſimiliter conſtat ꝓpoſitum.

27 ¶ Si ab equalibus proportionibus auferantur partes inequales erit differentia partium remanentium equalis differentie partium ablatarum.

¶ Sit a b ꝓportio equalis c d ⁊ a b adequate ꝯponatur ex a ⁊ ex b ⁊ c d ex c ⁊ d ꝯſtat tunc illas oēs eſſe eiuſdē rationis ſit ergo a inequalis c ⁊ addat ſupra c f ꝓportionē ⁊ auferatur a ex a b ⁊ c ex c d Dico tunc ꝙ dr̄a d ad b eſt etiā f. Quia d addet tunc aliquā ꝓportionē ſupra b aliās cū tota a b nō eſſet equalis c d ex quo tūc b eſſet equalis d vel aderet aliquā ſupra d ⁊ a addit etiā aliquā ſupra c ſi igitur f ꝓportio ſit maior illa quā d addit ſupra b faciam a ꝑmam c ſcḋam d tertiā ⁊ b quartam ⁊ tūc ex ſcḋo correlario.24.huius tota a b erit maior tota c d ⁊ ſi f ſit minor illa quam d addit ſupra b proportionabiliter ex eodē correlario ꝯcludes totā c d eſſe maiorē tota a b qḋ etiam repugnat ypotheſi.

28 ¶ Si fuerint due ꝓportiones inequalitatis equales ⁊ vna ps vnius ab vna earum auferatur ⁊ alteri addatur erit illa pars medietas differentie illarum que reſultabunt.

¶ Sint a ⁊ b due ꝓportiones inequalitatis equales ⁊ a adequate componatur ex c ⁊ d conſtat tunc b etiam adequate ꝯponi ex c ⁊ d ꝯſtat inſup illas oēs eſſe eiuſdē rationis auferatur ergo c ex a ⁊ addatur b. Tūc dico ꝙ c eſt medietas differētie totius c b ad d. Nā ex quo b adequate reſultat ex c ⁊ d tota c b adequate componetur ex duabus c ⁊ ex d quare addet ſupra d duas ꝓportiones equales c/ cum igitur c ſit medietas talium duarum conſtat propoſitum.

1.co. ¶ Ex preſenti ꝯſtat ꝙ ſi fuerint due proportiones maioris inequalitatis inequales ⁊ minor pars ꝙ medietas exceſſus maioris ſupra minorē auferatur a maiori ⁊ addatur minori qḋ remanebit ex maiori erit maior proportio ꝙ alia que fiet ex minori cum illo addito ſibi ⁊ erit earum differentia minor ꝙ prius. ¶ Primum patꝫ ſint a minor ⁊ a b maior due proportiones maioris inequalitatis ⁊ b earū differentia ⁊ ſit c pars b maior medietate b ⁊ d reſidua pars eius ⁊ addo c ipſi a ⁊ auferam c ex a b conſtat tunc ꝙ ex a b remanebit proportio compoſita ex d ⁊ a cū igitur d ſit maior c per.18.ſuppoſitiōem ſecundi compoſita ex d ⁊ a erit maior compoſita ex c ⁊ a vnde conſtat primum. Secundū patet quia per.25.huius differentia totius d a ad totam c a erit differentia d ad c que minor eſt d ⁊ ex ꝯſequenti ꝙ b vnde conſtat ſecundū. Et ex ꝯſequenti ſi fuerint due proportiones minoris inequalitatis inequales ⁊ maior pars ꝙ medietas illius quā minor addit ſupra maiorem auferatur ex minori et addatur maiori adhuc que remanebit ex minori erit minor alia ⁊ earū differentia erit maior ꝙ prius. Hoc euidentiſſime ꝯſtat ex duabus partibus preſentis correlarij cum adiutorio.20.huius ⁊ demonſtrabitur de ꝓportionibꝰ oppoſito mō ſūptis inter terminos illarū de quibꝰ demōſtrātur ꝑtes pn̄tis correlarij. ¶ Patet vltra ꝙ ſi in caſu ꝓpoſitionis a ⁊ b ſint proportiones maioris inequalitatis c ꝓportio erit ſubdupla ad exceſſum c b ſupra d. Et ſi ſit minoris inequalitatis dupla.

29 ¶ Quacumqꝫ proportione maioris inequalitatis in numeris reperibili data contingit aliquam maioris inequalitatis in numeris reperire cuius dupla eſt illa minor ⁊ contingit etiam aliquam minorē ipſa in numeris reperire cuius dupla ſit illa maior.

¶ Sit a proportio maioris inequalitatis in nūeris reperibilis quecūqꝫ fuerit ⁊ ſint b nūerus maior ⁊ c minor eius termini. Et ſi dr̄a b ad c ſit maior vnitate capio numerū minorem b ſola vnitate ſit d. Et tūc dico ꝙ ꝓportio b ad d duplicata eſt minor a ⁊ ꝓportio c ad d duplicata eſt illa maior. Primū patꝫ quia ex quo b maior eſt d ⁊ d maior c ⁊ dr̄a d ad c maior dr̄a b ad d vel illi equalis ꝑ ꝑmū correlarium 28.ſcḋi maior erit ꝓportio d ad c ꝙ b ad d inuenio ergo ꝑ.9.ꝗrti tres terminos ꝯtinuo ꝓportionales ſcḋm ꝓportionem b ad d qui ſint ordinatim e f g erit tunc b ad d ea ꝓportio que e ad f ⁊ d ad c maior ꝙ f ad g quare ꝑ correlariū.12.ſcḋi ꝓportio b ad c maior eſt ꝙ ꝓportio e ad g cū igitur ꝑ.27.diffinitionem ſcḋi ꝓportio e ad g ſit dupla ad ꝓportionem e ad f ⁊ ex ꝯñti ad ꝓportionē b ad d ꝯſtat primū. Scḋm patꝫ inuenio ꝑ.9.quarti tres ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſcḋm ꝓportiōem d ad c qui ſint ordinatim h k l erit tunc h ad k maior ꝓportio ꝙ b ad d ⁊ k ad l ea ꝗ d ad c ergo ꝑ.12.ſcḋi h ad l eſt maior ꝓportio ꝙ b ad c cum igitur ex.27.diffinitione ſcḋi proportio h ad l ſit dupla ad ꝓportionē h ad k ⁊ ex ꝯñti ad proportionem d ad c ꝯſtat ſcḋm. Si autē dr̄a b ad c fuerit vnitas duco aliquē numerū maiorem vnitate in illos ambos ⁊ ꝓueniant d maior ⁊ e minor tunc ex.33.dignitate adiuuāte.19.ꝑmi dr̄a d ad e erit equalis illi multiplicato ⁊ ꝑ ꝯñs maior vnitate quo habito probetur ꝓpoſitū in illis.

1.co. ¶ Ex pn̄ti ꝯſtat ꝙ quelibet ꝓportio maioris inequalitatis adequate ꝯpoſita ex duabꝰ inequalibꝰ nō communicantibus eſt maior ꝙ dupla ad minorem illarum ⁊ minor ꝙ dupla ad maiorem. ¶ Datis enī talibus partibus eodem modo omnino concludes propoſitum ſicut in preſenti oſtenſum eſt ꝓportionem b ad c eſſe maiorem dupla ꝓportionis b ad d ⁊ minorē dupla proportionis d ad c.

2.co. ¶ Patet vltra ꝙ quacumqꝫ ꝓportione maioris inequalitatis in numeris reperibili data ꝯtingit aliquā maioris inequalitatis in nūeris reperire cuius tripla ſit illa minor ⁊ aliquā cuius ꝗdrupla eſt illa minor ⁊ ſic in infinitum de quocūqꝫ multiplici. ¶ Quia quacūqꝫ tali data inueniatur aliqua maioris inequalitatis ꝑ pn̄tē cuius dupla ſit illa minor ⁊ vltra inueniatur alia ita ſe hn̄s in ordine ad illā inuē-

tam ⁊ ita deinceps ⁊ tunc ꝯſtabit tibi ꝓpoſitum.

30 ¶ Quacumqꝫ ꝓportio minoris inequalitatis in numeris reperibili data ꝯtingit aliquã minoris inequalitatis in numeris reperire cuius dupla ſit illa minor. Similiter ⁊ aliquam minorem ipſa contingit in numeris reperire cuius dupla ſit illa maior.

¶ Primum patꝫ ſit a data ꝓportio minoris inequalitatis ⁊ ſit b ꝓportio maioris inequalitatis oppoſito mõ ſumpta inter terminos a ⁊ ſit c q̃cumqꝫ ꝓportio maioris inequalitatis maior b in nũeris reperta ⁊ d ſit dupla ad c ⁊ ſit e ꝓportio minoris inequalitatis oppoſito mõ ſumpta inter terminos c ⁊ f oppoſito mõ ſumpta inter terminos d. Tunc ſicut d ꝓportio eſt dupla c ita e erit dupla f. Nã alias captis tribus terminis ordinatim ꝯtinuo ꝓportionalibus ſcḋm e ꝓportionem accederet oppoſitum .27. diffinitionis ſcḋi ⁊ quia d ⁊ c ſũt maiores b ꝑ .7. ſcḋi e ⁊ f erunt minores a erit igit̃ f ꝓportio minoris inequalitatis cuius dupla vt puta e minor eſt a quod eſt ꝑmuꝫ. ¶ Scḋm patꝫ ſit a data ꝓportio minoris inequalitatis ⁊ b ꝓportio maioris inequalitatis oppoſito modo ſumpta inter terminos a ⁊ ſit c ꝓportio maioris inequalitatis inuenta ꝑ p̃cedenteꝫ minor b cuꝰ dupla q̃ ſit d ſit maior b ⁊ ſit e ꝓportio oppoſito modo ſũpta inter terminos c ⁊ f oppoſito modo ſumpta inter terminos d tunc ſicut d eſt dupla c ꝯſtat ſicut ſtatim e eſſe duplam ad f ⁊ ſicut c eſt minor b ⁊ d maior b ita ꝑ .7. ſcḋi f erit minor a et e maior a erit igitur f ꝓportio minor a cuius dupla vt puta e eſt maior a quod eſt ſcḋm.

Co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ omnis ꝓportio minoris inequalitatis adequate ꝯpoſita ex duabus inequalibꝰ nõ ꝯmunicantibꝰ eſt minor ꝙ̃ ſubdupla ad maiorem illaꝝ ⁊ maior ꝙ̃ ſubdupla ad minorem. Et ex ꝯñti q̃cumqꝫ ꝓportione minoris inequalitatis in nũeris reperibili data ꝯtingit aliquẽ reperire cuius tripla ſit illa minor ⁊ aliquã cuius quadrupla ſit illa minor ⁊ ſic in infinitũ. Hec ꝯſimiliter ex pñti deducunt̃ ſicut correlaria precedentis ex ipſa deducta ſunt.

31 ¶ Quacumqꝫ ꝓportione maioris inequalitatis in nũeris reperibili data ꝯtingit ipſã in duas ꝓportiones inequales in nũeris reperibiles adequate diuidere quaruꝫ differẽtia ſit data proportione maioris inequalitatis in numeris reperibili minor.

¶ Sit a talis ꝓportio diuidenda ⁊ ſit b data ꝓportio maioris inequalitatis ꝓpoſitumqꝫ ſit a diuidere in duas inequales in nũeris reperibiles quarum dr̃a ſit minor b ⁊ ſi b fuerit equalis a vel ea maior inuẽta ꝓportione maioris inequalitatis minori a ꝑ .29. huius cuꝰ dupla ſit minor aut maior a ⁊ a diuiſa in talẽ ⁊ reſiduã ptẽ ꝯſtabit tibi ꝓpoſitum. Si aũt b ſit minor a. Sit primo a multiplex b tũc ſi a habeat medietatẽ in numeris reperibilẽ ſit c eius medietas quã ꝯſtat eſſe maiorem b vel illi equalẽ inuenio ergo ꝑ .29. huius ꝓportionem maioris inequalitatis minorẽ b cuꝰ dupla ſit minor b ⁊ auffero illã ex vna medietate a ⁊ ex illa remaneat d ⁊ illã addo c ⁊ ſiat e ꝯſtat tũc ex .23. ſuppoſitione ſcḋi totam ꝯpoſitam ex d ⁊ e eſſe equalẽ ꝯpoſite ex duabus c ⁊ ꝑ ꝯñs ipſi a cuꝫ igit̃ ꝑ .28. huius dr̃a e ad d ſit dupla illiꝰ ꝓportionis addite c erit minor b diuiſa ergo a proportione in d ⁊ e ꝯſtabit ꝓpoſitum. Si aũt a nõ habeat medietatem in nũeris reperibilẽ numeret b ipſã a ꝑ e nõ erit tũc c diuiſibilis in duo equa qꝛ alias b ducta in medietatem illiꝰ ꝓduceret ꝓportionem ſubduplã ad a ⁊ illa in numeris inuenietur ſicut ⁊ b erit ergo c ꝑ correlariũ .17. tertij diuiſibilis in duas ptes ſola vnitate diſtantes quarum maior ſit d ⁊ minor ſit e duco ergo b in d ⁊ ſiat f ⁊ in e ⁊ ſiat g ꝯſtat tunc ꝙ f addet ſupra g ſemel b ⁊ ꝑ ſcḋm correlarium .14. ꝑmi ꝯpoſita ex f ⁊ g erit equalis a ⁊ ꝑ ꝯñs a poterit diuidi adequate in f ⁊ g quaruꝫ dr̃a erit b inuenio ergo ꝑ .29. huius ꝓportionem maioris inequalitatis minorẽ b cuꝰ dupla ſit minor b ⁊ eam auffero ex f ⁊ addo g tũc a erit equalis ꝯpoſite ex illis q̃ ſiẽt ⁊ ex ꝑmo correlario .28. huius ille que ſiẽt erũt inequales ⁊ earũ dr̃a erit minor b diuiſa ergo a ꝓportione in illas duas ptes ꝯſtat ꝓpoſitum. Sit ſecḋo ita ꝙ a nõ ſit multiplex b tunc ſit c minimus nũerus ꝑ quẽ b multiplicata ꝓducat d maiorem a ꝯſtat tunc ꝙ dr̃a d ad a eſt minor b quia ſit equalis b ex quo d eſt multiplex b erit a multiplex b vel illi equalis ⁊ ſi dr̃a d ad a ſit maior b, b multiplicata ꝑ minorẽ c vnitate ꝓducet maiorem a quod repugnat ypotheſi erit igit̃ illa dr̃a minor b q̃ ſit e. Si igit̃ d habeat medietatem in nũeris reperibilem auffero e ꝓportionem ex vna ſuarũ mediatum ꝯſtat tunc a eſſe equalẽ ꝯpoſite ex reſidua pte illiꝰ medietatis ⁊ ex altera medietate cũ igitur dr̃a illarũ duarum ptium ſit e minor b diuiſa a ꝓportione in illas ptes ꝯſtat ꝓpoſitũ. Et ſi d nõ habeat medietatẽ in nũeris reperibilẽ poterit adequate diuidi in duas ptes quarũ dr̃a erit b. Hoc eodem mõ ꝯſtat ſicut oñdebatur de a vbi ponebatur a eſſe multiplicem b ⁊ nõ hr̃e medietatẽ in numeris ſint igit̃ tales due ptes f maior ⁊ g minor ⁊ auffero e minoreꝫ b exceſſu f ſupra g ex f ⁊ remaneat h conſtat tunc a eſſe equaleꝫ compoſite ex g ⁊ h cum igitur h ſit maior g ⁊ exceſſꝰ eiꝰ ſupra g ſit mĩor b exceſſu f ſupra g diuiſa a ꝓportiõe adequate in g ⁊ h ꝯſtat ꝓpoſitũ.

32 ¶ Quãlibet ꝓportionem minoris inequalitatis in nũeris reperibilẽ ꝯtingit in duas inequales in numeris repibiles quaꝝ dr̃a ſit data ꝓportiõe mĩoris ĩeq̃litatꝭ in nũeris repibili maior adeq̃te diuidere.

¶ Hec ex p̃cedenti facile demonſtratur ſit em̃ a quecũqꝫ ꝓportio mĩoris inequalitatis in nũeris reperibilis ⁊ b ſit data ꝓportio minoris inequalitatis in nũeris reperibilis q̃cumqꝫ fuerit ꝓpoſitumqꝫ ſit a adequate diuidere in duas ꝓportiones inequales quarũ dr̃a ſit maior b ꝓportione quod ſi facile vis facere cape c ꝓportionem maioris inequalitatis ꝯpoſito mõ ſumptam in terminis a ⁊ d oppoſito mõ ſumptã in terminis b ⁊ ꝑ p̃cedentem diuide c adequate in duas inequales in nũeris reperibiles q̃ ſint e ⁊ f quarũ dr̃a ſit minor d que ſit g cape vltra duas ꝓportiones minoris ĩequalitatis oppoſito mõ ſũptas inter terminos e ⁊ f ꝯſtat tunc ꝙ a adequate ꝯponetur ex ipſis ipſa igitur diuiſa in illas habebis quod ꝑtendis qꝛ dr̃a illarũ erit ꝓportio oppoſito modo ſumpta inter terminos g que ſit l qꝛ ex quo d ꝓportio maioris inequalitatis maior eſt g ꝓportione maioris inequalitatis ꝑ .7. ſcḋi l ꝓportio minoris inequalitatis oppoſito modo ſũpta inter terminos g erit maior b ꝓportione oppoſito modo ſũpta int̃ t̃minos d. Hec oĩa q̃ aſſumunt̃ ex dictis in expoſitionibꝰ diffinitionũ ſcḋi notiſſĩa euadũt.

33 ¶ Quācūq ꝓportiōe maioris inequalitatis in numeris reperibili data quālibet maiorem ipſa in nu
meris reperibilē ↄtingit in duas inequales in nūeris reperibiles adequate diuidere quarū differen
tia ſit illa proportione data maior.
¶ Sit b data ꝓportio maioris inequalitatis in nūeris reperibilis ⁊ ſit a ꝓportio ī nūeris reperibilis
maior b quam ↄſtat eſſe maioris inequalitatis ⁊ ſit e exceſſus a ſupra b cōſtat etiā c eſſe ꝓportionem
maioris inequalitatis propoſitū ergo ſit a adequate diuidere in duas ꝓportiones inequales quarū
dr̄a ſit maior b ad quod faciendū diuido c ꝑ añprecedentē in duas ptes inequales adequate in d ma
iorem ⁊ e minorē ⁊ addo d ipſi b ↄſtat tunc ↄpoſitam ex toto d b ⁊ ex e eſſe equalem a ⁊ differentiā to
tius d b ad e eſſe maiorē b quia ſi ſit equalis b tunc d eſſet equalis e ⁊ ſi ſit minor b: d eſſet minor e quo
rum vtrumq repugnat ypotheſi erit ergo dr̄a d b ad e maior b diuiſa ergo a ꝓportione in totam d b/
et in e factum erit propoſitum.
34 ¶ Quacūq ꝓportione minoris inequalitatis in nūeris reperibili data quālibet minoris inequalita
tis in nūeris reperibilē minorē ipſa ↄtingit adequate in duas ꝓportiones inequales in nūeris reperi
biles diuidere quarum differentia ſit illa data proportione minoris inequalitatis minor.
¶ Hec ↄſimiliter omnino ex demōſtratione p̄cedentis ↄcludi pōt ſicut añprecedens ex .31. hui⁹ con
cludebatur. ¶ Pro hijs tñ aduerte ꝙ nulla ꝓportio maioris inequalitatis pōt taliter ī duas inequa
les adequate diuidi ꝙ quacumq ꝓportione data dr̄a illarū in quas diuiditur ſit illa minor nec taliter
ꝙ quacūq ꝓportione data dr̄a illarū in quas diuidetur ſit illa data maior. Primū patz vbi data pro
portio eſſet minoris inequalitatis. Scdm ptz vbi data ꝓportio eſſet maior illa diuidēda. ¶ Et ↄſi
ſi nulla ꝓportio minoris inequalitatis poterit in duas inequales taliter adequate diuidi ꝙ quacumq
ꝓportione data dr̄a illarū in quas diuidetur ſit illa maior nec taliter ꝙ quacūq ꝓportione data dr̄a
illarum ſit illa minor. Primū patz vbi data ꝓportio eſſet maioris inequalitatis. Et ſcdm ptz vbi da
ta ꝓportio eſſet minoris inequalitatis minor illa diuidenda. Hec oīa ex fundamēto modi dicēdi quem
inſequimur notiſſima ſūt ⁊ ꝓpterea ſic poſite ſunt iſte quotuor vltime concluſiones.
35 ¶ Quibuſcumq duabus ꝓportionib⁹ inequalibus in nūeris reperibilib⁹ datis ↄtingit tertiā in nūe
ris reperire cuius dupla ſit minor maiori ⁊ maior minori illarum.
¶ Hoc vbi illarū duarū vna eſſet maioris inequalitatis ⁊ altera minoris manifeſte ↄſtat inuēta per
29. huius ꝓportione maioris inequalitatis cuius dupla ſit minor illa maioris inequalitatis q2 illa du
pla erit maior illa minoris inequalitatis ꝗ eſt minor illarū duarū ⁊ minor alia. Supeſt ergo illud oſde
re vbi ambe eſſent maioris ineq̄litatis vl' ambe minoris inequalitatis. ¶ Sint igitur a ꝓportio maior
⁊ b minor due ꝓportiones maioris inequalitatis in nūeris reperibiles ⁊ dr̄a a ad b ſit c ꝓpoſitumq
ſit tertiā reperire in nūeris cui⁹ dupla ſit minor a ⁊ maior b ⁊ imp̄mis ſi c ſit maior b dupla b erit quā
querim⁹ q2 ꝑ primū correlarium .29. huius illa erit minor a ⁊ notū eſt ipſam eſſe maiorē b. Si aūt c ſit
equalis b diuido b ꝑ .31. huius adequate in d ptem maiorē ⁊ e minorem ⁊ ſit f dupla d quam dico eſſe
queſitam q2 ꝑ primū correlarium .29. huius illa eſt maior b ⁊ notū eſt illā eſſe minorē a ex quo medie
tas eius eſt minor medietate a. Si aūt c ſit minor b tunc ſi dupla c ſit maior b illa erit q̄ſita quia ꝑ pri
mū correlariū .29. h⁹ illa dupla erit minor a. Si aūt dupla c ſit equalis b vel ea minor diuido ꝑ .31. hu
ius b in duas ꝓportiones inequales adequate vt puta in d maiorē ⁊ e minorem quarū dr̄a ſit f minor
c ⁊ ſit g dupla d ↄſtat tunc g adequate componi ex d ⁊ ex e ⁊ ex f ⁊ ꝑ ↄñs adequate ex b ⁊ ex f minori
c dico igit̄ d eſſe ꝓportionem quā q̄rimus quia g dupla d ꝓbata eſt adequate ↄponi ex b ⁊ f cū igitur
a adequate ↄponatur ex b ⁊ ex c maiori f ꝑ .18. ſuppoſitionē ſcdi a eſt maior g ⁊ q2 ꝑ primū correlariū
29. huius g eſt maior b ↄſtat ꝓpoſitū ptz igit̄ ꝓpoſitū vbi ābe ille eſſent maioris ineq̄litatis. ¶ Sed
vbi ambe eſſent minoris inequalitatis facile pōt ex hoc ↄſtare ꝓpoſitum. Sint em̄ a maior ꝓportio ⁊
b minor due minoris inequalitatis ⁊ c oppoſito mō ſumpta inter terminos a ⁊ d oppoſito mō ſumpta
inter terminos b ↄſtat tunc c ⁊ d eſſe ꝓportiones maioris inequalitatis ⁊ ex .7. ſcdi d erit maior c ſit
ergo e inuēta ꝑ ſtatim demōſtratum cui⁹ dupla ꝗ ſit f ſit maior c ⁊ minor d ⁊ ſit g oppoſito mō ſumpta
inter terminos f ⁊ ſit h ꝑ ſcdm correlariū .9. quarti inuenta ſubdupla g. Dico ergo h eſſe ꝓportionē
queſitā q2 ex quo f eſt maior c ꝑ .7. ſcdi g dupla h oppoſito modo ſūpta inter terminos f erit minor a
oppoſito mō ſumpta inter terminos c ⁊ ꝑ idē g dupla h erit maior b ↄſtat igitur totum ꝓpoſitum.
¶ Quinti elementorum arithmetice Gaſparis Lax finis.

¶ Sexti elementorū arithmetices Gaſparis Lax.

¶ Diffinitiones.

1 Latus numeri dicit̄ ex cuius multiplicatione
per aliquem numerum numerus ille producitur.
2. ¶ Latera autem numeri dicuntur ex quorum multiplicatione per ſeipſa
talis numerus producitur.
3. ¶ Numerus ſuperficialis eſt numerus duobus lateribus contentus.
4 ¶ Numerus autem ſolidus eſt numerus tribus lateribus contentus ex
quorum continua multiplicatione procreatur.
5 ¶ Nūerus quadrat⁹ eſt nūerus ſuperficialis duob⁹ equis laterib⁹ ↄtēt⁹.
Vel ſic ⁊ clari⁹: nūerus quadrat⁹ eſt nūer⁹ ꝗ ſit ex ductu alicui⁹ in ſeipm̄.
6 ¶ Numerus altera pte longior eſt nūerus ſupficialis duob⁹ laterib⁹ ine
qualibus ſola vnitate diſtātib⁹ ↄtētus. Vel ſic ⁊ clarius numerus altera

parte longior eſt numerus qui ſit ex ductu duorum numeroꝝ quorum dr̃a eſt vnitas vnius in alterũ.

7. ¶ Numerus cubus eſt numerus ſollidus tribus equis lateribus contentus. Uel ſic ꝛ clarius numerus cubus eſt qui ſit ex ductu alicuius numeri in ſuum quadratum.

8. ¶ Similes autem numeri ſiue ſollidi ſiue ſuperficiales dicuntur quorum latera ſunt proportionalia.

¶ Circa primã diffinitionem eſt aduertendũ ꝙ vnitas ſolet poni nũerus quadratus ſimiliter ꝛ nũerus cub⁹ hoc eñ ex primis duab⁹ ꝯcluſionibus ſexti arithmetices iordani ꝯcluditur alias eñ ille due falſe eſſent ſicut manifeſte ꝯſtat ſi eñ capiãtur tres nũeri ꝓportionales ꝯtinuo ſcḋm duplam ꝓportionem aut quatuor neceſſariũ eſt vt alterũ duorũ extremorum ſit vnitas ꝑut ex multis ꝯcluſionibus tertij apparet ꝛ etiã dato oppoſito due ꝯcluſionibus allegate eſſent falſe q̃r oporteret ꝙ binari⁹ eſſet alter extremorũ q̃ non eſt quadrat⁹ nec cubus quare ambe ille eſſent falſe opꝫ igitur ꝙ vnitas ſit alter extremorũ ſi ergo vnitas nõ dicatur nũerus quadratus ꝓma illarũ erit manifeſte falſa ꝛ ſi non ſit cubus vltima earum foret falſa debet ergo eſſe nũerus quadratus ꝛ debet eſſe cub⁹. Idem põt elici ex .20. ꝛ tribus alijs ſequẽtibus octaui Euclidis alias eñ ille nõ haberent verũ ſaltẽ ſcḋm ꝙ ſonãt lrã tñ verum eſt ꝙ poſſent ꝯcluſiones aliquo mõ ſaluari eſto ꝙ vnitas nõ poneretur numer⁹ quadratus aut cubus ponẽdo ergo ipſã vnitatem eſſe numerũ quadratũ ꝛ cubum opꝫ ꝙ habeat latus ymo ꝛ latera ꝑut ex ſequẽtibus diffinitionib⁹ apparebit ꝛ cũ nõ poſſit eſſe aliquod latus vnitatis niſi vnitas ipſamet erit latus ſuiipſi⁹ ꝛ q̃libet vnitas cuiuſlibet vnitatis eſſet latus ꝛ ꝑ idem q̃libet numer⁹ eſſet latus ſuiipſius ꝛ vnitas eſſet latus cuiuſlibꝫ numeri vnde ad hoc ꝙ aliquis nũerus eſſet latus alicui⁹ ſatis eſſet ꝙ nũeraret illum. Aliqui tñ dicunt ꝙ vnitas ſolũ dr̃ quadratus aut cub⁹ potẽtialiter eñ ꝛ ꝙ eſt omnis nũerus potẽtialiter ſed tũc oporteret ꝯcedere ꝙ eſſet altera ꝑte longior ꝛ nũerus par ꝛ ꝑfectus ꝛ ꝯpoſitus ꝛ abundãs eo mõ quo ipſi ꝯcedunt ꝙ eſt quadratus aut cubus ꝙ non videtur verum ſecundum dicta doctorum propterea non eſt curandum de hoc.

¶ Circa ſecundam diffinitionẽ eſt aduertẽdũ ꝙ multi ſũt numeri q̃ ꝓducũtur ex multiplicatione vnius ꝑ alterum ꝛ ꝓducũtur etiã ex multiplicatione aliorum vnius ꝑ alterum ꝛ in talibus diuerſimode poſſunt latera ſumi vnde nũer⁹ .12. creſcit ex multiplicatione ternarij ꝑ quaternariũ ꝛ ex multiplicatione ſenarij ꝑ binarium quare .4. ꝛ .3. ex vna ꝑte ſunt ei⁹ latera ꝛ ex alia nũerus binari⁹ ꝛ nũerus ſenarius. Propter tñ ea q̃ ꝯmuniter ſolent in hijs materijs ꝯcedi eſto ꝙ nũerus ſenarius ſit vnũ latus numeri .12. ꝛ nũerus ternarius ſit aliud lat⁹ eiuſdẽ nõ debet ꝯcedi ꝙ nũerus ſenarius ꝛ nũerus ternarius ſint latera nũeri duodenarij q̃r tunc oporteret ꝯcedere ꝙ nũerus .8. ꝛ nũerus .12. eſſẽt ſimiles ſuꝑficiales q̃d manifeſte falſũ eſt q̃r ſicut ex vna ꝯcluſione in ſequẽtibus apparebit tunc ex ductu vnius in alterum deberet produci nũerus quadrat⁹. Propter hoc ergo addita eſt illa ꝑticula in illa diffinitione ſcꝫ per ſeipſa. Si tamẽ oppoſito modo vellet quis dicere poteſt quia hec difficultas ad nomen conſiſtit ſed oporteret tunc ſane intelligere multa que in hac materia dicuntur.

¶ Circa tertiã diffinitionem eſt aduertendũ ꝙ numerum aliquẽ duobus laterib⁹ ꝯtineri nichil aliud eſt q̃ numerũ ꝓduci ex multiplicatione alicui⁹ ꝑ aliquẽ ꝛ ideo ly numer⁹ ꝓductus ꝛ ly numerus ſuꝑficialis eſſent termini ꝯuertibiles vñ q̃libet numerus eſt ꝓductus ꝛ quilibet eſt ſuperficialis tenendo vnitatem eſſe ſuperficialem. Tunc diffinitio eſt manifeſta.

¶ Circa quartã diffinitionẽ aduertendũ eſt ꝙ ſicut duo nũeri poſſunt multiplicari vn⁹ per alterũ ita imaginẽtur arithmetici ſpeculatiui tres nũeros ꝑ ſe poſſe multiplicari ſic ut ſi dixero bis ter quater ꝛ aliquis numerus etiam poteſt multiplicari ꝑ ſeipſum bis ſicut ſi dixero bis bis duo ſimiliter ter ter tria. Et ꝑ illo eſt intelligendũ ꝙ q̃uis numer⁹ ꝑ aliqueꝫ multiplicari dicatur ex eo q̃r totiens ſibi coacervatur quotiẽs in multiplicãte eſt vnitas non tñ ideo tres nũeri ꝑ ſeipſos dicuntur multiplicari q̃r aliquis eoꝝ totiens ſibi coacervatur quotiẽs in aggregato ex alijs eſt vnitas ſed ideo q̃r eorũ aliquis totiens ſibi coacervatur quotiens in ꝓducto ex alijs eſt vnitas ꝛ ꝑ idem nõ dicetur aliquis numerus bis multiplicari ꝑ ſeipſũ q̃r totiens ſibi coacervatur quotiẽs in ipſo bis ſũpto eſt vnitas ſed quia totiens ſibi coacervat̃ quotiens eſt vnitas in ꝓducto ex ipſo in ſe ꝓpterea idẽ eſt numerũ aliquem ex multiplicatione triũ numerorũ ꝓcreari ꝛ ipſum ex multiplicatiõe alicui⁹ ꝑ productũ ex alijs duobus ꝓcreari ꝛ ꝓpterea clarius diffinitio iſto modo daretur. Numer⁹ ſollidus eſt nũerus ꝓduct⁹ ex multiplicatione alicuius nũeri ꝑ productũ ex multiplicatione aliquorũ duorum. Eſt vltra aduertendũ ꝙ tenendo vnitatem numerũ ſollidum quilibet nũerus debet teneri ſollid⁹. Eſt vltra aduertendũ ꝙ numerus ſollidus vt ſollid⁹ hꝫ tria latera ꝛ ſũt illa ex quoꝝ multiplicatione vni⁹ ꝑ productũ ex alijs producitur. Hoc tñ non obſtãte quilibet numer⁹ ſollid⁹ eſt ſuꝑficialis ymo ꝛ quodlibet latus ſollidi ſcḋꝫ ꝙ ſollidus eſt latus ipſius ſcḋm ꝙ ſuꝑficialis eſt ꝛ econuerſo. Quodlibet latus ſuꝑficialis ſcḋm ꝙ ſuꝑficialis eſt latus ei⁹ ſcḋm ꝙ ſollid⁹ ſi eñ ꝯtingeret oppoſitum ꝯtingeret de binario reſpectu quaternarij ꝙ nõ q̃r multiplicãdo vnitatẽ ꝛ ipſum ꝛ ſibi equalẽ ſimul ſic ſcꝫ ſemel bis duo ꝓducetur quaternarius numerus qui propter hoc ſollidus erit ponendo vnitatem numerum ſollidum. Et in quibuſcũꝙ alijs ſimili modo poteſt hoc oſtendi.

¶ Sed circa iſtas duas vltimas diffinitiones eſt aduertendũ ꝙ ſi teneatur vnitatẽ nõ eſſe numerum ſuꝑficialem aut ſollidũ niſi potẽtia tñ ſicut aliqui dicunt nõ quilibet nũerus eſſet ſuꝑficialis aut ſollidus ſed ad ſuꝑficialem oporteret ꝙ ꝓducẽtur ex ductu alicuius nũeri in aliquẽ numerũ diſtinguẽdo numerũ ꝯtra vnitatem. Et ad ſollidum oporteret ꝙ ꝓducẽtur ex ductu alicuius nũeri in ꝓductum ex aliquib⁹ nũeris ſemꝑ diſtinguẽdo numerũ ꝯtra vnitatẽ ꝛ tunc numer⁹ ſenarius nõ eſſet ſollidus nec quaternarius. Adhuc tñ dicendo iſto mõ q̃libet ſollidus deberet eſſe ſuꝑficialis licet nõ econuerſo. Et inde apparet ꝙ null⁹ numer⁹ ꝓmus eſt ſuꝑficialis aut ſollidus. Quia tũc ille fieret ex maiori vnitate in maiorẽ vnitate ꝛ ꝑ ꝯñs ex terminis nũeraretur a maiori vnitate ꝑ maiorẽ vnitate quare ꝑ quartũ.

correlarium .13. ꝑmi ille haberet ꝑtem aliquotā maiorem vnitate qđ repugneret ypotheſi. Eſt vltra aduertendū ꝙ in diffinitione nūeri ſollidi tam ab Euclide ꝗ̄ a Iordano additur illa vltima particula ſcꝫ ex quorū ꝯtinua multiplicatione ⁊ cetera ⁊ tenēdo vnitatē eſſe numerū ſollidū ſimiliter ⁊ nūerum quadratum videt̄ ꝙ ad nichil deſeruiat illa ꝑticula niſi forte diceretur ꝙ ponitur ad denotādū ꝙ non opꝫ ſi aliquis numerꝰ deſcriptus ꝑ ſuas vnitates habeat tria latera ꝙ rōne illorum triū dicatur ſollidus. Hoc patꝫ de ternario deſcripto ꝑ modū trianguli qui habebit tres binarios ꝓ lateribus non tn̄ propter illud dicetur ſollidꝰ ſed ſi rōne talium laterum deberet dici ſollidus oporteret ꝙ ex eorū multiplicatione ꝓcrearetur ſi tn̄ vnitas non poneretur numerꝰ ſollidus nec quadratꝰ nec ſuꝑficialis poſſet dici ꝙ ꝑ illā ꝑticulā ſecludit̄ nūerus ternariꝰ ⁊ ſimilit̄ ſenarius ⁊ multi aliȷ̈ triangulares.

¶ Circa quintā diffinitionē eſt aduertendū ꝙ numerū aliquem duobus equis laterībꝰ contineri non aliud eſt ꝗ̄ ipſū ꝓduci ex multiplicatione alicuiꝰ numeri ꝑ ſibi equalem ⁊ cū idem ꝓducatur ex ductu cuiuſcumqꝫ in ſe ⁊ ex ductu ipſius in ſibi equalē ꝯſtat ꝙ numerꝰ quadratus poterit clarius diffiniri ſcđo mō tacto in prima tn̄ diffinitione ponitur ly duobus qꝛ alias ꝯueniret numero octonario diffinitio illa qꝛ eſt numerꝰ ſuꝑficialis ⁊ eſt equis laterībꝰ ꝯtentus qꝛ tribus equis laterībꝰ ꝯtinetur. Euclides tn̄ non addit illā ꝑticulā nec Iordanus ſed opꝫ eā ſubintelligere in eorum diffinitionibꝰ. Eſt vltra aduertendū ꝙ eſto ꝙ quadratum haberet diuerſimode latera ſolet tn̄ latus q̄drati vocari illud ex cuius ductu in ſeipſm ꝓducitur quadratuꝫ ⁊ vbi eſt ſermo de latere quadrati in ꝯcluſionibus que ſolent in hac materia poni de tali latere intelliguntur qꝛ procedunt de latere quadrati ſecundum ꝙ q̄dratum hȷ̈s intellectis qualitercumqꝫ diffiniatur ille terminus diffinitio eſt clara.

¶ Circa ſextā diffinitionem eſt aduertendū ꝙ numerū aliquē duobus inequalibus laterībꝰ ſola vnitate diſtātibus ꝯtineri non aliud eſt ꝗ̄ ipſm produci ex ductu duoꝝ nūerorū quorū differentia eſt vnitas vnius in alterū ꝓpterea diffinitio clarius poterit dari ſcđo modo tacto. Tunc diffinitio eſt manifeſta. Ex qua apparet numerū binariū eſſe altera ꝑte longiorem vnitas tamen eſto ꝙ eſſet quadratꝰ aut cubus non eſſet altera parte longior.

¶ Circa ſeptimā diffinitionē eſt aduertendū ꝙ numerū aliquē tribꝰ equis laterībꝰ ꝯtineri non aliud eſt ꝗ̄ ipſm ꝓduci ex multiplicatione triū numerorū eq̄lium vel ex multiplicatione eiuſdē ꝑ ſeipſuꝫ bis ⁊ cū multiplicare nūerū aliquē ꝑ ſeipſum bis ſit idem ꝙ multiplicare idem ꝑ productum ex ipſo in ſe qꝛ eſt ipſum totiens ſibi choacceruare quotiens in tali ꝓducto eſt vnitas vt dictū eſt ⁊ cū productū ex quocūqꝫ numero in ſe ſit ipſiꝰ quadratū ſequitur ꝙ idē erit multiplicare aliquem numeruꝫ ꝑ ſeipſum bis ⁊ multiplicare ipſm ꝑ ſuum quadratū ⁊ cum etiā multiplicare tres nūeros ꝑ ſe non aliud eſt ꝗ̄ aliquem eorū totiēs ſibi choacceruare quotiens in ꝓducto ex aliȷ̈s eſt vnitas ſeqtur ꝙ idem erit multiplicare tres nūeros equales ꝑ ſe ⁊ multiplicare vnū eorum ꝑ productum ex aliȷ̈s ⁊ cum ꝓductum ex duobꝰ illoꝝ ſit quadratum cuiuſcūqꝫ illorum idē erit multiplicare tres numeros equales ꝑ ſe ⁊ vnuꝫ eorū multiplicare ꝑ ſuum q̄dratum ⁊ ꝑ ꝯñs idem erit numerū aliquē tribus equis laterībꝰ ꝯtineri ipſum ꝓduci ex ductu alicuius nūeri in q̄dratum ſuū quare numerꝰ cubus poterit clariꝰ diffiniri ſcđo modo tacto in prima tn̄ diffinitione addit̄ ly tribus qꝛ alias diffinitio illa ꝯueniret numero .100. ymo ⁊ cuilibet quadrato. Euclides tn̄ nō ponit illā ꝑticulā in diffinitione nec Iordanus ſꝫ opꝫ illā ſubintelligere. Eſt vltra aduertēdum ꝙ q̄uis in quolibet nūero cubo diuerſimode reperiātur latera tn̄ latus cubi ſolet nūerus ille vocari ex cuiꝰ ductu in ſuum quadratū talis cubꝰ producitur ⁊ vbi in ꝯcluſionibus q̄ in hȷ̈s materȷ̈s ſolent poni ſit ſermo de latere cubi de tali latere ꝓcedūt. Eſt vltra aduertendum ꝙ licet idē numerꝰ ſit cubus ⁊ quadratꝰ ſicut patꝫ de numero .64. ⁊ de multis aliȷ̈s impoſterum apparebit tn̄ non eſt poſſibile ꝙ idem ſit latus talis ſecundū ꝙ eſt cubꝰ ⁊ ſcđm ꝙ eſt quadratus. Hoc eſt ſatis manifeſtū. Et ex hȷ̈s patꝫ ꝙ aliquis eſt numerꝰ ſollidꝰ ⁊ ſuꝑficialis qui nec eſt quadratus nec cubus nec altera parte longior patꝫ de numero .28 ⁊ de multis aliȷ̈s.

¶ Circa vltimā diffinitionē eſt aduertendū ꝑmo ꝙ datis duobus nūeris quoꝝ quilibet eſt ſollidus ſimiliter ⁊ quilibet ſuꝑficialis aliud requiritur ad hoc ꝙ eſſēt ſimiles ſuꝑficiales ⁊ aliud ad hoc ꝙ eſſent ſimiles ſollidi ad hoc em̄ ꝙ ſint ſimiles ſuꝑficiales requiritur ꝙ latera ipſorū ſcđm ꝙ ſūt ſuꝑficiales ſint ꝓportionalia ita ꝙ datis duobꝰ lateribus vniꝰ ex quoꝝ vno in alterum ꝓducitur ꝯtingat dare duo latera alterius ex quorū multiplicatione etiā ꝓducatur in ſimili ꝓportione ſe habētia ſicut alia ſe hñt ⁊ ex ꝯñti ꝑmutatī ꝙ q̄ ꝓportio añtis alioꝝ ad añs illoꝝ ea ſit ꝯñtiſ ad ꝯñs. Et iñ eſt ꝙ nūerus octonarius ⁊ nūerus .27. nō ſunt ſimiles ſuꝑficiales nec octonarius cū duodenario ſed octonarius eſt ſimilis ſuꝑficialis cū numero .18. illud ergo importat ly nūeri ſimiles ſuꝑficiales. Ad hoc aūt ꝙ aliqui ſint ſimiles ſollidi requirit̄ ꝙ ipſorum latera ſcđm ꝙ ſollidi ſunt ꝓportionalia. Ita ꝙ captis tribus laterībꝰ ex quorum multiplicatione vnus illorū ꝓducitur ꝯtingat dare tria latera in alio ex quorum etiā multiplicatione ꝓducatur ⁊ ꝙ qualis eſt ꝓportio ꝑmi aliorū ad ſcđm talis ſit primi iſtorum ad ſcđm ipſis aliquo modo ordinatis ⁊ qualis ſcđi ad tertium talis ſit ſcđi ad tertium in hȷ̈s ⁊ ex ꝯñti ꝑmutatim ꝑmi illorum ad ꝑmum iſtorū q̄ ſcđi ad ſcđm ⁊ que tertȷ̈ ad tertiū. Eſt vltra aduertendū ꝙ ad hoc ꝙ aliqui ſint ſimiles ſuꝑficiales non opꝫ ꝙ quibuſcūqꝫ duobꝰ lateribus vnius illoruꝫ datis ex quorū multiplicatione ꝓducitur ꝙ ꝯtingat dare duo latera ex quibus alius ꝓducitur in ſimili ꝓportione ſe hñtia ſicut illa numerus em̄ .12. eſt ſimilis ſuꝑficialis cum numēro .27. qꝛ .9. ad .3. duoruꝫ laterum ex q̄bus .27. ꝓducitur eſt eadem ꝓportio que .6. ad .2. duorū laterum ex q̄bus .12. producit̄ tn̄ .4. ⁊ .3. ſunt duo latera ex q̄bus ꝓducitur ⁊ non ꝯtingit dare duo latera ex q̄bus alius ꝓducitur in tali proportione ſe hñtia ymo tenēdo quēlibet numerū eſſe latus ſuiipſius ⁊ vnitatē eſſe latus cuiuſlibet nulli duo nūeri eſſent ſimiles ſuꝑficiales illo mō dicēdo niſi eſſent eq̄les qꝛ opteret ꝙ cuiuſlibet illorum ad vnitatē eſſet ea ꝓportio que alterius ad vnitatē ſatis eſt ergo ad hoc vt ſint ſimiles ſu

perficiales ꝙ aliqua duo latera vnius ex quibus ꝓducitur cū aliquibus alteriꝰ ex quibꝰ producitur ſint ꝓportionalia. Et ex hoc apparet manifeſte ꝙ quicū̄qȝ duo quadrati ſunt ſimiles ſupficiales. Et ꝓportionabiliter de ſollidis dicendū eſt. Ad hoc em̄ vt aliqui ſint ſimiles ſollidi nō requiritur ꝙ q̄cū̄qȝ tria latera vnius illorū ex quibus ꝓducitur cū tribus alterius ex quibꝰ ꝓducit̄ ſint taliter proportionalia qꝛ tunc numerꝰ. 64. nō eſſet ſimilis ſollidus cū numero. 27. qꝛ binarius ⁊ quaternariꝰ ⁊ octonarius ſunt tria latera numeri. 64. ex quibus ꝓducitur ex quo bis quater. 8. ſunt. 64. tn̄ nō ꝯtingit reperire tria in ſimili proportione ſe hn̄tia ex q̄bus producat̄ nūerus. 27. ymo tenēdo illud quod ſtatim tāgebatur nulli duo iequales eſſēt ſimiles ſollidi ſatis eſt ergo ad hoc ꝙ aliqui ſint ſimiles ſollidi ꝙ aliqua tria latera vniꝰ illorū ex q̄bus producitur ad ſēſum ſuperius tactū cum aliquibus tribꝰ alterius ex quibus producit̄ aliꝰ ſint proportionalia mō declarata. Unde manifeſte ꝯſtat ꝙ quicūqȝ duo cubi ſunt ſimiles ſollidi. ¶ Ex hijs apparet p̄mo ꝙ aliqui duo nūeri quorū quilibet eſt ſupficialis ſimiliter ⁊ ſollidꝰ ſunt ſimiles ſupficiales qui nō ſunt ſimiles ſollidi ꝑ3 ꝑe numero. 12. ⁊ de nūero 27. ꝑ3 ſcd̄o ꝙ aliqui nūeri quoꝝ quilibet eſt ſupficialis ſimiliter ⁊ ſollidus ſunt ſimiles ſollidi qui nō ſunt ſimiles ſupficiales ꝑ3 de numero. 27. ⁊ de numero octonario. ꝑ3 tertio ꝙ aliqui ſunt duo numeri quorum quilibet eſt ſuperficialis ſimiliter ⁊ ſollidus qui neqȝ ſunt ſimiles ſollidi neqȝ ſimiles ſuperficiales patet de numero octonario ⁊ de numero nouenario.

¶ Sed circa p̄dicta eſt aduertendū ꝙ loquendo de numero ſupficiali taliter ꝙ ad aliquē eſſe ſupficialem req̄ratur ꝙ habeat duo latera quorum quodlibȝ ſit maius vnitate ⁊ proportionabilit̄ de ſollido ita ꝙ ad ſollidum req̄ratur ꝙ habeat tria quoꝝ q̄libet ſit maius vnitate ⁊ ꝓportionabiliter loquendo de quadrato ⁊ cubo ⁊ de altera ꝑte longiore vel ſaltem loquēdo de illis qui taliter ſe hn̄t hec om̄ia eſſent vera ſeȝ ꝙ quilibȝ quadratꝰ pōt deſcribi ꝑ ſuas vnitates in modū ſupficiei quadrate taliter ꝙ duo latera p̄ciſe vnū in longitudine ⁊ alterum in latitudine equalia reperiētur. Et ad hoc faciendum diſponatur latus eius in longū ad modum linee ⁊ numerꝰ equalis ei in latū etiā qui cōiceēt cum illo in vna vnitate ⁊ a qualibet alia vnitate ab illa ꝯmuni p̄me linee ꝯpleatur linea in latum ad equalitatem alterius ⁊ a qualibet alia alterius ab illa ꝯmuni ꝯpleatur linea ad equalitatem illius reſultabit tūc numerus ille quadratus deſcriptꝰ vt ꝓpoſitum eſt ⁊ quilibȝ ſupficialis poſſet deſcribi ꝑ ſuas vnitates in modum ſupficiei quadrangularis ita ꝙ tn̄ duo latera inuenirētur. Et ſi eſſet quadratꝰ ſolū nō poſſet deſcribi in modum ſupficiei quadrāgularis niſi illa eſſet quadrata ſicut ꝑ3 de quadrato ternarij ⁊ binarij ⁊ quinarij. Ibi nō facio mentionē de deſcriptione ipſoꝝ ſcd̄m ꝙ numeri lineales. Si aūt talis quadratus habeat duo latera inequalia poterit deſcribi ⁊ in modū ſupficiei quadrate vt oſ̄ſum ē ⁊ in modum ſupficiei quadrāgularis nō q̄drate hoc ꝑ3 diſponēdo p̄mo illa duo latera inequalia vnū in longū ⁊ vnū in latum ꝯplendo poſtea lineas vt ſtatim oſ̄debatur. Exemplū ꝑ3 de numero. 16. poterit em̄ deſcribi in modū ſupficiei quadrāgularis non quadrate cuiꝰ vnum latꝰ erit. 8. et aliud. 2. ⁊ ſi talis ſupficialis nō fuerit quadratus poterit deſcribi in modū ſupficiei quadrangularis nō tn̄ in modum ſupficiei quadrate taliter ꝙ duo p̄ciſe habeat latera. Et ꝓpterea numerꝰ altera ꝑte longior pōt deſcribi in modum ſupficiei quadrāgularis nō quadrate ⁊ nō in modum ſupficiei quadrate qꝛ nō pōt eſſe quadratus vt inferius apparebit poterit tn̄ deſcribi in modum ſupficiei quadrāgularis taliter ꝙ vnū latꝰ ſola vnitate erit maius altero ⁊ ſi haberet duo alia latera p̄ter q̄ȝ illa que ſola vnitate diſtāt poſſet deſcribi in modum ſupficiei quadrangularis cuiꝰ latera magiſ q̄ȝ ſola vnitate diſtarent ſed quilibȝ numerꝰ cubus pōt ꝑ ſuas vnitates deſcribi in modū corporis quadrati. Et ad hoc faciendum cape quadratū lateris ſui ⁊ ip̄m deſcribe ꝑ ſuas vnitates ꝑ modū ſupficiei quadrate ſicut oſ̄ſum eſt et ſupra quālibet taliū vnitatū pone tot vnitates quo ad habeas illic numerū lateris illius cubi quo facto habebis illum cubū deſcriptum in modū corporis q̄drati taliter ꝙ eſſent tria latera equalia vnum in longū ⁊ alterum in latū ⁊ alterū in profundum ⁊ ſi cū hoc talis cubꝰ fuerit q̄dratus poterit etiā deſcribi in modū ſupficiei q̄drate ⁊ ſi habeat duo latera inequalia etiā in modū ſupficiei quadrāgularis non q̄drate. Et ſi talis cubꝰ reſpectu trium laterum q̄ non ſunt omnia equalia diceretur ſollidꝰ poſſet etiā deſcribi in modū corporis quadrāgularis non q̄drati ꝑ ſuas vnitates ꝓportionabiliter ſicut oſ̄debatur ſtatim de ſollido q̄ non eſt cubꝰ ſed quicū̄qȝ numerus ſollidꝰ q̄ non eſt cubꝰ ſaltem tenendo nullum eſſe ſollidū niſi ex tribus lateribꝰ quorum q̄libet eſt maior vnitate reſultet poterit deſcribi in modū corporis quadrāgularis ſed nō in modum q̄drati cuius tria latera ſint equalia. Et ad hoc faciendum capiat̄ ꝓductus ex duobus lateribꝰ q̄ deſcribatur in modū ſupficiei quadrāgularis qualitercū̄qȝ poſſit deſcribi ⁊ ſuper quālibet vnitatē ponātur tot vnitates donec illic habeat̄ numerus alterius lateris tunc ꝯſtabit ꝓpoſitum ⁊ poterunt interdū in tali deſcriptione duo latera eſſe equalia ⁊ tertiū illis inequale ⁊ interdū poterūt tria latera eſſe inequalia vt puta ſi trium laterū eius quecū̄qȝ duo eſſent inequalia nec inꝯueniet ꝙ aliquis ſollidus duobꝰ aut tribꝰ diuerſis modis poſſit deſcribi in modum corporis quadrāgularis ſimiliter ⁊ in modū ſupficiei quadrāgularis ſcd̄m ꝙ diuerſa latera ī eo ꝙ ſollidus hȝ ſimiliter in eo ꝙ ſupficialis ex quibus apparet ꝙ nullus altera ꝑte longior poterit deſcribi in modū corporis quadrati ita ꝙ tria latera habeat equalia poterit tn̄ aliquis bn̄ deſcribi in modum corporis quadrāgularis ita vt habeat tria latera vnum in longū ⁊ alterum in latū ⁊ alterū in ꝓfundum quorū duo ſint equalia ſicut ꝑ3 de numero. 12. Et poterit aliquod taliter deſcribi ꝙ oīa tria latera ſint inequalia ꝑ3 de nūero. 30. hȝ em̄ tria latera inequalia in eo ꝙ ſollidus vt puta. 2. 3. 5. ſecū̄dum igitur exigentiā laterū que numerꝰ hȝ in eo ſuperficialis aut in eo ꝙ ſollidus ita deſcribi poteſt practica omnium iſtorum facilis eſt.

¶ Libri ſexti propoſitiones.

1 OMnis numerus compoſitus eſt ſuperficialis. Et omnis ſuperficialis eſt compoſitus.

¶ Hec ⁊ tres alie ſequentes nō egerēt probatione tenēdo quēlibet numerū eſſe ſupficialem ſimiliter ⁊ ſollidum ſed tenēdo oppoſitū demōſtratione egēt ideo in earū demonſtrationibus procedā ſcd̄m expoſitiones diffinitionū q̄ debent dari oppoſito mō procedēdo vt tactū fuit. ¶ Primū igitur ptꝫ ſit a nūerus ꝯpoſitus ⁊ b ps aliquota a ꝑter vnitatē q̄ numeret a ſcd̄m e tunc e erit maior vnitate q2 alias b eſſet equalis a. Dico ergo q̄ a eſt ſupficialis. Quia ex ypotheſi ⁊ ex terminis a fit ex b maiori vnitate in e q̄ probat⁹ eſt maior vnitate vnde ꝯſtat primum. ¶ Scd̄m ptꝫ q2 dato oppoſito ſit a nūer⁹ ꝓmus q̄ ſit ſupficialis ille ex terminis fiet ex nūero maiori vnitate q̄ ſit b in maiorem vnitate qui ſit c tunc ex terminis b numerat a ꝑ c ergo ꝑ quartum correlarium .23. primi c eſt ps aliquota a quod repugnat ypotheſi.

Co. ¶ Ex pn̄ti ꝯſtat q̄ q̄libet ſupficialis eſt maior vnitate ⁊ ab aliq̄ maiori vnitate ⁊ minori ipſo nūerat.

2 ¶ Si aliquis numerus maior vnitate in ſuperficialem ducatur producetur ſollidus. Et ſi aliquis ſit ſollidus ille ex maiori vnitate in ſuperficialem producitur.

¶ Primum ptꝫ ſit a product⁹ ex b maiori vnitate in c ſupficialem. Tūc dico q̄ a eſt ſollidus. Q2 ex terminis c fiet ex maiori vnitate in maiorē vnitate ergo a fiet ex b maiori vnitate in productū ex maiori vnitate in maiorem vnitate vn̄ ex terminis ꝯſtat primum. ¶ Scd̄m patꝫ ſit a ſollidus quē dico fieri ex maiori vnitate in ſupficialem q2 ex terminis a fit ex maiori vnitate qui ſit b in productum ex maiori vnitate in maiorem vnitate qui ſit c conſtat tunc ex terminis c eſſe ſuperficialem ergo a fit ex maiori vnitate in ſuperficialem quod eſt propoſitum.

Co. ¶ Ex pn̄ti conſtat q̄ q̄libet numer⁹ ſollidus eſt ſuperficialis ⁊ cōpoſitus ⁊ maior vnitate. ¶ Q2 ex pn̄ti quilibꝫ ſollidus fit ex maiori vnitate in ſupficialem cū igitur ex correlario ꝓcedētis quilibꝫ ſupficialis ſit maior vnitate quilibꝫ ſollid⁹ fiet ex maiori vnitate in maiorem vnitate quare ex terminis quilibet talis eſt ſuperficialis ⁊ ex conſequenti per precedentē ⁊ ei⁹ correlariū quilibet talis eſt cōpoſitus et maior vnitate quod eſt propoſitum.

3 ¶ Omnis numerus ſollidus ab aliquo ſuperficiali minori ipſo numeratur. Et quilibet numeratus a ſuperficiali minori ipſo eſt ſollidus.

¶ Primum ptꝫ ſit a numer⁹ ſollidus qui ꝑ ꝓcedentem ſit ex aliquo maiori vnitate in ſupficialem. Dico ergo q̄ a nūeratur a ſupficiali minori ipſo. Sit enī b maior vnitate ex quo in c ſupficialem fiat a tūc ex terminis b nūerat a per c ergo ꝑ tertium correlariū .23. ꝓmi c ſupficialis eſt ps aliquota a ergo ex terminis c eſt minor a ⁊ nūerat a vn̄ ꝯſtat ꝓmum. ¶ Scd̄m ptꝫ ſit a ſupficialis numerās b maiorem a per c. Tunc dico b eſſe ſollidum. Q2 c eſt maior vnitate nam alias a eſſet equalis b cum igitur ex ꝓmo correlario .13. primi c numeret b per a ex terminis b fiet ex c maiori vnitate in a ſuperficialem ergo per precedentem c eſt ſollidus.

4 ¶ Omnis numerus numeratus a tribus numeris quorum quilibet eſt maior vnitate ⁊ minor ipſo et quilibet cuilibet alteri illorum eſt inequalis eſt ſollidus.

¶ Hec ab aliquibus ſic ſolet poni. Omnis nūerus a tribus nūeris numeratus eſt ſollid⁹ ⁊ ſic poſita verū haberet tenēdo quēlibet numerū eſſe ſollidum ⁊ ſupficialem non tn̄ ꝓcedendo vt ꝓcedimus. Sint igitur a b c tres nūeri quorū quilibet cuilibꝫ alteri illoꝝ ſit inequales ⁊ quilibet ſit maior vnitate ⁊ q̄libet etiā ſit minor d ⁊ q̄libet numeret d a ſcd̄m e ⁊ b ſcd̄m f ⁊ c ſcd̄m g ꝯſtat tunc e eſſe maiorem vnitate nā alias a eſſet equalis d ⁊ ꝑ idem f eſt maior vnitate ⁊ etiā g ⁊ ex quarto correlario .23. primi quilibet illorū e f g erit ps aliquota d. Dico igitur q̄ d eſt numer⁹ ſollid⁹. Quia vel aliquis illorum ſcꝫ a b c eſt ꝯpoſitus vel quilibet ꝓmus ſi ꝓmum ſit ille a ille ꝑ primā huius erit ſupficialis cuꝫ igitur ex ypotheſi numeret d ⁊ ſit minor d ꝑ ꝓcedentem d eſt ſollidus. Si aūt quilibet illorum ſit primus cū a numeret d ꝓductum ex b in f ꝑ .6. tertij a numerat b aut f. Si igitur a numeret b cū ſit inequalis ipſi b erit minor b ergo ex .12. petitione a eſt ps aliquota b ⁊ ꝑ ꝯn̄s b non eſt ꝓmus quod eſt ꝯtra ypotheſim. Si aūt a numeret f erit a minor f vel illi equalis. Si minor ꝑ .12. petitionē eſt ps aliquota f ⁊ per ꝯn̄s f eſt ꝯpoſitus ergo ꝑ ꝓmā huius ſupficialis cum igitur f ꝓbatus ſit ps aliquota d erit ex terminis minor d ⁊ nūerabit d ergo ex ꝓcedenti d erit ſollidus. Si aūt a ſit equalis f tūc ex b in a fiet d quēadmodum ⁊ ex b in f ergo ꝑ .6. tertij c numerus ꝓmus numerās d ꝓductum ex b in a numerat b aut a ⁊ cum cuilibꝫ illorum ſit inequalis erit minor illo illorū quē numerat ergo ꝑ .12. petitionem erit ps aliqua illius illorum quem numerat ⁊ ꝑ ꝯn̄s nō quilibet illorum a b erit primus quod repugnat ypotheſi.

¶ Hic tn̄ aduerte q̄ adhuc ꝓcedēdo vt procedimus ad numerū ſollidū nō requiretur q̄ ille numeraretur a trib⁹ quorum q̄libet eſſet minor ipo ⁊ maior vnitate ⁊ q̄libet illoꝝ trium cuilibet alteri eorundem inequalis. Hoc ptꝫ de numero .8. nec hoc mō procedendo ſufficeret q̄ nūeraretur a tribus quorum non quilibet cuilibet alteri ipſorum eſt equalis ſed quilibet eſt maior vnitate ⁊ minor ipſo vt ptꝫ de ſenario reſpectu duorum binariorum ⁊ vnius ternarij.

5 ¶ Si tres numeri ordinatim continuo ꝓportionales fuerint in ſua proportione minimi duo extremi ipſorum erunt quadrati. Et ſi quattuor ordinatim continuo proportionales fuerint in ſua proportiōe minimi duo extremi ipſorum erunt cubi.

¶ Hoc ideo eſt, q2 ꝑ quartum correlariū .9. quarti, quilibꝫ duorū extremorū taliū trium, ſit ex aliquo duorum minimorum ꝓportionis, ſcd̄m quā ſunt ꝯtinuo ꝓportionales, in ſe ducto, ⁊ quilibet duorū extremorum taliū quattuor, ex aliquo illoꝝ duorum minimorū in productuꝫ ex ipſomet in ſe ducto, vt puta in ſuū quadratū. vn̄ ex terminis ꝯſtat vtraqꝫ ps pn̄tis. ¶ Hic tn̄ aduerte, q̄ hec ſupponit vnitatē eſſe

numerũ quadratũ ⁊ cubicum. q̄ ſi nõ teneretur, nulla ps pñtis haberet verum. ſed oporteret intelligere ipſam, dummõ quilibet talium triũ, ſimiliter ⁊ qlibet taliũ quatuor, eſſet maior vnitate. ſed cũ cõiter loquẽtibus in ſequẽtibus ita ꝓcedimus, vt vnitas numerus quadratus, ſimiliter ⁊ cubicus, dicatur.

6 ¶ Inter quoſcumq; duos quadratos medium vnum proportionale ſecundum proportionem laterũ ipſorum, quod ex latere vnius in latus alterius producitur, cadere neceſſe eſt.

¶ Sit a quadratum, ⁊ b eius latus. ⁊ c aliud quadratũ, ⁊ d eius lat᷒. ⁊ ex b in d fiat e. Dico igit̃, q̄ inter a ⁊ c cadit e medius ꝓportionalis geometrice ſcdm proportionẽ b ad d. quia eñ a fit ex b in ſe, ⁊ e ex b in d, ⁊ c ex d in ſe. per. 21. ſcdi proportio a ad e, eſt que b ad d. ⁊ p̄ eãdẽ e ad c q̄ b ad d. erit ergo ex terminis e medi᷒ ꝓportionalis geometrice inter a ⁊ c ſcdm ꝓportionem b ad d. quod eſt propoſitum.

Co. ¶ Ex pñti ꝯſtat, q̄ nulla poteſt eſſe ꝓportio quadrati ad quadratum, quin medietas illi᷒ in nũeris reperiatur. ¶ Quia quacũq; tali data, ꝓportio medij ꝓportionalis inter illos quadratos ad ꝯñs illi᷒ erit illi᷒ medietas. qr illa tota adeq̃te ꝯponet̃ ex illa ⁊ ex ꝓportione añtis illi᷒ ad illũ mediũ illi equali.

7. ¶ Cuiuſlibet quadrati maioris ad quẽlibet quadratũ minorem ipſo eſt dupla ꝓportio ad ꝓportionẽ lateris ipſius ad latus minoris. Cuiuſlibet aũt quadrati minoris ad quẽlibet quadratuz maiorẽ ipſo ſubdupla ad proportionem lateris ipſius ad latus maioris.

¶ Primum pz ſint a quadratũ maius ⁊ b minus ⁊ c latus a ⁊ d latus b. Dico ergo q̄ ꝓportio a ad b eſt dupla ad ꝓportionem c ad d. Quia p̄ p̄cedentem inter a b mediat vnus ꝓportionalis geometrice ſcdm ꝓportionem c ad d qui ſit e erũt tunc a e b ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſcdm ꝓportionem c ad d quorum a erit maximus ⁊ b minimus quare per. 27. diffinitionem ſcdi ꝓportio a ad b eſt dupla ad proportionẽ a ad e ergo erit etiã dupla ad ꝓportionem c ad d quod eſt primum. ¶ Secundum eodem ſimiliter apparet ex precedenti ⁊ ex. 27. diffinitione ſecundi.

8. ¶ Si numeri quadrati fuerint ordinatim cõtinuo proportionales erunt ⁊ latera ipſorum continuo ꝓportionalia. Et ſi latera quadratorum fuerit ordinatim continuo proportionalia erunt ⁊ quadrati illorum laterum ordinatim continuo proportionales.

¶ Primũ pz ſint a b c d numeri quadrati ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ e latus a ⁊ f latus b ⁊ g latus c ⁊ h latus d. Dico igitur q̄ e f g h ſunt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionalia. Nã ſi a ſit maius b per primã ſcdi b eſt maius c ⁊ c maius d quare p̄ p̄cedentem ꝓportio a ad b erit dupla ad ꝓportionem e ad f ⁊ ꝓportio b ad c dupla ad ꝓportionẽ f ad g ⁊ ꝓportio c ad d ad proportionẽ g ad h cum igitur ex ypotheſi proportiões a ad b ⁊ b ad c ⁊ c ad d ſint equales p̄. 27. ſuppoſitionẽ ſcdi proportiones e ad f ⁊ f ad g ⁊ g ad h erũt equales. Si aũt a ſit minor b p̄ p̄mã. 2. ⁊ b eſt minor c ⁊ c minor d ergo p̄ p̄cedẽtem ꝓportio a ad b eſt ſubdupla ad ꝓportionem e ad f ⁊ ꝓportio b ad c ad proportionẽ f ad g ⁊ c ad d ad ꝓportionẽ g ad h quare p̄ eãdẽ ſuppoſitionẽ ſcdi ꝓportiones e ad f ⁊ f ad g ⁊ g ad h ſũt equales vñ ex terminis ꝯſtat primũ. ¶ Scdm pz ſint a latus e quadrati ⁊ b latus f ⁊ c latus g ⁊ d latus h ordinatim ꝯtinuo ꝓportionalia. Tũc dico e f g h quadratos eſſe ꝯtinuo ꝓportionales. Quia ſi a ſit maius b p̄ p̄mã ſcdi b eſt maius c ⁊ c maius d ⁊ per. 11. petitionem e eſt maius f ⁊ f maius g ⁊ g maius h quare p̄ p̄cedentem ꝓportio e ad f eſt dupla ad proportionẽ a ad b ⁊ f ad g ad proportionẽ b ad c ⁊ g ad h ad ꝓportionem c ad d. Et ſi a ſit minor b p̄ primã ſcdi b eſt minus c ⁊ c min᷒ d ⁊ p̄. 11. petitionẽ e erit min᷒ f ⁊ f min᷒ g ⁊ g min᷒ h & p̄ p̄cedẽtẽ ꝓportio e ad f eſt ſubdupla ad ꝓportionẽ a ad b ⁊ f ad g ad ꝓportionez b ad c ⁊ g ad h ad ꝓportionẽ c ad d cũ igitur ex ypotheſi ꝓportiones a ad b ⁊ b ad c ⁊ c ad d ſint equales per. 27. ſuppoſitiõe ſecundi proportiones e ad f ⁊ f ad g ⁊ g ad h ſunt equales vñ ex terminis conſtat ſecundum. In quotcumq; paucioribus aut pluribus conſimilis eſt demõſtratio.

Co. ¶ Ex pñti cum adiutorio p̄cedentis euidẽter ꝯſtat ſi aliqui quadrati fuerint ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſcdm ꝓportionem maioris inequalitatis erunt latera ipſorũ ordinatim ꝯtinuo ꝓportionalia ſcdm ꝓportionem ſubduplam ad illã. Et ſi ſcdm ꝓportionem minoris inequalitatis ſecunduz duplã. Et ſi latera quadratorum fuerint ordinatim ꝯtinuo proportionalia ſcdm ꝓportionem maioris inequalitatis erunt quadrati ipſorum ordinatim continuo proportionales ſecundum proportionem duplam ad illam. Et ſi ſecundum proportionem minoris inequalitatis ſecundum ſubduplam.

9. ¶ Si quadrati fuerint diſcõtinuo ꝓportionales erunt ⁊ latera ipſorũ diſcõtinuo ꝓportionalia. Et ſi latera fuerint diſcõtinuo ꝓportionalia erunt quadrati illorum diſcontinuo proportionales.

¶ Sit a quadratus e ⁊ b quadratus f ⁊ c quadratus g ⁊ d quadratus h ⁊ ſint primo a b c d diſcontinuo ꝓportionales ita q̄ a ad b ſit ea ꝓportio que c ad d ſed b ad c nõ ſit q̄ a ad b. Tunc dico q̄ e f g h ſunt diſcontinuo ꝓportionalia ita q̄ e ad f eſt ea ꝓportio q̄ g ad h ſz e ad f non ſit q̄ f ad g q̄ eñ e ad f ſit q̄ g ad h ꝯcludatur ꝓportionabiliter ſicut p̄ma ps p̄cedentis ſed q̄ e ad f nõ ſit que f ad g patet qr dato oppoſito e f g h eſſent ordinatim ꝯtinuo ꝓportionalia quare p̄ p̄cedentem a b c d eſſent ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales quod repugnat ypotheſi. Sint ſcdo e f g h diſcõtinuo ꝓportionalia ita vt ꝓportio e ad f ſit q̄ g ad h ſz e ad f nõ ſit que f ad g. Tũc dico q̄ a b c d ſũt diſcõtinuo ꝓportionales ita q̄ a ad b ſit q̄ c ad d ſz a ad b nõ eſt q̄ b ad c. Q; eñ a ad b ſit q̄ c ad d ꝓportionabilit̃ ſicut ſcda ps p̄cedẽtis. Sz q̄ a ad b non ſit que b ad c pz quia dato oppoſito eſſent a b c d ordinatim cõtinuo proportio-
10 nales quare ex precedenti e f g h eſſent ordinatim cõtinuo proportionalia quod repugnat ypotheſi.

¶ Inter q̄ſcũq; duos cubos duo media ꝓportionalia ſcdz ꝓportionẽ laterũ ipſoꝝ cadere neceſſe ẽ.

¶ Sint a ⁊ b duo cubi ⁊ c latus a ⁊ d latus b. Tunc dico q̄ inter a ⁊ b cadunt duo medij ꝓportionales ſcdm ꝓportionem c ad d. Sint eñ e quadratum c ⁊ f quadratũ d tunc per. 6. huius nũerus qui fit ex c in d q̄ ſit g eſt medi᷒ ꝓportionalis inter e ⁊ f ſcdm ꝓportionem c ad d ⁊ duco c in g ⁊ fiat h ⁊ d in g ⁊ fiat k quia igitur ex terminis ex c in e fit a ⁊ ex c in g fit h p̄. 21. ſcdi ꝓportio a ad h eſt q̄ e ad g quare ⁊ que c ad d ⁊ qr ex d in idem g fit k p̄ eãdẽ ſcdi h ad k eſt que c ad d ⁊ quia ex terminis ex d in f fit

b ꝑ eandē k ad b eſt que g ad f quare ⁊ que c ad d cadent igitur inter a ⁊ b duo medij ꝓportiōes ſcꝫ h
⁊ k ſecundum proportionem c ad d patet igitur propoſitum.
¶ Ex p̄nti ꝯſtat ꝙ nulla poteſt eſſe ꝓportio cubi ad cubū quin tertia ꝑs illi⁹ in numeris repiri poſſit
Co. ¶ Ac q̄libꝫ talis adequate ꝯponitur ex trib⁹ ꝓportionib⁹ nō ꝯmunicātib⁹ quaꝝ q̄libꝫ eſt equalis ꝓ
portioni añtis illius ad p̄mum illoꝝ duoꝝ medioꝝ ꝓportionaliū repꝛtoꝛum inter illos duos cubos.
11 ¶ Cuiuſcumqꝫ cubi maioꝛis ad quēlibet cubum minorem ipſo eſt triplicata proportio ad proportio-
nem lateris ipſius ad latus minoris. Cuiuſcumqꝫ aūt cubi minoris ad quemlibet cubum maiorē ipſo
eſt ſubtripla proportio ad proportionem lateris ſui ad latus minoris.
¶ Sint a cubus maioꝛ ⁊ b cubus minor ⁊ c latus a ⁊ d latus b. ¶ Dico ergo p̄mo ꝙ ꝓportio a ad b
eſt dupla ad proportionem c ad d. Nā ꝑ p̄cedentem inter a ⁊ b mediant duo ꝓportionales ſcd̄m pro-
portionem c ad d q̄ ſint e ⁊ f erunt tunc a e f ⁊ b ordinatim ꝯtinuo proportionales ſecundū proportio-
nē c ad d quoꝝ a erit maxim⁹ ⁊ b minim⁹ ergo ꝑ .27. diffinitionē ſcd̄i ꝓportio a ad b erit tripla ad ꝓ
portionē a ad e q̄re ⁊ ad ꝓportionē c ad d qꝺ ē ꝓpoſitū. Dico ſcd̄o ꝙ ꝓportio b ad a ē ſubtripla ad ꝓ
portionē d ad c. Hoc ꝯcludat ꝯſimilit̄ ex .27. diffinitiōe ſcd̄i ⁊ ex p̄cedēti ſicut ſtati ꝯcludebat̄ p̄mū.
12 ¶ Si cubi fuerint ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales erūt ⁊ latera ipſoꝝ ordinati ꝯtinuo ꝓportionalia
Et ſi latera cuboꝝ fuerint ordinatim ꝯtinuo ꝓportionalia erunt ⁊ cubi illoꝝ ꝯtinuo proportionales.
¶ Sit e latus a cubi ⁊ f latus b cubi ⁊ g latus c cubi ⁊ h latus d cubi ⁊ ſint p̄mo a b c d ordinatim ꝯti
nuo ꝓportionales. Tunc dico ꝙ e f g h ſūt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionalia. Nā ſi a ſit maior b ꝑ p̄mā
ſcd̄i b eſt maior c ⁊ c maior d quare ꝑ p̄cedentē ꝓportio a ad b eſt tripla ad proportionē e ad f ⁊ b ad c
ad ꝓportionē f ad g ⁊ c ad d ad proportionē g ad h. Et ſi a ſit minor b ꝑ p̄mā ſcd̄i b eſt minor c ⁊ c mi-
nor d quare ꝑ p̄cedētē ꝓportio a ad b eſt ſubtripla ad ꝓportionē e ad f ⁊ b ad c ad proportionē f ad g
⁊ c ad d ad proportionē g ad h cum igit̄ ex ypotheſi ꝓportiones a ad b ⁊ b ad c ⁊ c ad d ſunt equales
ꝑ .27. ſuppoſitionē ſcd̄i ꝓportiones e ad f ⁊ f ad g ⁊ g ad h erunt equales vñ ex terminis ꝯſtat ꝓpo-
ſitum. ¶ Sint ſcd̄o e f g h ordinatim ꝯtinuo ꝓportionalia. Tūc dico a b c d eſſe ordinatim ꝯtinuo ꝓ-
portionalia. Nā ſi e ſit maior f ꝑ primā ſcd̄i f eſt maior g ⁊ g maior h quare ꝑ .11. ꝑetitionē quadratus
e eſt maior quadrato f ⁊ q̄drat⁹ f q̄drato g ⁊ quadrat⁹ g q̄drato h quare ex terminis adiuuate .10. pe
titione a erit maior b ⁊ b maior c ⁊ c maior d ergo ꝑ p̄cedētē ꝓportio e ad f eſt ſubtripla ad ꝓportionē
a ad b ⁊ f ad g ad ꝓportionē b ad c ⁊ g ad h ad proportionē c ad d. Et ſi e ſit minor f ꝑ p̄mā ſcd̄i f eſt mi
nor g ⁊ g minor h ergo ꝑ .11. ⁊ .10. petitiones a eſt minor b ⁊ b minor c ⁊ c minor d quare ꝑ p̄cedētē pro
portio e ad f eſt tripla ad ꝓportionē a ad b ⁊ f ad g ad ꝓportionē b ad c ⁊ g ad h ad ꝓportionē c ad d
cū igit̄ ex ypotheſi ꝓportiones e ad f ⁊ f ad g ⁊ g ad h ſint eq̄les ꝑ .27. ſuppōnē ſcd̄i ꝓportiōes a ad b ⁊
b ad c ⁊ c ad d erit eq̄les vñ ex t̄minis ꝯſtat ꝓpoſitū. i q̄rcūqꝫ plurib⁹ āt paucioꝛib⁹ ꝯſilis ē demōſtratio
Co. ¶ Ex p̄nti cū adiutoꝛio p̄cedentis ꝯſtat ꝙ ſi cubi fuerint ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſcd̄m ꝓpoꝛ
tionē maioris inequalitatis ipſoꝝ latera erūt ꝯtinuo ꝓportionalia ſcd̄m ꝓportionē ſubtriplā ad illam
Et ſi ſcd̄m ꝓportionem minoris inequalitatis ſcd̄m triplā. Et ſi latera fuerint ordinatim ꝯtinuo pro
portionalia ſcd̄m proportionē maioris inequalitatis erūt ipſoꝝ cubi ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales
ſcd̄m ꝓportionem triplā ad illā. Et ſi ſcd̄m ꝓportionē minoris inequalitatis ſecundum ſubtriplam.
13. ¶ Si cubi fuerint diſcōtinuo ꝓportionales erunt ipſoꝝ latera diſcontinuo proportionalia. Et ſi la-
tera cuboꝛum fuerint diſcontinuo proportionalia erunt ipſorum cubi diſcontinuo proportionales.
¶ Sit eadē ypotheſis vt in p̄cedēti ⁊ ſint p̄mo a b c d cubi diſcōtinuo ꝓportionales ita ꝙ ꝓportio a
ad b ſit q̄ c ad d ſed a ad b nō ſit que b ad c. Tunc dico ꝙ e f g h illoꝝ latera ſūt diſcōtinuo ꝓportiona
lia ita ꝙ e ad f eſt q̄ g ad h ſꝫ e ad f nō eſt q̄ f ad g. Nā q̄ e ad f ſit q̄ g ad h ꝯcludat̄ eodē mō ſicut pri
ma ꝑs p̄cedētis ſꝫ ꝙ e ad f non ſit q̄ f ad g patꝫ q2 dato oppoſito eſſent e f g h ordinatim ꝯtinuo ꝓpoꝛ
tionalia quare ꝑ p̄cedentē a b c d eſſēt ordinatim ꝯtinuo ꝓportiōales qꝺ repugnat ypotheſi. ¶ Sint
ſcd̄o e f g h diſcōtinuo ꝓportionales ita ꝙ e ad f vt g ad h ſꝫ e ad f nō ſit vt f ad g. Tūc dico ꝙ a b c d
ſūt diſcōtinuo ꝓportionalia ita ꝙ a ad b vt c ad d ſed a ad b nō eſt vt b ad c. Primū eodē mō ꝯcludat̄
ſicut ſcd̄a ꝑs p̄cedētis ⁊ ſcd̄m patꝫ q2 dato oppoſito eſſēt a b c d ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales qua-
re per p̄cedentem e f g h k eſſent ordinatim ꝯtinuo ꝓportionalia quod repugnat ypotheſi.
14 ¶ Quoꝛūcūqꝫ duoꝝ quadratoꝝ inequaliū dr̄a eſt nūer⁹ ꝓduct⁹ ex ductu ꝯpoſiti ex laterib⁹ ipſoꝝ i
dr̄aꝫ illoꝝ lateꝝ. Similit̄ ⁊ eoꝝ dr̄a ē nūer⁹ ꝓduct⁹ ex ductu dr̄e lateꝝ ipſoꝝ i ꝯpoſitū ex illis latib⁹.
¶ Quia per .9. petitionem latera illoꝛum quadratoꝛum erunt inequalia quo habito p̄mū ex correla
rio .27. p̄mi cum adiutoꝛio .13. p̄mi conſtat propoſitum in forma.
1. co. ¶ Ex p̄nti ꝯſtat ꝙ impoſſibile eſt dr̄am duoꝝ quadratoꝝ eſſe vnitatē aut nūeꝝ quaternariū. ¶ Nā
quibuſcūqꝫ duob⁹ ineq̄lib⁹ datis ſi latera illoꝝ ſint vnitas ⁊ binari⁹ dr̄a illoꝝ quadratoꝝ erit ternari⁹
Et ſi fuerit vnitas ⁊ nūer⁹ maior binario ꝯpoſit⁹ ex illis laterib⁹ erit q̄ternari⁹ vel nūer⁹ eo maior et
dr̄a illoꝝ erit maior vnitate quare ꝓduct⁹ ex dr̄a illoꝝ in ꝯpoſitum ex illis erit maior q̄ternario. Et ſi
nullū lat⁹ alicui⁹ illoꝝ ſit vnitas ꝯpoſitū ex illis erit mai⁹ quaternario qualitercūqꝫ igit̄ ſe h̄eant duo
quadrata ineq̄lia eoꝝ dr̄a erit numer⁹ ternari⁹ aut nūer⁹ maior quaternario vñ conſtat propoſitum.
¶ Patet vltra ꝙ quoꝛūcūqꝫ duoꝝ quadratoꝝ proximoꝝ in ſerie dr̄a eſt numerus cōpoſitus ex la
2. co. terib⁹ ipſoꝝ. ¶ Nā quoꝛūcūqꝫ taliū duoꝝ latera ſūt duo nūeri iuxta ſe poſiti i ſerie quoꝝ ex t̄minis
dr̄a erit vnitas q̄re ex ꝯpoſito ex illis latib⁹ i illā dr̄aꝫ ꝓducet̄ idem et ꝯpoſit⁹ vñ ex p̄nti ꝯſtat ꝓpoſitū
15 ¶ Cuiuſlibꝫ quadrati poſt vnitatē ad ſuū lat⁹ eſt ꝓportio multiplex a latere ipſius denominata. Cu
iuſlibꝫ aūt cubi ad ſuū latus eſt ꝓportio duplicata ad ꝓportionē quadrati illius lateris ad illud lat⁹.
¶ Sit a quadratū mai⁹ vnitate ⁊ b ei⁹ lat⁹ qꝺ ꝯſtat eſſe mai⁹ vnitate ⁊ ſit c cub⁹ b. ¶ Tūc dico p̄mo
ꝙ ꝓportio a ad b eſt multiplex denoīata ſcd̄m b. Dico ſcd̄o ꝙ ꝓportio c ad b eſt dupla ad ꝓportionē

a ad b. ¶ Primū pʒ qꝛ ex terminis ex b in ſe ſit a ergo ꝑ diffinitionē multiplicatiōis q̄tiēs vnitas in
b totiēs b in a quare ꝓportio a ad b eſt q̄ b ad vnitatē ſʒ ꝓportio b ad vnitatē eſt multiplex denoīata
ſcd̄m b qꝛ b eſt maior vnitate ergo a ad b eſt ꝓportio multiplex denoīata ſcd̄m b qd̄ eſt primū. ¶ Et
qꝛ ex terminis ex b in a ſit c ꝑ.21.ſcd̄i ꝓportio c ad a eſt q̄ a ad b ſūt igitur c a b tres numeri ordinati
ꝯtinuo ꝓportionales quorum c eſt maximus ⁊ b minimus quare ꝑ.27.diffinitionem ſcd̄i proportio c
ad b eſt dupla ad ꝓportionem c ad a quare ⁊ ad proportionem a ad b quod eſt ſecundum.
Co. ¶ Ex p̄ſiti ꝯſtat ꝙ int̄ quēlibʒ quadratū maiorē vnitate ⁊ ipſā vnitatē lat⁹ illi⁹ eſt medi⁹ ꝓportiōalis
geometrice ⁊ int̄ quēlibʒ cubū maiorē vnitate ⁊ ei⁹ lat⁹ q̄dratū illi⁹ lateris eſt medi⁹ ꝓportiōalis geo
metrice. Et int̄ quēlibʒ cubū ⁊ vnitatē lat⁹ cubi ⁊ ei⁹ q̄dratū ſūt duo ꝓportiōales medij geometrice
primū iſtoꝝ i demōſtratiōe p̄ſe pt̄ꝫ p̄ſit; ꝯcludit. et ſʒ i demōſtratiōe ſcd̄e. terciū ex duob⁹ p̄mis ſeqt̄
16 ¶ Si quadratus alterum quadratuʒ numeret latus eius latus alterius nūerabit. Et ſi latus alicui⁹
quadrati latus alterius numeret quadratum ipſius quadratum alterius numerabit.
¶ Sint a ⁊ b duo quadrati ⁊ c lat⁹ a ⁊ d lat⁹ b ⁊ ſit p̄mo ita ꝙ a nūeret b. Tunc dico ꝙ c numerat d.
Naꝫ ꝑ.6. hui⁹ inter a ⁊ b mediat vn⁹ ꝓportionalis ſcd̄m ꝓportionē c ad d q̄ ſit e erūt tunc a e b ordina
tim ꝯtinuo ꝓportionales cū igit̄ a prim⁹ nūeret b vltimuʒ ꝑ.15.4. a nūerat e ſed ꝓportio a ad e eſt q̄
c ad d ergo ꝑ correlariū p̄me ſcd̄i c nūerat d qd̄ eſt ꝓpoſitū. ¶ Sit ſcd̄o ita ꝙ c nūeret d ⁊ ſit vt ſtatiʒ
e medi⁹ ꝓportionalis inter a ⁊ b ſcd̄ʒ ꝓportionē c ad d. Tūc dico ꝙ a nūerat b. Naꝫ ꝑ correlariū p̄ſe
ſcd̄i a nūerabit e ⁊ ꝑ idem e nūerabit b quare ꝑ.21. primi a numerabit b quod eſt propoſitum.
17 ¶ Si cubus alterum cubum numeret latus eius latus alterius numerabit. Et ſi latus cubi latus al
terius cubi numeret cubus eius cubum alterius numerabit.
¶ Sint a ⁊ b duo cubi ⁊ c latus a ⁊ d lat⁹ b. Tūc ꝑ.10. hui⁹ inter a ⁊ b mediāt duo ꝓportionales ſm̄
ꝓportionem c ad d qui ſint ordinatim e ⁊ f ſit ergo p̄mo ita vt a numeret b. Tunc dico ꝙ c numerat d
Naꝫ cū a e f ⁊ b ſūt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ a primus nūerat b vltimū ꝑ.15. quarti a nūe
rat e ſcd̄m cū igit̄ ꝓportio a ad e ſit q̄ c ad d ꝑ correlariū p̄me ſcd̄i c nūerat d quod eſt ꝓpoſitū ¶ Sit
ſcd̄o ita ꝙ c nūeret d. Tunc dico ꝙ a numerat b. Naꝫ ꝑ p̄mū correlariū p̄me ſcd̄i a nūerat e ⁊ e nume
rat f ⁊ f numerat b ergo ꝑ primum correlarium.21. primi a numerat b quod eſt propoſitum.
18 ¶ Si trium numerorum ordinatim continuo proportionalium primus fuerit quadratus tertium quoꝗ
quadratum eſſe neceſſe eſt.
¶ Sint a b c tres numeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ a primus ſit quadrat⁹. Tunc dico ꝙ c eſt
quadratus. Sint d ⁊ e minimi in ꝓportione a ad b ita vt d ad e ſit q̄ a ad b tunc ꝑ.24. tertij d numerat
a ⁊ e nūerat b equaliter ſit ergo ſcd̄m f ⁊ ꝑ eandē tertij d nūerat b ⁊ e nūerat c equaliter ſit ergo ſcd̄ʒ
g ⁊ ſit h latus a qꝛ igit̄ ex terminis ⁊ ex ypotheſi ex d in f ſit a tm̄ ſcʒ ſicut ex h in ſe ꝑ p̄mū correlariū.
43. ſcd̄i d ad h vt h ad f eſt ergo h medi⁹ ꝓportionalis inter d ⁊ f ⁊ qꝛ ex terminis ⁊ ex ypotheſi ex d
in f ſit a ⁊ ex d in g ſit b ꝑ.21. ſcd̄i proportio f ad g eſt que a ad b quare d ad e q̄ f ad g ergo ꝑmutatiʒ d
ad f que e ad g ſʒ inter d ⁊ f mediat vnus ꝓportionalis puta h ergo ꝑ.12. quarti inter e ⁊ g mediabit
vnus q̄ ſit k erūt igit̄ e k ⁊ g ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales cū igit̄ ex terminis ⁊ ex ypotheſi ex e in g
ſiat c ꝑ p̄mū correlariū.43. ſcd̄i ex k in ſe ſiet c quare ex terminis c erit quadratū quod eſt ꝓpoſitum
Co. ¶ Ex p̄ſiti ꝯſtat ꝙ inter quadratū nūerū ⁊ nō quadratū nūerū vnū medium in ꝯtinua ꝓportionalita
te cadere eſt impoſſibile. Et ex ꝯſiti medietatē ꝓportionis reperte inter duos nūeros quoꝝ vn⁹ eſt qua
dratus ⁊ alius nō quadratus in nūeris reperiri eſt impoſſibile. ¶ Primū pʒ qꝛ dato oppoſito ſeqt̄
ſtatim oppoſitum preſētis. Et ſcd̄m perʒ ex primo ⁊ ex ſecundo correlario.12. quarti.
19 ¶ Si quatuor nūerorum ordinatim ꝯtinuo ꝓportionaliū p̄m⁹ fuerit cub⁹ quartus quoꝗ erit cubus.
¶ Sint a b c d quattuor nūeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales quoꝝ a prim⁹ ſit cub⁹. Tūc dico d eſſe
cubū. Si eni̅ hi quattuor fuerint in ſua ꝓportiōe minimi ꝑ.5. hui⁹ ꝯſtat ꝓpoſitū. Sin aūt ſint e f g h qua
tuor ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales in ꝓportione illoꝝ cuboꝝ minimi tūc ꝑ.25. tertij e nūerat a ⁊ f nu
merat b ⁊ g nūerat c ⁊ h nūerat d equaliter ⁊ ꝑ.5. hui⁹ e ⁊ h ſūt cubi ⁊ qꝛ e ⁊ a ſunt cubi per.10. huius
erunt duo ꝓportionales medij inter e ⁊ a qui ſint ordinatim k ⁊ l ⁊ quia ꝑ equam proportionalitatem
directam ꝓportio e ad h eſt que a ad d permutatiʒ e ad a que h ad d ergo ꝑ.12. quarti inter h ⁊ d erūt
ſimiliter duo medij ꝓportionales qui ſint ordinatim m ⁊ n erunt tūc h m n d ordinatim contiuo ꝓpor
tionales quorū d erit maximus h minimus quare ꝑ.27. diffinitionem ſcd̄i proportio d ad h eſt tripla
ad ꝓportionem d ad n ⁊ ex ꝯſiti ad ꝓportionem m ad h ⁊ qꝛ h prim⁹ numerat d vltimuʒ vt ꝓbatuʒ eſt
per.15. quarti h numerat m ſcd̄m ſit igitur o latus h cubi ⁊ o ſit totiēs in p quotiens h in m erit tūc ꝓ
portio p ad o q̄ m ad h ergo ꝑ p̄mā ſcd̄i p eſt mai⁹ o ſicut m mai⁹ h quare cub⁹ p q̄ ſit q erit maior h cu
bo o ⁊ qꝛ ꝓportio d ad h ꝓbata eſt tripla ad proportionē m ad h erit etiā tripla ad ꝓportionem p ad o
ſed per.11. huius proportio q ad h eſt tripla proportioni p ad o ergo q ad h eſt que d ad h ergo per ter
tium correlarium.3. ſecundi q eſt equalis d ſʒ q eſt cubus ergo d eſt cubus quod eſt propoſitum.
Co. ¶ Ex p̄ſiti ꝯſtat ꝙ impoſſibile eſt int̄ cubū ⁊ nō cubū duos cadere medios in ꝯtinua ꝓportionalitate
Et ex ꝯſiti proportionis inter tales reperte tertiam partem in numeris reperire eſt impoſſibile. Hoc
ex p̄ſiti et ex tertio correlario.12. quarti manifeſte deducitur.
20 ¶ Si q̄drat⁹ aliquē q̄dratū nūeret nūerabit ipʒ ſm̄ q̄dratū nūeri ſm̄ quē lat⁹ ei⁹ nūerat illi⁹ lat⁹ ⁊ ſi
lat⁹ q̄drati lat⁹ alicui⁹ nūeret nūerabit ipm̄ ſm̄ lat⁹ q̄drati ꝑ quē q̄drat⁹ eius nūerat quadratū illius.
¶ Sint a ⁊ b duo quadrati ⁊ c latus a ⁊ d latus b ⁊ ſit p̄mo ita ꝙ a numeret b tūc per.16. huius c nu
merat d ſit ergo ſcd̄m f ⁊ ſit e quadratum f. Tūc dico ꝙ a numerat b ꝑ e. Naꝫ per.6. huius inter a ⁊
b mediat vnus ꝓportionalis ſecundum ꝓportionem c ad d qui ſit g quia igitur proportio a ad g eſt q̄
c ad d ⁊ c numerat d ꝑ f per primum correlarium prime ſecundi a numerat g per f ⁊ per idem g nume

rat g per f quare p.21.primi a numerat b per e productum ex f in ſe quod eſt propoſitum. ¶ Sit ſe
cundo ita ꝙ c numeret d per e. Tunc dico per.15.huius a numerat b ſit ergo ſcđm f. Dico ergo e eſſe
latus f quadrati. Quia per ſtatim demonſtratum f erit quadratum e.
1.co. ¶ Ex preſenti conſtat ꝙ nullus quadratus numerat quadratū ſecundum numerum non quadratum
neqȝ non quadratus numerat quadratum ſecundum quadratum ſed preciſe ſecundū non quadratū.
¶ Quia dato oppoſito primi ipſorum ſtatim ſequitur oppoſitū pñtis. Et dato oppoſito ſcđi ꝑ primū
correlariū.15.primi quadratus nūeraret quadratū ſcđm nō quadratū quod repugnat primo.
¶ Patet vltra ꝙ vniuerſaliter ex quadrato in non quadratū ⁊ ex non quadrato in quadratū fiet nō
2.co quadratus. Et ſi aliquis quadratus a quadrato numeretur ille fiet ex quadrato in quadratum.
21. ¶ Si cubus cubū nūeret nūerat ipm̄ ſcđm cubū illius nūeri ſcđm quē latꝰ eiꝰ nūerat latꝰ illiꝰ. Et ſi
latꝰ cubi latus alicuiꝰ cubi nūeret nūerat ipſū ſcđm latus cubi ſcđm quē eius cubꝰ nūerat cubū illiꝰ.
¶ Sunt a ⁊ b duo cubi ⁊ c latus a ⁊ d latus b ⁊ ſit primo ita ꝙ a nūeret b. Tunc ꝑ.17.huius c nūeret
d ſit ergo ſcđm e ⁊ ſit f quadratum e ⁊ g cubꝰ e. Dico ergo ꝙ a numerat b ſcđm g. Quia per.10.huiꝰ
inter a ⁊ b ſunt duo ꝓportionales medii ſcđm ꝓportionem c ad d qui ſint h ⁊ k ordinati; quia ergo ꝓ
portio a ad h eſt q̄ c ad d ⁊ c numerat d ꝑ e per primū correlariū prime ſcđi a nūerat h ꝑ e ⁊ per idem
h numerat k ꝑ e ⁊ k nūerat b ꝑ e quare per.21.primi a nūerat k ꝑ f q̄ ſit ex e in ſe ⁊ ꝑ eandē a nūerabit
b ꝓductum ex e in f qui ex terminis eſt g. ¶ Sit ſcđo ita ꝙ c nūeret d ꝑ e. Tunc ꝑ.17.huius a nume
rabit b ſit ergo ſcđm f. Tunc dico e eſſe latus f cubi. Quia per ſtatim demonſtratum f eſt cubus e.
1.co. ¶ Ex preſenti conſtat ꝙ nullus cubus numerat cubum ſecundum numerum non cubū. Nec non cu
bus numerat cubum ſecundum cubū ſed preciſe ſecundū non cubum. ¶ Quia dato oppoſito primi
iſtorum ſtatim ſequitur oppoſitum preſentis. Et dato oppoſito ſecundi per primū correlarium.13.pri
mi cubus numeraret cubum ſecundum non cubum quod repugnat primo.
2.co ¶ Patet vltra ꝙ vniuerſaliter ex cubo in non cubum ⁊ ex non cubo in cubum efficitur non cubus.
Et ſi cubus numeretur a cubo ille fiet ex cubo in cubum.
22 ¶ Si quadratus in quadratū ducatur ꝓducetur quadratus ⁊ ſi cubus in cubum ꝓducetur cubus.
¶ Ducatur primo a quadratus in b quadratū ⁊ fiet c. Tunc dico ꝙ c eſt quadratꝰ ⁊ imprimis ſi a ſit
equalis b notum eſt illud. Et ſi inequalis per.6.huius inter a ⁊ b eſt vnus medius ꝓportionalis qui
ſit d erunt igitur a d b ordinatim continuo proportionales quare per primum correlariū.4.3.ſecundi
ex d in ſe fiet tm̄ ſicut ex a in b ⁊ per ꝯñs fiet c vnde ex terminis ꝯſtat propoſitum. ¶ Ducatur ſecūdo
a cubus in b cubū ⁊ fiet c. Tunc dico c eſſe cubū ⁊ imprimis ſi a aut b ſit vnitas notū eſt illud q2 c erit
aliquis illorū. Si autē a non ſit vnitas nec b ſit d latus cubi a ⁊ e quadratū d q2 ergo ex a in b fiet e quo
tiens vnitas in a totiens b in c quare proportio vnitatis ad a eſt que b ad c ſed per correlariū.15.hu
ius inter vnitatem ⁊ a ſunt e ⁊ d medii proportionales ergo per.12.quarti inter b ⁊ c cadent etiā duo
medii proportionales qui ſint ordinatim g ⁊ f erunt tunc b g f c quattuor numeri ordinatim continuo
proportionales ſed b primus eſt cubus ergo per.19.huius c quartus eſt cubus qđ eſt propoſitum.
Co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ nullus quadratus nūerat non quadratū ſcđm quadratū nec cubus numerat nō
cubū ſcđm cubū. Sȝ ſi quadratꝰ nūeret aliquē nūerū ꝑ quadratū ille nūeratꝰ erit quadratꝰ ⁊ ſi cubꝰ
nūeret aliquē ꝑ cubū nūeratꝰ erit cubꝰ. Dato eñ oppoſito alicuiꝰ iſtoꝝ ſtatim ſeq̄re oppoſitū pñtis.
23 ¶ Si duo numeri fuerint commenſurabiles erūt eorum quadrati commenſurabiles ſimiliter ⁊ cubi
ipſorum commenſurabiles. Et ſi duo numeri fuerint incommenſurabiles erunt quadrati ipſorū in
commenſurabiles ſimiliter ⁊ eorum cubi erunt incommenſurabiles.
¶ Sint a ⁊ b duo nūeri ⁊ c quadratum a ⁊ d quadratum b ⁊ e cubus a ⁊ f cubus b ⁊ ſint primo a ⁊ b
cōmenſurabiles tunc dico ꝙ c ⁊ d ſunt cōmenſurabiles ſimiliter ⁊ e ⁊ f ſunt cōmenſurabiles. Sit eñ
g numerus ꝓter vnitatem cōmuniter numerans a ⁊ b quia igitur ex ypotheſi ⁊ ex terminis a nūerat
c ⁊ e ⁊ b nūerat d ⁊ f per.21.primi g numerabit c ⁊ d ⁊ etiā e ⁊ f vnde ex terminis conſtat propoſitum.
¶ Sint ſecundo a ⁊ b incommenſurabiles. Tunc dico c ⁊ d eſſe incōmenſurabiles ſimiliter e ⁊ f quia
ex terminis ⁊ ex ypotheſi ex a in ſe fit c ⁊ ex a in c fit e ⁊ per idem ex b in ſe fit d ⁊ ex b in d ſit f quare
per.14.tertii c ⁊ d ſunt incommenſurabiles ⁊ ſimiliter e ⁊ f quod eſt propoſitum.
1.co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ ſi duo q̄drati aut duo cubi aliq̄ꝝ nūeroꝝ fuerit ꝯmēſurabiles erūt illi nūeri ꝯmēſu
rabiles ⁊ ſi icōmēſurabiles erūt ⁊ illi icōmēſurabiles dato eñ oppoſito hꝰ ſtatī ſeq̄t oppoſitū pñtis
2.co ¶ Patet vltra ꝙ ſi duo quadrati duorum numerorum fuerint cōmenſurabiles erunt cubi eorūdem
cōmenſurabiles ⁊ ſi incōmenſurabiles erūt cubi eorūdem incōmenſurabiles. Et ſi duo cubi duorum
numerorum fuerint commenſurabiles erunt quadrati eorūdem commenſurabiles ⁊ ſi incommenſu
rabiles incommenſurabiles. Hec ex preſenti cum precedenti correlario manifeſtiſſime ſequitur.
24 ¶ Si quadrati ad aliquem numerum fuerit ea ꝓportio que quadrati ad quadratum ille erit quadra
tus. Et ſi cubi ad aliquem fuerit que cubi ad cubum ille erit cubus.
¶ Sit primo a quadrati ad b numerū ea ꝓportio q̄ c quadrati ad d quadratum. Tūc dico ꝙ b eſt qua
dratus ⁊ imprimis ſi a ſit equalis b ꝯſtat ꝓpoſitum. Si autem ex prima ſcđi c eſt inequalis inter c d
erit vnꝰ medius ꝓportionalis ergo ꝑ.12.quarti inter a ⁊ b erit etiā vnus mediꝰ ꝓportionalis qui ſit e
erūt igit̄ a e b tres nūeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales quoꝝ a primꝰ eſt q̄dratꝰ ḡ ꝑ.18.huiꝰ b tertius
erit q̄dratꝰ qđ ē ꝓpoſitū. ¶ Sit ſcđo a cubi ad b nūeꝝ q̄ c cubi ad d cubū tūc dico d eē cubū. Si eī a ſit
equalis b ꝯſtat ꝓpoſitū ⁊ ſi ineq̄lis ex prima ſcđi c eſt inequalis d quare ꝑ.10.huiꝰ inter c ⁊ d ſunt duo
medii ꝓportiōales ḡ ꝑ.12.q̄rti it̄ a ⁊ b cadēt etiā duo medii ꝓportiōales q̄ ſint ordinati e ⁊ f erūt ḡ a
e f ⁊ b ordinati ꝯtinuo ꝓportionales quorū a primꝰ ē cubꝰ ḡ ꝑ.19.huiꝰ b quartꝰ ē cubꝰ qđ eſt ꝓpoſitū.
Co. ¶ Ex preſēti ꝯſtat ꝙ ſi alicuius numeri ad numerū quadratum fuerit ea proportio que quadrati ad

quadratum ille eſt quadratus. Et ſi alicuius ad aliquem cubũ fuerit q̃ cubi ad cubũ ille erit cubus.
25 ¶ Si quadratus in quadratum ducatur latus quadrati producti erit numerus productus ex ductu laterum illorum quadratorum vnius in alterum.
¶ Sit c productus ex a quadrato in b quadratũ tunc per .22. huius c eſt quadratus. Sit inſuper f productus ex d latere a in e latus b. Dico ergo ꝙ f eſt latus c quadrati qꝛ per .6. huius proportio a ad f eſt q̃ e f ad b. Sint ergo a f b ordinatim cõtinuo proportionales ergo per primũ correlarium .43. ſecundi c productus ex a in b eſt equalis producto ex f in ſe vnde ex terminis conſtat propoſitum.
26 ¶ Si cubus in cubũ ducatur latus cubi producti erit numerus productus ex ductu laterum illorũ cuborum vnius in alterum.
¶ Ducatur a cubus in b cubũ ⁊ fiat c quis per .22. huius erit cubus ducatur inſuper d latus a in e latus b ⁊ fiat f dico igitur ꝙ f eſt latus c cubi. Sit enĩ g quadratus d ⁊ h quadrat⁹ e ⁊ k quadratus f.
¶ Tunc ad clarius oſtendẽdum propoſitum dico primo ꝙ proportio g ad f eſt que d ad e ſimiliter ⁊ f ad h que d ad e ⁊ ex conſequenti que g ad f que f ad h hec conſtãt. ¶ Dico ſecundo ꝙ d ad f eſt que e ad h quia ex primo dicto d ad e que f ad h ergo ꝑmutatim d ad f que e ad h. ¶ Dico tertio ꝙ a ad k ẽ que f ad b duco enĩ d in f ⁊ fiat l quia ergo ex terminis ⁊ ex hypotheſi ex d in g fit a ⁊ ex d l f fit l ꝑ .21. ſecundi a ad l eſt que g ad f ⁊ quia ex d in f fit l ⁊ ex f in ſe fit k per eandẽ ſecundi l ad k eſt que d ad f duco inſuper d in h ⁊ fiat m qꝛ ergo ex d in e fit f ⁊ ex d in h fit m per .21. ſcd̃i f ad m eſt que e ad h. Et ex ꝯñti ex ſecundo dicto erit ea que d ad f ⁊ qꝛ ex d in h fit m ⁊ ex terminis ⁊ ex hypotheſi ex e in h fit b per eandem ſcd̃i m ad b eſt que d ad e ergo ex primo dicto ⁊ que g ad f. Erit igitur f ad m ea propoſitio que d ad f ⁊ m ad b que g ad f ſꝫ a ad l ꝓbata eſt que g ad f ⁊ l ad k eẽt que d ad f ergo a ad l eſt q̃ m ad b ⁊ l ad k que f ad m per equã igitur ꝓportionalitatem indirectam a ad k eſt que f ad b quod eſt propoſitum huius dicti. ¶ Tũc ſic a ad k eſt que f ad b ergo ꝑmutatim a ad f que k ad b ergo ꝑ .43. ſecundi c cubus productus ex a in b erit equalis illi quod fiet ex f in k quadratum f ergo ex terminis f eſt latus cubi c quod eſt propoſitum.
¶ Quadratos tres quorum continuo ſumptorum differentie ſint equales contingit reperire.
27 ¶ Hec docet modum ꝓcedẽdi ad inueniendum tres quadratos quorum ꝑmi ad ſcd̃m ſit eadem dr̃a que ſecundi ad tertiũ. Sit igitur a quicũqꝫ nũerus ⁊ ſit b nũerus maior a cuius dr̃a ad a ſit quadrupla ipſi a que ſit c ⁊ ſit d maior b cuius dr̃a ad b ſit equalis a ⁊ e maior d cuius dr̃a ad d ſit etiã equalis a cõſtat tunc exceſſum e ſupra b eſſe duplũ ipſi a ⁊ ex ꝯñti ſubduplũ ad c. Sit ergo ille f. Cõſtat inſuper ex .5. primi d eſſe medietatẽ ꝯpoſiti ex b ⁊ e ſit ergo g quadratus a ⁊ h quadratus b ⁊ k quadratus e. Dico igitur dr̃am k ad h eſſe equalem dr̃e h ad g. Quia ꝑ .14. huius dr̃a h ad g eſt equalis producto ex ꝯpoſito ex a b in c. Cum igitꝰ ꝯpoſitus ex a b ſit equalis d differentia h ad g erit equalis ꝓducto ex d in c. Et etiã per .14. huius dr̃a k ad h eſt equalis producto ex cõpoſito ex b ⁊ e qui ꝓbatus eſt duplus d in f. Quia igitur ꝓportio c ad f eſt que totus b e ad d quia vtraqꝫ probata eſt dupla cõuerſim d ad totum b e eſt que f ad c quare ꝑ .43. ſecũdi ex d in c equũ fiet illi quod ex toto b e in f. Cũ igitur productum ex d in c ſit differentia h ad g ⁊ productum ex toto d e in f differentia k ad h vt probatum eſt erit differentia k ad h equalis differentie h ad g quod eſt propoſitum.
Co: ¶ Ex preſenti ꝯſtat ꝙ quocumqꝫ quadrato dato ꝯtingit alios duos quadratos reperire quorum vn⁹ equaliter excedet ipſum ſicut excedet ab alio. ¶ Quia quocumqꝫ tali dato capiatur latus eius loco a in demonſtratione preſentis ⁊ eadem erit demonſtratio.
28 ¶ Quocũqꝫ quadrato poſt ſcd̃m dato contingit aliũ quadratũ reperire qui cũ eo quadratũ ꝯſtituat
¶ Sit a quicũqꝫ quadrat⁹ poſt ſecundũ in ſerie. Tunc dico ꝙ cõtingit reperire quadratum aliquẽ q̃ cum eo quadratũ ꝯſtituat. Quia ſi a ſit diuiſibilis in duo equa ſit b medietas eius ⁊ c latus a quod cõſtat eſſe mai⁹ binario qui ſit d ꝯſtat inſuper a ꝓduci ex d in b ꝯſtat inſuper ꝙ c eſt inequalis b qꝛ alias ex c in b fieret a tm̃ ſcꝫ ſicut ex d minori c in b quod repugnat .9. petitioni eſt igitur c inequalis b ⁊ ex ꝯñti etiã d eſt inequalis b qꝛ alias a eſſet ſcd̃s quadratus in ſerie qꝛ igitur ex d in b fit a ſimiliter ⁊ ex c in ſe per primũ correlarium .43. ſcd̃i proportio d ad c erit que c ad b ⁊ quia d numerus primus numerat a ꝓductum ex c in ſe ꝑ ſcd̃m correlarium .6. tertij d nũerat c ergo ꝑ primum correlarium prime ſcd̃i c nũerat b quare per .21. primi d numerat b ſit ergo ſecundũ e tunc per primum correlarium .13. primi e numerat b ſcd̃m d quare e bis ſumptus ꝯſtituit b ⁊ per ꝯñs eſt medietas b cũ igitur e non poſſit eſſe vnitas qꝛ tunc b eſſet equalis d ſit f nũerus maior e vnitate ⁊ g minor e vnitate erit tunc ex .21. digni tate exceſſus f ſupra g binarius ⁊ per .5. ꝑmi e eſt medietas totius f g ⁊ per ꝯñs tot⁹ f g eſt equalis b quare ex d in totum f g ꝓducetur a tm̃ ſcꝫ ſicut ex d in b ſit ergo h quadratum f ⁊ k quadratum g. Dico igitur ꝙ compoſitus ex k ⁊ a quadratis eſt equalis h quadrato. Quia ꝑ .14. huius exceſſus h ſupra k eſt numerus ꝓductus ex d in totum f g modo ille ꝓductus ꝓbatus eſt a ergo h adequate reſultat ex k ⁊ a. Si autẽ a quadratus non poſſit in duo equa diuidi tunc ex correlario .17. tertij a poterit diuidi in duas ꝑtes ſola vnitate diſtãtes que ſint b maior ⁊ c minor ⁊ ſit d quadratum b ⁊ e quadratũ c. Dico ꝙ cõpoſitus ex a ⁊ e duobus quadratis eſt equalis d quadrato. Quia ꝑ .14. huius exceſſus d ſupra e eſt nũerus productus ex differẽtia b ad e que eſt vnitas in totum b c modo ex vnitate in totũ b c fit totus b c qui ex ypotheſi eſt equalis a ergo exceſſ⁹ d ſupra e eſt equalis a quare cõpoſit⁹ ex d ⁊ a erit equalis d quod eſt ꝓpoſitum. ¶ Hic aduerte ꝙ nec vnitas primus quadratus in ſerie nec quaternarius ſecũdus quadratus ſeriei cum aliquo quadrato poteſt quadratum ꝯſtituere quia ex ꝑmo correlario .14. huius nõ poteſt duorum quadratorum inequalium differentia eſſe vnitas aut quaternarius. Et propter hoc in preſenti additur illa particula ſcꝫ poſt ſecundum in ſerie.
29 ¶ Diſpoſitis omnib⁹ quadratis ab vnitate inchoando ordinatim ſicut in ſerie occurrunt ꝑmus alte-

ra ꝑte longioꝛ in ſerie occurrens erit ille medius ꝓportionalis qui reperitur inter primum quadratũ ⁊ ſecundum ⁊ ſecundus altera parte longioꝛ in ſerie occurrens erit ille qui reperitur inter ſecundum quadratum ⁊ tertiũ ⁊ ita deinceps. Eritq; cuiuſlibet illoꝛum quadratoꝛum ad quẽlibet altera ꝑte lõgioꝛẽ immediate p̃cedentem ipm̃ aut ſequentem in ſerie dr̃a equalis lateri illius quadrati.

¶ Sint vnitas ⁊ a b c d ⁊ ita deinceps oꝛdinatim numeri ſicut in ſerie occurrunt ⁊ ſicut vnitas e f g h ⁊ ita deinceps oꝛdinatim quadrati ſicut in ſerie occurrunt conſtat tunc vnitatẽ eſſe latus primi quadrati ⁊ a eſſe latus e ⁊ b latus f ⁊ c latus g ⁊ ita deinceps. Sint inſuper k l m n oꝛdinatim altera ꝑte longioꝛes ſicut in ſerie occurrunt conſtat tunc vnitatẽ ⁊ a eſſe latera k altera parte longioꝛis in ſerie occurrẽtis ⁊ a ⁊ b eſſe latera l ſecundi ⁊ ita deinceps quare k fiet ex vnitate in a ⁊ l ex a in b ⁊ ita deinceps. Conſtat inſuper k eſſe proximum altera parte longioꝛẽ ſequentem vnitatẽ ⁊ proximum precedentem e quadratum ⁊ l primum ſequentem e ⁊ primum p̃cedentem f ⁊ ita deinceps. ¶ Dico igitur primo ꝙ k eſt ille medius ꝓportionalis qui reperitur inter vnitatem ⁊ e ⁊ b ille qui reperitur inter e ⁊ f ⁊ ita deinceps. Dico ſecũdo ꝙ cuiuſlibet illoꝛum quadratoꝛum ad quẽlibet altera parte longioꝛem primum precedentem aut ſequentem differẽtia eſt latus illius quadrati. ¶ Primum patꝫ quia per 6. huius inter vnitatẽ ⁊ e eſt medius proportionalis numerus qui fit ex vnitate latere vnitatis in a latus e qui probatus eſt k ⁊ inter e ⁊ f qui fit ex a in b latus f qui ꝓbatus eſt l ⁊ ita deinceps patet igitur primum. ¶ Secundum patet quia per .33. dignitatem ex vnitate in a fit a ergo k ꝓductus ex vnitate in a eſt equalis a cũ igitur differentia vnitatis e ad a ſit vnitas erit differẽtia vnitatis ad k proximum altera parte longioꝛẽ ſequentem vnitatem vnitas latus ipſiuſmet vnitatis quia a adequate componitur ex duabus vnitatibus per .16. primi e productus ex a in ſe erit equalis compoſito ex productis ex vnitate bis in a ⁊ per cõſequens differentia e ad k productum ex vnitate in a qui eſt proximus altera parte longioꝛ precedẽs e erit numerus productus ex vnitate in a ⁊ per cõſequens erit a latus ipſius e ⁊ quia b adequate reſultat ex a ⁊ vnitate per .14. p̃mi ex a in b tñ fiet ſicut ex a in a ⁊ ex a in vnitatem ergo e ꝓducti ex a in a ad l primum altera parte longioꝛem ſequentẽ ipſum qui fit ex a in b differentia erit numerus qui fit ex a in vnitatem ⁊ per ꝯñs erit a latus e ⁊ quia per .16. primi ex b in ſe tñ fit ſicut ex a in b ⁊ ex vnitate in b differentia f producti ex b in ſe ad l proximũ altera parte longioꝛem p̃cedentem ipſum qui fit ex a in b erit numerus productus ex vnitate in b ⁊ per ꝯñs erit ipſemet b latus f. Et cõſimiliter omnino oſtendatur ꝓpoſitum de quocumq; quadrato reſpectu proximi altera ꝑte longioꝛis precedentis ipſum ſicut oſtenſum eſt de f reſpectu l ⁊ reſpectu proximi ſequentis ſicut oſtenſum eſt de e reſpectu l patet igitur totum propoſitum.

1. co. ¶ Ex p̃nti conſtat ꝙ ſi diſponantur oꝛdinatim omnes quadrati ſicut in ſerie occurrũt ab vnitate inchoando ⁊ ſumãtur omnes medij ꝓportionales inter quoſcumq; duos proximos illoꝝ ſumẽtur omnes altera parte longioꝛes in ſerie occurrẽtes ⁊ p̃mus altera parte lõgioꝛ erit maioꝛ p̃mo quadrato ⁊ minoꝛ ſcd̃o ⁊ proxime ſequẽs p̃mum ⁊ p̃cedens ſcd̃m ⁊ ſcd̃s maioꝛ ſcd̃o quadrato ⁊ minoꝛ tertio et proxime ſequens ſcd̃m ⁊ p̃cedens tertium ⁊ ita deinceps. Hoc manifeſtiſſime apparet ex preſenti.

2. co ¶ Patet ſecundo ꝙ inter quoſcumq; duos quadratos proximos in ſerie mediat vnus altera parte longioꝛ cuius latera ſũt latera illoꝛum quadratoꝛum ⁊ non mediant plures inter duos proximos ſed quicumq; alius altera ꝑte longioꝛ eſt quocũq; illoꝛum quadratoꝝ maioꝛ aut quocũq; minoꝛ. ¶ Nã per p̃ntem cum adiutoꝛio .6. huius ꝯſtat primum quo habito dato altera ꝑte longioꝛi medio ꝓportionali inter duos quadratos proximos quicũq; fuerint proximus altera ꝑte longioꝛ ſequens illũ in ſerie per p̃ntem erit medius ꝓportionalis inter maioꝛem illoꝛum quadratoꝛum ⁊ primum quadratum ſequentem ergo ille erit maioꝛ maioꝛi illoꝛum quadratoꝝ ⁊ ex ꝯñti maioꝛ minoꝛi ⁊ a foꝛtioꝛi quilibet alius ſequens illum altera ꝑte longioꝛem in ſerie erit maioꝛ quocũq; illoꝛum quadratoꝛũ. Et ſi aliquis altera parte longioꝛ excedat in ſerie illũ altera ꝑte longioꝛem inter illos duos quadratos ꝑ p̃ntem ille erit medium ꝓportionale inter minoꝛem illoꝛum quadratoꝛum ⁊ primum quadratũ p̃cedentẽ illũ minoꝛẽ ⁊ ꝑ ꝯñs ille altera ꝑte longioꝛ erit minoꝛ minoꝛe illoꝛum quadratoꝝ ⁊ ex ꝯñti minoꝛ maioꝛi ⁊ a foꝛtioꝛi quilibet alius precedens illum ſi talis fuerit erit quocumq; illoꝛum minoꝛ.

3. co. ¶ Patet vltra ꝙ licet quicumq; altera ꝑte longioꝛ ſit medius ꝓportionalis geometrice inter duos quadratos quoꝝ vnus eſt primus precedens ipſum ⁊ alius proximus ſequens tñ nullus quadrat⁹ eſt medius ꝓportionalis geometrice inter duos altera ꝑte longioꝛes quoꝛum vnus proxime precedit ipſum ⁊ alius proxime ſequitur ipſum. ¶ Quia per p̃ntem dr̃a proxime ſequentis ipſum eſt equalis differentie ipſius ad primum p̃cedentem ergo per primũ coꝛrelariũ .36. ſcd̃i maioꝛ erit ꝓpoꝛtio ipſius ad proximum precedentem ipſum q̃ proximi ſequentis ad ipſum ⁊ per ꝯñs non erit medius proportionalis geometrice inter illos.

4. co ¶ Patꝫ vltra ꝙ dr̃a ſcd̃i ad altera parte longioꝛis ad p̃mum in ſerie occurrentem eſt dupla ad ſecũdum numerũ in ſerie occurrẽtem ⁊ differentia tertij ad ſcd̃m dupla ad tertiũ ⁊ ita deinceps. Nã dr̃a ſcd̃i ad ſecundum quadratum qui eſt proximus quadratus p̃cedens ipſum per preſentem eſt equalis differentie ſcd̃i quadrati ad primum altera parte longioꝛem ⁊ quelibet illarum eſt latus ſecundi quadrati quod eſt ſecundus nũerus in ſerie cum igitur ꝑ .21. dignitatem differentia ſecundi altera parte longioꝛis ad primum adequate reſultet ex illis duab⁹ differẽtijs equalib⁹ non ꝯmunicãtibus erit dupla ad quãlibet illarum ⁊ ꝑ ꝯñs ad ſcd̃m numerũ in ſerie. Et ꝯſimiliter patꝫ ꝓpoſitum de alijs.

5. co ¶ Patꝫ finaliter ꝙ quoꝛũcumq; duoꝛum proximoꝝ altera ꝑte longioꝛũ in ſerie mai⁹ latus minoꝛis ẽ minus latus maioꝛis ⁊ inter quoſcũq; tales p̃ciſe mediat vn⁹ quadrat⁹ in ſerie ⁊ ei⁹ latus eſt minus latus maioꝛis ⁊ mai⁹ minoꝛis. ¶ Primũ de ſe eſt notũ. Et ſcd̃m ptꝫ qꝛ dato illi⁹ oppoſito accideret oppoſitũ ſcd̃i coꝛrelarij p̃ntis. Tertiũ ptꝫ qꝛ ſi aliud ſit lat⁹ illi⁹ q̃drati ꝯtinget oppoſitũ .11. petitiõis

30 ❡ Si ſumãtur ordinatim oēs altera pte lõgiores ſicut in ſerie occurrũt ⁊ quelibet duo primi ꝯiungãt ⁊ ꝯpoſitorũ dimidia ordinatim ſumãtur ꝓuenient ordinatim omnes quadrati in ſerie poſt vnitatem.
❡ Quia ex pcedenti dĩa ſcdi quadrati in ſerie ad pmum altera pte longiorez eſt equalis dĩe ipſius ad ſcdm quare ex terminis illi duo altera pte longiores erunt equidiſtãtes a b ab illo quadrato ergo p 5. pmi ille quadratus erit medietas ꝯpoſiti ex illis ⁊ p idē tertius quadrat⁹ erit medietas cõpoſiti ex ſcdo ⁊ tertio altera pte longioribus. Et ita deinceps vnde manifeſte conſtat propoſitum.

31 ❡ Nullus altera parte longior eſt quadratus.
❡ Quia dato oppoſito ſit a ille ⁊ latera eius ſcdm ꝙ altera pte longior ſint b minor ⁊ c maior ⁊ latus eius in eo ꝙ quadratus ſit d vel ergo d eſt equalis b aut c aut nulli. Si pmum tunc ex d in ſe tm̄ pduceretur ſicut ex aliquo equali ipſi in aliquē inequalem ipſi quod eſt impoſſibile. Si aũt nulli illorum ſit equalis cũ non poſſit eſſe medius inter illos qꝛ ſola vnitate diſtãt erit quocũq; illorum maior aut quocumq; minor ⁊ p ꝯñs ex d in ſe tm̄ fieret ſicut ex maiori ipſo in maiorē ipſo aut ſicut ex minori ipſo in minorem ipſo puta ſicut ex b in c quorumq; vtrumq; eſt impoſſibile. Patet igitur propoſitum.
❡ Nullus altera parte longior eſt cubus.

32 ❡ Quia dato oppoſito ſint b maior ⁊ c minor eius latera in eo ꝙ altera pte lõgior qui ex terminis ſola vnitate diſtabunt ⁊ ex ꝯñti p tertium correlarium. 11. tertij erũt adinuicem primi ſit ergo d quadratum b ⁊ e quadratũ c ⁊ f latus a in eo ꝙ cubus ⁊ g quadratum f tũc p. 6. huius inter d ⁊ g erit vnus medius ꝓportionalis ſcdm ꝓportionem b ad f qui ſit h ⁊ per eandē inter e ⁊ g erit vnus ſcdm proportionem c ad f qui ſit k erit itaq; tam d ad h ꝙ h ad g ea ꝓportio que b ad f ⁊ e ad k ⁊ k ad g que c ad f ⁊ quia ex terminis ex f in g fit a ſimiliter ⁊ ex b in c p. 43. ſcdi ꝓportio g ad b que c ad f quare ⁊ que k ad g ⁊ quia g ad b ꝓbata eſt que c ad f pmutatim g ad c que b ad f quare ⁊ que h ad g erũt igitur d h g e ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſimiliter ⁊ e k g b erũt ordinatim ꝯtinuo proportionales cuz igitur ex terminis ⁊ ex. 13. tertij e ⁊ b ſint ꝯtra ſe pmi erunt p. 7. quarti c k g b quatuor nũeri ordinatim continuo ꝓportionales in ſua ꝓportione mĩmi ergo per. 5. hui⁹ eorum duo extremi puta e ⁊ b erunt cubi ⁊ qꝛ ex terminis ⁊ ex. 13. tertij d ⁊ c ſunt ꝯtra ſe pmi p. 7. quarti d h g e erunt quatuor ordinatim continuo ꝓportionales in ſua ꝓportione mĩmi quare p. 5. huius ipſorum duo extremi puta d ⁊ e erunt cubi eſſent igit̃ b ⁊ c cubi quare p. 10. huius inter b ⁊ c mediarēt duo ꝓportiõales qđ eſt impoſſibile qꝛ ex terminis eoꝝ dĩa eſt vnitas nõ ergo poterit aliquis altera pte lõgior eſſe cubus quod eſt ꝓpoſitũ.

33. ❡ Quocumq; altera pte longiore dato contingit alium altera parte longiorem a b ipſo reperire cui⁹ ad illum datum ſit ea proportio que quadrati ad quadratum.
❡ Sit a altera parte longior datus ⁊ b maior nũerus ⁊ c minor eius later a ⁊ d duplus b ⁊ e duplus c cõſtat tunc dĩam d ad e eſſe binariũ quia p primum correlarium. 27. ſcdi illius ad dĩam b ad c que eſt vnitas eſt ea ꝓportio q̄ d ad b puta dupla ſit inſup f quadratus d ⁊ g ꝓximus quadratus aũ ipſuz ꝯſtat tunc latus g ſola vnitate eſſe minus latere f. Sit inſup h minor g vnitate ⁊ k ſit altera parte longior medius inter f ⁊ g tũc p. 29. huius dĩa f ad k eſt d ⁊ dĩa k ad g eſt lat⁹ g qđ probatũ eſt minus d ſola vnitate ⁊ cum dĩa k ad h ſola vnitate ſit maior dĩa k ad g puta p differentiam g ad h ſequitur ꝙ dĩa k ad h erit equalis dĩe f ad k vt puta d ⁊ p ꝯñs dĩa f ad h erit dupla ad d quare ex d in differentiam d ad e que eſt binarius fiet dĩa f ad h ⁊ cum ex d in ſe fiat f ⁊ p. 14. pmi ex d in e ⁊ ex d in dĩaz d ad e tm̄ fiet ſicut ex d in ſe ſeqtur ꝙ ex d in e fiet h reſidua pꝯ f ab illa dĩa f ad h duco igit̃ g in h ſola vnitate minorē ipſo ⁊ fiat l quē ꝯſtat ex terminis eſſe altera pte longiorē duco inſup b in h ⁊ fiat m ⁊ c in h ⁊ fiat n ⁊ c in g ⁊ fiat o. ❡ Dico ergo ꝙ l altera pte longioris ad a altera pte longiorem eſt ea proportio que quadrati ad quadratum. ❡ Ad quod clare oñdēdum dico primo ꝙ ꝓportio l ad m eſt que g ad b. Quia l fit ex g in h ⁊ m ex b in h ergo p. 21. ſcdi l ad m vt g ad b. ❡ Dico ſcdo ꝙ o ad a eſt que l ad m. Quia o fit ex e in g ⁊ a ex c in b ergo p. 15. ſcdi o ad a vt g ad b ⁊ ex ꝯñti p primum dictũ o ad a vt l ad m. ❡ Dico tertio ꝙ m ad n eſt que b ad c ⁊ n ad o que h ad g. Quia ex b in h fit m ⁊ ex c in h fit n ergo p. 21. ſcdi m ad n vt b ad c ⁊ qꝛ ex c in h fit n ⁊ ex c in g fit o p eandē ſcdi n ad o vt h ad g conſtat igitur totum dictũ. ❡ Dico quarto ꝙ f ad h eſt que b ad c. Quia ex ypotheſi d ad b eſt que e ad c ergo pmutatim d ad e eſt que b ad c ſed ex d in ſe fit f ⁊ ex d in e fit h vt ꝓbatuz eſt ergo f ad h que d ad e quare ⁊ que b ad c patz igitur dictũ. ❡ Dico quinto ꝙ f ad h eſt que m ad n. Quia ex tertio dicto m ad n eſt que b ad c ⁊ ex quarto f ad h que b ad c ergo f ad h que m ad n. ❡ Dico ſexto ꝙ f ad g eſt que m ad o. Quia ex pcedenti dicto f ad h que m ad n ⁊ ex ſcda pte tertij dicti h ad g que n ad o ergo per equam ꝓportionalitatē directam f ad g eſt que m ad o quod eſt propoſitũ dicti. ❡ Tunc ſic f ad g eſt que m ad o ex vltimo dicto ⁊ p. 6. huius inter f ⁊ g mediat vnus ꝓportionalis ergo p. 12. quarti inter m ⁊ o mediabit vnus qui ſit p erit itaq; p ad o q̄ m ad p ſed ex ſcdo dicto l ad m eſt que o ad a ergo per equã ꝓportionalitatem indirectã l ad p que p ad a capio ergo tres ordinatiꝫ ꝯtinuo ꝓportionales mĩnimos in ꝓportione l ad p qui ſit ordinatim q r ſ tunc p. 5. huius q ⁊ ſ erũt quadrati ⁊ quia proportio l ad p eſt que q ad r ⁊ p ad a que r ad ſ p equam proportionalitatem directam l ad a eſt que q quadrati ad ſ quadratum quod eſt propoſitum.

34 ❡ Si diſponantur numeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ab vnitate inchoando tertium ab vnitate quadratũ atq; vno intermiſſo tertiũ ſemper eſſe quadratũ q̄rtũ vero ab vnitate cubũ ⁊ duob⁹ intermiſſis quartum ſemper eſſe cubum ſeptimũ autem quadratum ſimul ⁊ cubuz atq; quinq; intermiſſis ſeptimum ſemper quadratum ſimul ⁊ cubum eſſe neceſſarium eſt.
❡ Sint a vnitas ⁊ b c d e f g h k l m n o p q ⁊ tot quot velis vltra ordinatĩ ꝯtinuo ꝓportionales. Tũc qꝛ a b c ſunt tres nũeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales in ſua proportione mĩmi p. 5. huius a ⁊ c ſunt quadrati ⁊ p. 18. huius e tertius poſt c erit quadratus ⁊ g terti⁹ poſt e ſimiliter ⁊ p eãdē k ⁊ m ⁊ o ſic

ꝯſr erunt omnes quadrati ⁊ q2 a b c d ſunt quattuor ꝯtinuo ꝓportionales in ſua ꝓportione mini per 5. huius a ⁊ d eoꝝ duo extremi erunt cubi ⁊ ꝑ. 19. huius g quart⁹ poſt e erit cubus qui ꝓbatus eſt q̄dratus ⁊ eſt ſeptimus poſt a ⁊ ꝑ eandē b quart⁹ poſt g erit cubus ⁊ o quart⁹ poſt b erit etiam cubus qui probatus eſt quadratus inter quem ⁊ g mediāt quinq3 illoꝝ. Et ſic ꝯſr ex eiſdem ꝯcluſionibus huius de alijs omnibus ſequentibus patet omnino eodem modo propoſitum.

35 ¶ Si fuerint quotcumq3 nūeri ordinatim ꝯtinuo proportionales ab vnitate inchoando quorum ſcd̄s ab vnitate fuerit quadratus omnes erunt quadrati. Et ſi idem fuerit cubus erunt ⁊ omnes cubi. Et ſi idem fuerit quadratus cubicus quilibet ſequens erit quadratus cubicus.

¶ Sint a vnitas ⁊ b c d e f g ⁊ tot quot vltra velis ordinatim continuo ꝓportionales. Tunc pat3 ꝓpoſitum q2 ꝑ ſcd̄m correlarium. 31. quarti b nūerat e per b ⁊ c nūerat d ꝑ b ⁊ d numerat e ꝑ b ⁊ ita deinceps quare ſi b ſit quadratus ꝑ eorrelarium. 22. huius c quadratus ⁊ ex ꝯñti ꝑ idem correlarium d erit quadratus ⁊ ita deinceps. Et ſi b ſit cubus ꝑ idem correlariū c erit cub⁹ ⁊ ex ꝯñti ꝑ idē d erit cubus ⁊ ita de alijs. Et ſi b ſit quadratus cubicus per ide3 c erit quadratus cubicus ſimiliter ⁊ d ⁊ ita deinceps pat3 igitur totum propoſitum.

36 ¶ Si duorum proximorum altera ꝑte longiorum vnus in alterum ducatur fiat altera parte longior.

¶ Sint a minor ⁊ b maior duo ꝓximi altera ꝑte lōgiores ⁊ ex a in b fiat c. Tūc dico q̄ c eſt altera ꝑte longior. Sint eīn d nūerus minor ⁊ e maior latera a ꝯſtat tunc ex. 5. correlario. 29. hui⁹ e eſſe minus latus b ⁊ etiam latus quadrati inter a ⁊ b in ſerie repti qui ſit g ⁊ f ſit reliquu3 latus b tunc ex terminis e eſt maior d vnitate quare e adequate reſultat ex d ⁊ vnitate ⁊ per idē f adequate reſultat ex e ⁊ vnitate ꝯſtat inſuꝑ ex. 29. huius dfam g ad a eſſe e ſimiliter ⁊ dfam g ad b. Quia igitur ex e in ſe fit g ⁊ ex e in d fit a ꝑ. 21. ſcd̄i ꝓportio g ad a eſt que e ad d ⁊ per eandem b ad g que f ad e addo ergo d ipſi a ⁊ totus ꝯpoſitus ſit h quē ꝯſtat eſſe minorem g ſola vnitate quia g ſupra a addit e maiorē d ſola vnitate vt ꝓbatum eſt ⁊ quia f adequate reſultat ex e ⁊ vnitate ꝑ. 16. primi ex f in d tm̄ fiet ſicut ex e in d ⁊ ex vnitate in d ſ3 ex e in d fit a ⁊ ex vnitate in d fit d ergo ex f in d fiet ꝯpoſitus ex a ⁊ d puta h qt igitur ex f in d fit h ⁊ ex e in d fit a ꝑ. 21. ſcd̄i ꝓportio h ad a eſt que f ad e ⁊ ex ꝯñti que b ad g ergo ꝑ. 42. ſcd̄i ex h in g tm̄ fiet ſicut ex a in b ⁊ ꝑ ꝯña ex h in g fit c ſed h ⁊ g probati ſunt ſola vnitate diſtare ergo ex terminis c eſt altera parte longior quod eſt propoſitum.

37 ¶ Si duo ꝓximi altera ꝑte lōgiores cū duplo q̄drati mediū inter eos ꝯiungātur ꝯpoſit⁹ ex ipſis erit q̄drat⁹ cui⁹ lat⁹ erit numer⁹ ꝯpoſitus ex minori latere minoris altera ꝑte lōgioris ⁊ ex maiori maioris.

¶ Sint a minor ⁊ b maior duo ꝓximi altera ꝑte longiores ⁊ c quadratus medius inter eos ⁊ d min⁹ ⁊ e maius latera a ⁊ e minus ⁊ f maius latera b. Tunc ꝑ. 5. correlarium. 29. hui⁹ e eſt latus c quadrati ⁊ ex terminis f ⁊ d erunt equidiſtātes ab e quia vtriuſq3 illorum ad e dfa eſt vnitas quare ꝑ. 5. pmi ꝯpoſitus ex d ⁊ f eſt duplus e. Dico igitur q̄ ꝯpoſitus ex a ⁊ b ⁊ ex duplo c eſt quadrat⁹ cui⁹ latus eſt ꝯpoſitus ex d ⁊ f. Qr ꝑ. 29. huius exceſſ⁹ c ſupra a eſt e ſimiliter ⁊ exceſſus b ſupra c quare ex terminis a ⁊ b ſunt equidiſtātes ab ipſo c ergo ꝑ. 5. pmi ꝯpoſitus ex a ⁊ b eſt duplus c addendo igitur illi duplum c fiet quadruplum ad c erit igitur ꝯpoſitus ex a ⁊ b ⁊ ex duplo c quadruplus ad c ſit ergo ille g quem ꝯſtat ꝓduci ex c quadrato multiplicato ꝑ numeru3 quaternariū qui quadratus eſt quare ꝑ. 22 huius g eſt quadratus. Et quia ꝑ. 7. huius ꝓportio g ad c eſt dupla ad ꝓportionē lateris g ad latus c ⁊ ꝓportio g ad c eſt quadrupla que eſt dupla duple lateris g ad latus c erit ꝓportio dupla ſed ꝓportio ꝯpoſiti ex d ⁊ f ad ipſum e lat⁹ c ꝓbata eſt dupla ergo ꝯpoſitus ex e ⁊ f ꝑ tertiu3 correlariū. 3. ſcd̄i eſt equalis lateri g ⁊ per ꝯñs eſt latus g ꝯſtat igitur totum propoſitum.

38 ¶ Si duo quadrati ꝓximi cum dupla altera ꝑte longioris medij inter ipſos ꝯiungātur ꝯpoſitus ex illis erit quadratus cuius latus erit numerus compoſitus ex lateribus illorum duorum quadratorum.

¶ Sint a ⁊ b duo quadrati ꝓximi ⁊ c altera ꝑte longior inter ipſos medius ⁊ d latus a ⁊ e latus b ⁊ f ꝯpoſitus ex a ⁊ b ⁊ duplo c ⁊ g ꝯpoſitus ex d ⁊ e. dico ergo q̄ f eſt quadratus cui⁹ lat⁹ eſt g. Quia per ſcd̄m correlarium. 29. huius d ⁊ e ſūt latera c quare ex d in e fit c ſimiliter ⁊ ex e in d cū ergo ex d in ſe fiat a ꝑ. 14. pmi ex d in g fiet totus a c ⁊ q2 ex e in d fit c ⁊ ex e in ſe fit b ꝑ. 14. pmi ex e in g fiet totus c b ſed ex. 15. primi ex g in ſe tm̄ fit ſicut ex d in g ⁊ ex e in g ergo ex g in ſe fiet ꝯpoſit⁹ ex toto a c ⁊ ex toto c b ſed ille eſt equalis f quia cōponitur ex a ⁊ b ⁊ ex c bis ſumpto qui eſt duplus c ergo ex g in ſe fit f quare ex terminis f eſt quadratus cuius latus eſt g quod eſt totum propoſitum.

39 ¶ Si vſq3 ad quoſcumq3 duos numeros ſola vnitate diſtātes oēs numeri ab vnitate choacerueſtur ꝯpoſitus ex omnibus erit quadratus latuſq3 ipſius erit choacervatorum maximus.

¶ Sit vnus ordo ſic ſumptus ꝯñs ab vnitate ſe3 a vnitas ⁊ b c d e ⁊ alius ſic a vnitas ⁊ b e d ita q̄ e ſola vnitate ſit maior d ⁊ ſit f quadratus e. Dico ergo q̄ f eſt ꝯpoſitus ex omnibus illis nūeris illoru3 duoꝝ ordinū. Sint eīn quadrati oēs añ f in ſerie iſti ſe3 a quadrat⁹ vnitatis qui eſt ipſamet vnitas et g quadratus b ⁊ h quadratus c ⁊ k quadratus d ⁊ altera ꝑte longiores inter iſtos quadratos ſint l inter a ⁊ g ⁊ m inter g et h et n inter h et k et o inter k et f tunc ꝑ. 29. huius dfa l ad a eſt a quare l ꝯponitur ex duobus a et per eandem dfa g ad l eſt b quare g ꝯponitur ex duobus a et ex b et per eandē differentia m ad g eſt b quare m ꝯponetur ex duobus a et ex duobus b et ꝑ eandē dfa h ad m eſt c/ ergo h ꝯponetur ex duobus a et ex duob⁹ b et ex c et ꝑ eandem dfa n ad h eſt c quare n ꝯponetur ex duob⁹ a et ex duob⁹ b et ex duobus c et ꝑ eandem dfa k ad n eſt d ergo k ꝯponetur ex duob⁹ a et ex duobus b, et ex duobus c et ex d et ꝑ eādem dfa o ad k eſt d ergo o ꝯponitur ex duobus a et ex duobus b et ex duobus c et ex duob⁹ d et quia ꝑ eandē dfa f ad o eſt e f adequate ꝯponetur ex duob⁹ a et ex duobus b et ex duobus c et ex duob⁹ d et ex e vñ conſtat ꝓpoſitum. Et ſi vſq3 ad duos ſola vnitate diſtantes alios q̄3 d et e ſumātur ſic duo ordines conſimilis eſt penitus demonſtratio propoſiti.

40. ¶ Si vſq; ad aliquem numerum ſumantur bis omnes ab vnitate compoſitus ex omnibus erit altera parte longior eritq; ille numerus vſq; ad quem ſumuntur minus latus illius.
¶ Sumantur bis omnes nũeri ab vnitate vſq; ad a. Dico ergo ꝙ ꝯpoſitus ex illis omnib⁹ erit altera pte longior cuius minus latus erit a. Sit em̃ b maior a vnitate tunc ex ꝓcedenti cõpoſitus ex illis omnibus ⁊ ex b eſt quadratus cuius latus eſt b ſit ergo e ille quadratus ⁊ d quadrat⁹ a ⁊ e altera pte longior medius inter c ⁊ d tunc per ſcd'm correlarium. 29. huius a erit minus latus e ⁊ b maius ⁊ e eſt proximus altera pte longior ꝓcedẽs c quia alias aliud ab illo mediaret inter d ⁊ c quod repugnat illi correlario cum ergo ex ypotheſi c adequate addat b vltra cõpoſitum ex illis omnibus bis ſũptis ⁊ ꝑ. 29. huius addat etiam b ſupra e erit cõpoſitus ex illis omnibus bis ſũptis equalis e altera parte longiori cuius a probatus eſt eſſe minus latus conſtat igitur propoſitum.

41 ¶ Si idem numerus fuerit quadratus ⁊ cubus latus eius in eo ꝙ cubus erit quadratum ⁊ latus ei⁹ in eo ꝙ quadratus erit cubus.
¶ Sit a quadratus ſimul ⁊ cub⁹ ⁊ b latus ei⁹ in eo ꝙ quadratus ⁊ c eius latus in eo ꝙ cubus. Tunc dico ꝙ b eſt cubus ⁊ c eſt quadrat⁹. Duco em̃ b in a ⁊ fiat d tunc ex terminis d eſt cub⁹ ⁊ qr per. 13. primi ex a in b fit d ex terminis a cubus nũerat d cubum ꝑ b ergo ꝑ. 21. huius b eſt cubus qd eſt primum ¶ Scd'm patz ſit e quadratus c qui ꝑ correlariũ. 15. huius eſt medius ꝓportionalis inter a ⁊ c erunt igitur a ⁊ c ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales quorum a primus eſt quadratus ergo per. 18. huius c tertius eſt quadratus quod eſt propoſitum.

Co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ ſi aliquis nũerus in ſe ductus cubũ producat ille eſt cubus. Et ſi aliquis in ſuum quadratum ductus quadratũ fecerit ille erit quadratus. ¶ Primũ ptz qr tũc ille ꝓductus erit quadratus ⁊ cub⁹ cuius latus in eo ꝙ quadratus erit ille qui ductus in ſe illũ producit quo habito ex pñti ꝯſtat primum. ¶ Scd'm ptz quia ille ꝓductus erit etiã quadratus ⁊ cub⁹ ⁊ eius duo latera in eo ꝙ cub⁹ erũt ille q̃ multiplicat⁹ ꝑ ſuũ quadratũ ꝓducit illũ cũ ſuo quadrato quo hito ex pñti ꝯſtat ſcd'm

42. ¶ Si duo numeri fuerint quadrati ſimiliter ⁊ cubi medius ꝓportionalis inter ipſos ſecundum ꝓportionem laterum ipſorum in eo ꝙ quadrati erit cubus duorum aũt mediorũ proportionaliũ inter ipſos ſecundum ꝓportionem laterum ipſorum in eo ꝙ cubi vterq; erit quadratus.
¶ Sint a ⁊ b duo quadrati tunc ꝑ. 5. huius inter eos erit vn⁹ medius ꝓportionalis ſcd'm ꝓportionẽ laterũ ipſorũ in eo ꝙ quadrati qui ſit c ⁊ ꝑ. 10. huius inter eoſdẽ erunt duo medij ꝓportionales ſcd'm ꝓportionem laterũ ipſorum in eo ꝙ cubi qui ſint d ⁊ e ita ꝙ a d e b ſint ordinatim ꝯtinuo ꝓportiõales ſimiliter ⁊ b e d a. Dico ergo ꝙ c eſt cubus ⁊ d ⁊ e ſũt quadrati. Primũ ptz duco a in b ⁊ fiat f qui per 22. huius erit cub⁹ ⁊ qr a ad c eſt ea proportio que e ad b ꝑ pmũ correlariũ. 43. ſcdi ex c in ſe fiet f tm̃ ſcz ſicut ex a in b ergo ex terminis f eſt quadratus ⁊ c eius latus in eo ꝙ quadratus cum igit̃ f ꝓbat⁹ ſit etiã cub⁹ ex ꝓcedenti c eſt cubus qd eſt primũ. Et qr a d e ſunt tres numeri ordinatim ꝯtinuo proportionales ⁊ a prim⁹ eſt quadrat⁹ ꝑ. 19. hui⁹ e tertius eſt quadrat⁹ ⁊ qr etiã b e d ſũt tres nũeri ordinatim ꝯtinuo ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ b pri⁹ eſt q̃drat⁹ ꝑ eãdẽ hui⁹ d terti⁹ erit q̃drat⁹ pz igr̃ ſecũdũ.

43 ¶ Quocunq; numero dato contingit duos quadratos cubicos reperire inter quos ſecundum illius numerum datum medij proportionales ſumantur.
¶ Quia quocunq; tali dato ſumã nũeros ordinati ꝯtinuo ꝓportionales ſcd'm nũeruz maiorem ipſo terminariu vt ſi ille datus fuerit quaternarius ſumã ſex ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſcd'm ꝓportionem quã velis que ſint ordinatim a b c d e f quorũ cubi ſint iſti ordinatim g h k l m n qui ꝑ. 12. huius erunt ꝯtinuo ꝓportionales ducaturq; quilibz iſtoꝝ in ſe ⁊ fiant ordinatim o p q r s t qui ꝑ pmũ correlarium. 10. quinti erunt etiã ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ ex terminis quilibz iſtoꝝ erit quadratus ⁊ ꝑ. 22. h⁹ q̃libz eſt cub⁹. Dico igit̃ o ⁊ t eſſe duos quadratos cubicos quos querim⁹ qr vt ꝓbatũ eſt quilibz eoꝝ eſt quadrat⁹ ⁊ cub⁹ ⁊ inter eos mediãt p q r s q̃tuor nũeri ꝓportiones. Et ſi ſcd'm aliũ nũerũ datũ quicũq; fuerit iubeamur inuenire qd pñs pretendit ꝯſimiliter omnino ꝓcedendũ eſt

Co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ quocunq; numero dato ꝯtingit duos quadratos cubicos reperire inter quos cadent medij ꝓportionales ſcd'm illum numerũ datũ quoꝝ quilibz erit quadratus ⁊ cub⁹ ſimul. ¶ Nã illi qui inuẽti ſunt in demõſtratione pñtis ꝓbati ſunt omnes quadrati ſimul ⁊ cubi ⁊ ita in alijs.

44 ¶ Quibuſcũq; numeris datis ꝯtingit duos quadratos cubicos reperire inter quos ſecundum quẽ libet illorum datoꝝ numeroꝝ medios in cõtinua proportionalitate ſumere ſit poſſibile.
¶ Hec de tribus numeris demõſtrabitur ⁊ ex ꝯſili de quotcũq; plurib⁹ apparebit eius demõſtratio Sint igit̃ a b c tres numeri quicũq; fuerint propoſitumq; ſit duos quadratos cubicos reperire inter quos poſſint ſumi medij ꝯtinuo ꝓportionales vno mõ ſcd'm a ⁊ alio ſcd'm b ⁊ alio ſcd'm c ⁊ ſit d maior a vnitate ⁊ e maior b vnitate ⁊ f maior c vnitate erit tunc quilibz iſtorũ d e f maior vnitate inuenio ergo ꝑ. 34. tertij minimũ quem nũerant d e ⁊ f ⁊ ſit g quadrat⁹ illius minimi erit tunc g maior illo minimo ⁊ ex ꝯſili maior quocũq; illorũ triũ d e f ⁊ qr minimus nũeratus ab illis tribus d e f numerat g ꝑ. 21. primi quilibz illoꝝ trium numerabit g quẽ numerẽt d ſcd'm h ⁊ e ſcd'm k ⁊ f ſecunduz l ⁊ qr quilibz iſtorum d e f ꝓbatus eſt maior vnitate per tertiũ correlarium. 13. primi quilibz illorũ h k l erit minor g ⁊ per pmum correlariũ. 13. primi h nũerat g ꝑ d ⁊ k numerat g ꝑ e ⁊ l numerat g ꝑ f. Inuenio ergo ꝑ ꝓcedentem duos quadratos cubicos qui ſint m ⁊ n inter quos inueniãtur medij ꝯtinuo ꝓportiõales ſcd'm numerũ minorem g ſola vnitate tunc ꝑ quintũ correlariũ. 12. quarti inter m ⁊ n reperientur adequate ꝓportiones equales ſcd'm numerũ g cũ igit̃ h ſit minor g ⁊ ex terminis totiẽs ſit in g quotiẽs vnitas in d ꝓportio adequate ꝯpoſita ex tot proportionib⁹ illaꝝ equaliuz repertarũ inter m ⁊ n quot ſũt vnitates in h erit minor cõpoſita ex illis omnibus ⁊ totiẽs adequate reperietur m ꝯpoſita ex illis omnib⁹ quotiẽs vnitas in d ⁊ ꝑ idem ꝓportio adequate ꝯpoſita ex tot illarũ quot ſunt vnitates in k/

erit minor cōpoſita ex illis oībus ⁊ totiens adequate in ꝯpoſite ex illis omnibꝰ quot ſūt vnitates in e ⁊ ꝯpoſita adequate ex tot illarū quot ſūt vnitates in l erit etiā minor ꝯpoſita ex illis oībꝰ ⁊ totiēs adequate in illas quotiēs vnitas in f. Diuidēdo ergo illas omnes equales repertas inter m ⁊ n per h ⁊ per k ⁊ per l ꝯſtat ꝙ proportio adequate ꝯpoſita ex tot illarū quot ſūt vnitates in h totiens adequate repetitur in ꝯpoſita ex illis omnibꝰ quotiēs vnitas in d ⁊ ꝓportio adequate ꝯpoſita ex tot illarū quot ſunt vnitates in k totiens adequate quotiens vnitas in e ⁊ ꝓportio adequate cōpoſita ex tot illarum quot ſūt vnitates in l totiens adequate quotiēs vnitas in f quare ꝑ octauū correlariū .12. quarti pluries repetitum inter m ⁊ n reperientur numeri proportionales medij ſcd̄m numerū minorem d ſola vnitate vt puta ſcd̄m a ⁊ hoc ſcd̄m ꝓportionem adequate ꝯpoſitam ex tot illarū quot ſūt vnitates in h ⁊ tot etiā inuenientur medij ꝓportionales inter eos quot ſunt vnitates in minori e ſola vnitate vt puta in b ⁊ hoc ſcd̄m ꝓportionem adequate ꝯpoſitam ex tot illarum quot ſunt vnitates in k ⁊ tot etiā quot ſūt vnitates in minori f ſola vnitate vt puta in c ⁊ hoc ſcd̄m ꝓportionem adequate ꝯpoſitam ex tot illarū quot ſūt vnitates in l vñ ꝯſtat propoſitū. Et ſi quotcūq̧ plures fuerint nūeri dati ꝯſimiliter omnino ꝓcedendum eſt inuento numero quem numerent omnes illi qui ſit quocunq̧ illorum maior ſimiliter ⁊ quocunq̧ illorum per quos illi numerant illum.

Co. ¶ Ex preſenti ꝯſtat ꝙ quibuſcūq̧ numeris datis cōtingit duos quadratos cubicos reperire inter quos ſecundum quemlibꝫ eorum datorum numerorum medios continuo proportionales ſumere ſit poſſibile quorum quilibet ſit quadratus cubicus.

45. ¶ Inter quoſcunq̧ duos ſimiles ſuperficiales inequales tertium in continua proportionalitate medium cadere neceſſe eſt.

¶ Sint a ⁊ b duo nūeri inequales ſimiles ſupficiales. Tunc dico ꝙ inter a ⁊ b cadit tertiꝰ in cōtinua ꝓportionalitate medius. Quia ex terminis inter latera a erit ea ꝓportio q̄ inter latera b. Sint ergo c ⁊ d latera a ⁊ e ⁊ f latera b ⁊ ꝓportio c ad d q̄ e ad f erit ꝑmutatim c ad e que d ad f. Duco ergo d in e ⁊ fiat g quem dico eſſe mediū ꝓportionale inter a ⁊ b. Quia ex terminis ex d in c fit a ⁊ ex f in e fit b et ex ypotheſi ex d in e fit g ergo ꝑ .21. ſcdi ꝓportio a ad g eſt que c ad e ⁊ g ad b q̄ d ad f cum igitur c ad e probata ſit q̄ d ad f erit a ad g q̄ g ad b vnde ex terminis conſtat propoſitum.

46. ¶ Si inter duos numeros tertius in continua proportionalitate ceciderit medius ipſos ſimiles ſuperficiales ſimiles eſſe oportet.

¶ Hec eſt cōuerſa ꝓcedentis. Sit igitur c mediꝰ ꝓportionalis inter a ⁊ b. Tūc dico ꝙ a ⁊ b ſūt ſimiles ſupficiales. Sint eiſ d ⁊ e minimi in ꝓportione a ad c ita ꝙ d ad e ſit q̄ a ad c tūc per .24. tertij d numerat a ⁊ c nūerat c equaliter ſit ergo ſcd̄m f ⁊ ꝑ eandem .24. tertij d nūerat c ⁊ e nūerat b equaliter ſit ergo ſcd̄m g erunt igitur ex terminis d ⁊ f latera ipſius a ⁊ e ⁊ g latera b quare a ⁊ b ſunt ſupficiales ⁊ quia ex ypotheſi ⁊ ex terminis ex d in f fit a ⁊ ex d in g fit c ꝑ .21. ſcdi proportio f ad g eſt que a ad c ⁊ per ꝯñs que d ad e ergo permutatim f vnius lateris a ad d reliquum latus eiuſdem eſt que e vnius lateris b ad g reliquum latus eiuſdem vnde ex terminis conſtat propoſitum.

1. Co. ¶ Ex p̄ſiti ꝯſtat ꝙ ſi fuerint tres numeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales duo extremi eorū erūt ſimiles ſupficiales. ¶ Hic tñ aduerte ꝙ in hijs ꝯcluſionibus ⁊ in ſequentibus ꝓcedimus ita de numero ſollido ⁊ ſupficiali vt quilibet ſollidus ſimul ⁊ ſupficialis dicatur alias enī non omnes ꝯcluſiones haberēt verum ſicut ponūtur ſꝫ in multis oporteret hāc ꝑticulam ſubintelligere ſcꝫ ſi tales numeri ſint ſuperficiales ⁊ facile poteſt apparere intelligenti aliquid in quibus particula illa eſſet addēda ⁊ in quibus non eſſet neceſſaria propterea illud cauſa breuitatis relinquam.

2. co ¶ Patꝫ vltra ꝙ quicūq̧ duo quadrati ſūt ſimiles ſupficiales. ¶ Hoc ptꝫ ex p̄ſiti cū adiutorio .6. hꝰ.

47 ¶ Si duo numeri fuerint ſimiles ſuperficiales inequales erit ꝓportio vnius ad alterū ſicut quadrati ad quadratum. Et ſi duorum numerorum inequalium vnius ad alterum fuerit ea ꝓportio que quadrati ad quadratum illi ſunt ſimiles ſuperficiales.

¶ Primum patꝫ. Sint a ⁊ b duo ſimiles ſupficiales inequales. Tunc dico ꝙ ꝓportio a ad b eſt que quadrati ad quadratum. Quia ꝑ antꝑcedentē inter a ⁊ b eſt vnus medius in cōtinua ꝓportionalitate qui ſit c ⁊ inuenio ꝑ .9. quarti tres ordinatim cōtinuo ꝓportionales minimos in ꝓportione a ad c qui ſint ordinatim d e f erit tunc a ad c que d ad e ⁊ c ad b que e ad f ergo ꝑ equā ꝓportionalitatem directam a ad c que d ad f cūꝫ igitur ꝑ .5. huius d ⁊ f ſint quadrati ꝯſtat propoſitū p̄mi. ¶ Scd̄m ptꝫ ſit a ad b q̄ c quadrati ad d quadratum. Tūc dico ꝙ a ⁊ b ſūt ſimiles ſupficiales. Quia ꝑ .6. huius inter c ⁊ d eſt vnus medius ꝓportionalis ergo per .12. quarti inter a ⁊ b erit etiam vnus quare per antepreccedentē a ⁊ b ſunt ſimiles ſuperficiales quod eſt propoſitum.

1. co. ¶ Ex p̄ſiti ꝯſtat ꝙ nulla poteſt eſſe ꝓportio inter aliquos duos ſimiles ſuperficiales quin eius medietas in numeris reperiatur. ¶ Quia ex preſenti quelibꝫ talis eſt ea que quadrati ad quadratum quo habito ex correlario .6. huius conſtat propoſitum.

2. co ¶ Patet vltra ꝙ nulli duo nūeri ſunt ſimiles ſupficiales quorū vnus eſt quadratꝰ ⁊ alius non quadratus. ¶ Quia tunc ex p̄ſiti quadrati illorū duorum ad alterū qui eſſet nō quadratus eſſet ea ꝓportio que quadrati ad quadratum quod repugnat .24. huius. Sed cubus ⁊ nō cubus bene poſſunt eſſe ſimiles ſuperficiales patet in hijs .8. et .18.

48. ¶ Si duorū numerorū inequaliū ſimilium ſuperficialiū vnus in alterum ducatur numerus quadratꝰ producetur. Et ſi ex ductu duorum numerorum inequalium vnius in alterū producatur quadratus erunt illi duo ſimiles ſuperficiales.

¶ Primū ptꝫ qꝛ tunc ꝑ .45. huius inter illos duos cadet mediꝰ in ꝯtinua ꝓportionalitate ergo per primū correlariū .43. ſcdi ꝓductus ex vno illorū in reliquū erit equalis illi qui fiet ex illo medio in ſe

ducto ⁊ ꝑ ꝯñs ex terminis erit quadratus illiꝰ mediũ vñ ꝯſtat primũ. ¶ Secõm pꝫ qꝛ tũc ꝑ demõſtra tionē .48. ſcḋi inter illos duos cadet medius in ꝯtinua ꝓportionalitate ergo per .46. huius illi erũt ſimiles ſuperficiales quod eſt ſecundum.

49. ¶ Si duo numeri inequales duos ſimiles ſuperficiales maioꝛ maiorem ⁊ minoꝛ minorem equaliter numerent erũt ⁊ illi ſimiles ſupficiales. Et ſi duo numeri a duobus ſimilibus ſuperficialibus inequalibus maioꝛ a maioꝛi ⁊ minoꝛ a minoꝛi equaliter nũerentur illi ſũt ſimiles ſuperficiales.

¶ Primum pꝫ quia per primum correlarium .21. ſecundi proportio maioris ad minorem illoꝝ numerantium erit que maioris ad minorem illorum ſimilium ſuperficialium numeratorum cum igitur ꝑ .45. huius inter illos duos ſuperficiales cadat medius i ꝯtinua ꝓportionalitate per .12. quarti inter illos duos nũerantes cadet etiam mediꝰ in ꝯtinua ꝓportionalitate ergo ꝑ .46. huius illi ſunt ſimiles ſupficiales quod eſt primũ. ¶ Secḋm pꝫ quia per idem correlariũ .21. ſcḋi maioris ad minorem illorum ſuperficialiũ numerantiũ erit ea ꝓportio q̄ maioris ad minorem illoꝝ numeratoꝝ cũ igitur per 45. huiꝰ inter illos duos ſuperficiales numerantes cadat vnꝰ medius in continua proportionalitate per .12. quarti inter illos numeratos cadet etiam vnꝰ ergo per .46. huius illi numerati erunt ſimiles ſuperficiales quod eſt ſecundum.

Co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ ſi duo nũeri fuerint ſimiles ſuperficiales inequales minimi in proportione illorum erũt ſimiles ſupficiales. Et econuerſo. Et ex ꝯñti ſi inter duos nũeros inequales fuerit ea ꝓportio q̄ inter duos ſimiles ſupficiales illi erunt ſimiles ſuperficiales. Hec omnia manifeſte ex preſenti ⁊ ex .24. tertij ſequuntur.

50 ¶ Si duoꝝ nũeroꝝ q̄libet alicui tertio fuerit ſimilis ſupficialis erũt ⁊ illi īter ſe ſimiles ſupficiales.

¶ Sint a ⁊ c ſimiles ſupficiales ſimiliter b ⁊ c. Tunc dico ꝙ a ⁊ b ſũt ſimiles ſupficiales. Si eñ c ſit equalis alicui illoꝝ notũ eſt ꝓpoſitũ. Similiter ⁊ ſi a ſit equalis b. Si aũt omnes ſint inequales illud pꝫ. Quia ꝑ .45. huius inter a ⁊ c erit vnus mediꝰ proportionalis q̄ ſit d ⁊ ꝑ eandem inter b ⁊ c erit alius q̄ ſit e erit ergo vnus ordo numeroꝝ ꝯtinuo proportionaliũ ab ipſo c vſq̧ ad a ⁊ alius ab eodē c vſq̧ ad b totidem ꝯtinuo proportionaliũ quare ꝑ .18. quarti inter a ⁊ b mediabit vnus ꝓportionalis quemadmodũ inter c ⁊ a ergo ꝑ .46. huius a ⁊ b ſũt ſimiles ſupficiales quod eſt propoſitum.

51 ¶ Quibuſcũq̧ duobus ſupficialibus datis cuiuſlibet lateris vnius illorum ad quodlibet latꝰ alterius eſt ea ꝓportio que illius ſuperficialis ad aliquem numerum cuius ad alterum eſt que reliqui lateris eiuſdem ad reliquum latus alterius.

¶ Hec eſt in valore .9. quinti ⁊ omnino eodem modo demonſtrari debet.

52 ¶ Notis ꝓportionibus duorum laterum vnius ſuperficialis ad duo latera alterius contingit illoꝝ ſuperficialium proportiones inuenire.

¶ Cõtinuentur eñ qualitercũq̧ libeat q̄cũq̧ due ꝓportiones quarũ vna eſt vniꝰ lateris vniꝰ illoꝝ ad vnũ alteriꝰ ⁊ alia eſt q̄ reliq̄ ad reliquũ ⁊ ꝓportio extremoꝝ talis ꝯtinuatiõis erit ꝓportio illorum ſupficialiũ. Hoc ex p̄cedenti ⁊ ex equa proportionalitate directa manifeſtiſſime conſtat.

53 ¶ Quibuſcumq̧ tribus numeris datis ⁊ quocumq̧ illorum in alterum ducto ⁊ reliquo in productũ ducto continuo idem ſollidus prouenict.

¶ Sint a b c tres nũeri quicũq̧ fuerint. Dico ergo q̄ ſiue a ducatur in productũ ex b in c ſiue b in productũ ex a in c ſiue c in productũ ex a in b ꝯtinuo idem ſollidꝰ ꝓueniet. Quia per .45. primi continuo idem numerus ꝓuenet q̄ ex terminis erit ſollidus ergo ꝯtinuo idē ſollidꝰ ꝓueniet qḋ eſt propoſitũ.

54 ¶ Quibuſcũq̧ duobus ſollidis datis ⁊ cuiuſcũq̧ illoꝝ tribꝰ lateribꝰ vt libeat ordinatim ꝯtingit reperire duos nũeros ⁊ vnius illoꝝ ſollidoꝝ ad primũ illoꝝ reptorum erit ea ꝓportio q̄ primi lateris ſui ad primũ alterius ⁊ illius primi repti ad ſecundum repertum que ſecundi lateris ad ſecundum latus ⁊ illius ſecundi reperti ad alterum ſollidum que tertij lateris ad alterum latus.

¶ Sit a nũerus ſollidus ⁊ eius latera ſint b primũ c ſcḋm ⁊ d tertiũ ſitq̧ e alius ſollidꝰ cuius latera ſint f primũ g ſcḋm ⁊ h tertiũ. Tunc dico ꝙ cõtingit duos numeros inuenire ⁊ ꝓportio a ad primũ illorum erit que b ad f ⁊ primi ad ſcḋm q̄ c ad g ⁊ ſcḋi ad e que d ad h duco eñ b i c ⁊ fiat k ⁊ f in g ⁊ fiat l tunc ex terminis eũ adiutorio p̄cedentis ex d in k fiet a ⁊ ex h in l fiet e ⁊ ꝑ .9. quinti k ad aliquem numeꝝ eſt ea ꝓportio q̄ b ad f ⁊ illius ad l q̄ c ad g ſit ergo ille m duco inſup d in l ⁊ fiat n qꝛ igitur ex d in k fit a ⁊ ex d in l fit n ꝑ .21. ſcḋi ꝓportio a ad n eſt que k ad l ⁊ quia ex d in l fit n ⁊ ex h in idē l fit e ꝑ eandem ſcḋi n ad e eſt q̄ d ad h inuenio ergo ꝑ .7. quinti tres minimos in ꝯtinuatione ꝓportionum k ad m ⁊ m ad l q̄ ſint o p q ita ꝙ o ad p ſit que k ad m ⁊ p ad q que m ad l tũc ꝑ .24. tertij o numerat k ⁊ p numerat m ⁊ q nũerat l equaliter cũ igiť k numerat a ꝑ .21. primi o numerat a ſit ergo ſecḋm r ⁊ duco p in r ⁊ fiat s ⁊ q in idē r ⁊ fiat t. Dico ergo ꝙ ſ ⁊ t ſũt duo numeri q̄ſiti. Quia eñ ex o in r fit a ⁊ ex p in r fit ſ ꝑ .21. ſcḋi ꝓportio a ad ſ eſt q̄ o ad p quare ⁊ que k ad m ⁊ ꝑ ꝯñs que b ad f ⁊ qꝛ ex p in r fit ſ ⁊ ex q in r fit t ꝑ eandem ſcḋi proportio ſ ad t eſt q̄ p ad q quare ⁊ q̄ m ad l ⁊ ex ꝯñti q̄ c ad g erit igiť a ad ſ que k ad m ⁊ ſ ad t que m ad l ergo ꝑ equam ꝓportionalitatem directam a ad t que k ad l ſed a ad n ꝓbata eſt que k ad l ergo a ad t eſt que a ad n ergo ꝑ tertium .3. ſcḋi t eſt equalis n ſed proportio n ad e ꝓbata eſt que g ad h ergo ꝑ .2. ſcḋi t ad e eſt que g ad h eſt igiť a ad ſ que b ad f ⁊ ſ ad t q̄ c ad g ⁊ t ad e q̄ d ad h pꝫ igiť propoſitũ. Et ſi quocũq̧ alio modo diſponanť latera cõſimiliter omnino procedit demonſtratio. ¶ Hic tñ aduerte ꝙ aliqui hanc ꝯcluſionem ponũt ſub hijs ꝟbis. Omniũ duoꝝ ſollidorum ꝓportio eſt ex lateꝝ vnius ad altera alteriꝰ ꝓducta ꝓportionibus hoc eſt compoſita. Sed qꝛ ſecḋm imaginationem quã inſequimur de ꝯpoſitione proportionũ non vniuerſaliť haberet ꝟum propterea ſic poſita eſt concluſio ⁊ demõſtrata. Sꝫ vbi ꝓportiones lateꝝ ad latera oēs eſſēt eiuſdem rõnis inter ſe ꝓportio ſollidi ad ſollidum adequate componitur ex talibus tribus proportionibus.

Co. ¶ Ex p̄nti ꝯſtat ꝙ inter quoſcumq̄ duos ſollidos reperiunt̄ q̄cumq̄ tres ꝓportiones ꝯtinuate que ꝓueniunt ex ꝯparatione trium laterum vni⁹ illoꝝ ſollidorum ad tria alterius ⁊ ex ꝯſtitis ꝯparent̄ tria vnius ad tria alterius qualitercūq̄ hoc fiat ⁊ tres ꝓportiōes ꝓueniētes ꝯtinuēt̄ q̄litercūq̄ ꝯtinuēt̄ tales tres ꝓportiōes ꝓportio extremoꝝ talis ꝯtinuatiōis ꝯtinuo erit ea q̄ illoꝝ ſollidoꝝ. ¶ Primū ex p̄nti euidenter ꝯſtat. Scḋm aūt ex p̄nti cum adiutorio .25. quinti notiſſimum euadit.

55 ¶ Quibuſcūq̄ tribus numeris datis ipſiſq̄ ⁊ alijs b quibuſcumq̄ tribus ſimiliter ⁊ proportionib⁹ illorum trium ad alios tres notis ſollidi primorum trium ſimiliter ⁊ ſollidi aliorum ſumam ꝓportionemq̄ illorum ſollidorum contingit reperire.

¶ Quia ducto quocūq̄ primorū trium in productū ex alijs duob⁹ eorūdem ꝑ añprecedentē fiet ſollidus illorum triū ⁊ per eandē quocumq̄ alioꝝ ducto in ꝓductum ex alijs duobus eorumdē fiet ſollidus illoꝝ facta igitur talib⁹ multiplicationib⁹ euadet nota ſūma illoꝝ ſollidoꝝ. Et ꝯtinuatis tribus ꝓportionibus illoꝝ triū ad alios tres qualitercūq̄ l beat ꝑ correlariū p̄cedentis ꝓportio extremoꝝ talis cōtinuationis erit ꝓportio ſollidorum illorum facta igitur tali continuatione illarum proportionum ſollidorum illorum proportio euadet nota vnde totum conſtat propoſitum.

56 ¶ Inter quoſcūq̄ duos ſimiles ſollidos inequales mediant duo numeri in cōtinua proportionalitate ſecundum proportionem vnius lateris vnius illorum ad aliquod alterius.

¶ Sint a ⁊ b duo ſimiles ſollidi ꝯſtat tunc ex terminis ꝙ ꝯtinget tria latera a ⁊ tria latera b ita diſponere ꝙ p̄mi lateris a ad ſcḋz ipſius erit ea ꝓportio q̄ primi b ad ſcḋm b ⁊ ſcḋi a ad tertium a q̄ ſcḋi b ad tertium b. Sint ergo c d e tria latera a ⁊ f g h tria b ⁊ ſit ꝓportio c ad d que f ad g ⁊ d ad e que g ad h erit tunc ꝑmutatim c ad f que d ad g ⁊ d ad g q̄ e ad h dico ergo ꝙ inter a ⁊ b mediāt duo in cōtinua ꝓportionalitate ſcḋm proportionē c ad f quia ꝑ añprecedētem ꝯtinget reperire duos numeros ⁊ proportio a ad primū illorū erit que c ad f ⁊ p̄mi ad ſcḋm q̄ g ad d ⁊ ſcḋi ad b que e ad h ſint ergo illi k primus ⁊ l ſcḋs erit tunc a ad k que c ad f ⁊ k ad l que d ad g ⁊ l ad b que e ad h cuz igitur ꝓportio c ad f probata ſit q̄ d ad g ſimiliter ⁊ e ad h q̄ d ad g erit a ad k que k ad b ⁊ k ad l que l ad b ⁊ ꝑ ꝯñs inter a ⁊ b mediant duo puta k ⁊ l in cōtinua ꝓportionalitate ſcḋm ꝓportionem c ad f quod eſt propoſitum.

Co. ¶ Ex p̄nti cū adiutorio .27. diffinitionis .2. cōſtat ꝙ ſi fuerint duo ſimiles ſollidi inequales ꝓportio maioris ad minorē erit tripla ad ꝓportionē lateris ſui ad lat⁹ alteri⁹ ſcḋm quā duo ꝓportionales medij in continua ꝓportionalitate inter ipſos reperiūtur minoris autem ad maiorem ſubtripla.

57 ¶ Si duo ſimiles ſollidi inequales duos quoſcumq̄ numeros maior maiorez ⁊ minor minorē equaliter numerent erunt illi numerati ſimiles ſollidi.

¶ Sint a ⁊ b duo ſimiles ſollidi inequales ⁊ a nūeret d ⁊ b nūeret e equaliter vt puta ſcḋm c. Tunc dico ꝙ d ⁊ e ſūt ſimiles ſollidi capio eīn latera a ⁊ latera b eo ordine q̄ ſūt ꝓportionalia ⁊ latera a ſint f g h ⁊ latera b ſint k l m ita ꝙ ꝓportio f ad g ſit q̄ k ad l ⁊ g ad h q̄ l ad m erit tunc ꝑmutatim f ad k q̄ g ad l ⁊ que h ad m. Duco ergo f in g ⁊ fiat n ⁊ k in l ⁊ fiat o tūc ex terminis cum adiutorio .53. huius fiet ex h in n ⁊ ex m in o fiet b quare ex terminis cū adiutorio .13. p̄mi n numerat a ſcḋm h ſed a numerat d ſcḋm c ergo ꝑ .22. primi n nūerat d ꝑ ꝓductum ex c in h q̄ ſit p ergo ex terminis d fiet ex n in p ⁊ ex ꝯſtitis ꝑ .13. p̄mi d fiet ex p in n ꝓductum ex f in g ergo ex terminis d erit ſollid⁹ ⁊ eius latera erunt p f g ⁊ q̄r ex m in o fit b vt ꝓbatum eſt ⁊ alternatum ꝑ .13. p̄mi fit etiaz ex o in m ex terminis o nūerat b ꝑ m ſz b numerat e ꝑ c ergo ꝑ .21. p̄mi o numerat e ꝑ ꝓductum ex c in m qui ſit q. Tūc ꝑ primū correlarium .13. p̄mi q numerabit e ꝑ o quare ex terminis ex q in o productuz ex k in l fiet e ergo ex terminis e eſt ſollidus ⁊ q k l ei⁹ latera. Et q̄r ex c in h fit p ⁊ ex c in m fit q ꝑ .21. ſcḋi ꝓportio p ad q eſt que h ad m quare ⁊ q̄ f ad k ergo ꝑmutatim p ad f q̄ q ad k cuz igit̄ ex ẏpotheſi f ad g ſit q̄ k ad l erūt p q g qui ꝓbati ſunt latera d ſollidi ⁊ q k l qui ꝓbati ſunt latera e ſollidi latera ꝓportionalia ad ſenſum diffinitionis ſimilium ſollidorum ergo ex terminis d ⁊ e ſunt ſimiles ſollidi quod eſt propoſitum.

58 ¶ Si fuerint quattuor nūeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales eorum duo extremi erūt ſimiles ſollidi.

¶ Hec eſt ꝯuerſa añprecedentis ſint igit̄ a b c d ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales. Tunc dico ꝙ a ⁊ d eorū duo extremi ſunt ſimiles ſollidi. Sint eīn f g h k quattuor nūeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales in in proportione a ad b tunc per .5. huius e ⁊ h erunt cubi ⁊ per ꝯñs ſunt ſimiles ſollidi quia ex terminis tria latera e ſunt equalia inter ſe ſimiliter ⁊ tria latera h cum igitur per .25. tertij e numerat a ⁊ h numerat d equaliter per precedentem a ⁊ d ſunt ſimiles ſollidi quod eſt propoſitum.

Co. ¶ Ex preſenti conſtat ꝙ ſi inter duos numeros ceciderint duo medij in continua ꝓportionalitate illi ſunt ſimiles ſollidi. Et ex conſequenti quicumq̄ duo cubi ſunt ſimiles ſollidi. ¶ Eadem eſt demōſtratio primi cum demonſtratione precedentis. Et ſcḋm in forma probatur in demonſtratione preſentis.

59 ¶ Si duo numeri inequales duos ſimiles ſollidos maior maiorem ⁊ minor minorem equaliter numerent erunt ⁊ illi ſimiles ſollidi.

¶ Quia ꝑ primū correlariū .21. ſcḋi maioris illorū nūerantiū ad minorē erit ea ꝓportio q̄ maioris illoꝝ ſollidoꝝ ad minorē cū igit̄ ꝑ .56. hui⁹ inter illos duos ſollidos cadant duo medij ꝓportionales ꝑ .12. quarti inter illos nūerātes illos cadent etiā duo medij ꝓportiōales ergo ꝑ correlariū p̄cedētis illi duo numerātes erunt ſimiles ſollidi qḋ eſt ꝓpoſitū. ¶ Hic tñ aduerte ꝙ cū in hijs ꝯcluſionib⁹ fit mētio ꝙ iter alias cadāt duo medij proportionales intelligitur ad hunc ſenſum ꝙ ſecundum aliquam recetam ꝓportionem cadāt duo inter illos ⁊ non plures ſecundum eandem.

60 ¶ Omnium duoꝝ ſimiliū ſollidorū inequalium ꝓportio vnius ad alterum eſt tanq̄ ꝓportio cubi ad cubū. Et ſi alicui⁹ nūeri ad alteꝝ inequalē ſibi fuerit ea ꝓportio q̄ cubi ad cubū illi ſūt ſimiles ſollidi.

¶ Primū p3 ſint a b duo ſimiles ſollidi inequales. Tūc dico ꝙ ꝓportio a ad b eſt tāq̄ ꝓportio cubi ad cubum. Nā ꝑ .56. huius inter a ⁊ b cadūt duo medij in ꝯtinua ꝓportionalitate qui ſint d ⁊ c ita ꝙ

a ad d ſit ꝙ d ad c ⁊ d ad e que e ad b. Sint ergo e f g h quattuor numeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales minimi in proportione a ad d tunc ꝑ equā proportionalitatē directā ꝓportio a ad b erit que e ad h cum igitur ꝑ.5. huiꝰ e ⁊ h ſint cubi erit ꝓportio a ad b ꝙ e cubi ad h cubū patʒ igitur primum. ❡ Secūdum patʒ ſit a ad b inequalem ipſi ea proportio ꝙ e cubi ad d cubum. Tunc dico ꝙ a ⁊ b ſunt ſimiles ſolidi. Mi per primā ſcḋi e ⁊ d erunt inequales quare ꝑ.10. huius inter e ⁊ d cadunt duo medij ꝓportionales ergo ꝑ.12. quarti inter a ⁊ b cadēt etiā duo ergo ꝑ correlariū añ ꝓcedēns a ⁊ b ſūt ſimiles ſolidi.

1.co. ❡ Ex pñti ꝯſtat ꝙ nulli duo ſūt ſimiles ſolidi quoꝝ vnꝰ eſt cubꝰ ⁊ alius nō cubꝰ. ❡ Mi tunc ex pñti illius cubi illoꝝ ad alteꝝ qui nō eſt cubꝰ eſſet ea ꝓportio ꝙ cubi ad cubuʒ quod repugnat.24. huius.

2.co ❡ Patet vltra ꝙ non poteſt eſſe aliqua proportio inter aliquos duos ſimiles ſolidos quin illa habeat tertiam partem in numeris reperibilem. ❡ Quia per preſentem quelibet talis proportio erit ea ꝙ cubi ad cubum quo habito ex correlario.10. huius conſtat propoſitum.

61 ❡ Si duorum ſolidorum quilibet alicui tertio fuerit ſimilis ſolidus illi erūt ſimiles ſolidi inter ſe.

❡ Sint a ⁊ c duo ſimiles ſolidi ſimiliter ⁊ b ⁊ c. Tūc dico ꝙ a ⁊ b ſūt ſimiles ſolidi. Si eīn c ſit equalis a aut b aut a ſit equalis b tūc notiſſimū eſt propoſitū patʒ igitur illud vb. oēs illi ſūt inequales. Mi ꝑ.56. huius inter a ⁊ c mediant duo in ꝯtinua proportionalitate ſimiliter ⁊ inter b ⁊ c erit igitur vnus ordo nūerorum ꝯtinuo proportionalium ab ipſo c vſqꝫ ad a ⁊ alius ab ipſo c vſqꝫ ad b totidem ꝯtinuo proportionaliū cum igitur inter c ⁊ a in primo ordine medient duo in continua proportionalitate ſimiliter ⁊ inter c ⁊ b in ſecundo per.18. quarti inter a ⁊ b mediabunt etiam duo ergo per correlarium.58. huius a ⁊ b erunt ſimiles ſolidi quod eſt propoſitum.

62 ❡ Si fuerint quattuor numeri ordinatim continuo proportionales ⁊ duorum extremorum ipſorum ꝙlibet in quadratum alterius extremi ducatur fient cubi duorum mediorum.

❡ Sint a b c d quattuor numeri ordinatim cōtinuo ꝓportionales quoꝝ a ſit maximus ⁊ ſit e quadratum a ⁊ f quadratū d ⁊ ex d in e fiat g ⁊ ex a in f fiat h. Dico ergo ꝙ g ⁊ h ſunt cubi b ⁊ c. Duco eīn b in ſe ⁊ fiat k erit tunc k quadratus minꝰ e quadrato ergo ꝑ.7. huiꝰ ꝓportio e ad k eſt dupla ad ꝓportionem a lateris e ad b latus k ſed ꝑ.27. diffinitionem ſcḋi ꝓportio a ad c eſt duplʒ ad proportionē a ad b ergo proportio e ad k eſt que a ad c ⁊ quia a ad b eſt ꝙ c ad d ꝑmutatiʒ a ad c eſt ꝙ b ad d ergo e ad k eſt que b ad d quare ꝑmutatim e ad b que k ad d ergo ꝑ.43. ſcḋi ex e in d tm̄ fiet ſicut ex b in k: ergo ꝑ.13. primi ex d in e tm̄ ſicut ex b in k ſʒ ex terminis ex b in k fit cubus b ergo ꝓductus ex d in e qui eſt g eſt cubꝰ b. Duco igitur inſuꝑ c in ſe ⁊ fiat l erit tūc l quadratū maius ⁊ f quadratū minus ergo per.7. huiꝰ proportio l ad f eſt dupla ad ꝓportionem c lateris l ad d latus f cū igitur ꝑ.27. diffinitionem ſcḋi ꝓportio b ad d ſit eideʒ dupla erit proportio l ad f ꝙ b ad d quare ⁊ ꝙ a ad c ergo ꝑmutatim l ad a que f ad c quare ꝑ.43. ſcḋ. ex l in c tm̄ fiet ſicut ex a in f ⁊ ex ꝯñti ꝑ.13. primi ex c in l tm̄ ſicut ex a in f ſed ex terminis ex c in l fit quadratus c ergo productus ex a in f qui eſt h cubus c ſūt igitur g ⁊ h cubi b ⁊ c quod eſt propoſitum.

Co. ❡ Ex pñti ꝯſtat ꝙ ſi fuerint quattuor numeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ex primo in quadratū vltimi fiet cubꝰ tertij ⁊ ex vltimo in q̄dratū pmi fiet cubꝰ ſcḋi. ❡ Hoc oino eodē mō i q̄buſcūqꝫ pōt ꝓbari ſicut oſſum eſt in demōſtratione pñtis ꝙ ex a in quadratū d fit cubus c ⁊ ex d in a fit cubus b.

❡ Sexti Elementorum Arithmetices Gaſparis Lax finis.

❡ Septimi Elementorum Arithmetices Gaſparis Lax.

❡ Diffinitiones.

Numerorum quidam par et quidam impar.

1 ❡ Numerus par eſt qui in duo equa diuidi poteſt.

2 ❡ Impar vero eſt qui nō poteſt in duo equa diuidi additqꝫ ſupra parē ſolā vnitatē

3. ❡ Pariū nūerorum q̄dā eſt pariter par alius pariter impar ⁊ alius impariter par.

4 ❡ Numerus pariter par eſt quem nullus impar preter vnitatem numerat.

5 ❡ Numerus pariter impar eſt quem aliquis par per imparem preter vnitatem nūerat: nullus par per parem ipſum numerat.

6 ❡ Numerus aūt impariter par eſt quē aliquis par ꝑ parē nūerat ⁊ aliq̄s par ꝑ imparē ꝑter vnitatē.

7. ❡ Numerorum quidam eſt perfectus alius eſt abundans alius autem diminutus.

8 ❡ Numerus perfectus eſt qui ex omnibus ſuis partibꝰ aliquotis ſimul ſumptis adequate reſultat.

❡ Numerus abundans eſt quem compoſitus ex omnibus ſuis partibus ſimul ſumptis exuperat.

❡ Nūerus diminutꝰ eſt q̄ eſt maior ꝯpoſito ex oībꝰ ſuis ꝑtibꝰ aliq̄tis ſimul ſūptis vel ſua ꝑte aliq̄ta

❡ Circa diuiſionē poſitā aduerte ꝙ poteſt illa ꝓcedere de numero prout ꝯprehendit vnitatē ⁊ tunc ſub numero impari vnitas deberet ꝯprehendi ⁊ ita ꝓcedendo diffinitio ſcḋa ſic ſūpta non eſſet ſufficiens ſʒ oporteret aliter ipſam dare vel aliquid in ea ſubintelligere ſicut ſtatim dicetur poteſt etiam procedere capiendo numerum prout diſtinguitur contra vnitatem ⁊ tunc diffinitiones erunt ſufficiētes. ❡ Prima diffinitio manifeſta eſt nec aliquid difficultatis circa ipſum emergit.

❡ Circa ſcḋam diffinitionē aduerte ꝙ capiendo numeꝝ imparem ꝓut ad vnitatē ſe extendit diffinitio illa eſſet inſufficiens ſed ſemota vltima ꝑticula reſiduū eſſet ſufficiens diffinitio illius. Poſſet tñ ſubintelligi in illa iſta ꝑticula ſeʒ vel eſt ipſamet vnitas. Cōmuniter tñ ſic datur diffinitio ſicut data eſt. Hoc tñ non obſtante ſub nūero impari in ſequētibus loqutionibꝰ vnitas ꝯprehendetur capiendo tñ illū terminū ꝓut nō ꝯprehendit vnitatem diffinitio illa ſufficiēs eſt. Occurrit tñ parua difficultas quare vltima ꝑticula addatur q̄ reſiduū videt̄ eſſe ſufficiēs diffinitio eius ſubintelligendo in ipſa h̄

nūerus loco generis ꝓut contra vnitatem diſtinguitur ⁊ etiā ille terminus ſic captus ſufficienſ diffinitur ſic. Numerus impar eſt nūerus ſolam addēs vnitatem ſupra parē. Ad hoc dicendū eſt ꝙ ꝗuis ille terminus ſic ſūptus diffiniretur illis modis addit tn̄ illa ꝑticula ex eo qꝛ frequenter in demōſtrationibꝰ ꝯcluſionū q̄ ponunt in hac materia p̄ſupponitur ꝙ dato īpari maiori vnitate quicū͡qꝫ fuerit ſi vnitas ab eo auferatur remanet nūerꝰ par ⁊ hoc nō pōt ꝓbari niſi ex t'minis ſupponatur ⁊ ꝓpterea additur illa vltima ꝑticula ⁊ rō quare etiā ponitur ꝑma eſt qꝛ in demōſtrationibꝰ ſupponitur ꝙ nūerus impar nō pōt diuidi ī duo equa qḋ non poſſet ꝓbari niſi ex terminis ſupponeretur ꝓpter hec igitur illa oīa in diffinitione illiꝰ termini ponunt. Et ex hijs duabꝰ diffinitionibꝰ apparet ꝙ nullꝰ numerꝰ eſt par ⁊ impar copulatiue.

¶ Circa diuiſionē numeri paris aduerte ꝙ ſicut inferius in quadam ꝯcluſione demonſtrabitur diuiſio illa ſufficiens eſt quilibet enim numerus par ſub aliquo illorum numerorum comprehenditur.

¶ Tertia diffinitio clara eſt. Ex qua ſequitur ꝙ numerus binarius eſt paritē par ⁊ ſi hoc videatur repugnare tertie diffinitioni .9. elemētorū Euclidis que eſt hec. Paritē par eſt quē cūcti pares euꝫ nūerātes paribus vicibꝰ nūerant certum eſt enī ꝙ illa videtur p̄ſupponere ꝙ quēlibet parem debeat aliquis par ꝑ parem numerare ⁊ hoc non ꝯuenit binario. Ad hoc dicendum eſt ꝙ diffinitio illa intelligitur ad ſenſum illius tertie diffinitionis date ⁊ ita dicam de alijs ſi non videātur vere in rigore.

¶ Circa quartam diffinitioneꝫ aduerte ꝙ eſto ꝙ binarius a nullo pari numeretur niſi ꝑ vnitatem tn̄ non eſt paritē impar ꝓut ex diffinitione apparet. Et exempla diffinitionis apparent in quocun͡qꝫ numero pari poſt binarium cuius medietas eſt impar ſicut inferius demonſtrabitur.

¶ Quinta diffinitio manifeſta eſt ⁊ additur in ea ly preter vnitatem in vltima particula quia non ſufficit ad impariter parem ꝙ aliquis par ꝑ parem ipm̄ numeret ⁊ aliquis par ꝑ vnitatem. Exempla diffinitionis patent de numero .12. ⁊ de numero .24. ⁊ de quolibet cuius medietas eſt par qui nō eſt pariter par ſicut inferius demonſtrabitur. Ex hijs tribus diffinitionibus conſtat manifeſte ꝙ nullus numerus pariter par eſt pariter impar aut impariter par nec aliquis paritē impar eſt impariter par ſunt ergo illi tres termini diſpatī ſimiliter ⁊ quicum͡qꝫ duo illorum inter ſe. Eſt tamen circa iſtam aduertendum ꝙ Euclides in diffinitionibus .9. Elementorum videtur ponere aliquem numerum eſſe impariter imparem ſed idem eſt dictu numerus imparitē impar ⁊ numerus impar ſecundum ꝙ ipſe capit.

¶ Circa vltam diuiſionem illic poſitam eſt aduertendum ꝙ non diuiditur illic ly numerus ꝓut comprehendit vnitatem quia vnitas ne͡qꝫ eſt numerus perfectus nec diminutus nec abundans niſi forte quocum͡qꝫ illorum numerorum potentialitē denominaretur ſicut aliqui dicunt.

¶ Circa ſextam ⁊ ſeptimam diffinitiones non eſt difficultas hoc vnum tamen ſupponendum eſt ꝙ ſi caperentur due ꝑtes aliquote eiuſdem que eſſent equales inter ſe pro eadem reputantur quare quando ē ſermo de compoſito ex omnibus ꝑtibus aliquotis alicuius intelligitur nulla tali bis ſumpta.

¶ Circa vltimam diffinitionem aduerte ꝙ in diffinitione illius termini additur illa vltima ꝑticula qꝛ alias diffinitio videtur p̄ſupponere quemlibet numerum diminutum habere plures ꝑtes aliquotas qḋ manifeſte falſum eſt quia quilibet numerus ꝑmus ſolet poni diminutus nullus tamē ꝑmus ita ſe habet ⁊ ꝓpterea ſi in diffinitionibus que ſolent communitē dari a doctoribus quorum auctoritates nō licet negare illud videatur p̄ſupponi ad ſenſum huius diffinitionis debebunt intelligi ⁊ diffinitio illa debet capi talitē ꝙ ille comparatiuus maior vnica acceptione feratur in totum diſiunctum quod ſequitur et ſi forte ita capiendo videntur diffinitio illa conuenire numero ꝑfecto aut abundanti ex eo quia quilibet talis eſt maior ſua ꝑte aliquota ⁊ ex hoc inferatur ꝙ quilibet talis eſt maior compoſito ex oībus ſuis ꝑtibus aliquotis vel ſua ꝑte aliquota qui crederet hanc conſequentiam valere ita capiendo ſicut dictum eſt ignoraret logicam certum eſt enī cōſequentiam eſſe nullam ſi enī ita capiēdo diffinitio illa de aliquo numero habente plures ꝑtes aliquotas deberet verificari oporteret ꝙ ille eſſet maior compoſito ex omnibus ſuis ꝑtibus aliquotis ſimul ſumptis ſicut patet ex modo exponendi ꝓpoſitionum de comparatiuo quare nulli ꝑfecto aut abundāti diffinitio illa conueniet ponitur ergo illa ꝑticula ꝓpter nūeros diminutos qui non habent plures ꝑtes aliquotas. Et ex hijs tribus diffinitionibus euidentē cōſtat ꝙ nullus numerus ꝑfectus eſt abundans aut diminutꝰ nec aliquis abundans eſt diminutus quare illa tria membra vltime diuiſionis erunt diſꝑata ſimilitē ⁊ quecum͡qꝫ duo illorum inter ſe.

¶ Libri ſeptimi propoſitiones.

1 Quemlibet nūerū parē binariꝰ nūerat ꝑ medietatē eiꝰ

¶ Sit a numerus par qui ex terminis habebit medietateꝫ que ſit b conſtat tunc ꝙ b bis ſumptus reddit a ergo ex diffinitione multiplicationis b multiplicatus per binarium ꝓducit a ergo ex terminis b numerat a per binarium ergo per primum correlarium .13. primi binarius numerat a per b patet igitur propoſitum.

Co. ¶ Ex ꝓūti ꝯſtat ꝙ nulli numeri pares ſunt adinuicem ꝑmi. Sꝫ qcū͡qꝫ ſunt ꝯmenſurabiles. ¶ Nā ex ꝓūti quicū͡qꝫ pares a binario qui eſt maior vnitate numerabunt vñ ex terminis conſtat propoſitum.

2 ¶ Quilibet numerus par preter binarium eſt compoſitus.

¶ Quia quilibet talis eſt maior binario cum igitur ex precedēti binarius quemlibet talem numeret per .12. petitionem binarius maior vnitate cuiuſlibet talis eſt pars aliquota quare ex terminis quilibet talis eſt compoſitus cum igitur binarius ſit primus ⁊ non compoſitus conſtat propoſitum.

3 ¶ Quorumcum͡qꝫ duorum numerorum in ſua ꝓportione minimorum alter eſt impar vel vnitas.

¶ Quia ex .23. tertij quicum͡qꝫ duo tales ſunt adinuicem ꝑmi cum igitur ex correlario antep̄cedentis nulli duo pares ſint adinuicem ꝑmi nulli tales poterunt eſſe in ſua ꝓportione minimi ⁊ ꝑ conſequens quorumcū͡qꝫ duorum numerorum in ſua ꝓportione minimorū alter erit impar vel vnitas qḋ eſt ꝓpoſitū.

Co. ¶ Ex preſenti conſtat ꝙ quotumcumq; numerorum in continuatione ſuarum proportionum minimorum alter eſt impar vel vnitas. ¶ Quia ex correlario .23. tertij queuncq; tales ſunt adinuicem primi ⁊ ꝑ conſequens non omnes erunt pares alias enim accideret oppoſitum correlarij antepreccedentis erit igitur alter eorum impar vel vnitas quod eſt propoſitum.

4. ¶ Si quotcumq; numeri pares ſibi coaceruentur compoſitus inde proueniens erit par.

¶ Sint a b c d quotcumq; pares ſibi coaceruati. Tunc dico ꝙ compoſitus ex illis omnibus eſt par: ¶ Quia ex terminis quilibet illorum habet medietatem ſint ergo e f g h ordinatim eorum medietates tunc proportio a ad e er.t que b ad f ⁊ que c ad g ⁊ que d ad h quia quelibet dupla ergo per .18. ſecundi compoſiti ex a b c d ad compoſitum ex e f g h erit que a ad e puta dupla ⁊ per conſequens compoſitus ex e f g h eſt medietas compoſiti ex a b c d ⁊ per conſequens compoſitus ex a b c d erit diuiſibilis in duo equa ⁊ ex ɔſequētı par quod eſt propoſitū. In quotcūq; pluribꝰ ɔſimilis eſt demōſtratio

Co. ¶ Ex preſenti conſtat ꝙ quibuſcumq; paribus datis ⁊ cuiuſcumq; illorum vna medietate capta cōpoſitus ex talibus medietatibus ipſorum erit medietas compoſiti ex illis. ¶ Hoc in forma in demōſtratione preſentis concluditur.

5 ¶ Si par numerus ⁊ impar aut vnitas coniungantur compoſitus inde proueniens erit impar.

¶ Sit a quicumq; par ⁊ b ſit vnitas vel impar maior vnitate. Tūc dico ꝙ totus a b eſt impar. Quia ſi b ſit vnitas totus a b ſupra a parem ſolum addit b vnitatem ergo ex terminis totus a b eſt impar. Et ſi b ſit impar maior vnitate ex terminis ſupra aliquem parem ipſe b ſolam addet vnitatē ſit ergo c ille par ɔſtat tūc totū a b ſupra totū a c ſolā addere vnitatē cū igitur ex ꝑcedēti totus a c ſit par totus a b ſupra parem ſolam addit vnitatem quare ex terminis totus a b eſt impar quod eſt ꝓpoſitum.

Co. ¶ Ex preſenti conſtat ꝙ ſi ex duobus numeris aliquis par adequate componatur quilibet illorum eſt par aut quilibet impar vel vnitas. ¶ Quia dato oppoſito vnus illorum deberet eſſe par ⁊ alter impar vel vnitas ⁊ per conſequens ex preſētı ɔpoſitus ex illis eſſet impar quod repugnat ypotheſi.

6 ¶ Si impar vel vnitas addatur impari vel vnitati proueniet par.

¶ Sit a impar vel vnitas ſimiliter ⁊ b. Tunc dico ꝙ totus a b eſt par. ¶ Quia ſi a ſit vnitas ſimiliter ⁊ b totꝰ a b poterit diuidi in duo equalia puta a ⁊ b. Si aūt alter eorū ſit vnitas ⁊ alter maior vnitate ſit a maior vnitate ⁊ b vnitas tūc ex ṫminis a addit ſolā vnitatē ſupra aliquē parē qui ſit c ɔſtat tunc totum b a ſupra c addere duas vnitates ⁊ per conſequens binariū erit igitur totus a b adequate compoſitus ex c ⁊ ex binario qui eſt par ergo per antepreccedentem totus a b eſt par. Si autē ambo ſint maiores vnitate tunc ex terminis a addet ſolam vnitatem ſupra aliquem parem qui ſit c ſimiliter ⁊ b ſupra aliquem parem ſolam addit vnitatem qui ſit d conſtat tunc totum a b addere ſupra totum c d binarium quia duas vnitates ⁊ per conſequens totus a b adequate componitur ex toto c d ⁊ ex binario cum igitur ex antepreccedenti totus c d ſit par ex eadem totus a b erit par conſtat igitur totum propoſitum.

1.co. ¶ Ex preſenti conſtat ꝙ ſi ex duobus numeris aliquis impar adequate reſultet alter eorum erit par ⁊ reliquus impar vel vnitas. ¶ Quia ſi quilibet eſſet par ex .4. huius compoſitus ex illis eſſet par et ſi quilibet eſſet impar aut vnitas ex preſenti compoſitus ex illis eſſet etiam par quod repugnaret ypotheſi.

2.co ¶ Patet vltra ꝙ quorumcumq; duorum numerorū in ſerie proximorum alter eſt par ⁊ alter impar vel vnitas. ¶ Quia quorumcumq; talium maior adequate componitur ex minori illorum ⁊ vnitate ſi igitur minor ſit par ex precedenti maior erit impar ⁊ ſi minor ſit impar vel vnitas ex preſētı maior erit par vnde conſtat propoſitum.

3.co. ¶ Patet vltra ꝙ non contingit duos numeros proximos in ſerie reperire quorū quilibet ſit primus niſi vnus ſit binarius ⁊ alter ternarius. ¶ Quia dato oppoſito ex ꝑcedenti correlario alter illorū eſſet par ⁊ ille ex ypotheſi eſſet maior binario ⁊ per cōſequens aliquis par maior binario eſſet primus quod repugnat ſecunde huius.

4.co ¶ Patet vltra ꝙ qlibꝫ numerus impar maior vnitate eſt adeq̄te diuiſibilis in duas ꝑtes ſola vnitate diſtantes quarū minor eſt medietas proximi ante ipſum in ſerie. ¶ Nā ex precedēti correlario proximus precedens ipſum erit par ſumptis ergo duabꝰ medietatibus illius ⁊ addita vnitate vni illorum compoſitus ex illo proueniete ⁊ altera medietate erit ille impar ⁊ per cōſequens ille diuidi poterit in illas duas partes ſola vnitate diſtantes quarum minor eſt medietas precedentis ipſum in ſerie qđ eſt propoſitum.

5.co ¶ Patꝫ vltra ꝙ quocumq; impari in ſerie dato tertius ab illo in ſerie ante vel poſt eſt impar vel vnitas ⁊ iterum tertius ab illo ⁊ ita deinceps. ¶ Quia proximus ipſi tam ante ꝙ̄ poſt per ſecūdum correlariū pñtis eſt par ſi igiť tertius ab illo ante vel poſt eſſet par accideret oppoſitū eiuſdē correlarij

6.co ¶ Patet vltra ꝙ quocumq; pari dato in ſerie tertius ab illo tam ante ꝙ̄ poſt ſi fuerit eſt par et iterum tertius ab illo tertio ⁊ ita deinceps. ¶ Quia quocumq; tali dato ex ſecundo correlario preſentis proximus ipſi tam ante ꝙ̄ poſt eſt impar vel vnitas ſi ergo tertius ab illo ante aut poſt eſſet impar vel vnitas accideret oppoſitum eiuſdem correlarij.

¶ Quorumcumq; duorum numerorum imparium inequalium differentia eſt numerus par. Similiter
7. ⁊ cuiuſlibet imparis maioris vnitate ad ipſam vnitatem differentia eſt par.

¶ Quia dato oppoſito alicuius iſtorum talis differentia eſſet impar vel vnitas cum igitur maior illorum adequate componatur ex minori ipſorum ⁊ ex tali differentia aliquis impar adequate componeretur ex duobus quorū quilibet eſſet impar vel vnitas quod repugnat primo correlario ꝑcedētis.

8 ¶ Quorumcumq; duorum numerorum inequalium quorū quilibet eſt par differentia eſt nūerꝰ par.

¶ Quia dato oppoſito illa eſſet impar vel vnitas cum igitur maior eorum adequate componatur ex minori ipſorum ⁊ ex tali differentia aliquis numerus par adequate componeretur ex duobus numeris quorum vnus eſſet par ⁊ alter impar vel vnitas quod repugnat correlario .5. huius.

9 ¶ Quorumcunque duorum numerorum inequalium quorum vnus eſt par ⁊ alter impar differentia eſt numerus impar vel vnitas.

¶ Quia dato oppoſito illa eſſet par ⁊ cum maior illorum adequate componatur ex minori ipſorum et ex tali differentia ſi maior ſit par ⁊ minor impar vel vnitas aliquis par adequate componet ex duobus quorum vnus eſt par ⁊ alter impar vel vnitas quod repugnat .5. huius. Et ſi maior ſit impar ⁊ minor par aliquis impar adequate componet ex duobus quorum quilibet eſt par quod repugnat primo correlario .6. huius.

10 ¶ Si quotcunque numeri quorum quilibet eſt impar aut vnitas ſumpti ſecundum numerum parem ſibi coaceruentur compoſitus ex ipſis erit par.

¶ Quia ſi ſecundum binarium ſumantur illi ex .6. huius conſtat propoſitum. Et ſi ſecundum maiorem binario cum per primam huius binarius numeret illum pluries adequate reperietur binarius in illo ⁊ per conſequens tot binarii illorum imparium adequate reperientur in illo compoſito quotiens binarius in illo ſecundum quem ſumentur ſed per .6. huius ex quocunque binario talium efficitur par ergo in illo compoſito adequate plures pares reperientur ergo per .4. huius compoſitus ex illis omnibus erit par quod eſt propoſitum.

11. ¶ Si quotcunque numeri quorum quilibet eſt impar vnitas ſumpta ſecundum numerum imparem coaceruentur compoſitus inde proueniens erit impar.

¶ Sumantur quotcunque tales ſecundum a numerum qui ſit impar vnitate maior tunc ex terminis a addet ſupra aliquem parem ſolam vnitatem qui ſit b. Dico ergo quod compoſitus ex illis omnibus ſumptis ſecundum a eſt impar. ¶ Quia semoto vno ex illis alii omnes erunt ſumpti ſecundum numerum b ergo per precedentem compoſitus ex omnibus illis aliis eſt par quare per .5. huius compoſitus ex illo compoſito ⁊ ex illo ablato qui eſt compoſitus ex illis omnibus ſumptis ſecundum a eſt impar quod eſt propoſitum.

12 ¶ Si a numero pari auferatur par minor ipſo remanebit par. Et ſi ab ipſo auferatur impar vel vnitas remanebit impar vel vnitas.

¶ Quia dato oppoſito primi remaneret tunc impar vel vnitas addendo igitur iterum illum ablatum illi reſiduo fieret impar cum igitur reſultaret idem numerus a quo fit ablatio ille eſſet impar quod repugnat hypotheſi. Et dato oppoſito ſecundi tunc remaneret par addito ergo iterum illo ablato illi reſiduo per .5. huius compoſitus eſſet impar cum igitur ille compoſitus eſſet ille a quo fit ablatio eſſet ille impar quod repugnaret hypotheſi patet igitur totum propoſitum.

13 ¶ Si ab impari auferatur impar minor ipſo vel vnitas relinquetur par ⁊ ſi ex ipſo detrahatur par relinquetur impar aut vnitas.

¶ Quia dato oppoſito primi remaneret tunc impar vel vnitas quare per .6. huius compoſitus ex illo detracto ⁊ illo reſiduo eſſet par quod repugnat hypotheſi. Et dato oppoſito ſecundi remaneret tunc par quare per .4. huius compoſitus ex illo detracto ⁊ illo reſiduo eſſet par quod etiam repugnat hypotheſi patet igitur totum propoſitum.

14 ¶ Quocunque numero pari dato tot impares adequate ante ipſum in ſerie reperiuntur quot ſunt vnitates in eius dimidio vnitate pro numero impari computata.

¶ Sit a quicunque par ⁊ b medietas eius. Tunc patet propoſitum quia per .32. dignitatem a totus eſt ab vnitate quotiens vnitas eſt in ipſo quare ab vnitate vſque ad a incluſiue erunt tot numeri in ſerie quot ſunt vnitates in a. Cum igitur ex binario in b medietatem a fiat a binarius totiens adequate erit in a quotiens vnitas in b ⁊ per conſequens tot binarii illorum numerorum ſumptorum ab vnitate vſque ad a incluſiue adequate reperientur in illo quotiens vnitas eſt in b capto ergo binarium ex primis duobus in ſerie pro primo binario ⁊ binarium ex aliis duobus proximis pro ſecundo binario ⁊ ita deinceps donec habeant tot binarios quotiens vnitas eſt in b conſtat tunc quod in his binariis ſumantur adequate omnes reperti in ſerie ab vnitate vſque ad a ⁊ per ſecundum correlarium .6. huius in quocunque illorum binariorum erit vnus impar ⁊ vnus par ergo in illis tot adequate ſunt impares quot ſunt vnitates in b ſimiliter ⁊ tot pares cum igitur quilibet illorum imparium precedat ipſum a in ſerie conſtat propoſitum.

1. co. ¶ Ex his conſtat quod ſi capiantur quotcunque numeri inequales in numero impari erit aliquis medius quo tot illorum erunt maiores quot minores. Et ſi in numero pari erunt duo inequales medii ⁊ maiori illorum erunt tot illorum maiores quot minores minori. ¶ Primum patet quia ſi auferantur duo extremi quilibet remanens erit minor ⁊ maiori ⁊ maior minori ⁊ remanebit tantum vnus aut remanebunt plures continuo igitur ſic detrahendo extremos quamdiu remanebunt plures tandem vnus debebit relinqui alias ſi li eſſent ſumpti in numero pari ⁊ de illis ablatis tot erunt maiores illo quot minores vnde conſtat primum. ¶ Et ſecundum patet quia detrahendo duos extremos illorum remanebunt duo vel plures quorum quilibet erit minor maiori ⁊ maior minori illorum extremorum ſicque continua detractione facta quamdiu erunt plures quam duo tandem duo debebunt relinqui quia ſi vnus tantum illi eſſent ſumpti in numero impari et illi duo remanentes erunt medii inter illos taliter ſe habentes vt ſecundum proponit quia de illis ablatis tot ſunt maiores maiori quot ſunt minores minori patet igitur ſecundum.

2. co ¶ Patet vltra quod quocunque numero pari dato ab vnitate vſque ad ipſum concluſiue in ſerie tot adequate reperiuntur pares quot ſunt vnitates in eius medietate excludendo autem ipſum tot adequate quot ſunt vnitates in numero minori medietate eius ſola vnitate. ¶ Primum in forma concluditur in demonſtratione preſentis. ¶ Secundum manifeſte conſtat ex primo.

15 ¶ Quocunque numero impari maiori vnitate dato tot adequate numeri impares precedunt ipſum in ſerie ſimiliter ⁊ tot pares quot ſunt vnitates in medietate numeri proximi ante ipſum in ſerie vnitas

tate pro numero impari computata.
¶ Sit a numerus impar maior vnitate ⁊ ſit b primus in ipſum quem conſtat ex ſecundo correlario.
6. huius eſſe parem ſit ergo c eius medietas tunc dico ꝙ tot numeri pares adequate ſimiliter ⁊ tot im-
pares vnitate pro īpari ꝯputata ꝑcedunt ipſum a in ſerie quot ſunt vnitates in c. Quia ex precedenti
et eius correlario ab vnitate vſq; ad b incluſiue tot ſunt adequate numeri pares in ſerie quot ſūt vni-
tates in c ſimiliter ⁊ tot impares vnitate pro numero impari computata cum igitur illi omnes prece-
dant c in ſerie ⁊ non alius conſtat propoſitum.
Co. ¶ Ex preſenti conſtat ꝙ quocunq; impari maiori vnitate dato ⁊ ipſo in duas partes ſola vnitate di-
ſtantes adequate diuiſo ab vnitate vſq; ad ipſum incluſiue tot numeri impares adequate in ſerie re-
perientur quot ſunt vnitates in maiori portione vnitate ꝓ numero impari computata ⁊ tot pares ad-
equate quot vnitates in minori ipſo autē ſecluſo tot adequate pares ſimiliter et tot impares vnitate
pro impari computata quot ſunt vnitates in minori portione. ¶ Sit enim a impar maior vnitate ⁊ b
proximus ad ipſum in ſerie tunc per quartum correlariū .6. huius a poterit diuidi adequate in duas
ꝑtes ſola vnitate diſtantes quarum minor eſt medietas b ſint ergo ille c maior ⁊ d minor ⁊ quia per pre-
cedentē ⁊ eiꝰ correlariū ab vnitate vſq; ad b incluſiue tot adequate inueniuntur numeri pares in ſerie
ſimiliter ⁊ tot impares vnitate pro impari computata quot ſunt vnitates in d ⁊ ab vnitate vſq; ad a
incluſiue ſolum reperitur vltra ipſemet a inter illos oēs qui impar eſt ſequeretur ꝙ ab vnitate vſq; ad
a incluſiue tot impares adequate reperiuntur vnitate pro numero impari computata quot ſunt vni-
tates in numero c ⁊ tot adequate pares quot ſunt vnitates in d vnde conſtat primū. Secundum autē
ex primo notum euadit.
16 ¶ Si par numerus in aliquem ducatur fiet par ſimiliter ⁊ ſi aliquis in parem ducatur producetur par.
¶ Ducatur primo a quicunq; par in b numerum quicunq; fuerit ⁊ fiat c. Tūc dico ꝙ c eſt par. Nam
ſi b ſit vnitas c erit ipſemet a vel illi equalis. Et ſi b ſit maior vnitate ex diffinitiōe multiplicatiōis a
pluries adequate erit in c vt puta totiens quotiens vnitas in b ⁊ ꝑ conſequens c adequate reſultabit
ex tot paribus equalibus a quot ſunt vnitates in b ergo per .4. huius c eſt par quod eſt propoſitum
Ducatur ſecundo a quicunq; numerus in b parem ⁊ fiat c quem dico eſſe parē quia ꝑ .13. primi c fiet
ex b pari in a ergo per ſtatim demonſtratum c eſt par.
1. co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ quilibet numerus numeratus a pari ē par ⁊ ex conſequenti cuiuſlibet numeri pa-
ris quadratus eſt par ſimiliter ⁊ cubus. ¶ Quia ex terminis quilibet numeratus ab aliquo pari ſi-
militer ⁊ quilibet quadratus aut cubus eius fit ex illo pari in aliquem numerum vnde ex preſenti con
ſtat propoſitum.
2. co ¶ Patet vltra ꝙ nullus numerus numerans imparem eſt par ſed quilibet eſt impar vel vnitas. Et
ex conſequenti quelibet pars aliquota numeri imparis eſt impar ⁊ denominatur ab impari pars ali-
quota eius. ¶ Quia dato oppoſito accideret oppoſitum precedentis correlarij.
17 ¶ Si numerus impar in imparem ducatur producetur impar.
¶ Ducatur a impar in b imparem ⁊ fiat c tunc dico ꝙ c eſt impar quia ſi b ſit vnitas c eſt equalis a ⁊
ſi maior vnitate ex diffinitione multiplicationis a pluries adequate erit in c puta totiens quotiēs vni-
tas in b ⁊ per conſequens c adequate reſultat ex numeris imparibus equalibus a ſumptis ſecundum
b numerum imparem quare per .11. huius c eſt impar quod eſt propoſitum ſed ſi a eſſet vnitas eodem
modo procedit demonſtratio ⁊ etiā ex .33. dignitate c eſſet equalis b impari conſtat igitur totū ꝓpoſitū
1. co ¶ Ex preſenti conſtat ꝙ cuiuſlibet numeri imparis quadratus eſt impar ſimiliter ⁊ cubus. ¶ Quia
ex terminis quadratus illius fit ex illo impari in ſe ⁊ cubus ex illo in ſuum quadratum ergo ex preſen
ti ille quadratus erit impar et ex conſequenti cubus illius.
2. co ¶ Patet vltra ꝙ quelibet pars aliquota numeri paris denominata ab impari eſt par. ¶ Quia dato
oppoſito huius ex terminis accideret oppoſitum preſentis.
18 . ¶ Si numerus impar imparem numeret ſecundum imparē aut vnitatem eum numerabit. Et ſi imp
parem numeret ſecundum parem ipſum numerat.
¶ Quia dato oppoſito primi numeraret illum per parē quare ex terminis ille impar numeratus fie-
ret ex illo impari numerante ipſum imparem quod repugnat .16. huius. ¶ Et dato oppoſito ſecundi
ille numeraret illum per imparem aut vnitatem quare ex terminis ille par numeratus fieret ex illo i-
pari numerante in imparē aut vnitatem quod repugnat precedenti. Patet igitur propoſitum.
19 ¶ Si numerus parem impar numeret dimidium quoq; illius paris idem impar numerabit.
¶ Sit a impar numerans b parem cuius medietas ſit c Tunc dico ꝙ a numerat c. Quia ex precedē-
ti a numerat b per parem qui ſit d ⁊ eius medietas ſit e tunc per primum correlarium .13. primi d nūe-
rat b per a cum igitur e ſit medietas d ex ſecundo correlario .16. primi ex e in a ſub duplum illi fiet quod
ex d in a quare ex e in a fiet c medietas b ⁊ per conſequens ex .13. primi ex a in e fiet c quare ex termi-
nis a numerat c quod eſt propoſitum.
20 ¶ Si numerus impar ad aliquem numerum fuerit primus idem quoq; ad illius duplum erit primus.
¶ Sit a impar primus ad b ⁊ c ſit duplus b. Tunc dico ꝙ a eſt primus ad c. Quia dato oppoſito ſit
d numerus preter vnitatem communiter numerans a ⁊ c erit tunc per ſecundum correlarium .16. hu-
ius d impar ex quo numerat a imparem ⁊ quia d numerat c qui ex terminis eſt par ex precedēti d nu-
merat b medietatē c ⁊ ꝑ conſequens ex terminis a ⁊ b erunt ꝯmenſurabiles qđ eſt contra ypotheſim
21 ¶ Si diſponantur numeri ab vnitate ſecundū naturalem ſeriem numerorum ⁊ omnium ipſorum du-
pli ordinatim ſumantur prouenient omnes pares in ſerie reperti ⁊ ſolum tales. Eruntq; illorum pa-
rium eodem ordine ſumptorum vt numerorum ab vnitate diſpoſitorum conſimiles proportiones.

¶ Diſponãtur a vnitas ⁊ b c d e f nũeri ⁊ ita deinceps ſicut in ſerie naturali occurrũt quorũ dupli or dinatum ſint g h k l m n ⁊ ſic ꝯñr. ¶ Tunc dico ꝑmo ꝙ ꝯñr ꝓcedendo in ſcđo ordine omnes pares ibi inuenientur ⁊ nullus ſumetur quin ſit par. Dico ſcđo ꝙ ꝓportio g ad h eſt que a ad b ⁊ h ad k que b ad c ⁊ ita deinceps. ¶ Primũ patz qꝛ quilibet dupl⁹ ad aliquẽ ꝑmi ordinis quicũqꝫ fuerit in ſcđo ordie repief cũ igiꝭ nõ poſſit eſſe aliqs par quin ille ſit dupl⁹ ad aliquẽ ꝑmi ordinis qlibꝫ par in ſcđo ordine repief ⁊ ꝑ ꝯñs oẽs pares illic repient. Qꝫ aũt qlibꝫ illic ſũpt⁹ ſit par ex ſmis ꝯſtat qꝛ ex ꝗ qlibꝫ ẽ du pl⁹ ad aliquẽ qlibꝫ ẽ diuiſibilis in duo equa pꝫ igiꝭ ꝑmũ. Et qꝛ ꝓportio g ad a ẽ ꝗ h ad b qꝛ ex ypotheſi vtraqꝫ dupla ꝑmutatim g ad h eſt que a ad b ⁊ ꝑ idem h ad k que b ad c ⁊ ita deinceps.

22 ¶ Si inter duos nũeros inequales quorum quilibet eſt impar vel vnitas nullus impar ceciderit me dius erit differentia ipſorum binarius. Et ſi vnus tñ impar ceciderit medius erit ipſorum differen tia dupla ad binarium. Et ſi duo tripla ⁊ ita deinceps.

¶ Primum patz quia nõ poterit dr̃a illorũ eſſe vnitas nam alias accideret oppoſitum .7. huius nec poterit eſſe maior binario qꝛ cum addẽdo minori illorum nũerum binarium per .5. huius ꝯpoſitus ꝓ ueniens eſſet impar ille eſſet medius impar inter illos qꝛ eſſet minor maiori ⁊ maior minori quod repu gnat ypotheſi. ¶ Scđm patz qꝛ ſi inter illos vnus tñ impar ceciderit medius ꝑ ſtatim demonſtratũ dr̃a a ad ipſum erit binarius ⁊ dr̃a ipſi⁹ ad b erit binarius ergo dr̃a a ad b erit duo binarij ⁊ per ꝯñs dupla ad binarium. Et ſi tñ duo impares ceciderint medij cõſimiliter ꝯſtat ꝙ dr̃a a ad b erit tres bi narij ⁊ ꝑ ꝯñs tripla ad binarium ⁊ ita deinceps patet igitur ſecundum.

23 ¶ Si inter duos pares inequales null⁹ par ceciderit medi⁹ erit ipoꝝ dr̃a binari⁹. Et ſi dũtaxat vnus par ceciderit medius erit eoꝝ dr̃a dupla ad binarium. Et ſi duo tripla ⁊ ita deinceps.

¶ Primũ patz quia nõ poterit differentia ipſorum eſſe vnitas nam alias accideret oppoſitum .8. hu ius nec poterit eſſe maior binario qꝛ cum addendo minori numerũ binariũ per .4. huius compoſitus prouueniens eſſet par ille eſſet medius par inter illos qꝛ eſſet minor maiori ⁊ maior minori quod repu gnat ypotheſi. ¶ Scđm omnino eodẽ modo demonſtrari poteſt ſicut ſcđa pars precedentis.

24. ¶ Si inter aliquem numerũ parem ⁊ vnitatẽ aliquis ceciderit par medius in ſerie aut aliqui ccide rint pares medij totidem inter ipſum ⁊ duplum eius cadere neceſſe eſt.

¶ Sit a numerus par inter quẽ ⁊ vnitatem aliquis cadat par medius aut aliqui pares medij ⁊ ſit b duplus a. Tũc dico ꝙ inter a ⁊ b tot adequate pares medij cadunt ſicut inter a ⁊ vnitatem. ¶ Quia dato oppoſito cadant pꝛimo plures inter a ⁊ vnitatem tunc ſequitur ꝙ inter a ⁊ binariũ pꝛimum parẽ cadent tot aut plures quot inter a ⁊ b quia preciſe vno plures cadunt inter a ⁊ vnitatẽ ꝗ inter a ⁊ bi narium ⁊ per ꝯſequens ex precedenti differẽtia a ad binarium maior erit ꝗ differentia b ad a aut illi eq̃ lis quod eſt impoſſibile quia differentia b ad a eſt a ⁊ differentia a ad binariũ eſt minor a non ergo ca dent plures inter a ⁊ vnitatẽ ꝗ inter a ⁊ b. Sed ꝙ non ſint plures inter a ⁊ b ꝗ inter a ⁊ vnitatem pꝫ ſit c proximus par infra b tunc plures etiam caderẽt inter a ⁊ c ꝗ inter a ⁊ binarium quia vno pau ciores cadunt inter a ⁊ c ꝗ inter a ⁊ b ſimiliter ⁊ vno pauciores inter a ⁊ binarium ꝗ inter a ⁊ vnita tem ergo ex precedenti differẽtia c ad a erit maior per binarium ꝗ differẽtia a ad binarium quia erit multiplex ad binariũ ⁊ differentia a ad binarium equalis binario aut vtraqꝫ erit multiplex ad binari um ⁊ differentia a ad b a maiori numero denominabitur cum igitur differentia b ad a per ſolum bina rium ſit maior differentia a ad binariũ differentia c ad a eſſet equalis differentie b ad a vel illa maior quod eſt impoſſibile non ergo poterunt plures eſſe pares medij aut pauciores inter a ⁊ b ꝗ inter a ⁊ vnitatem erunt igitur tot adequate vnde conſtat propoſitum.

1.co. ¶ Ex pñti conſtat ꝙ inter nullum imparem ⁊ vnitatem mediant plures pares aut pauciores in ſerie ꝗ inter illum ⁊ eius duplum. ¶ Quia dato oppoſito ſit a impar inter quem ⁊ vnitatem mediant plu pares ꝗ inter ipſum ⁊ eius duplũ qui ſit b ⁊ ſit c ꝓximus par maior a cuius duplus ſit d conſtat tuc b eſſe parem ⁊ d eſſe parem proximum maiorem ipſo quare inter a ⁊ d mediabit vnus par vltra ꝗ in ter a ⁊ b puta ipſemet b ⁊ non plures ⁊ inter a ⁊ d etiam vnus vltra ꝗ inter c ⁊ d vt puta ipſemet c ⁊ non plures ergo non plures aut pauciores pares cadent inter a ⁊ b ꝗ inter c ⁊ d cum igiꝭ etiam non plures aut pauciores cadãt inter a ⁊ vnitatem ꝗ inter c ⁊ vnitatẽ ⁊ ex preſenti inter c ⁊ vnitatem nõ plures aut pauciores cadant ꝗ inter c ⁊ d ſequit ꝙ inter a ⁊ vnitatem non plures aut pauciores ca dent ꝗ inter a ⁊ b quod repugnat ypotheſi.

2.co ¶ Patet vltra ꝙ impoſſibile eſt inter aliquem numerũ ⁊ vnitatem tot impares mediare ſicut inter ipſum ⁊ ſuum duplum aut plures ꝗ inter ipſum ⁊ ſuum duplum. ¶ Quia dato oppoſito cum ex p̃ ſenti ⁊ ex correlario precedenti inter illum ⁊ vnitatem non plures aut puciores pares cadant ꝗ inter illum ⁊ ſuum duplum contingeret ꝙ inter aliquem numeꝝ ⁊ vnitatem tot numeri caderent quot inꝭ ipſum et ſuum duplũ quod eſt impoſſibile. Quia tunc differentia illius ad vnitatem eſſet equalis dif ferentie illius ad ſuum duplum. Et ꝑ idem conſtat ꝙ non poſſunt plures impares mediare inter aliũ ⁊ vnitatem ꝗ inter illum ⁊ ſuum duplum.

3.co. ¶ Patet finaliter ꝙ inter quemlibet numeꝝ ⁊ ſuum duplum mediat vnus impar vltra ꝗ inter ipm ⁊ vnitatem ſaltem ſi inter ipſum ⁊ vnitatẽ aliquis mediet. Et ex quo differẽtia illius ad ſuum duplũ eſt maior differentia illius ad vnitatẽ ꝑ vnitatẽ ſolum vnus nũerus vltra mediabit inter illũ ⁊ ſuũ du plũ ꝗ inꝭ illũ ⁊ vnitatẽ ⁊ nõ plures cũ igiꝭ nõ plures pares aut pauciores pares ꝑ pñtẽ ⁊ ꝑmũ corre lariũ ei⁹ mediẽt inꝭ illũ ⁊ vnitatẽ ꝗ inꝭ illũ ⁊ ſuũ duplũ ſequiꝭ ꝙ vnus ipar vltra mediabit inꝭ illum ⁊ ſuum duplum ꝗ inter illum ⁊ vnitatem ⁊ non plures ſaltem ſi aliquis mediet inter ipſum ⁊ vnitatem Sed ſi nullus mediaret inter ipſum ⁊ vnitatem ſatis conſtat ex hoc ꝙ preciſe vnus impar mediabit inter ipſum ⁊ ſuum duplum.

25 ¶ Quocūq; numero dato ſi infra ipſum ſumātur aliquot impares ordinatim a proximo infra ipſum
incipiēdo ⁊ ꝯñr deſcendo ſicut in ſerie occurrūt ⁊ totidem impares ſupra ipm̄ ſumantur ordinatim a
proximo ſupra eū inchoando ⁊ ꝯñr aſcendēdo ſicut in ſerie occurrūt prim⁹ infra ipm̄ ſumptorū ⁊ pri-
mus ſupra ſumptoꝝ erūt equaliter ab eo diſtātes ſilr ⁊ ſcd̄s infra ſūptoꝝ ⁊ ſcd̄s ſupra ſumptorum.
¶ Sit a quicūq; numerus infra quē ſumantur aliquot impares ordinatim incipiendo a ꝓximo infra
ipm̄ et ꝯñr deſcendēdo qui ſint ordinatim b c d e ⁊ ſumātur totidē ordinatim ſupra ipſū a proximo ſu-
pra ipſum inchoando qui ſint ordinati ꝫ f g h k. Dico ergo ꝙ b ⁊ f ſunt equi diſtātes ab a ſimiliter ⁊ c ⁊
g ⁊ ita deinceps. Nā ſi a ſit impar ꝑ.22. huius dr̄a a ad b erit binarius ſimiliter ⁊ dr̄e b a d f ⁊ ſi a ſit
par dr̄a a ad b erit vnitas ſimiliter ⁊ dr̄a a ad f quia duo proximi ipſi ſcd̄ꝫ ſub ⁊ ſupra erunt impares
nā alias accideret oppoſitum ſcd̄i correlarij.6. huius quare ex ypotheſi b ⁊ f erūt illi erit igitur eadē
dr̄a a ad b que a ad f ⁊ ꝑ ꝯñs b ⁊ f ſunt equidiſtātes ab a ⁊ qꝫ dr̄a b ſupra c eſt que g ſupra f quia per.
22. huius vtraq; binarius cum dr̄a a ad c adequate cōponatur ex differentijs a ad b ⁊ b ad c ⁊ dr̄a g
ad a ex differētijs g ad f ⁊ f ad a ꝑ.21. dignitatem dr̄a g ſupra a erit equalis dr̄e a ſupra c ⁊ per conſe
quens g ⁊ c ſunt equidiſtantes ab a quo habito conſimiliter conſtat de h ⁊ d ⁊ ex conſequenti de k ⁊ e
⁊ ita ſi plures infra aut ſupra ſumerentur.
¶ Ex p̄nti ꝯſtat ꝙ quocunq; nūero dato ſi ſumātur infra ipſū aliquot nūeri pares inchoando a pro
Co. ximo infra ordinatim ſicut in ſerie occurrūt ⁊ totidē ſumātur ſupra ordinatim ſicut in ſerie occurrunt
erunt primus infra ⁊ primus ſupra equidiſtantes ab illo. Similiter ⁊ ſecundus infra ⁊ ſecūdus ſupra
⁊ ita deinceps. Conſimilis eſt huius demonſtratio ſicut preſentis.
26 ¶ Si numerorū ab vnitate diſpoſitorum ſicut in ſerie occurrūt quicūq; duo proximi cōiungantur q̄-
libet compoſitus ex tali coniunctione proueniens ⁊ ſolum talis erit impar poſt vnitatem ipſorumq;
imparium quicunq; duo proximi erunt contra ſe primi.
¶ Primū patꝫ quia ꝑ ſcd̄m correlarium.5. huius quorumcūq; duoꝝ proximorū in ſerie vn⁹ eſt par ⁊
alter impar vel vnitas ergo ꝑ.5. huius quicūq; cōpoſitus ex talibus duobus eſt impar quia ꝑ quin-
tum correlariū.6. huius quilibet impar maior vnitate eſt diuiſibilis in duos ſola vnitate diſtātes qui
de neceſſitate debēt eſſe duo ꝓximi in ſerie ſequitur ꝙ quilibꝫ impar poſt vnitatē ex talibus duobus
adequate ꝯponetur erit igitur quilibet compoſitus ex tali coniunctione ꝓueniēs ⁊ ſolum talis impar
poſt vnitatem quod eſt primū. ¶ Et qꝫ per.22. huius quorūcunq; talium dr̄a eſt binarius cū ꝑ ſcd̄ꝫ
correlarium.16. huius binarius nullū illoꝝ numeret ⁊ ꝑ quartū correlariū.20. primi nullus maior bi-
nario etiā illos nūeret ſequitur ꝙ nullus maior vnitate illos nūerabit vñ ex terminis ꝯſtat ſecundū.
27 ¶ Si numerorū continuo proportionaliū ab vnitate ſecundus fuerit par reliqui oēs ſequentes ipm̄
erūt pares. Et ſi ille fuerit impar reliquos oēs ſequētes ipm̄ impares eſſe neceſſarium eſt.
¶ Quia quibuſcunq; talib⁹ datis ꝑ ſcd̄m correlarium.31. quarti ſcd̄s numerabit tertium ꝑ ſeipſum
⁊ tertius quartū ⁊ quartus quintū ⁊ ita deinceps ꝑ ſcd̄ꝫ ſi igitur ſcd̄s ſit impar ex terminis ⁊ ex.17
huius tertius erit impar ⁊ ex ꝯſiti ex eadem ⁊ ex terminis quartus erit impar ⁊ ita de alijs omnibus.
Et ſi ſecundus ſit par cum ꝑ.31. quarti quilibet ſequens ab illo ſecundo numeretur per primum corre
larium.16. huius quilibet ſequens illum ſecundum erit par patet igitur totum propoſitum.
¶ Inter quoſcunq; duos nūeros inequales quorum vterq; eſt par aut vterq; impar vel vnitas eſt
28 vnus medi⁹ a quo illi ſunt equidiſtātes. Eſtq; ille medi⁹ maior portio maioris illoꝝ duoꝝ. Et ſi inter
aliquos duos fuerit aliquis taliter medius erit vterq; illorum par aut vterq; impar vel vnitas.
¶ Primū patꝫ qꝫ ſi vterq; ſit par ꝑ.4. huius ꝯpoſitus ex illis eſt par ⁊ ſi vterq; impar vel vnitas ꝑ
6. huius ꝯpoſitus ex illis erit etiam par capta ergo medietate illius ꝑ.5. primi illa erit nūerus medi⁹
inter illos duos a quo illi equidiſtabunt ꝯſtat igitur primum. ¶ Scd̄m patꝫ quia ille medius eſt maior
dr̄a illius ad minimū illorū ⁊ ex ꝯſiti maior differentia maioris ad illum mediū cum igitur maior adeq̄
te ꝯponatur ex illo medio ⁊ ex dr̄a illius ad illum mediū ꝯſtat ſcd̄m. ¶ Tertiū patꝫ qꝫ ꝑ.5. primi ꝯpoſi
tus ex illis erit duplus ad illum medium ⁊ per conſequens par ergo ꝑ correlarium.5. huius quilibet
illorum eſt par aut quilibet illorum impar vel vnitas quod eſt tertium.
¶ Inter parem ⁊ imparem vel vnitatē aut nullus eſt medius aut ſūt duo proximi in ſerie medij quo-
29 rum maior eſt equidiſtans a maiori illorum ⁊ minor a minori. Et ſi inter aliquos duos nūeros fuerint
duo proximi in ſerie medij quorum maior equaliter diſtat a maiori ſicut minor a minori ipſorum vnus
eſt par ⁊ alter impar vel vnitas.
¶ Primū patꝫ ſint a maior ⁊ b minor duo nūeri inequales quorū vnus ſit par ⁊ alius impar vel vni-
tas ſi igitur a ⁊ b ſint proximi in ſerie cōſtat primū ſi naūt ex ypotheſi ⁊ ex.9. hui⁹ dr̄a a ad b erit impar
maior vnitate ergo ꝑ quartū correlarium.6. huius illa poterit diuidi i duas partes ſola vnitate diſtā
tes que ſint c maior ⁊ d minor ꝯſtat tunc totū c b ⁊ totum b d eſſe duos proximos in ſerie quēlibet illo
rum eſſe maiorem b ⁊ minorē a ⁊ totum c b eſſe maiorem toto d b vnitate ⁊ ꝑ ꝯñs dr̄a a ad totū d b eſt
maior dr̄a ipſius ad totum c b vnitate cum igitur dr̄a a ad b adequate ꝯponatur ex dr̄a a ad totū d b
⁊ ex dr̄a d b ad b q̄ eſt d ⁊ illa tota ex ypotheſi diuiſa eſt in duas ꝑtes ſola vnitate diſtātes quarū mi-
nor eſt d reſidua pars illius vt puta dr̄a a ad totū d b erit maior dr̄a d b ad b ſola vnitate quēadmodū
etiam probata eſt maior vnitate dr̄a a ad totum c b ⁊ ꝑ ꝯñs dr̄a a ad c b eſt equalis dr̄e d b ad b quare
ex terminis d b ⁊ c b duo ꝓximi in ſerie mediant tales inter a ⁊ b ſicut ꝓmum ꝓponit. ¶ Scd̄m patꝫ
quia dato illius añte ꝯpoſit⁹ ex illis duobus extremis eſſet equalis ꝯpoſito ex illis duobus ꝓximis
cum igitur ꝑ.26. huius ꝯpoſitum ex illis duobus proximis eſſet impar eſſet etiā ꝯpoſit⁹ ex illis duo-
bus extremis impar ergo ꝑ primū correlarium.6. huius alter illorū erit par ⁊ reliqu⁹ impar vel vni-
tas patet igitur ſecundum.

Co. ¶ Ex p̄miſſi ꝯſtat ꝙ ſi inter parē ⁊ vnitatem cadat aliquis nūerus duorum ꝓximorum in ſerie equalit̄ inter vnitatē ⁊ illū parem interceptorū minor erit medietas illius paris. ¶ Quia dr̄a illius paris ad maiorē excedet dr̄am illi⁹ paris ad maiorē ꝑ ſolā vnitatē ⁊ ꝑ ſolā etiā vnitatē minor excedit dr̄am ipſius ad vnitatem que eſt equalis differētie illius paris ad maiorem illorū ergo dr̄a illi⁹ paris ad minorē erit equalis illi minori ⁊ per ꝯñs ille par erit duplus ad minorem vnde conſtat propoſitum.

30 ¶ Si nūeri impares diſponātur ſicut in naturali ſerie occurrūt ⁊ quocūqꝫ illorum dato tot impares ꝯñr poſt ipſum a ꝓximo inchoando ſumātur quot ſūt vnitates in ipſo vltimū captorum ab illo nūerari neceſſariū erit. Et ſi poſt illum vltimum totidem etiam impares a ꝓximo inchoando ſumātur quot ſunt vnitates in illo dato ipſorum etiam vltimus ab illo dato numerabitur ⁊ ita deinceps. Nullumqꝫ alium imparem ab illis vltimis ſequentem ipſum ille datus numerabit.

¶ Sit a quicumqꝫ illorū taliť diſpoſitorū poſt quem ſumātur de illis ordinatim ſicut in ſerie occurrūt quot ſunt vnitates in a ⁊ illorū vltimus ſit b ⁊ poſt b iterum ſumātur tot ordinatim de illis ſicut in ſerie occurrunt quot ſūt vnitates in a ⁊ eorū vltimus ſit c ⁊ ita ꝯñr ſiat. ¶ Tūc dico primo ꝙ a numerat b ſimiliter ⁊ c ⁊ ita deinceps de aliis vltimis. Dico ſcḋo ꝙ a nō numerat aliquem aliū imparem ſequentem ipm̄. ¶ Primū pꝫ. Quia poſtq̄ poſt a ſumūtur de illis tot ordinatim quot ſūt vnitates in a inter a ⁊ vltimū eorū qui eſt b mediabunt tot quot ſunt vnitates in a vno dempto ergo ꝑ.22. huius dr̄a b ſupra a erit multiplex ad binariū denoīata ab a numero ⁊ ꝑ ꝯñs b binarius numerabit illā dr̄am ꝑ a ergo per p̄mum correlariū.13. p̄mi a numerabit illā dr̄am detractam ex b ꝑ binariū ⁊ cum nūeret ſeipſum a reſiduum ꝑ vnitatem p̄mi nūerabit b totū per ternarium. Et qꝛ ꝑ.22. huius dr̄a c ad b erit equalis dr̄e c ad a eodem mō ꝯſtat ꝙ a numerabit dr̄am c ad b detractam ex c ſicut ꝓbatum eſt ipſū numerare dr̄am b ad a ⁊ cum ꝓbatum ſit ipſum nūerare b reſiduū ꝑ.15. p̄mi numerabit c totum. De quocūqꝫ alio vltimo in tali ꝓceſſu ꝯſimiliter omnino ꝯſtat ꝓpoſitum pꝫ igitur primum. ¶ Scḋm vero patꝫ quia a nō numerat aliquē inter mediuꝫ inter b ⁊ a qꝛ cum nūeret b ꝑ ternarium vt ꝓbatum eſt non nūerabit illum inť medium ꝑ numerū ternariū aut maiorē ternario nec ꝑ binariū qꝛ tunc ille iꝑar eſſet duplus ad ipſum qḋ eſt impoſſibile nec ꝑ vnitatē qꝛ tunc ille eſſet equalis a ⁊ nō medius inter a ⁊ b qḋ repugnaret ypotheſi nō ergo numerat aliquē imparē inter medium inter a ⁊ b nec numerat aliquem imparē mediū inter b ⁊ c. Quia dato oppoſito ſit ille d qꝛ igitur dr̄a b ad c ꝓbata eſt que a ad b ⁊ inter b ⁊ c mediat d inter a ⁊ b mediabit vn⁹ etiaꝫ ⁊ b ad illū erit ea dr̄a q̄ c ad d ſit ergo ille e ⁊ quia dr̄a c ad d eſt par erit dr̄a b ad e etiam par ⁊ ꝑ ꝯñs e eſt impar alias eñ b reſultaret adequate ex duobus paribus qḋ repugnat.4. hui⁹. Sit ergo f dr̄a c ad d ⁊ d ad e ⁊ quia ex ypotheſi a numerat d detractam ex c ⁊ ꝑ ſtatim demonſtratū numerat c totum ꝑ.20. p̄mi numerat f reſiduum c qꝛ igitur per ſtatim demonſtratū a nūerat b totū ⁊ f detractū ex ipſo ꝑ.20. p̄mi a numerabit e reſiduū mediū inter a ⁊ b qui ꝓbatus eſt impar qḋ repugnat ſtatim demonſtrato. Et eodē mō omnino ꝯſtat ꝙ a non nūerat aliquē alium inter mediū inter duos illorū vltimorum vñ manifeſte ꝯſtat ſcḋm. ¶ Aliqui tñ loco illius vltime ꝑtis ponunť hanc ꝑtem vꝫ ꝙ talis numerus primo ſūptus eſt nūerus primus ad quemlibet aliū ab illis vltimis ſed hoc apte falſū eſt incipiēdo a numero nouenario ille eñ non eſt primus ad nūerū.25. nec ad numerū.21. qui tñ ſūt mediȷ inter illū ⁊ p̄mū vltimū de nūero tñ ternario illud verū hꝫ ⁊ de illo ipi demōſtrāt qḋ ē cā deceptionis qꝛ putāt demōſtrationē in aliȷs eodem modo ꝓcedere.

Co. ¶ Ex p̄ñti ꝯſtat ꝙ ſi diſponantur numeri pares ſicut in ſerie occurrunt quocūqꝫ illorum dato ſi poſt illū totidē pares ꝯñr ſumātur ſicut in ſerie occurrunt quot ſūt vnitates in ipſo ille datus nūerabit vltimum illorū captorū ⁊ ſi poſt illum vltimū totidē etiā ꝯñr ſumātur pares poſt ipꝫ ſicut in ſerie occurrunt quot ſunt vnitates illo dato ille datus numerabit etiā vltimū eorū ⁊ ita deinceps. ¶ Hoc eodē modo demōſtratur ex.23. huius ſicut prima duo puncta p̄ſentis ex.22. huius demonſtrata ſunt. Sed quo ad vltimum punctum p̄ñtis nō ſimile contingit de paribus ſicut de imparibus.

31 ¶ Quocūqꝫ nūero impari in duas partes ſola vnitate diſtātes adequate diuiſo nūer⁹ impar ꝓxim⁹ ipſi eo maior i duas ꝑtes ſola vnitate diſtātes adeq̄te diuideť quarū minor eſt maior illarū duarū ꝑtis.

¶ Sit a impar adequate diuiſus in b minorē ⁊ c maiorē ſola vnitate diſtātes ⁊ d ſit maior c ſola vnitate ꝯſtat tunc d eſſe maior b ꝑ binariū ⁊ ſit e ꝓximus impar poſt a maior a. Dico ergo ꝙ e poteſt adequate diuidi in duas ꝑtes ſola vnitate diſtātes quarum minor eſt c. Quia ꝑ.22. huius exceſſus e ſupra a eſt binarius cū igitur d ſupra b ꝑ ſe addat binariū exceſſus totius d c ſupra totū c b qui ex ypotheſi eſt a erit etiam binarius ⁊ per ꝯſequens totus d b equaliter excedet a ſicut e excedit a ⁊ per conſequens erit equalis e ergo e adequate poterit diuidi in c ⁊ d cum igitur c ⁊ d ſola vnitate diſtent ⁊ c ſit illorum minor conſtat propoſitum.

32 ¶ Si diſpoſitis imparibus ab vnitate ſicut in ſerie occurrunt primus coniungatur vnitati fiet prim⁹ quadratus poſt vnitatē. Et ſi ſcḋs illis addatur fiet terti⁹ quadrat⁹ poſt vnitatem ⁊ ita deinceps.

¶ Sint a vnitas ⁊ b c d e aut tot plures quot velis nūeri impares ordinatim ſicut in ſerie occurrunt. Tunc dico ꝙ ꝯpoſitus ex a ⁊ b p̄mo impari poſt vnitatē eſt p̄mus quadratus poſt vnitatē ⁊ ꝯpoſit⁹ ex a b c eſt tertius quadrat⁹ poſt vnitatē ⁊ ita deinceps. Capio eñ nūeros ordinatim ſcḋm ꝙ in ſerie naturali occurrūt qui ſint a vnitas ⁊ f g h k ⁊ ita deinceps ⁊ ſint a vnitas ⁊ l m n o ordinatim quadrati ſicut in ſerie occurrūt ꝯſtat tunc f eſſe latus l ⁊ g latus m ⁊ ita deinceps qꝛ igitur ꝑ quartū correlarium.6. huius b diuiſibilis eſt in duas ꝑtes ſola vnitate diſtātes cum b ſit ternarius nō poterit in alias diuidi q̄ in a ⁊ f ſcꝫ vnitatē ⁊ binariū ⁊ ꝑ ꝯñs poterit adequate diuidi in a ⁊ f ⁊ ꝑ ꝯñs b adeq̄te cōponitur ex a ⁊ f ⁊ ꝑ ꝯñs ꝑ p̄cedentem c poterit adequate diuidi in f ⁊ g ſola vnitate diſtantes ⁊ ꝑ ꝯñs erit ꝯpoſitus ex illis ⁊ ꝑ idem d erit ꝯpoſitus ex g ⁊ h ⁊ ita deinceps cū igitur ex ſcḋo correlario.14. ſexti dr̄a l ad a ſit nūerus ꝯpoſitus ex a ⁊ f qui ꝓbatus eſt b ſequitur ꝙ l prim⁹ quadrat⁹ poſt vnitatē

adequate cõponetur ex a ⁊ b ⁊ quia ꝑ idem correlariũ.14.ſexti d̃r a m ad l eſt numer⁹ ɔpoſitus ex f
⁊ g qui ꝓbatus eſt e m ſcđs q̃drat⁹ poſt vnitatẽ adeq̃te ɔponet̃ ex l ⁊ e ⁊ ꝑ ɔñs ex a ⁊ b ⁊ e. Et ɔſĩr
oĩno ɔſtat n adeq̃te ɔpoĩ ex m ⁊ d ⁊ ex ɔñti ex a ⁊ b ⁊ e ⁊ d ⁊ ita de alijs oĩb⁹ ſeq̃ntib⁹ pꝫ igĩ ꝓpoſitũ.
¶ Ex p̃nti ɔſtat ꝙ d̃ra p̃mi quadrati poſt vnitatem ad ipſã vnitatem p̃mũ quadratum eſt p̃m⁹ nu
1.co. merus impar poſt vnitatem puta ternari⁹ ⁊ d̃ra ꝓximi poſt illũ ad illum eſt ſcđs impar poſt vnitateꝫ
puta quinarius ⁊ ita deinceps. Hoc in forma concluditur in demonſtratione preſentis.
2.co ¶ Patet vltra ꝙ ſicut ɔtingit reperire quotcũq; quadratos quoꝝ q̃libet in duos quadratos adeq̃-
te diuidatur ita ɔtingit reperire quotcumq; quadratos quorũ quilibꝫ in quadratum ⁊ nõ quadratum
adequate diuidat̃ pari forma ⁊ ɔtingit quotcũ quadratos reperire quoꝝ quilibꝫ in duos nũeros ad-
equate diuidatur. ¶ Primũ pꝫ ex.28.ſexti q2 ꝑut ex eius demõſtratione apparet quocũq; quadra
poſt ſcđm in ſerie dato ille cũ aliquo alio quadrato ɔſtituit quadratũ ⁊ ꝑ idem ille cum alio quadrato
dato alterũ quadratũ ɔſtituet ergo ɔtinget quotcumq; quadratos reperire quorũ quilibet ex duob⁹
duob⁹ quadratis adequate reſultabit diuiſo ergo in illos ɔſtabit p̃mũ ⁊ ex hoc apparet tertiũ quia
quocumq; tali dato qui ex duob⁹ quadratis adequate reſultat cum ꝑ p̃mũ correlariũ.14.ſexti nul
lus illorum poſſit eſſe vnitas auferam ex minori illorũ vnitatem ⁊ addã alteri tunc idem quadratus
ex illis duob⁹ numeris qui fiet adequate reſultabit ⁊ quilibꝫ illorũ erit nõ quadratus nã alias d̃ra q̃-
drati ad quadratũ eſſet vnitas quod repugnat p̃imo correlario.14.ſexti. Scđm etiã pꝫ q2 quocũ-
q; quadrato poſt ſcđm dato auferã ex ipſo ſecundum quadratum in ſerie tunc reſidua pars erit nu-
merus non quadratus nam alias accideret oppoſitum eiuſdem correlarij.
33 ¶ Si diſpoſitis parib⁹ ſicut in ſerie occurrunt p̃mi duo choaceruent̃ fiet p̃mus altera ꝑte lõgior
poſt binarium. Et ſi tres p̃mi coaceruent̃ fiet ſcđs altera ꝑte longior poſt binarium ⁊ ita deinceps.
¶ Sint a b c d e aut tot plures quot velis nũeri pares ordinatim ſicut in ſerie occurrunt. Tunc dico
ꝙ ɔpoſitus ex a ⁊ b eſt ꝓximus altera ꝑte longior poſt binariũ ⁊ ɔpoſitus ex a b c eſt ſcđs poſt bi-
narium ⁊ ita deinceps. Diſponãtur eñ nũeri ſicut in ſerie occurrũt qui ſint f vnitas g h k l ⁊ ita dein-
ceps ɔſtat tunc a eſſe duplũ f ⁊ b eſſe duplũ g ⁊ c duplũ h ⁊ ſic ɔñr ordinatim ⁊ ꝑ ɔñs compoſitus ex
a ⁊ b erit equalis ɔpoſito ex f ⁊ g bis ſumptis ſꝫ per.40.ſexti ɔpoſitus ex f ⁊ g bis ſũptis eſt altera
ꝑte longior cuius mĩn⁹ latus eſt g binari⁹ nõ ille eſt altera ꝑte longior ꝓximus poſt binariũ ergo ɔpo
ſitus ex a ⁊ b eſt ꝓximus altera ꝑte longior poſt binariũ ⁊ quia etiã a b c ſunt dupli illoꝝ triũ f g h
ɔpoſitus ex illis tribus a b c erit equalis ɔpoſito ex illis trib⁹ f g h bis ſumptis ſed ɔpoſitus ex illis
f g h bis ſumptis per eandem ſexti eſt altera ꝑte longior cuius minus latus eſt h ⁊ ille eſt ꝓximus
poſt illum cuius minus latus eſt g ergo compoſitus ex a b c eſt altera parte longior ſecundus poſt bi-
narium ⁊ ita cõſequenter procedendo conſimiliter omnino de alijs omnibus conſtat propoſitum.
34 ¶ Quocũq; nũero dato ⁊ relictis tot ĩparib⁹ ɔñr ab vnitate ĩchoãdo q̃t ſũt vnitates ĩ oĩb⁹ p̃cedẽti
bus ipſum ſi coaceruentur poſt illos relictos tot impares ꝓximi conſequenter quot ſunt vnitates
in ipſo compoſitus ex illis erit cubus ipſius.
¶ In toto ꝓceſſu p̃ntis vnitas ꝓ numero impari ɔputatur. Sit a quicumq; nũerus dat⁹ tunc patet
ꝓpoſitum. Et imp̃mis ſi a ſit par ſit eius quadratus b q̃ ex p̃mo correlario.16. huius eſt par ⁊ facio
duos ordines nũerorum ſicut in ſerie occurrunt ab vnitate inchoando p̃muꝫ vſq; ad a ſcđm vſq; ad
c minorẽ a ſola vnitate tunc illi ſcđi ordinis erunt oẽs p̃cedentes a in ſerie ⁊ ex.39. ſexti cõpoſitus ex
oĩbus illorum duoꝝ ordinum erit b ⁊ quia p̃m⁹ ordo excedit ſcđm ꝑ a diuiſibile in duo equa ſi medi-
etas a auferatur a p̃mo ⁊ addat̃ ſcđo ꝑ tertium correlariũ.5. p̃mi ɔpoſitus ex ſcđo ordine ⁊ medieta
te a erit medietas b quare ꝑ.14. huius tot impares adequate p̃cedunt b in ſerie quot ſũt vnitates in
omnibus ſcđi ordinis ⁊ medietate b relinquã ergo tot ɔñr de illis ab vnitate inchoando quot ſũt vni
tates in oĩbus ſcđi ordinis qui ſunt oẽs p̃cedentes a in ſerie ⁊ ſeruẽtur alij qui ſũt in nũero q̃ eſt me-
dietas a ⁊ p̃cedunt b erunt illi ꝓximi p̃cedentes ipſũ b ſcđm medietatem a capio ergo tot ꝓximos ſe-
quentes ɔñr ſcđm aliam medietatẽ a ɔſtat tunc nũerum illoꝝ ꝓximorũ p̃cedentium ſcđm medietatẽ
a ⁊ ſequentiũ ſcđꝫ aliam medietatẽ eſſe a ⁊ illos oẽs eſſe ꝓximos ɔñr poſt illos relictos quare ꝑ.25.
huius p̃mus p̃cedentiũ ⁊ vltimus p̃cedentium ſunt equidiſtãtes ab ipſo b ſimiliter ſcđs ſequentiũ ⁊
e penultimus p̃cedentium ⁊ ita deinceps quare ꝑ.8. p̃mi b totiẽs adequate reperietur in ɔpoſito ex
illis quotiens vnitas in nũero illorũ qui ꝓbatus eſt a ergo ex terminus ex b in a fit ɔpoſitus ex illis q̃
re ꝑ.13. p̃mi etiã ex a in b fiet ɔpoſitus ex illis ſed qui fit ex a in b eſt cubus a ergo ɔpoſitus ex illis eſt
cubus a relictis ergo tot imparib⁹ ɔñr ab vnitate inchoando quot ſũt vnitates in oĩbus p̃cedentib⁹
a ⁊ ɔiunctis tot ꝓximis ſequẽtibus ɔñr poſt illos relictos quot ſũt vnitates in a ɔpoſit⁹ ex illis erit
cub⁹ a q̃d eſt ꝓpoſitum. ¶ Si aũt a ſit impar patꝫ etiã propoſitũ. Nã tunc ex correlario.17. huius q̃-
dratum ei⁹ eſt impar qui ſit b ⁊ per.4. correlariũ.6. huius a poterit diuidi in duas ꝑtes ſola vnitate
diſtãtes quaꝝ maior ſit e ⁊ minor d ɔſtat tunc a eſſe maiorem duplo d ſola vnitate facio ergo duos or
dines numerorum ſicut in ſerie occurrũt ab vnitate inchoando p̃imũ vſq; ad a ſcđm vſq; ad e mino-
rem a ſola vnitate tunc illi ſcđi ordinis ſunt oẽs p̃cedentes a in ſerie ⁊ p̃m⁹ ordo erit maior ſcđo ꝑ a
auferẽdo g̃ a ex p̃mo reſiduũ erit equale ſcđo q̃re ꝑ.2. p̃mi ſi illi reſiduo adderetur c ⁊ ſcđo ordini ad
deret̃ d ɔpoſitoꝝ d̃ra eſſet ſola vnitas ⁊ ɔpoſit⁹ ex illis ɔpoſitis reſultãtib⁹ erit equalis ɔpoſito ex il
lis duob⁹ ordinib⁹ ſed ꝑ.39. ſexti ɔpoſit⁹ ex illis duob⁹ ordinibus eſt b g̃ ɔpoſitus ex illis duob⁹ ɔpoſi
tis eſt b erit igitur b diuiſibilis in duas ꝑtes ſola vnitate diſtãtes quarũ minor eſt ɔpoſita ex ſcđo or
dine ⁊ ex d quare ꝑ correlarium.15. huius tot impares adequate p̃cedunt b in ſerie ab vnitate incho-
ando quot ſũt vnitates in ɔpoſito ex ſcđo ordine ⁊ ex d relinquãtur ergo de illis ɔñr incipiẽdo ab vni
tate tot quot ſũt vnitates in oĩbus nũeris ſcđi ordinis qui ſunt oẽs p̃cedentes a in ſerie ⁊ reſeruent̃

alij qui ſunt primi infra b ſcdm numerū b ꝛ exemplo poſt b totidē impares primos ſequentes ꝯſr ſcdꝫ numerū d conſtat tunc illos oēs primos precedētes ſcdm d ꝛ ſequētes ſcdm eūdem numerū eſſe in numero duplo d ꝛ ꝑ ꝯñs in minori a ſola vnitate cum igitur ꝑ.25.huius vltimus p̄cedentium ꝛ vltimꝰ ſequentium ſūt equidiſtātes ab ipſo b ſimilr̄ ſcdꝯ ſequentiū ꝛ penultimus p̄cedentiū ꝛ ita deinceps ſequitur ex.8.primi ꝙ b totiēs adequate erit in ꝯpoſito ex illis quotiēs vnitas in numero illorū q̄ probatus eſt minor a vnitate addendo igitur ipm̄ b imparē illis b totiens adequate erit in ꝯpoſito ex illis ꝛ ex b quotiēs vnitas in a ꝛ illi cū b erunt primi impares poſt relictos ꝯſr ſumpti ſcdm numerū a qui igitur b probatus eſt eſſe totiens in ꝯpoſito ex illis ꝛ ex b quotiens vnitas in a ex b in a fiet cōpoſitus ex illis oibus ꝛ ex b quare ꝑ.13.primi ꝛ ex a in b fiet idem ꝯpoſitus ſed q̄ fit ex a in b eſt cubꝰ a ergo cōpoſitꝰ ex illis ꝛ ex b eſt cubus a relictis igitur tot imparibus ab vnitate inchoando ꝯſr quot ſunt vnitates in oibus nūeris ſcdi ordinis qui ſūt oēs p̄cedentes a in ſerie ꝛ ꝯiūctis tot imparibꝰ proximis poſt illos ꝯſr quot ſunt vnitates in a compoſitus ex illis erit cubus a quod eſt propoſitum.

Co. ¶ Ex p̄nti manifeſte ꝯſtat ꝙ ſi duo primi impares ſequentes vnitatē ꝯiungātur fiet cubus binarij ꝛ ſi illis relictis tres alij primi ſequentes ꝯiungātur fiet cubus ternarij ꝛ ſi poſt illos omnes quatuor primi ſequētes fiet cubꝰ quaternarij ꝛ ita deinceps. Hoc enim in forma demonſtratio preſentis ꝯcludit. Aliqui preſentem concluſionem ſub forma huius correlarij ponunt.

35 ¶ Si diſponantur nūeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſcdm duplā ꝓportionem ab vnitate inchoādo quilibet poſt vnitatem erit pariter par. Et non ꝯtinget alium pariter parem ab illis reperire.

¶ Sint a vnitas ꝛ b c d ꝛ ita deinceps ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſecundum duplā ꝓportionē.

¶ Tunc dico p̄mo ꝙ quilibꝫ illorū poſt a eſt parit̄ par. Dico ſcdo ꝙ nō eſt aliquis parit̄ par qui non in illa ſerie reperiat̄. ¶ Primā p̄tē quia ex quo b primus poſt vnitatē eſt par ꝑ.27.huius quilibet in illa ſerie reptus poſt vnitatē eſt par ꝛ quia b etiā eſt nūerus p̄mus ꝑ.33.quarti nullꝰ numerabit aliquē illius ſeriei niſi aliquis illorum ꝛ ꝑ ꝯñs nullus impar p̄ter vnitatem nūerabit aliquē illorum cum igitur quilibet illorū poſt vnitatem probatus ſit par ex terminis quilibꝫ illorū poſt vnitatem eſt parit̄ par q̄d eſt p̄mum. ¶ Scdm p̄tē quia ſi aliquis alius fuerit ſit ille e quē diuido in duo equa quorū vnū ſit f ꝛ ſi f iterū diuidi poſſit in duo equa ſit vnum illorū g ꝛ ſi g iterū diuidi poſſit ſit h vnū eorū ꝛ ita ꝯſr fiat donec ad aliquē deueniat̄ qui nō amplius in duo equa diuidi poſſit ꝛ ſit ille ad quem deueniet̄ k medietas h erunt tūc k h g f e ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſcdm duplam ꝓportionem ſi igitur k ſit vnitas erit e aliquis reptorum in prima ſerie quod eſt ꝯtra ypotheſiꝫ. Et ſi fuerit maior vnitate ex terminis erit impar ꝛ cum numeret h quia eſt eius medietas ꝛ ꝑ idem h nūerat g ꝛ g numeret f ꝛ f numeret e per primum correlarium.21.primi k numerus impar preter vnitatem nūerat e ergo ex terminis e non eſt pariter par quod eſt contra ypotheſim.

1.co. ¶ Ex p̄nti ꝯſtat ꝙ quilibet numerꝰ par qui non eſt de nūero illorū ꝓportionalium ſumptorū ſcdm duplā ꝓportionem ab vnitate ab aliquo impari maiori vnitate numerat̄. Et ex ꝯñti q̄libet par qui nō eſt parit̄ par ab aliquo impari p̄ter vnitatem numerat̄. ¶ Primū in demōſtratione ſcde p̄tis p̄ntis concludit̄ in forma. Et ſcdm ex illo conſtat cum ex preſenti quilibet par qui non eſt parit̄ par ſit par qui non eſt de aliquo illorum duplorum ab vnitate.

2.co ¶ Patꝫ vltra ꝙ cuiuſcumq; parit̄ paris poſt binarium medietas eſt par ꝛ ex ꝯñti quilibet talis eſt diuiſibilis in duo equa ꝛ iterū quodlibet illorum in duo equa ꝛ ita deinceps donec ad vnitatē deueniatur. ¶ Quia dato oppoſito ſtatim concluderet̄ ꝯtradictio ſicut in demōſtratione ſcde p̄tis p̄ntis.

3.co. ¶ Patet vltra ꝙ quilibꝫ numerꝰ p̄ter vnitatē numerās parit̄ parem eſt parit̄ par. ¶ Nā ex p̄nti q̄libet parit̄ par reperit̄ in illa ſerie duplorum ab vnitate quorū primus poſt vnitatem puta binarius ē p̄mus ergo ꝑ.33.quarti nullꝰ nūerabit aliquē illorū niſi aliq̄s illiꝰ ſeriei cū igitur ex p̄nti q̄libꝫ illiꝰ ſeriei ſit parit̄ par vel vnitas quilibet p̄ter vnitatem numerans parit̄ parem eſt parit̄ par.

4.co ¶ Patet vltra ꝙ quelibet p̄s aliquota parit̄ paris eſt vnitas aut parit̄ par p̄cedens ipſum in ſerie.

36 ¶ Si pariter par in pariter parem ducatur fiat pariter par.

¶ Ducat̄ a parit̄ par in b parit̄ parē ꝛ fiat c. Tūc dico ꝙ c eſt parit̄ par. Quia ꝑ.16.huius c eſt par ſi igitur non ſit parit̄ par ex p̄mo correlario p̄cedētis aliquis impar p̄ter vnitatem nūerabit ipſū c ſit ergo ille d vel igitur d eſt numerꝰ p̄mus vel ꝯpoſitus. Si p̄mus ꝑ.6.tertij ille nūerat a aut b quare ex terminis nō quilibet illorū eſſet parit̄ par quod repugnat ypotheſi. Si aūt d ſit ꝯpoſitus ꝑ.4.tertij ab aliquo p̄mo p̄ter vnitatem numerat̄ qui ſit e tunc ex ſcdo correlario.16.huius e erit impar ꝛ q2 e nūerat d ꝛ d numerat c ꝑ.21.p̄mi e nūerus p̄mꝰ nūerat c productū ex a in b ergo ꝑ.5.tertij nūerat etiā a aut b quare ex terminis non quilibet illorum eſt parit̄ par quod eſt contra ypotheſim.

Co. ¶ Ex p̄nti ꝯſtat ꝙ quilibet multiplex parit̄ paris denominatꝰ a parit̄ pari eſt parit̄ par. ¶ Quia ex terminis impariter quilibet talis fiet ex parit̄ pari parem quo habito ex p̄nti conſtat propoſitum.

37 ¶ Si quotcumq; numeri fuerint ordinatim continuo ꝓportionales ſecundum duplam ꝓportionem minimus eorum erit cuiuſlibet ipſorum p̄s aliquota a numero parit̄ pari denominata.

¶ Quia ipſis ordinatim ita diſpoſitis ꝙ minimus efficiat̄ primus ille erit p̄s aliquota ſcdi a binario parit̄ pari denominata q2 eſt illius medietas ꝛ ſcdꝯ etiā ꝑ idem erit p̄s aliquota tertij etiā a binario denominata ergo ꝑ.22.p̄mi p̄mus erit p̄s aliquota tertij denominata a producto ex binario in binariū qui productus ꝑ p̄cedentem eſt parit̄ par ꝛ ꝑ idem p̄mus erit p̄s aliquota quarti denominata a producto ex illo producto in binarium qui etiam ꝑ precedentem erit parit̄ par. Et ita conſequent̄ in quotcūq; pluribus procedendo conſimiliter omnino conſtat propoſitum.

Co. ¶ Ex p̄nti ꝯſtat ꝙ ſi fuerint quotcumq; nūeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſcdꝫ ꝓportionem multiplicē denominatā a nūero parit̄ pari minimus eorū erit p̄s aliquota cuiuſcūq; alterius ipſorū a nūero

pariter pari denominata. Et ex ꝯſti ipſis ita diſpoſitis vt minim⁹ efficiať ꝑmus quilibet ꝑcedens cuiuſlibꝫ ſequētis erit ps aliquota a nūero parit̃ pari denoīata. ℭ Primi iſtoꝝ ꝯſimilis ē demōſtratio cum demonſtratione preſentis. ℭ Secundum autem manifeſte conſtat ex primo quocumqꝫ precedēti in tali ordine effecto primo per remotionem precedentum.

38 ℭ Si quotcūqꝫ nūeri parit̃ pares ab vnitate nullo relicto inter maximum eorū ⁊ vnitatē cū ipſa vnitate coacerueť prouemet numerus minor vnitate ꝓximo parit̃ pari poſt coaceruatorum maximum. ℭ Sint a b c d parit̃ pares ordinatim poſt vnitatem ſicut in ſerie occurrunt. Tūc a erit duplus vnitatis ⁊ b duplus a ⁊ c duplus b ⁊ ita deinceps nā alias accideret oppoſitū.35. huius. Dico ergo ꝙ cōpoſitus ex vnitate ⁊ a eſt minor b ſola vnitate ⁊ ꝯpoſitus ex vnitate ⁊ a ⁊ b eſt minor c ſola vnitate et ita deinceps. Quia ex quo a eſt dupl⁹ vnitatis a erit equalis cōpoſito ex duabus vnitatibus ⁊ ꝑ ꝯñs ꝯpoſitus ex a ⁊ ex duab⁹ vnitatibus erit duplus a vt puta b cū igiť ꝯpoſitus ex a ⁊ vnitate ſit minor ꝯpoſito ex a ⁊ duab⁹ vnitatib⁹ ſola vnitate ille erit minor b ſola vnitate ⁊ quia ꝯpoſitus ex a ⁊ ex duabus vnitatibus ꝓbatus eſt equalis b ꝯpoſitus ex illo ꝯpoſito ⁊ ex b erit dupl⁹ b vt puta c cum igiť cōpoſitus ex vnitate ⁊ ex a ⁊ ex b ſola vnitate ſit minor ꝯpoſito ex duabus vnitatib⁹ ⁊ ex a ⁊ ex b erit ex ꝯñti minor c ſola vnitate ⁊ ita deinceps. De quibuſcumqꝫ conſimili modo conſtat propoſitum.

39 ℭ Omnis numerus cuius medietas eſt impar maior vnitate eſt pariter impar.

ℭ Sit a impar maior vnitate medietas b ꝯſtat tūc a eſſe maiorē binario ⁊ ex ꝯñti b erit par maior binario quiſſit c. Dico ergo ꝙ b eſt parit̃ impar. Quia a nūerat b ꝑ c ergo ꝑ primum correlarium.13. p̄time c par numerat b ꝑ a numeꝝ imparem ⁊ nullus alius par nūerat b ſcd̃m parem. Quia dato oppoſito ſit ille d ⁊ numeret b ſcd̃m e parem tunc ex e in a tm̄ fiet ſicut ex d in e ergo ꝑ.43. ſcd̃i ꝓportio c ad d eſt que e ad a ſed ꝑ ꝑmam huius e nūerat d ergo ꝑ ꝑmum correlariū ꝑme ſcd̃i c par numerabit a imparem quod ꝑ ſecundum correlarium.16. huius eſt impoſſibile nullus igiť par ꝑ parem numerat b cum igitur probatum ſit c parem numerare b ꝑ a imparem maiorem vnitate ex terminis b eſt parit̃ impar quod eſt propoſitum.

Co. ℭ Ex ꝯñti cōſtat ꝙ ſi impar maior vnitate ducať in binarium aut binarius in ipſum fiet parit̃ impar.

40. ℭ Cuiuſlibet pariter imparis medietas eſt impar maior vnitate.

ℭ Quia dato oppoſito ſi eius medietas ſit vnitas ille eſſet binarius qui ex quarta diffinitiōe nō eſt parit̃ impar. Et ſi eius medietas eſſet par cū illa ꝑ binariū debeat nūerare ipſū aliquis par nūeraret illum ꝑ parem ⁊ ꝑ ꝯñs ille non eſſet parit̃ impar quod repugnat ẏpotheſi non ergo poterit medietas eius eſſe vnitas aut numerus par erit igitur impar maior vnitate quod eſt propoſitum.

41 ℭ Si numerus impar in pariter imparem ducatur qui producetur erit pariter impar.

ℭ Sit a ꝓductus ex b impari in c parit̃ imparē ꝯſtat tunc a eſſe maiorem binario qꝛ fit ex b in c maiorem binario. Tunc dico ꝙ a eſt parit̃ impar. Quia ꝑ.16. huius a eſt par ſit ergo d eius medietas ⁊ e binarius tūc ex d in e fiet a ⁊ quia etiā fit ex b in c ꝑ.43. ſcd̃i ꝓportio e ad b eſt que c ad d ergo ꝑmutatim e ad c ꝙ b ad d ſed ꝑ ſcd̃am huius e numerat c ꝑ medietatem eius que ex ꝑcedenti eſt impar ergo ꝑ ꝑmum correlarium ꝑme ſcd̃i b numerat d ſcd̃m numeꝝ imparem ergo ex terminis ⁊ ex.17. huius d medietas a eſt impar cum igitur d ſit maior vnitate quia alias a eſſet binarius cuius oppoſitum eſt ꝓbatum ſequitur ex antepreccedenti ꝙ a eſt pariter impar.

42. ℭ Numeris paribus ab vnitate diſpoſitis tertius a primo atqꝫ ab illo tertius ⁊ ita deinceps ſunt parit̃ impares nulluſqꝫ alius parit̃ impar dari poteſt.

ℭ Primū ptꝫ qꝛ illoꝝ pariū medietates ſūt nūeri ordinati diſpoſiti ſicut in ſerie occurrūt vnitas reſpectu ꝑmi binari⁹ reſpectu ſcd̃i ternari⁹ reſpectu tertij ⁊ ita deinceps cū igiť ternarius ſit numerus impar maior vnitate ſimiliť ⁊ terti⁹ ab illo in ſerie ꝑ quintū correlariū.6. huius ⁊ ita deinceps erit ꝑ 39. huius tertius illorum a primo parit̃ impar ſimiliť ⁊ tertius ab illo ⁊ ita deinceps quod eſt primū. ℭ Scd̃m ptꝫ quia tertius in ſerie eſt ꝑmus impar maior vnitate ⁊ tertius ab illo ſcd̃s ⁊ ita deinceps quare nullus erit impar in ſerie pteť illos cum igiť oīm iſtorum impariū tertius par a ꝑmo ⁊ terti⁹ ab illo ſint dupli ⁊ ita deinceps ſi eſſet alius parit̃ impar ab illis eius medietas deberet eſſe par vel vnitas quod repugnat.40. huius.

1.co. ℭ Ex ꝯñti ꝯſtat ꝙ inť quoſcūqꝫ duos ꝓximos parit̃ īpares in ſerie mediat vnus par ⁊ nō plures ⁊ ex ꝯñti quorūcūqꝫ duoꝝ pariū ꝓximoꝝ in ſerie poſt binarium alť eſt parit̃ impar. Et ex ꝯñti ſi aliquis ſit par maior ſcd̃o pari in ſerie qui nō ſit parit̃ impar duo pares ꝓximi ipſi in ſerie quorum vn⁹ eſt eo minor ⁊ alter maior ſūt parit̃ impares. Hec omnia euidentiſſime conſtant ex preſenti.

2.co ℭ Patet vltra ꝙ ſi capiantur quotcūqꝫ parit̃ impares ⁊ poſt eos capiať ꝓximus parit̃ par ꝯtinget poſt illum inuenire tot parit̃ impares quot ſūt illi ꝑcedentes quoꝝ ꝑmus equaliť diſtabit ab illo ſicut vltimus alioꝝ ⁊ ſcd̃s ſicut penultimus ⁊ ita deinceps. ℭ Nā capto pari equaliť diſtāte ab illo parit̃ pari maiori ipſo ſicut vltim⁹ illoꝝ parit̃ impariū diſtat ille erit parit̃ impar quia medietas illius parit̃ paris capti equaliť diſtabit a medietatibus vltimi ꝑmorum ⁊ ꝑmi aliorum cum igiť illa medietas illi⁹ parit̃ paris ſit par ⁊ ꝑ.5. ꝑmi medietas ꝯpoſiti ex medietatib⁹ illorum ⁊ vna medietatū illoꝝ ſit impar vt puta medietas minoris erit medietas alterius impar nā alias ꝯpoſitus ex illis medietatib⁹ qui ex terminis eſt par adequate ꝯponereť ex pari ⁊ impari quod repugnat correlario.5. hu⁹ ⁊ ꝑ ꝯñs cum ſit maior vnitate ille erit parit̃ impar. Et ꝯſimiliť ꝯſtat ꝙ capto pari equidiſtāte ab illo ſicut penultimus ꝑmorum diſtat ab illo ꝙ ille ſit parit̃ impar ⁊ ita deinceps vnde conſtat ꝓpoſitum.

43 ℭ Si inter aliquem parem ⁊ vnitatem mediet aliquis parit̃ impar aut plures totidem aut plures inter ipſum ⁊ duplum eius pariter impares mediabunt.

ℭ Quia ꝑ.24. hu⁹ tot pares mediabunt inť ipſum ⁊ duplū eius quot inť ipm̄ ⁊ vnitatē cum igiť ꝑ

primum correlariū ꝑcedentis huius quorſcuq; duorum ꝓrimorum illorum medioꝝ inť duplū eius ⁊ ipm ſi plures fuerint alter ſit pariť impar ⁊ mediorū inť ipm ⁊ vnitatem ſi plures fuerint nullꝰ duorum ꝑmoꝝ ſit pariť impar ⁊ nulli duo ꝓrimi ſint pariť impares ꝯſtat ꝙ nō plures pariť impares mediabunt inť ipm ⁊ vnitatem ꝙ̄ inter ipm et eius duplum vnde conſtat propoſitum.

44 ¶ Si diſponanť pariť impares ordinatim ſicut in ſerie occurrūt ꝓrimoꝝ dře continuo ſūt equales.
¶ Quia ex ꝑmo correlario añ ꝑcedentis inť quoſcumq; duos ꝓrimos illorum in ſerie mediat vnus par ⁊ non plures ergo ꝑ.22.huius quorumcumq; duorum ꝓrimorum illorum differentia erit dupla ad binarium vnde conſtat propoſitum.

Co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ quocūq; numero pari dato ſi capianť duo pariť impares ꝓrimi ipſi vnꝰ ante ⁊ alius poſt illi erunt equidiſtātes ab illo. Et ſi capianť quotcūq; pariť impares ordinatim ante ipm inchoando a ꝓrimo ⁊ capianť totidem poſt ipm ordinatim a ꝓrimo etiā inchoando ꝑmus ante ⁊ ꝑmꝰ poſt erunt equidiſtātes ab illo ſimiliť ⁊ ſcđs ante ⁊ ſcđs poſt ⁊ ita deinceps. ¶ Primum patꝫ qꝛ ſi ille ſit pariť impar ꝑ pñtem dřa illiꝰ ad ꝓrimum pariť imparem añ erit equalis dře ipſius ad ꝓrimum pariter imparem poſt. Et ſi ille nō fuerit pariť impar inť ipm ⁊ ꝓrimum pariť imparē añ nullus par mediabit nec inter ipm ⁊ ꝓrimum pariť imparē poſt nā alias accideret oppoſitū ꝑmi correlarij añ ꝑcedentis quare ꝑ.23.huius dřa illiꝰ ad illum ꝓrimum pariť imparem añ erit binariꝰ ſimiliť et ipſius ad ꝓrimum pariť imparem poſt vñ ꝯſtat ꝑmum. ¶ Scđm aũt patꝫ qꝛ ꝑ ſtatim demonſtratum tunc dřa illius ad ꝑmum añ erit equalis dře illius ad ꝑmum poſt cum igiť ꝑ pñtem dřa ꝑmi añ ad ſcđm añ ſit equalis dře ꝑmi poſt ad ſcđm poſt ⁊ ꝑ.21.dignitatē dřa illius ad ſcđm añ adequate ꝯponať ex dřa illius ad ꝑmum añ ⁊ dřa ꝑmi añ ad ſcđm ante ⁊ dřa illius ad ſcđm poſt adequate ex dřīs illius ad ꝑmum poſt ⁊ ꝑmi poſt ad ſcđm poſt ꝑ.17.dignitatē dřa illius ad ſcđm añ erit equalis dře illius ad ſecundum poſt. Et ꝯſimiliť omnino conſtat ꝙ dřa illius ad tertium ante ſit equalis differentie illius ad tertium poſt ⁊ ita deinceps vnde ex terminis conſtat ſecundum.

45 ¶ Numerum pariter imparem quadratum aut cubum eſt impoſſibile.
¶ Quia dato oppoſito ſit ꝑmo a pariť impar ſimul ⁊ quadratus ⁊ b ſit eius latꝰ. Tūc ſi b ſit impar ꝑ correlarium.17.huius a eſt impar qđ repugnat ypotheſi. Et ſi b ſit par cum ex b in ſe fiat a b par ꝑ parem numerabit a ⁊ ꝑ ꝯñs ex terminis a non eſt pariť impar qđ repugnat ypotheſi. Sit ſcđo a pariť impar ſimul ⁊ cubꝰ ſi fieri poſſit ⁊ b eius latus ⁊ c quadratum b tūc ſi b ſit impar ꝑ correlariū.17. huius a eſt impar qđ repugnat ypotheſi ⁊ ſi b ſit par ꝑ ꝑmum correlarium.16.huius c eſt par ⁊ quia ex terminis ex b in c fit a b par nūerat a ꝑ c parem ⁊ ꝑ ꝯñs ex terminis a nō eſt pariť impar qđ repugnat ypotheſi nō ergo poteſt aliquis nūerus pariť impar eſſe quadratꝰ aut cubus qđ eſt ꝓpoſitum.

45. ¶ Omnis nūerus par qui nō eſt de nūero duploꝝ ab vnitate cuius medietas eſt par eſt impariť par.
¶ Sit a nūerus par et nō de duplis ab vnitate cuiꝰ medietas ſit par ꝙ̄ ſit b. Tūc dico ꝙ a eſt impariter par qꝛ ꝑ ꝑmum correlarium.35.huiꝰ aliquis impar ꝑť vnitatem numerat a ⁊ nō ꝑ imparē qꝛ tunc a fieret ex impari in imparem ⁊ ex conſequenti per.17.huius eſſet impar quod repugnat ypotheſi ergo ille impar maior vnitate qui nūerat a nūerat ipm ꝑ parem ⁊ ꝑ conſequens ille par ꝑ ꝑmum correlarium.13.ꝑmi numerabit a ꝑ illum imparem maiorem vnitate cum igitur medietas a que eſt par numeretur ꝑ binarium qui eſt par ex terminis a eſt impariter par.

Co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ quilibet numerꝰ par qui non eſt pariť par cuius medietas eſt par eſt impariť par.
¶ Nā ꝑ.35.huius quilibet talis erit par ⁊ non de duplis ab vnitate quo habito ex pñti ꝯſtat ꝓpoſitū.

47. ¶ Omnis numerus par eſt pariter par aut pariter impar aut impariter par.
¶ Hec demōſtrat ſufficientiā diuiſionis numeri paris in illa tria mēbra ſic igiť patꝫ qꝛ quocumq; pari dato vel ille eſt de nūero duplorum ab vnitate vel nō ſi ꝑmum ꝑ.35.huius eſt pariť par ſi ſecundū ꝯſtat medietatē eiꝰ eē maiorem vnitate nā alias eſſet de duplis ab vnitate vel ergo medietas eiꝰ eſt par vel impar maior vnitate ſi ꝑmum ex ꝑcedenti ille eſt impariter par ſi ſecundum ꝑ.39.huius ille ē pariter impar vnde conſtat propoſitum.

48 ¶ Quilibet numerus pariter impar aut impariť par ab aliquo impari maiori vnitate numeratur.
¶ Quia ex diffinitionibꝰ ꝗlibet talis ab aliquo pari ꝑ imparē maiorē vnitate numerať ergo ꝑ ꝑmum correlariū.13.ꝑmi ꝗlibet talis a tali impari maiori vnitate ꝑ talē parē numerabiť vñ ꝯſtat ꝓpoſitum.

49. ¶ Numerum aliquem pariť parem eſſe impariť parem aut pariť imparem eſt impoſſibile. Similiter aliquem pariť imparem eſſe impariť parem eſt impoſſibile.
¶ Primū patꝫ quia ex ꝑcedenti quilibet pariť impar aut impariť par ab aliquo impari maiori vnitate numerať cum igiť ex terminis nullus pariť par ab aliquo impari maiori vnitate numereť cōſtat ꝑmum. ¶ Scđm patꝫ quia dato oppoſito ex diffinitionibus ſequereť ſtatim contradictio.

50 ¶ Cuiuſlibet impariter paris medietas eſt par.
¶ Quia dato oppoſito eius medietas eſſet vnitas aut impar maior vnitate. Et ſi ꝑmū ille eſſet binarius ꝗ eſt pariť par ⁊ ꝑ ꝯñs ex ꝑcedenti nō eſſet impariť par qđ repugnat ypotheſi. Et ſi ſcđm ex.39 huiꝰ ille eſſet pariť impar quare ex ꝑcedenti nō eſſet impariť par quod repugnat ypotheſi.

1 ¶ Omnis numerus cuius medietas eſt par eſt pariť par aut impariť par.
¶ Quia nullus talis eſſet pariť impar nā alias accideret oppoſitū.40.huiꝰ cū igiť ex ťminis ꝗlibet talis ſit par a ſufficiēti diuiſione demonſtrata ꝗlibꝫ talis eſt pariť par aut impariť par qđ eſt ꝓpoſitum.
¶ Si numerus par in pariť imparem aut impariť parem ducať aut e diuerſo fiet impariť par.

52 ¶ Sit a ꝓductus ex b pari in c pariť imparē aut impariť parem. Tūc dico ꝙ a eſt impariť par. Nā ꝑ.48.huiꝰ c ab aliquo maiori impari vnitate nūerať ꝗ ſit d ⁊ qꝛ ex b in c fit a ꝑ.13.ꝑmi ex c in b fit etiā a ergo ex terminis c nūerat a quare ꝑ.21.ꝑmi d impar nūerat a quem numeret ſcđm c ꝯſtat tunc c eſſe

parem q̄ꝛ alias a numerus par fieret ex b impari in e imparē quod repugnat .17. huius cum igiť ꝑ pͥmum correlariū .13. pͥmi e nūeret a ꝑ b aliquis par numeraret a ꝑ aliquē imparē ma[io]rē vnitatem ꝛ cum ex terminis b par numeret a ꝑ c parem ex terminis a eſt impariť par. Et ſi ed[i]uerſo c ducatur in b ex preſenti cum adiutorio .13. pͥmi conſtat propoſitum.

Co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ quēadmodū nullus pariť impar ꝓduciť ex pari in pares ita nullus pariť par ꝓduciť ex pari in parem quorū vnus eſt pariť impar aut impariť par. Et ex ꝯñti nullus pariť par fieri niſi ex pariť pari impariť parem aut ex vnitate in ſe ipm̄ met. ¶ Pͥmum patʒ quia dato oppoſito aliquis pariť impar numeraretur a pari ꝑ parem quod repugnat diffinitioni. ¶ Sc̄dm patʒ ex pñti: ꝛ Tertium patʒ quia ꝑ tertium correlarium .35. huiꝰ nullus pariť par nūerať niſi a pariť pari aut vnitate quo habito ex terminis cu[m] adiutorio .13. pͥmi conſtat propoſitum.

¶ Omnis impariť par fit ex ductu pariť paris in pariť iparē. Et ediuerſo ex pariť ipari ī pariť parē

53 ¶ Sit a impariť par. Tunc dico ꝙ a fit ex pariť pari in pariť imparē iparē. Q[uia] ſit b eius medietas q̄ ꝑ .50. huius eſt par ꝛ nō erit pariť par quia tūc a eſſet de duplis ab vnitate ꝛ ꝑ ꝯñs ꝑ .35. huius eſſet pariť par quod repugnat .49. huius erit ergo b pariť impar aut impariť par ſi pariť impar cuʒ a fiat ex binario pariť pari in b ꝯſtat ꝓpoſitum. Si aūt b ſit impariť par ꝑ .50. huius eius medietas erit par que ſit c tunc ꝯſtat ſicut ſtatim ꝙ c nō eſt pariť par erit ergo pariť ipar aut ipariť par. Et ſi ipariť par ꝛ ita ꝯtinuo deſcendať numerus decreſceret in infinitū oportet ergo tandē in tali diuiſione ad aliquē pariť imparem deuenire ſit ergo d medietas c ꝛ c medietas b ꝛ c ſit pariť impar ꝯſtat tunc c de b a eſſe ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſc̄dm duplā ꝓportionem quorū c erit minimus ergo ꝑ .37. huius e eſt pa aliquota a denominata ab aliquo nūero pariť pari qui ſit f tunc ex ēminus a fiet ex e pariť impari in f pariť parem ergo ꝑ .13. pͥmi a ꝓduceť etiam ex f pariť pari in e pariter imparē quod eſt ꝓpoſitū. Et ſi non eque cito in illis ſub duplis aut citius deueniať ad aliquem pariť imparem conſimilis eſt omnino demonſtratio. Et ꝙ quilibet talis fiat ex pariť impari in pariť parem ex ſtatim demōſtrato ꝛ ex .13. pͥmi [manif]eſ[t]e conſtat.

Co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ quilibet numerus impariter par diuiſibilis eſt in duo equa quorum q̄libet poteſt iterum in duo equa diuidi non tm̄ in tali diuiſione vſqꝫ ad vnitatē poterit deueniri. ¶ Pͥmū patet quia ꝑ .50. huius cuiuſlibꝫ talis medietas eſt par. Et ſecundum patet quia dato oppoſito ille eſſet de duplis ab vnitate quod eſt impoſſibile.

54 ¶ Omnis numerus impariter par fit ex ductu duorum numerorum vnius in alterum quorū vnus eſt impar maior vnitate ꝛ reliquus pariter par.

¶ Sit a quicūqꝫ impariť par. Tunc patet ꝓpoſitum. Quia ex p̄cedentia fit ex pariť pari qui ſit b in pariť imparem qui ſit c ꝛ ſit d duplus b ꝛ e medietas c erit tunc ꝑ .40. huius e numerus impar maior vnitate ꝛ q̄ꝛ b ad d eſt ea ꝓportio q̄ e ad c ꝑ .43. ſc̄di ex d in e tm̄ fiet ſicut ex b in c ꝛ ꝑ ꝯñs ex d i e fiet a cū igiť ꝑ .35. huius d ſit pariť par ꝛ e ꝓbatꝰ ſit impar maior vnitate a impariť par fiet ex pariť pari ī iparē maiorē vnitate ꝛ ex ꝯñti ꝑ .13. pͥmi fiet etiā ex ipari maiori vnitate in pıť parē vñ ꝯſtat ꝓpoſitū

Co. ¶ Ex his duabus manifeſte ꝯſtat ꝙ quilibet numerus impariť par numerať a pariť pari ꝑ pariter imparem ꝛ a pariť impari ꝑ pariter parem ꝛ ab aliquo pariter pari ꝑ imparem maiorem vnitate ꝛ ab aliquo impari maiori vnitate ꝑ pariter parem. ¶ Hec omnia ex terminis ꝛ ex preſenti cum adiutorio .13. pͥmi manifeſtiſſime conſtant.

¶ Quilibet numerus numeratus ab impariter pari eſt impariter par.

55 ¶ Sit a numerus impariť par numerās b ſc̄dm c. Tunc dico ꝙ b eſt impariť par. Q[uia] tunc b non eſt pariter par nā alias cum a qui nō eſt pariť par aut vnitas numeret b accideret oppoſitū tertij correlarij .35. huius ꝛ quia ꝑ .50. huius medietas a eſt par ſit illa d quā duco in c ꝛ fiat e tunc ꝑ .16. huius e eſt par ꝛ quia ex a in c fit b ꝑ .21. ſc̄di ꝓportio e ad b eſt que d ad a ſed d eſt medietas a ergo e nūerus par eſt medietas b q̄ ꝓbatꝰ eſt nō eſſe pariť par ꝑ ꝑ correlariū .43. huiꝰ b eſt ipariť par q̄d ē ꝓpoſitū.

Co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ ſi aliquis numerus ducať in impariť parem aut impariter par in aliquem fiet impariter par. ¶ Quia ex terminis cuʒ adiutorio pͥmi correlarij .13. pͥmi ille ꝓductus numerabitur ab illo impariter pari vnde ex preſenti conſtat propoſitum.

56 ¶ Si numerus maior vnitate qui non eſt pariter par ducatur in pariter pareʒ maiorē binario fiet impariter par. Et ſi in binarium fiet pariter impar aut impariter par.

¶ Pͥmū patʒ ſit a maior vnitate ꝛ nō ſit pariť par ꝛ ducať in b pariť parem maiorem binario ꝛ fiat c Tunc ꝙ c eſt impariter par. Quia cū a maior vnitate qui nō eſt pariť par numeret c nō erit c pariter par nā alias accideret oppoſitū tertij correlarij .35. huiꝰ ꝛ quia b eſt pariter par maior binario ꝑ ſc̄dʒ correlarium .35. huius eiꝰ medietas erit par que ſit d duco ergo a in d ꝛ fiat e erit tunc ꝑ .16. huius eſt par ꝛ q̄ꝛ ꝑ ſc̄dm correlariū .16. pͥmi e eſt medietas c qui ꝓbatus eſt nō eſſe pariter par ꝑ correlarium .46. huius c erit impariť par quod eſt pͥmum. ¶ Sc̄dm patʒ q̄ꝛ ꝑ .16. huius ex tali numero in binariū fiet numerus par q̄ ex terminis numerabiť ab illo multiplicato qui ex ypotheſi eſt maior vnitate ꝛ nō eſt pariť par ergo non erit ille ꝓductꝰ pariter par nā alias accideret oppoſitū correlarij .52. huiꝰ ḡ a ſufficienti diuiſione ille ꝓductus erit pariter impar aut impariter par quod eſt ſecundum.

57 ¶ Si ordinatim diſponanť in longum oēs pariter pares ſicut in ſerie occurrunt ꝛ pariter impares omnes in latum ducanť qꝫ omnes pariť pares in pͥmum pariter imparem ꝛ ꝓducti diſponanť in longum ſupra pariter pares incipiendo a pͥmo pariter impari quiſqꝫ ſupra ſuū latus pariter par ꝛ oēs iterū pariter pares in ſc̄dm pariter imparē ducanť ꝓductiqꝫ cōſimiliter ſupra alios ꝓductos in longum diſponanť ꝛ ita deinceps erunt omnes producti impariter pares. Et non erit aliquis impariter par quin ſit aliquis illorum. Eritqꝫ productorum in eadem linea in longitudine ſumptorum continuo ſimilitudo

ꝓpoꝛtionum in latitudine vero equalitas differentiarum.
¶ Primum pars quia quilibet illoꝛum ꝓductoꝛum fit ex aliquo pari in pariter imparem/ ergo ꝑ.52. huius quilibet illoꝛũ eſt impariter par quod eſt pꝛimum. ¶ Et quia ꝑ.53.huius omnis impariter par fit ex pariter pari in parit̃ imparem ⁊ non poſſunt dari parit̃ par ⁊ pariter impar quin aliquis illoꝛum ꝓductoꝛũ fiat ex illo pariter pari in illum pariter imparẽ quia quilibet pariter par in quemlibet pariter imparem ducit̃ ⁊ inde ꝓductus inter illos ſituat̃ ergo nullus eſt impariť par cum ſit aliquis illoꝛum quod eſt ſcđm. Et quia ꝑ.35.huius oẽs illi pariť pares ſunt oꝛdinatim ꝯtinuo ꝓpoꝛtionales ſecundũ duplã ꝓpoꝛtionem ⁊ omnes ꝓducti repti in eadẽ linea ſcđm longitudinem oꝛdinatim ſunt ꝓducti ex illis omnib⁹ in eundẽ ꝑ ſcđm coꝛrelariũ.21.ſcđi oẽs in eadẽ linea repti ſcđm longitudinẽ erũt oꝛdinatim ꝯtinuo ꝓpoꝛtionales ſcđm ꝓpoꝛtionẽ duplã vñ ꝯſtat tertium ⁊ qꝛ ꝑ.44.huius illoꝛũ pariť ipariũ ꝯtinuo ſumptoꝝ ſunt equales dñe ꝯtinuo ꝓximoꝛum ⁊ oẽs ꝓducti repti in eadẽ linea ſcđm latitudinem ſũt oꝛdinatim ꝓducti ex ductu euiſdem in oẽs illos pariť impares ꝓut ex ypotheſi apparet ꝑ pꝛimũ coꝛrelariũ.19.pꝛimi omnium ꝓductoꝛum in eadẽ linea reptoꝛum ſcđm latitudinem continuo ꝓximoꝛum erunt equales dñe quod eſt quartum. ¶ Hic tñ aduerte ꝙ non ſolum ꝓducti in eadem linea ſcđm longitudinem repti ſunt oꝛdinatim ꝯtinuo ꝓpoꝛtionales verũ etiã illi cũ illo pariter impari a quo linea incipit ſunt oꝛdinatim ꝯtinuo ꝓpoꝛtionales quia illi ꝓducti vt ꝓbatum eſt in tertia pte ſũt oꝛdinatim ꝯtinuo ꝓpoꝛtionales ſecundum duplam ꝓpoꝛtionem ⁊ in eadem ꝓpoꝛtione ſe habet pꝛim⁹ illoꝛum ꝓductoꝛum in oꝛdine ad illum pariť imparem a quo linea incipit ex quo ille ꝓductus fit ex pꝛimo pariter pari qui eſt binarius in illum pariť imparem. Sed non ſic contingit de equalitate differentiarum reſpectu ꝓductoꝛum in eadem linea reptoꝛum ſcđm latitudinem in oꝛdine ad illum pariť parẽ a quo illa linea ſecundum latitudinem incipit nullibi eñi in tali linea pꝛimi ꝓducti in oꝛdine ad illũ pariter parem a quo incipit eſt eadem differentia que ſecundi producti ad pꝛimum.

58 ¶ Si pariť impar ⁊ impariť par aut pariť par ſupꝛa binariũ ꝯiũgant̃ ꝯpoſit⁹ ex eis erit pariť impar.
¶ Sit a pariter ipar ⁊ b impariter par aut pariter par maioꝛ binario qui coniũgantur. Tunc dico ꝙ compoſitus ex illis eſt pariter impar. Quia ꝑ.40.huius medietas a eſt impar que ſit c ⁊ ſi b ſit impariter par ꝑ.50.huius eius medietas eſt par ⁊ ſi ſit pariť par maioꝛ binario ꝑ.2.coꝛrelarium.35.huius etiam medietas eius erit par ſit ergo d medietas eius erit tunc ꝑ.5.huius compoſitus ex c ⁊ d qui eſt maioꝛ vnitate numerus impar cum igiť ex coꝛrelario.4.huius compoſitus ex c et d ſit medietas compoſiti ex a ⁊ b ꝑ.39.huius compoſitus ex a ⁊ b eſt pariter impar quod eſt pꝛopoſitum. ¶ Hic aduerte ꝙ notanter additur illa particula ſupꝛa binarium. Quia ſi binarius ⁊ aliquis pariter impar cõiungantur non efficietur pariter impar quia tunc darentur duo pares pꝛoximi in ſerie quoꝛum quilibet eſſet pariter impar quod repugnat pꝛimo coꝛrelario.42.huius ſed interdũ talis cõpoſitus eſſet pariter par ⁊ interdum impariter par.

59 ¶ Si pariť impares ſumpti ſcđm numerum parem coacerueñt compoſitus ex eis erit pariť par vel impariter par. Et ſi pariť impares ſumpti ſcđm imparem coacerueñt pꝛouenieť pariter impar.
¶ Pꝛimum pars quia ꝑ.40.huius cuiuſlibet illoꝛum medietas eſt impar ſumptis ergo medietatibus omnium illoꝛum ille erunt numeri impares ſũpte ſecundum numerum parem. Quia ſcđm numerum ſecundum quem ſumunť illi quare ꝑ.10.huius ꝯpoſitus ex illis medietatibus erit par cum igiť ꝑ coꝛrelarium.4.huius ꝯpoſitus ex illis medietatibus ſit medietas compoſiti ex illis omnibus pariter imparibus ꝑ.51.huius compoſitus ex illis omnibus erit pariť par aut impariter par quod eſt pꝛimum.
¶ Secundũ pars quia medietates omnium illoꝛum erunt nũeri impares ſũpti ſecundum numerum imparem ſcđm quem illi ſumunť ergo ꝑ.11.huius ꝯpoſitus ex illis omnibus medietatib⁹ erit impar ⁊ erit maioꝛ vnitate cum igiť ꝑ coꝛrelariũ.4.hui⁹ ꝯpoſitus ex illis omnibus medietatibus ſit medietas cõpoſiti ex illis omnibus pariter imparibus ſumptis ſecundum numerum imparem ꝑ.39.huius compoſitus ex illis omnibus pariter imparibus erit pariter impar quod eſt ſecundum.

60 ¶ Si quotcunq; pariť pares ſupꝛa binarium coacerueñt compoſitus ex ipſis erit impariter par.
¶ Sint a b c d quotcũq; pariť pares ſupꝛa binariũ quoꝝ d ſit maxim⁹ ⁊ ſit e ꝯpoſitus ex eis. Dico ꝙ ꝙ e eſt impariť par. Sit eñi f ꝓxim⁹ pariť par poſt d erit tũc e minoꝛ f nã alias accideret oppoſitũ.38.hui⁹ cũ igiť ꝑ.4.h⁹ e ſit par ⁊ ſit maioꝛ d erit nũer⁹ par medi⁹ inť d ⁊ f duos pariť pares ꝓximos ⁊ ꝑ ꝯñs nõ eſt pariť par ⁊ qꝛ ꝑ.2.coꝛrelarium.35.huius cuiuſlibet illoꝛũ coacervatoꝛũ medietas eſt par ꝑ.4.huius ꝯpoſitus ex illis medietatibus illoꝛũ erit par ⁊ ꝑ coꝛrelarium.4.huius compoſitus ex illis medietatibus erit medietas e ergo ꝑ.51.huius e eſt pariter par aut impariter par ſed non pariter par vt pꝛobatum eſt ergo eſt impariter par quod eſt pꝛopoſitum.

61 ¶ Si pariter par maioꝛ binario aut impariter par ⁊ binarius coniungantur efficietur pariter impar.
¶ Sit a impariter par aut pariť par maioꝛ binario qui coniungať binario et fiat b cõſtat tunc ex.4.huius b eſſe parem ⁊ eſſe maioꝛẽ a pꝛeciſe per binarium quare a ⁊ b erunt duo pares pꝛoximi in ſerie. Dico ergo ꝙ b eſt pariter impar. Quia dato oppoſito dabuntur duo pares ꝓximi in ſerie quoꝛum quilibet eſt maioꝛ pꝛimo pari quoꝛum nullus eſſet pariter impar quod repugnat.42.huius.

62 ¶ Si quotcũq; pariť pares ſupꝛa binarium ⁊ binarius coniungať compoſitus erit pariter impar.
¶ Qꝛ ꝑ añpcedẽtẽ ꝯpoſit⁹ ex illis pariť parib⁹ ſupꝛa binariũ eſt ipariť par cui addito binario ꝑ pcedẽtẽ ꝯpoſit⁹ ꝓueniẽs erit pariť ipar ergo ꝯpoſit⁹ ex illis ⁊ ex binario erit pariť ipar qđ eſt ꝓpoſitũ.

63 ¶ Si pariter impares ſumpti ſecundum numerum parem cum binario coniũgať compoſitus ex illis omnibus erit pariť impar. Et ſi ſecundũ imparẽ compoſitus ex eis erit pariť par aut impariť par.
¶ Pꝛimũ pars qꝛ ꝑ.59.hui⁹ ꝯpoſitus ex illis pariť imparib⁹ eſt pariter par aut impariť par cui ſi addatur binari⁹ ꝑ añpcedentẽ ꝯpoſit⁹ ꝓueniẽs erit pariť impar ergo ꝯpoſit⁹ ex illis ⁊ binario erit pa

riter impar q̄d eſt p̄mū. ¶ Secūdm ptʒ qr p.59.huiꝰ ꝯpoſitꝰ ex illis parit̃ imparibꝰ ē parit̃ ipar addito ß binario illi ꝯpoſitꝰ nō erit pariter ipar qr alias duo ꝓximi pares in ſerie eſſēt parit̃ impares quod repugnat.42.huiꝰ cū igit̃ p.4.huiꝰ ꝯpoſitꝰ ex illo ꝯpoſito ꝛ ex binario ſit par a ſufficienti diuiſione ille eſt pariter par aut impariter par ꝛ p ꝯñs ꝯpoſitus ex illis pariter imparibus ſumptis ſecundum numerum imparem ꝛ ex binario erit pariter par aut impariter par quod eſt ſecundum.

64. ¶ Si quotcunq̧ imparit̃ pares coacerueñt compoſitus ex ipſis erit pariter par aut impariter par. ¶ Nã p.50.huiꝰ cuiuſlibʒ illoꝝ medietas eſt par quare p.4.huiꝰ ꝯpoſitus ex medietatibꝰ illoꝝ oiʒ erit par ſed ꝯpoſitꝰ ex illis medietatibꝰ p correlariū.4.huiꝰ eſt medietas ꝯpoſiti ex illis oībus ipa= rit̃ paribus ergo p.51.huiꝰ ꝯpoſitus ex illis eſt parit̃ par aut imparit̃ par quod eſt propoſitum.

1.co. ¶ Ex p̄ñti ꝯſtat q̄ ſi quotcunq̧ imparit̃ pares ꝛ binarius coacerueñt compoſitus ꝓueniēs erit pa rit̃ impar. ¶ Nã p preſentē ꝯpoſitus ex illis imparit̃ paribus eſt parit̃ par vel imparit̃ par ꝛ erit maior binario cui ſi addat̃ binarius p.61.huius compoſitus proueniens erit pariter impar ergo compo= ſitus ex illis imparit̃ paribus ꝛ binario erit parit̃ impar quod eſt propoſitum.

2.co ¶ Patet vltra q̄ quilibet numerus adequate ꝯpoſitus ex duobꝰ numeris paribus quorum nullus eſt parit̃ impar aut binarius eſt parit̃ par aut imparit̃ par. ¶ Nã cuiuſlibʒ illorum parium medietas erit par nã ſi alicuius medietas eſſet impar p.39.huius ille eſſet parit̃ impar. Et ſi alicuiꝰ medietas eſſet vnitas ille eſſet binarius mō quodlibʒ iſtorū repugnaret ypotheſi erit ergo cuiuſlibʒ illoꝝ me= dietas par quare p.4.huius ꝯpoſitus ex medietatibꝰ illoꝝ erit numerus par ſed p correlarium.4. huius ꝯpoſitus ex illis medietatibus eſt medietas ꝯpoſiti ex illis duobus ergo p.51.huius compoſi tus ex illis duobus eſt pariter par aut impariter par quod eſt propoſitum.

65 ¶ Quocunq̧ numero pari dato contingit ſecundum ipm ſumere diuerſos parit̃ impares qui coa= ceruati parit̃ parem conſtituant.

¶ Sit a quecūq̧ par ꝓpoſitūq̧ ſit ſcdm ipm ſumere diuerſos parit̃ impares qui coaceruati pariter parem efficiãt ꝛ in p̄mis ſi a ſit parit̃ par illud oñdit̃. Capiã em̄ ſcdm eius medietatē parit̃ impares ordinatim ſicut in ſerie occurrunt ꝛ capiã ꝓximum parit̃ parem poſt maximū illorū qui ſit b poſt quē capiam tot ꝓximos parit̃ impares ſequentes ſicut añ capti ſunt ꝯſtat tunc q̄ illi oēs parit̃ impares ſumpti añ ꝛ poſt ſunt ſūpti ſcdm numeꝝ a ꝛ quia ex correlario.44.huiꝰ p̄mꝰ illorū captorum poſt ꝛ vltimus captorū añ ſunt equidiſtãtes ab ipſo b ſimilit̃ ꝛ ſcdꝰ captoꝝ poſt ꝛ penultimꝰ captoꝝ ante ꝛ ita deinceps ex p̄mo correlario.8.p̄mi ꝯpoſitꝰ ex oībꝰ illis parit̃ iparibꝰ añ ꝛ poſt ſūptis erit eq̄lis ꝓducto ex b in numerū illoꝝ qui ex ypotheſi eſt a parit̃ par ergo p.36.huiꝰ ꝯpoſitꝰ ex illis oibus pa= rit̃ imparibꝰ ſūptis ſcdm numeꝝ a eſt parit̃ par vñ ꝯſtat ꝓpoſitum. ¶ Si aūt a nō ſit parit̃ par ptʒ ꝓ poſitū. Nã tunc a erit maior quat̃nario capio ergo vnū parit̃ parē qui ſit b int̃ quē ꝛ vnitatē mediene plures parit̃ ipares q̄ duo ꝛ ſumo duos ex illis ꝓximos inferiores poſt b quoꝝ c ſit maior ꝛ d minor ꝛ capio duos ꝓximos poſt ipm quoꝝ p̄mꝰ ſit e ꝛ aliꝰ f tūc ex correlario.44.huiꝰ e ꝛ c erūt eq̄diſtã tes ab ipſo b ſimilit̃ ꝛ d ꝛ f ſit g q̄ duplꝰ b tūc ex ypotheſi ꝛ ex.43.huius int̃ g ꝛ b mediãt tres parit̃ impares aut plures ſumo ergo ꝓximum parit̃ imparem infra g ꝯſtat tūc q̄ ille nō erit e neq̧ f ſit q̄ h ꝛ capio ꝓximum parit̃ imparē ſupra ipm qui ſit k tunc ex correlario.44.huius h ꝛ k erūt equidiſtã tes ab ipo g. Et ſi a fuerit maior ſenario capiã duplum g qui ſit l ꝛ capiam duos ꝓximos parit̃ impa res equidiſtantes ab ipſo vnum ante ꝛ alterum poſt ꝛ poſtea capiã duplum l ꝛ duos ꝓximos pariter impares equidiſtãtes ab illo vnū añ ꝛ alteꝝ poſt ꝛ ita ꝯñr procedã donec habeã parit̃ impares ſcdʒ a numeꝝ datum. Dico igit̃ q̄ q̄ primum ita ꝓcedendo habebo pariter impares ſecundum a illi coa= ceruati parit̃ parem ꝯſtituunt. Hoc oñdam de illis ſex ſcʒ c d e f h k. Et ſi plures ſumantur poterit conſimilit̃ omnino ꝓpoſitum oſtendi. Nã cum enim c ꝛ e ꝓbati ſunt equidiſtantes ab ipſo b p.5.p̄mi b eſt medietas compoſiti ex c ꝛ e ꝛ p idem eſt medietas compoſiti ex d ꝛ f ergo compoſitus ex c ꝛ e erit equalis g ſimilit̃ ꝛ compoſitꝰ ex d ꝛ f ꝛ p ꝯñs compoſitus ex illis quattuor erit duplus g ꝛ per conſe quens equalis l ꝛ q̄r h ꝛ k probati ſunt equidiſtantes ab ipſo g p.5.p̄mi g eſt medietas compoſiti ex h ꝛ k ꝛ p cōſequens compoſitus ex h et k erit equalis l ꝛ p conſequens compoſitus ex illis ſex parit̃ imparibus erit duplus l ꝛ quia b eſt parit̃ par p correlarium.36.huius g erit parit̃ par ꝛ p idem l erit parit̃ par ſimilit̃ ꝛ duplus b igit̃ compoſitus ex illis ſex parit̃ imparibus eſt parit̃ par quod eſt propo ſitum. Et ſi plures oporteat ſumere ita procedendo conſimilit̃ omnino oſtendetur compoſitum ex il= lis omnibus qui ſumeñt eſſe duplum dupli illius parit̃ paris a quo duo vltimi parit̃ impares ſumpti ſunt equidiſtantes ꝛ ex ꝯñti ex correlario.36.huius conſtat tibi propoſitum.

66 ¶ Quocunq̧ pari dato contingit ſumere pariter impares ſecundum ipſum diuerſos qui coacerua ti impariter parem conſtituant.

¶ Sit a datus par ſecundum quē iubemur ſumere parit̃ impares qui coniuncti conſtituant numerū imparit̃ parem ſumam tot numeros parit̃ pares poſt quaternarium quot ſunt vnitates in medietate a ita tamen q̄ int̃ quoſcunq̧ duos illorum mediant plures pariter impares ꝛ capiam duos ꝓximos equidiſtantes a quocunq̧ illorum vnum ante ꝛ alium poſt conſtat tunc a eſſe numerum illorum om= nium imparit̃ ꝛ illos omnes parit̃ impares eſſe diuerſos ꝛ inequales. Dico ergo q̄ cōpoſitus ex om nibus illis parit̃ imparibus eſt imparit̃ par. Nã p correlarium.44.huius quicunq̧ duo proximi alicui illorum parit̃ parium vnus ante ꝛ alius poſt ſunt equidiſtantes ab illo pariter pari ergo p.5.p̄= mi compoſitus ex talibus duobus erit duplus ad illum parit̃ parem ꝛ p conſequens compoſitus ex illis omnibus erit compoſitus ex duplis illos parit̃ pariū ſumptoꝝ cū igit̃ p correlariū.36.hꝰ illi oēs dupli ſint parit̃ pares ꝛ nullus illorum ſit binarius p.60.huius compoſitus ex illis omnibus duplis erit imparit̃ par ꝛ ex ꝯñti ꝯpoſitus ex illis omnibꝰ pariter imparibus erit impariter par q̄d eſt ꝓpoſitum.

67 ¶ Quocum numero maiori vnitate dato contingit diuerſos impariter pares ſecundum ipſum ſumere qui coaceruati pariter parem efficiunt.

¶ Sit a nūerus datus maior vnitate ꝓpoſitūq; ſit ſcđm ipm diuerſos impari͛ pares ſumere q̄ coaceruati pari͛ parē efficiāt. Et ſ'primus ſi a ſit par īuenio p̄ anꝑcedentē pari͛ impares ſcđm ipm q̄ coaceruati pari͛ parē ꝯſtituāt q̄ ſit b ⁊ duco c pari͛ parē quēcūq; fuerit in oēs illos pari͛ ipares ſeorſū tūc p̄.52. hu9 ꝓducti inde erūt oēs ipari͛ pares ⁊ illi erūt ſumpti ſcđm nūeꝝ a cū igr̄ p̄.14. pmi cōpoſitus ex oib9 inde ꝓductis ſit equale illi, qđ ſit ex c in b ⁊ p̄.36. hu9 ex c in b fiat pari͛ par erit ꝯpoſitus ex oib9 illis ꝓductis q̄ ꝓbati ſūt impari͛ pares ſūpti ſcđm a pari͛ par vñ ꝯſtat ꝓpoſitū. ¶ Si aūt a ſit ipar ſit b par minor eo vnitate ſcđm quē p̄ ſtatim demōſtratū īuenio diuerſos impari͛ pares q̄ ꝯiuncti pari͛ parē ꝯſtituāt q̄ ſit c quē ꝯſtat eē maiorē binario ⁊ ſit d duplus c ⁊ e dupl9 d tūc p̄ correlariū.35. hu9 d erit pari͛ par ſilr̄ ⁊ e ⁊ q2 dr̄a d ad c eſt c pari͛ par maior binario ⁊ dr̄a e ad d eſt d pari͛ par maior c ⁊ dr̄a e ad c ē adequate ꝯpoſita ex illis duab9 differētijs p̄.60. h9 dr̄ e ad e erit ipari͛ par addita ḡ illa illis ipari͛ parib9 ex qb9 c adeq̄te reſultat erūt illi oēs ipari͛ pares ſūpti ſʒ a diuerſi q2 illa dr̄a q̄cūq; alioꝝ ē maior cū igr̄ e ꝑi͛ par ex ill͛ oib9 adeq̄te reſſtet ꝯſtat adiuētū eē ꝓpoſitū

68 ¶ Quocumq; numero maiori vnitate dato contingit ſcđm ipm impari͛ pares inuenire qui coaceruati impariter parem efficiant.

¶ Ut quocūq; tali dato capiā ſcđm illū nūeros ordinati ꝯtinuo ꝓportionales ſcđm ꝓportionē multiplicē quoꝝ mīm9 ſit eoꝝ pm9 ⁊ impari͛ par tūc ille pm9 nūerabit ſcđʒ ḡ p̄ pmū correlariū.15. quarti ille numerabit quēlibet ſequentem ergo p̄.55. huius quilibʒ illorum eſt impari͛ par ⁊ q2 ille primus numerat quemlibet illorum ⁊ ſeipm p̄ pmum correlariū.14. pmi ille numerat compoſitū ex illis omnibus ergo p̄.55. huius compoſitus ex illis omnibus qui probati ſunt impariter pares ⁊ ſunt ſumpti ſecundum illum numerum datum eſt impariter par vnde conſtat propoſitum.

Co. ¶ Ex demōſtratione pħtis euident͛ ꝯſtat ꝙ ſi quotcumq; numeri fuerint ordinatim continuo proportionales ſecundum proportionem multiplicem ⁊ minimus eorum ſit impariter par erit quilibet eorū impariter par ⁊ quicumq; illorum coaceruati impariter parem efficiunt.

69 ¶ Si quotcumq; impi͛ pares cum quotcumq; pari͛ paribus ſupra binarium ꝯiungan͛ ꝯpoſitus ex eis erit pari͛ par vel impari͛ par.

¶ Ut q̄buſcūq; talib9 datis p̄.2. correlariū.35. h9 cū adiutorio.50. h9 medietates oīʒ illoꝝ erūt pes ḡ p̄.4. h9 ꝯpoſit9 ex illis medietatib9 erit par cū igr̄ p̄ correlariū.4. h9 ꝯpoſit9 ex ill͛ medietatib9 ſit medietas ꝯpoſiti ex illis oib9 erit p̄.51. h9 ꝯpoſit9 ex illis oib9 pari͛ par aut ipi͛ par qđ eſt ꝓpoſitū.

70 ¶ Si quotcumq; impariter pares cum quotcumq; pariter paribus quorū alter eſt binarius coaceruentur compoſitus ex ipſis erit pariter impar.

¶ Quia p̄ precedentem compoſitus ex illis omnibus dempto binario eſt pari͛ par aut impari͛ par ⁊ ille erit maior binario quare ſi illi addatur binarius p̄.61. huius compoſitus ex illis erit pariter impar ergo compoſitus ex illis ⁊ binario erit pariter impar quod eſt propoſitum.

71 ¶ Quocumq; numero maiori vnitate dato contingit ſecundum ipſū ſumere impariter pares qui cū quotcumq; pariter paribus impariter parem conſtituant.

¶ Quia quocumq; tali dato inueniā p̄.67. huius impariter pares qui coaceruati pari͛ parem ꝯſtituāt ⁊ poſt illum pari͛ parem ſumā ꝯſr̄ tot pariter pares quot libeat tunc quotcumq; illorum cum illo pmo p̄.60. huius impari͛ parem conſtituent ergo quotcumq; illorum cū illis impari͛ paribus ſūptis ſecundum illum numerum datum impari͛ parem conſtituunt quod eſt propoſitum.

72 ¶ Quocumq; numero dato contingit ſecundum ipſum ſumere impariter pares qui cuʒ quotcumq; pariter paribus coaceruati pariter parem efficiant.

¶ Quia quocumq; tali dato inueniā p̄.67. huius ſecundum ipſum impari͛ pares qui coaceruati pariter parem ꝯſtituant qui ſit a. Dico ergo ꝙ illi impari͛ pares cum quotcumq; pari͛ paribus pariter parem ꝯſtituant. Quia ex quo ꝯpoſitus ex illis eſt equalis a ꝯpoſitus ex illis ⁊ ex a erit equalis duplo a qui p̄ correlarium.36. huius eſt pariter par ⁊ per idem compoſitus ex illis ⁊ ex a ⁊ ex illo duplo erit duplus illius dupli qui per idem correlarium erit pari͛ par. Et ita deinceps procedendo de quotcumq; pluribus conſtat conſimiliter omnino propoſitum.

73 ¶ Quocumq; numero dato contingit ſecundum ipſum ſumere pariter pares qui cum quotcumq; impariter paribus coaceruati impariter parem conſtituant.

¶ Ut quocūq; tali dato capiā ſcđʒ ipſū pari͛ pares ſupra binariū q̄ p̄.60. h9 ꝯſtituēt impari͛ parē q̄ ſit a. Tunc dico ꝙ ꝯpoſitus ex illis cū quotcūq; impari͛ paribus impariter parē ꝯſtituit. Ut ſumaʒ quotcūq; ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſcđm ꝓportionē multiplicē quorū mīm9 ⁊ pm9 ſit a q̄ adeq̄te ꝯponi͛ ex pariter paribus tunc p̄ correlarium.68. huius a cum quotcumq; impariter paribus illi9 ordinis poſt a impariter parem conſtituit ergo et illi pariter pares ex quibus adequate reſultat a cū quotcumq; illorum impariter parium illius ordinis poſt a impꝑiter parem efficiēt vñ ꝯſtat ꝓpoſitum.

74 ¶ Quocumq; pari dato contingit ſecundum ipſum ſumere pariter impares qui cū quotcumq; pariter paribus pariter parem efficiant. Similiter ⁊ contingit ſecunduʒ ipſū ſumere pariter impares qui cum quotcumq; impariter paribus impariter parem conſtituant

¶ Primū pʒ q2 quocūq; tali dato inueniā p̄.65. hu9 ſcđm ipm pari͛ ipares q̄ pari͛ parē ꝯſtituāt q̄ ſit a. Tūc dico ꝙ illi cū quotcūq; pari͛ parib9 pari͛ parē ꝯſtituūt q2 illi cū a ꝯſtituēt duplū a q̄ per correlariū.36. h9 eſt pari͛ par ⁊ p̄ idē illi cū a ⁊ cū duplo a ꝯſtituēt duplū illi9 dupli q̄ p̄ idē correlariū erit pari͛ par ⁊ ita deinceps in quotcūq; plurib9 eodē mō ꝯſtabit ꝓpoſitū pʒ ḡ pmū. ¶ Scđm paʒ q2 īueniā p̄.66. h9 ſcđm nūeꝝ datū pari͛ ipares q̄ ipari͛ parē ꝯſtituāt q̄ ſit a ⁊ capiā q̄cūq; ordina

tim ꝯtinuo ꝓpoꝛtionales ſcd̃m ꝓpoꝛtionem duplam quoꝝ minimus ſit a tunc cõpoſitus ex illis ex quibus a adequate reſultat cum quotcumq̃ illoꝝ poſt a conſtituet impariter parem. Hoc eodem modo conſtat ſicut in precedenti. Et ex hoc manifeſte conſtat ſecundum.

75 ¶ Quicumq̃ pariter par ſupra binarium cum quotcumq̃ impariter paribus pariter parem efficit. ¶ Quia quocũq̃ tali dato dr̃a illiꝰ ad ſcd̃m pariť parẽ poſt ipſũ erit nũerꝰ ꝯpoſitꝰ ex ipo ⁊ ex ꝓmo pariť pari ſequẽti ipm ꝑ ꝑ.60. huiꝰ illa erit impariť par mõ ex illo cũ tali dr̃a efficiť pariter par poſt ipſum ⁊ ꝑ idem dr̃a illius tertij ad tertiũ poſt illum eſt impariť par ⁊ ex illa cũ illo ⁊ altera dr̃a efficietur pariť par ⁊ ita ꝯñr tot quot velis capere differentias ⁊ addere ꝓcedentibꝰ ꝯſtabit tibi ꝓpoſitũ.

1.co. ¶ Ex p̃ſiti ꝯſtat ꝙ quocumq̃ nũero maioꝛi vnitate dato ꝯtingit ſcd̃m ipꝫ ſumere impariť pares qui cum quotcũq̃ impariť paribꝰ pariť parem ꝯſtituãt. ¶ Dato eñ tali numero ⁊ inuẽtis ſcd̃m ipm per 67. huiꝰ impariť paribus qui ꝯiuncti pariť parẽ efficiãt ex p̃ſiti ille pariť par ⁊ ex ꝯñti illi impariť pares ex quibus reſultat cum quotcumq̃ impariter paribus pariť parem efficient vñ ꝯſtat ꝓpoſitum.

2.co ¶ Patꝫ ſcd̃o ꝙ quocumq̃ nũero pari dato ꝯtingit ſcd̃m ipm ſumere pariť ipares q̃ cũ quotcumq̃ impariť paribus pariť parem efficiunt. Quia quocumq̃ tali dato inueniã ꝑ.65. huius ſcd̃m ipm pariter impares qui ꝯiuncti pariter parem efficiãt quo habito ille pariť par ⁊ ex ꝯñti illi pariť impares ex quibus reſultat ex preſenti cum quotcumq̃ impariter paribus pariter parem efficient

76 ¶ Cuiuſcũq̃ pariť iparis ad pariť parẽ maioꝛẽ binario aut ipariť parẽ dr̃a eſt pariť ipar ãt binariꝰ ¶ Nã ꝑ.8. huiꝰ dr̃a eſt par ſi igr̃ ille pariť ipar ſit illoꝝ minoꝛ ⁊ dr̃a altꝰ ad ipm nõ ſit pariť ipar aut binariꝰ accideret oppoſitũ. 58. huiꝰ qꝛ tunc pariť ipar ⁊ ipariť par aut pariť par ſupra binariũ ꝯſtituerẽt pariť parẽ aut ipariť parẽ. Et ſi ille ſit illoꝝ maioꝛ ⁊ dr̃a nõ ſit pariť ipar aut binariꝰ accideret ꝙ duo nũeri ꝑes q̃ꝝ nullꝰ ẽ ꝑiť ipar aut binariꝰ ꝯſtituerẽt pariť iparẽ qd̃ repugnat. 2. correlario. 64. hꝰ

Co. ¶ Ex p̃ſiti ꝯſtat ꝙ quilibet pariť impar cũ aliquo pariť ipari pariť parem efficit ſimiliť ⁊ cum aliquo pariť impari impariť parẽ efficit. ¶ Quia quocũq̃ tali dato capiať quicumq̃ pariter par maioꝛ illo cuius ad illum dr̃a eſt maioꝛ binario ſimiliť capiatur quicumq̃ impariť par maioꝛ illo cuius ad illum dr̃a ſit maioꝛ binario ⁊ ex p̃ſiti conſtabit tibi propoſitum de illis.

77. ¶ Quilibet impariter par cum aliquo impariter pari pariter parem efficit. ¶ Sit a quicũq̃ ipariť par ⁊ b ꝓximꝰ pariť par poſt ipm in ſerie ⁊ c ꝓximꝰ poſt b ꝯſtat tũc c eſſe duplũ b ⁊ ꝑ ꝯñs dr̃a c ad b erit b q̃re dr̃a c ad a erit maioꝛ b ⁊ minoꝛe ⁊ ꝑ ꝯñs cũ b ⁊ c ſint duo pariť pares ꝓximi in ſerie illa dr̃a nõ erit pariť par nec erit etiã ꝑiť ipar qꝛ tũc ꝑ.58. hꝰ c eſſet ꝑiť ipar cũ igr̃ ꝑ 8 hꝰ illa ſit par a ſufficiẽti diuiſiõe illa erit ipariť par cũ igr̃ a cũ illa ꝯſtituat c ꝑiť parẽ ꝯſtat ꝓpoſitũ

78 ¶ Quocumq̃ numero maioꝛi vnitate dato contingit ſecundum ipſum ſumere impariť pares qui cum quotcumq̃ impariter paribus pariter parem efficiant. ¶ Nã quocũq̃ tali dato inueniã ꝑ.67. huiꝰ ipariť pares q̃ pariť parẽ ꝯſtituãt tũc ille pariť par ⁊ ex ꝯñti illi ipariť pares ex q̃bꝰ reſultabit ꝑ.75. huiꝰ cũ quotcũq̃ ipariť paribꝰ pariť parem efficiãt.

Co. ¶ Ex p̃ſiti ꝯſtat ꝙ q̃libꝫ ipariť par cũ quotcũq̃ ipariť paribꝰ pariť parẽ efficit. Nã quocũq̃ tali dato ex ꝓcedẽti ille cũ aliquo ipariť pari pariť parẽ efficit ⁊ ille pariť par ⁊ ex ꝯñti illi impariť pares ex quibus reſultat cũ quotcumq̃ alijs impariť paribus per. 75. huius pariter parem efficit ⁊ ꝑ ꝯñs ille datus cum quotcumq̃ impariť paribus pariť parem efficit quod eſt propoſitum.

79. ¶ Quocumq̃ numero pari dato contingit ſecundum ipſuꝫ ſumere pariter impares qui cũ quotcumq̃ pariter paribus impariter parem efficiant. ¶ Nã quocũq̃ tali dato inueniã ꝑ.65. hꝰ ſcd̃m ipm pariť ipares q̃ pariť parẽ efficiãt ⁊ capiã tot q̃t velis pariť pares ſupra ipm. Tũc ꝑ.60. huiꝰ ille pariť par ⁊ ex ꝯñti illi pariť ipares ex q̃bꝰ adequate reſultat cũ quotcũq̃ illoꝝ pariť parium ſupra ipm ſũptoꝝ ꝯſtituẽt ipariť parẽ vñ cõſtat ꝓpoſitum.

80 ¶ Omnis numerus pꝛimus eſt diminutus. ¶ Quia ex terminis quilibet talis eſt maioꝛ vnitate ⁊ nullus habet ꝑtem aliquotam preter vnitateꝫ ergo ex diffinitione numeri diminuti quilibet talis eſt diminutus quod eſt propoſitum.

81 ¶ Omnis numerus pariter par eſt diminutus. ¶ Nã ꝑ.4. correlariũ. 35. hꝰ cuiuſcũq̃ talis q̃libꝫ ꝑs aliquota ẽ vnitas aut nũerꝰ pariť par ꝓcedẽs ipm in ſerie cũ igr̃ ꝑ.38. hꝰ q̃cũq̃ pariť pares ꝯiũcti cum vnitate ꝯſtituãt nũeꝝ minoꝛẽ ꝓximo pariť pari poſt maximũ coꝝ ꝯſtat ꝙ q̃libꝫ pariť par ſequẽs binariũ erit maioꝛ oibꝰ ꝑtibꝰ ſuis ſimul ſũpꝫ ⁊ ꝑ ꝯñs quilibet talis eſt diminutus ſed ꝓcedẽtem binarius eſt etiã nũerꝰ diminutꝰ ꝑ q̃libet pariť par eſt diminutus quod eſt propoſitum.

82 ¶ Si numerus abundãs ſiue ꝑfectus aliquem eo maioꝛem numeret ille numeratus erit abundãs. ¶ Sit a nũerꝰ ꝑfectꝰ vł abũdãs q̃ nũeret b maioꝛẽ eo ꝑꝫ c. Tũc dico ꝙ b ẽ abũdãs. Nã tũc c erit maioꝛ vnitate nã alias b nõ eẽt maioꝛ a capio ꝑ oẽs ꝑtes aliq̃tas a q̃ ſint d vnitas ⁊ e f g h ꝯſtat tũc d eẽ oĩꝫ illaꝝ minimã duco ꝑ illas oẽs ſeorſũ ⁊ oꝛdinati l c ⁊ ſiãt oꝛdinati k l m n o tũc q̃libꝫ iſtoꝝ ꝓductoꝝ erit maioꝛ d vnitate ex quo quilibet fit ex aliquo in maioꝛem vnitate. Nã igitur ex d in c fit k ⁊ ex a in c fit b per. 21. ſecundi propoꝛtio k ad b eſt que d ad a ⁊ per idem l ad b que e ad a ⁊ m ad b que f ad a ⁊ n ad b que g ad a ⁊ o ad b que h ad a ſed quilibet illoꝝ d e f g h eſt ꝑs aliquota a ergo quilibet illoꝝ k l m n o eſt ꝑs aliquota b. Et quia per correlarium. 39. ſecũdi compoſiti ex d e f g h ad a eſt ea propoꝛtio que compoſiti ex k l m n o ad b ⁊ ex terminis compoſitus ex d e f g h eſt equalis a vel ipſo maioꝛ ꝑ pꝛimam ſecundi compoſitus ex k l m n o erit equalis b vel eo maioꝛ cum igitur vltra illos omnes k l m n o qui ꝓbati ſũt ꝑtes aliquote b ⁊ alij ab vnitate vnitas ſit pars aliquota b ſequitur ꝙ cõpoſitus ex omnibus ꝑtibus aliquotis l eſt maioꝛ b ergo ex terminis b eſt abundans quod eſt propoſitum. Et ſi a plures aut pauciores habuerit ꝑtes aliquotas conſimilis eſt penitus demonſtratio.

1.co. ¶ Ex preſenti conſtat ꝙ ſi numerus ꝑfectus aut abundans ducatur in aliquem maiorem vnitate fiet numerus abundans ex cōſequenti quilibet multiplex ꝑfecti aut abundantis eſt abundans.

2.co ¶ Patet vltra ꝙ quilibet nūerꝰ nūerās ꝑfectū aut diminutū maiorem ipſo eſt diminutꝰ. Nā dato oppoſito ille eſſet ꝑfectꝰ aut abundās ꝙ ex p̄nti ille nūeratꝰ eſſet abundās qḋ repugnaret ypotheſi.

83 ¶ Quibuſcumq̧ nūeris imparibus poſt vnitatē datis ↄtingit numerū imparem abundantē reperire hn̄tem ꝑtes aliquotas denominatas ab illis quarum maxima a minimo illorum denominatur

¶ Hec p̄ſupponit numerum imparem aliquem eſſe abundātē qḋ verū eſt de iſto nūero. 45045. diuidendo eñ ipſum ꝑ omnes iſtos numeros. 3. 5. 7. 9. 13. 15. 45. omnes numeri prouenientes erunt partes aliquote illius. Similiter ⁊ iſti qui omnes coaceruati lōge maiorem numerū illo conſtituunt.

¶ Sint igitur a b c d quicumq̧ impares poſt vnitatē quorum a ſit minimus ꝓpoſitumq̧ ſit imparē abundātē repire qui habeat ꝑtes aliquotas denoīatas ab illis quoꝝ maxima denoietur ab a. Capio imparē abundantem quēcūq̧ fuerit q ſit e duco a in b ⁊ fiat f ⁊ f in c ⁊ fiat g ⁊ g in d ⁊ fiat h qui ꝑ. 17. huius pluries ſumptā erit impar tūc ex terminis ⁊ ex primo correlario. 21. p̄imi a numerat h ⁊ ꝑ idē cum adiutorio. 13. p̄mo b c ⁊ d etiam numerant h. Duco inſuper h in e ⁊ fiat k qui ꝑ. 17. huius erit impar tunc dico ꝙ k eſt nūerus abundans ꝙſitus quia ꝑ. 13. p̄mi ex e in h fiet k ergo ex terminis e numerat k ⁊ cū k ſit maior e ex precedenti k eſt abundās ⁊ quia ex terminis h numerat k ⁊ quilibet illorum a b c d ꝓbatus eſt numerare h ꝑ. 13. p̄mi quilibet illorum a b c d numerat k quē numeret a ſcd̄m l ⁊ b ſcd̄m m ⁊ c ſcd̄m n ⁊ d ſcd̄m o tunc ꝑ quartum correlarium. 13. p̄mi pluries repetitum l erit ꝑs aliquota k denominata ſcd̄m a ⁊ m denominata ſcd̄m b ⁊ n ſcd̄m c ⁊ o ſecundum d habet igitur k partes aliquotas denominatas ab illis quattuor ſcʒ a b c d cum igitur ex. 34. dignitate illarum ꝑtium illa que denominatur ab a ſit maxima ↄſtat ꝓpoſitum. Et ſi plures aut pauciores ſumantur impares conſimilis eſt proceſſus ad demonſtrandum propoſitum.

Co. ¶ Ex p̄nti conſtat concluſio illa q̄ ab aliquibus ſub his verbis ponitur ſcʒ. ¶ Numerū imparē abūdantem inuenire cuius ſumptarum ꝑtium maxima a poſito impare denominatur q hunc ſenſū facit ꝙ quocūq̧ impari dato ſupra vnitatem ↄtingit reperire imparē abundantē in quo poſſint inueniri alique certe partes quarum maxima ab illo denominatur. Hoc eñ ⁊ magis in p̄nti demōſtratur. Nā quocumq̧ tali dato ſumātur quotcumq̧ impares maiores ipſo ⁊ inueniatur ꝑ p̄ntem impar abūdās qui habeat partes aliquotas ab illo impari dato ⁊ ab alijs ſumptis quarū maxima denominetur ab illo impari dato ⁊ habebitur ꝓpoſitum. Non tñ illa concluſio ſic intelligenda eſt ꝙ quocumq̧ impari dato contingit imparem abundantem reperire cuius maxima omniū ꝑtium aliquotarum a poſito impari denominetur. Inſtātia eñ eſſet ſi numerus. 9. eſſet ꝓpoſitus impar aut aliquis alius cōpoſitus ex quo nullus poteſt habere ꝑtem aliquotam a numero. 9. quin habeat denominatam a ternario.

84 ¶ Si ex ductu nūeri p̄mi i nūerū p̄mū ꝑfectꝰ nūerꝰ ꝓducat̄ alteꝝ illoꝝ biariū ⁊ reliquū t̄nariū eē oꝫ

¶ Sit a nūerus ꝑfectus ꝓductꝰ ex c nūero p̄mo in b nūeꝝ p̄mum. Tunc dico ꝙ alter illorum b c eſt binarius ⁊ reliquus ternarꝰ. Nā ꝑ. 7. tertij a non hʒ ꝑtem aliquotā ꝑter b ⁊ c ⁊ vnitatem ſi igit̄ b ⁊ c ſint equales cū q̄libʒ illoꝝ b c debeat eſſe maior vnitate ſi ſint equales b pluries adequate reperiet̄ i a cū igit̄ b nō pluries reperiat̄ in ↄpoſito ex b ⁊ vnitate ſequitur ꝙ ↄpoſitꝰ ex b ⁊ vnitate erit minor a ⁊ cū a nō habeat ꝑtem aliquotā p̄ter b vel ſibi equalē ⁊ vnitatē a erit diminutꝰ qḋ repugnat ypotheſi Et ſi ſint inequales ſit b maior c ⁊ ſi b nō ſit ternarꝰ ⁊ c binarꝰ tunc ſi c ſit biarꝰ b erit maior cōpoſito ex c ⁊ vnitate ⁊ ꝑ ↄñs non reperiet̄ pluries in ↄpoſito ex b ⁊ c ⁊ vnitate cū igit̄ pluries reperiat̄ i a: a erit maior ↄpoſito ex b ⁊ c ⁊ vnitate ergo ex terminis a erit diminutus qḋ repugnat ypotheſi. Et ſic ſit maior binario tūc b pluries ꝙ̄ bis erit in a cū igitur nō pluries ꝙ̄ bis ſit in compoſito ex b ⁊ c ⁊ vnitate a erit maior cōpoſito ex b ⁊ c ⁊ vnitate ⁊ ꝑ ↄñs ex terminis a eſt diminutus quod repugnat ypotheſi oportet igitur alterum illorum b c eſſe binarium ⁊ alterum ternarium quod eſt ꝓpoſitum.

85 ¶ Si aliquis numerus ductus in numerū p̄mum ꝑfectum numerum ꝓduxerit idē ductus. In quēlibet minorem illo p̄mo a quo nō numeratur ſi talis reperiatur numerū abundantem producet.

¶ Sit a quicūq̧ nūerus qui ductus in b numerū p̄mū ꝓducet c ꝑfectū ſitq̧ d minor b ⁊ nō nūeret a ⁊ ex a in d fiat e ↄſtat tunc e eſſe minorē c Dico ergo ꝙ e eſt nūerus abundās. Nā ſi a ſit nūerus p̄mꝰ ꝑ p̄cedētē a ⁊ b erūt binarꝰ ⁊ t̄narꝰ q̄re ſi b ſit binarꝰ ⁊ a ternarꝰ d mīor b erit vnitas ⁊ ꝑ ↄñs nūerat a ⁊ ſi a ſit binarꝰ ⁊ b ternarꝰ d erit biarꝰ aut vnitas ⁊ ꝑ ↄñs nūerās a qḋ eſt ↄtra ypotheſim opʒ igit̄ a eſſe numeꝝ ↄpoſitū. Sint ergo f ⁊ g oēs ꝑtes aliquote a ꝑter vnitatē ⁊ qꝛ c ſit ex a maiori vnitate in b maiorē vnitate ⁊ ꝑ. 13. primi ſit etiā ex b in a ex t̄minis ⁊ ex quarto correlario eiuſdē. 13. p̄mi a eſt ꝑs aliquota c denoīata ſcd̄m b ⁊ b ꝑs aliquota c denoīata ſcd̄m a quare ꝑ. 22. p̄mi f ⁊ g erūt ꝑtes aliq̄te c ſit ergo f denoīata ſcd̄m h ⁊ g ſcdʒ k ↄſtat tūc h ⁊ k eſſe maiores vnitate ⁊ qꝛ f ⁊ g ſūt etiā maiores vnitate ꝑ quartū correlariū. 13. p̄mi h eſt ꝑs aliquota c denoīata ſcdʒ f ⁊ k ſil̄r denoīata ſcdʒ g quare ꝑ. 8. tertij c nūeri ꝑfecti nulla eſt ꝑs aliq̄ta p̄ter vnitatē ⁊ a b f g h ⁊ k ⁊ qꝛ ex a maiori vnitate in d maiorē vnitate ſit e ⁊ etiā ex d in a ex terminis ⁊ ex quarto correlario. 13. p̄mi a eſt ꝑs aliquota e denoīata ſcd̄m d ⁊ d ꝑs aliquota e denoīata ſcd̄m a ergo ꝑ. 22. p̄mi f ⁊ g erūt ꝑtes aliquote e ſit ergo f denominata ſcd̄m l ⁊ g ſcd̄m m tunc ex quo f ⁊ g ſūt maiores vnitate ꝑ quartum correlariū. 13. p̄mi l eſt ꝑs aliquota e denoīata ſcd̄m f ⁊ m ſil̄r denomiata ſcd̄m g quare omnes iſti vnitas a f g d l m erunt ꝑtes aliquote ipſius e ⁊ l erit tota ꝑs aliquota e quota h reſpectu c ⁊ m tota e quota k reſpectu c ⁊ d tota e quota b reſpectu c quare ꝓportio c ad b eſt q̄ e ad d ⁊ c ad h q̄ e ad l ⁊ c ad k q̄ e ad m quare ꝑ. 39. ſcd̄i c ad ↄpoſitum ex b h k eſt q̄ e ad ↄpoſitum ex d l m ergo ꝑmutatim c ad e totꝰ ad totū erit que ↄpoſiti ex b h k detracti ex c ad compoſitum ex d l m detractum ex e quare ꝑ. 26. ſcd̄i reſiduū c ad reſiduum e quod ſit n erit q̄ c ad e ſed reſiduū c eſt ↄpoſitus ex vnitate a f ⁊ g ergo illius compoſiti ad n eſt que

25 ¶ Quocūq̧ numero dato ſi infra ipſum ſumātur aliquot impares ordinatim a proximo infra ipſum incipiēdo ⁊ ꝯñr deſcendo ſicut in ſerie occurrūt ⁊ totidem impares ſupra ipm̄ ſumantur ordinatim a proximo ſupra eū inchoando ⁊ ꝯñr aſcendēdo ſicut in ſerie occurrūt prim⁹ infra ipm̄ ſumptorū ⁊ primus ſupra ſumptoꝝ erūt equaliter ab eo diſtātes ſilr ⁊ ſcd̄s infra ſūptoꝝ ⁊ ſcd̄s ſupra ſumptorum. ¶ Sit a quicūq̧ numerus infra quē ſumantur aliquot impares ordinatim incipiendo a ꝑximo infra ipm̄ et ꝯñr deſcendēdo qui ſint ordinatim b c d e ⁊ ſumātur totidē ordinatim ſupra ipſū a proximo ſupra ipſum inchoando qui ſint ordinati ȝ f g h k. Dico ergo ꝙ b ⁊ f ſunt equi diſtātes ab a ſimiliter ⁊ c ⁊ g ⁊ ita deinceps. Qꝛ ſi a ſit impar p. 22. huius dr̄a a ad b erit binarius ſimiliter ⁊ dr̄e b ad f ⁊ ſi a ſit par dr̄a a ad b erit vnitas ſimiliter ⁊ dr̄a a ad f quia duo proximi ipſi ſcd̄ȝ ſub ⁊ ſupra erunt impares nā alias accideret oppoſitum ſcd̄i correlarij. 6. huius quare ex ypotheſi b ⁊ f erūt illi erit igitur eadē dr̄a a ad b que a ad f ⁊ p ꝯñs b ⁊ f ſunt equidiſtātes ab a ⁊ qꝛ dr̄a b ſupra c eſt que g ſupra f quia per. 22. huius vtraq̧ binarius cum dr̄a a ad c adequate cōponatur ex differentijs a ad b ⁊ b ad c ⁊ dr̄a g ad a ex differētijs g ad f ⁊ f ad a p. 21. dignitatem dr̄a g ſupra a erit equalis dr̄e a ſupra c ⁊ per conſequens g ⁊ c ſunt equidiſtantes ab a quo habito conſimiliter conſtat de h ⁊ d ⁊ ex conſequenti de k ⁊ e ⁊ ita ſi plures infra aut ſupra ſumerentur.

Co. ¶ Ex p̄nti ꝯſtat ꝙ quocunq̧ nūero dato ſi ſumātur infra ipſū aliquot nūeri pares inchoando a proximo infra ordinatim ſicut in ſerie occurrūt ⁊ totidē ſumātur ſupra ordinatim ſicut in ſerie occurrunt erunt primus infra ⁊ primus ſupra equidiſtantes ab illo. Similiter ⁊ ſecundus infra ⁊ ſecūdus ſupra ⁊ ita deinceps. Conſimilis eſt huius demonſtratio ſicut preſentis.

26 ¶ Si numerorū ab vnitate diſpoſitorum ſicut in ſerie occurrūt quicūq̧ duo proximi cōiungantur quilibet compoſitus ex tali coniunctione proueniens ⁊ ſolum talis erit impar poſt vnitatem ipſorumq̧ imparium quicumq̧ duo proximi erunt contra ſe primi.

¶ Primū patȝ quia p ſcd̄m correlarium. 6. huius quorumcūq̧ duoꝝ proximorū in ſerie vn⁹ eſt par ⁊ alter impar vel vnitas ergo p. 5. huius quicūq̧ cōpoſitus ex talibus duobus eſt impar quia p quintum correlariū. 6. huius quilibet impar maior vnitate eſt diuiſibilis in duos ſola vnitate diſtātes qui de neceſſitate debēt eſſe duo ꝑximi in ſerie ſequitur ꝙ quilibȝ impar poſt vnitatē ex talibus duobus adequate ꝯponetur erit igitur quilibet compoſitus ex tali coniunctione ꝓueniēs ⁊ ſolum talis impar poſt vnitatem quod eſt primū. ¶ Et qꝛ per. 22. huius quorūcumq̧ talium dr̄a eſt binarius cū p ſcd̄ȝ correlarium. 16. huius binarius nullū illoꝝ numeret ⁊ p quartū correlariū. 20. primi nullus maior binario etiā illos nūeret ſequitur ꝙ nullus maior vnitate illos nūerabit vñ ex terminis ꝯſtat ſecundū.

27 ¶ Si numerorū continuo proportionaliū ab vnitate ſecundus fuerit par reliqui oēs ſequentes ipm̄ erūt pares. Et ſi ille fuerit impar reliquos oēs ſequētes ipm̄ impares eſſe neceſſarium eſt.

¶ Quia quibuſcumq̧ talib⁹ datis p ſcd̄m correlarium. 31. quarti ſcd̄s numerabit tertium p ſeipſum ⁊ tertius quartū ⁊ quartus quintū ⁊ ita deinceps p ſcd̄ȝ ſi igitur ſcd̄s ſit impar ex terminis ⁊ ex. 27 huius tertius erit impar ⁊ ex ꝯſtī ex eadem ⁊ ex terminis quartus erit impar ⁊ ita de alijs omnibus. Et ſi ſecundus ſit par cum p. 31. quarti quilibet ſequens ab illo ſecundo numeretur per primum correlarium. 16. huius quilibet ſequens illum ſecundum erit par patet igitur totum propoſitum.

28 ¶ Inter quoſcumq̧ duos nūeros inequales quorum vterq̧ eſt par aut vterq̧ impar vel vnitas eſt vnus medi⁹ a quo illi ſunt equidiſtātes. Eſtq̧ ille medi⁹ maior portio maioris illoꝝ duoꝝ. Et ſi inter aliquos duos fuerit aliquis taliter medius erit vterq̧ illorum par aut vterq̧ impar vel vnitas.

¶ Primū patȝ qꝛ ſi vterq̧ ſit par p. 4. huius ꝯpoſitus ex illis eſt par ⁊ ſi vterq̧ impar vel vnitas p 6. huius ꝯpoſitus ex illis erit etiam par capta ergo medietate illius p. 5. primi illa erit nūerus medi⁹ inter illos duos a quo illi equidiſtabunt ꝯſtat igitur primum. ¶ Scd̄m patȝ quia ille medius eſt maior dr̄a illius ad minimū illorū ⁊ ex ꝯſti maior differentia maioris ad illum mediū cum igitur maior adeq̄te ꝯponatur ex illo medio ⁊ ex dr̄a illius ad illum mediū ꝯſtat ſcd̄m. ¶ Tertiū pȝ qꝛ p. 5. primi ꝯpoſitus ex illis erit duplus ad illum medium ⁊ per conſequens par ergo p correlarium. 5. huius quilibet illorum eſt par aut quilibet illorum impar vel vnitas quod eſt tertium.

29 ¶ Inter parem ⁊ imparem vel vnitatē aut nullus eſt medius aut ſūt duo proximi in ſerie medij quorum maior eſt equidiſtans a maiori illorum ⁊ minor a minori. Et ſi inter aliquos duos nūeros fuerint duo proximi in ſerie medij quorum maior equaliter diſtat a maiori ſicut minor a minori ipſorum vnus eſt par ⁊ alter impar vel vnitas.

¶ Primū patȝ ſint a maior ⁊ b minor duo nūeri inequales quorū vnus ſit par ⁊ alius impar vel vnitas ſi igitur a ⁊ b ſint proximi in ſerie cōſtat primū ſi nō aūt ex ypotheſi ⁊ ex. 9. hui⁹ dr̄a a ad b erit impar maior vnitate ergo p quartū correlarium. 6. huius illa poterit diuidi i duas partes ſola vnitate diſtātes que ſint c maior ⁊ d minor ꝯſtat tunc totū c b ⁊ totum b d eſſe duos proximos in ſerie quēlibet illorum eſſe maiorem b ⁊ minorē a ⁊ totum c b eſſe maiorem toto d b vnitate ⁊ p ꝯñs dr̄a a ad totū d b eſt maior dr̄a ipſius ad totum c b vnitate cum igitur dr̄a a ad b adequate ꝯponatur ex dr̄a a ad totū d b ⁊ ex dr̄a d b ad b q̄ eſt d ⁊ illa tota ex ypotheſi diuiſa eſt in duas ꝑtes ſola vnitate diſtātes quarū minor eſt d reſidua pars illius vt puta dr̄a a ad totū d b erit maior dr̄a d b ad b ſola vnitate quēadmodū etiam probata eſt maior vnitate dr̄a a ad totum c b ⁊ p ꝯñs dr̄a a ad c b eſt equalis dr̄e d b ad b quare ex terminis d b ⁊ c b duo ꝑximi in ſerie mediant tales inter a ⁊ b ſicut p̄mum ꝓponit. ¶ Scd̄m patȝ quia dato illius aſte ꝯpoſit⁹ ex illis duobus extremis eſſet equalis ꝯpoſito ex illis duobus ꝑximis cum igitur p. 26. huius ꝯpoſitum ex illis duobus proximis eſſet impar eſſet etiā ꝯpoſit⁹ ex illis duobus extremis impar ergo p primū correlarium. 6. huius alter illorū erit par ⁊ reliqu⁹ impar vel vnitas patet igitur ſecundum.

Co. ¶ Ex p̄miſſi ↄſtat ꝙ ſi inter parē ⁊ vnitatem cadat aliquis nūerus duorum primorum in ſerie equalit̄ inter vnitatē ⁊ illū parem interceptorū minor erit medietas illius paris. ¶ Quia dr̄a illius paris ad minorē excedet dr̄am illi⁹ paris ad maiorē ꝑ ſolā vnitatē ⁊ ꝑ ſolā etiā vnitatē minor excedit dr̄am ipſius ad vnitatem que eſt equalis differētie illius paris ad maiorem illorū ergo dr̄a illi⁹ paris ad minorē erit equalis illi minori ⁊ per ↄſ̄ñs ille par erit duplus ad minorem vnde conſtat propoſitum.

30 ¶ Si nūeri impares diſponātur ſicut in naturali ſerie occurrūt ⁊ quocūq; illorum dato tot impares ↄtīr poſt ipſum a primo inchoando ſumātur quot ſūt vnitates in ipſo vltimū captorum ab illo nūerari neceſſariū erit. Et ſi poſt illum vltimum totidem etiam impares a primo inchoando ſumātur quot ſunt vnitates in illo dato ipſorum etiam vltimus ab illo dato numerabitur ⁊ ita deinceps. Nullumq; alium imparem ab illis vltimis ſequentem ipſum ille datus numerabit.

¶ Sit a quicumq; illorū talit̄ diſpoſitorū poſt quem ſumātur de illis ordinatim ſicut in ſerie occurrūt quot ſunt vnitates in a ⁊ illorū vltimus ſit b ⁊ poſt b iterum ſumātur tot ordinatim de illis ſicut in ſerie occurrunt quot ſūt vnitates in a ⁊ eorū vltimus ſit c ⁊ ita ↄtīr fiat. ¶ Tūc dico primo ꝙ a numerat b ſimiliter ⁊ c ⁊ ita deinceps de aliis vltimis. Dico ſc̄do ꝙ a nō numerat aliquem aliū imparem ſequentem ip̄m. ¶ Primū patꝫ. Quia poſtq̄ poſt a ſumūtur de illis tot ordinatim quot ſūt vnitates in a inter a ⁊ vltimū eorū qui eſt b mediabunt tot quot ſunt vnitates in a vno dempto ergo ꝑ .22. huius dr̄a b ſupra a erit multiplex ad binariū denoīata ab a numero ⁊ ꝑ ↄſ̄ñs b binarius numerabit illā dr̄am ꝑ a ergo per p̄mum correlariū .13. p̄mi a numerabit illā dr̄am detractam ex b ꝑ binariū ⁊ cum nūeret ſeipſum a reſiduum ꝑ vnitatem p̄mi nūerabit b totū per ternarium. Et qꝛ ꝑ .22. huius dr̄a c ad b erit equalis dr̄e c ad a eodem mō ↄſtat ꝙ a numerabit dr̄am c ad b detractam ex c ſicut ꝓbatum eſt ipſū numerare dr̄am b ad a ⁊ cum ꝓbatum ſit ipſum nūerare b reſiduū ꝑ .15. primi numerabit c totum. De quocūq; alio vltimo in tali ꝓceſſu ↄſimiliter omnino ↄſtat ꝓpoſitum patꝫ igitur primum. ¶ Scd̄m vero patꝫ quia a nō numerat aliquē inter mediuꝫ inter b ⁊ a qꝛ cum nūeret b ꝑ ternarium vt ꝓbatum eſt non nūerabit illum int̄ medium ꝑ numerū ternariū aut maiorē ternario nec ꝑ binariū qꝛ tunc ille ipſe eſſet duplus ad ipſum qđ eſt impoſſibile nec ꝑ vnitatē qꝛ tunc ille eſſet equalis a ⁊ nō medius inter a ⁊ b qđ repugnaret ẏpotheſi nō ergo numerat aliquē imparē inter medium inter a ⁊ b nec numerat aliquem imparē mediū inter b ⁊ c. Quia dato oppoſito ſit ille d qꝛ igitur dr̄a b ad c ꝓbata eſt que a ad b ⁊ inter b ⁊ c mediat d inter a ⁊ b mediabit vn⁹ etiaꝫ ⁊ b ad illū erit ea dr̄a q̄ c ad d ſit ergo ille e ⁊ quia dr̄a c ad d eſt par erit dr̄a b ad e etiam par ⁊ ꝑ ↄſ̄ñs c eſt impar alias eñi b reſultaret adequate ex duobus paribus qđ repugnat .4. hui⁹. Sit ergo f dr̄a c ad d ⁊ d ad c ⁊ quia ex ẏpotheſi a numerat d detractam ex c ⁊ ꝑ ſtatim demonſtratū numerat c totum ꝑ .20. p̄mi numerat f reſiduum c qꝛ igitur per ſtatim demonſtratū a nūerat b totū ⁊ f detractū ex ipſo ꝑ .20. p̄mi a numerabit e reſiduū mediū inter a ⁊ b qui ꝓbatus eſt impar qđ repugnat ſtatim demonſtrato. Et eodē mō omnino ↄſtat ꝙ a non nūerat aliquē alium inter mediū inter duos illorū vltimorum vñ manifeſte ↄſtat ſcd̄m. ¶ Aliqui tñ loco illius vltime ptis ponunt hanc ꝑtem vcꝫ ꝙ talis numerus primo ſūptus eſt nūerus primus ad quemlibet aliū ab illis vltimis ſed hoc apte falſū eſt incipiēdo a numero nouenario ille eñi non eſt primus ad nūerū .15. nec ad numeꝝ .21. qui tñ ſūt medij inter illū ⁊ p̄mū vltimū de nūero tñ ternario illud verū hꝫ ⁊ de illo ip̄i demōſtrāt qđ ē eā deceptionis qꝛ putāt demōſtrationē in aliis eodem modo ꝓcedere.

Co. ¶ Ex p̄miſſi ↄſtat ꝙ ſi diſponantur numeri pares ſicut in ſerie occurrunt quocūq; illorum dato ſi poſt illū totidē pares ↄtīr ſumātur ſicut in ſerie occurrunt quot ſūt vnitates in ipſo ille datus nūerabit vltimum illorū captorū ⁊ ſi poſt illum vltimū totidē etiā ↄtīr ſumātur pares poſt ipꝫ ſicut in ſerie occurrunt quot ſunt vnitates illo dato ille datus numerabit etiā vltimū eorū ⁊ ita deinceps. ¶ Hoc eodē modo demōſtratur ex .23. huius ſicut prima duo puncta p̄ſentis ex .22. huius demonſtrata ſunt. Sed quo ad vltimum punctum p̄ſtis nō ſimile contingit de paribus ſicut de imparibus.

31 ¶ Quocūq; nūero impari in duas partes ſola vnitate diſtātes adequate diuiſo nūer⁹ impar prim⁹ ipſi eo maior i duas ptes ſola vnitate diſtātes adeq̄te diuidet quaꝝ minor eſt maior illaꝝ duaꝝ ꝑoris. ¶ Sit a impar adequate diuiſus in b minorē ⁊ c maiorē ſola vnitate diſtātes ⁊ d ſit maior c ſola vnitate ↄſtat tunc d eſſe maior b ꝑ binariū ⁊ ſit e primus impar poſt a maior a. Dico ergo ꝙ e poteſt adequate diuidi in dues ptes ſola vnitate diſtātes quarum minor eſt c. Quia ꝑ .22. huius exceſſus e ſupra a eſt binarius cū igitur d ſupra b p̄ ſe ſe addat binariū exceſſus totius d c ſupra totū c b qui ex ẏpotheſi eſt a erit etiam binarius ⁊ per ↄſequens totus d b equaliter excedet a ſicut e excedit a ⁊ per conſequens erit equalis c ergo c adequate poterit diuidi in c ⁊ d cum igitur c ⁊ d ſola vnitate diſtent ⁊ c ſit illorum minor conſtat propoſitum.

32 ¶ Si diſpoſitis imparibus ab vnitate ſicut in ſerie occurrunt primus coniungatur vnitati fiet prim⁹ quadratus poſt vnitatē. Et ſi ſc̄ds illis addatur fiet terti⁹ quadrat⁹ poſt vnitatem ⁊ ita deinceps.

¶ Sint a vnitas ⁊ b c d e aut tot plures quot velis nūeri impares ordinatim ſicut in ſerie occurrunt Tunc dico ꝙ ↄpoſitus ex a ⁊ b p̄mo impari poſt vnitatē eſt p̄mus quadratus poſt vnitatē ⁊ ↄpoſit⁹ ex a b c eſt tertius quadrat⁹ poſt vnitatē ⁊ ita deinceps. Capio eñi nūeros ordinatim ſcd̄m ꝙ in ſerie naturali occurrūt qui ſint a vnitas ⁊ f g h k ⁊ ita deinceps ⁊ ſint a vnitas ⁊ l m n o ordinatim quadrati ſicut in ſerie occurrūt ↄſtat tunc f eſſe latus l ⁊ g latus m ⁊ ita deinceps qꝛ igitur ꝑ quartū correlarium .6. huius b diuiſibilis eſt in duas ptes ſola vnitate diſtātes cum b ſit ternarius nō poterit in alias diuidi q̄ in a ⁊ f ſcꝫ vnitatē ⁊ binariū ⁊ ꝑ ↄſ̄ñs poterit adequate diuidi in a ⁊ f ⁊ ꝑ ↄſ̄ñs b adeq̄te cōponitur ex a ⁊ f ⁊ ꝑ ↄſ̄ñs ꝑ p̄cedentem c poterit adequate diuidi in f ⁊ g ſola vnitate diſtantes ⁊ ꝑ ↄſ̄ñs erit ↄpoſitus ex illis ⁊ ꝑ idem d erit ↄpoſitus ex g ⁊ h ⁊ ita deinceps cū igitur ex ſc̄do correlario .14. ſexti dr̄a l ad a ſit nūerus ↄpoſitus ex a ⁊ f qui ꝓbatus eſt b ſequitur ꝙ l prim⁹ quadrat⁹ poſt vnitatē

adequate cõponetur ex a ⁊ b ⁊ quia ꝑ idem correlariũ.14.ſexti dr̃a m ad l eſt numer⁹ ɔpoſitus ex k ⁊ g qui ꝓbatus eſt e m ſcd̃s q̃drat⁹ poſt vnitatẽ adeq̃te ɔponet̃ ex l ⁊ c ⁊ ꝑ ɔñs ex a ⁊ b ⁊ c. Et ɔſil'r oino ɔſtat n adeq̃te ɔponi ex m ⁊ d ⁊ ex ɔñti ex a ⁊ b ⁊ c ⁊ d ⁊ ita de alijs oib⁹ ſeq̃ntib⁹ pꝫ igr̃ ꝓpoſitũ.

1.co. ¶ Ex p̃nti ɔſtat ꝙ dr̃a primi quadrati poſt vnitatem ad ipſã vnitatem primũ quadratum eſt prim⁹ numerus impar poſt vnitatem puta ternari⁹ ⁊ dr̃a ſcdi poſt illũ ad illum eſt ſcd̃s impar poſt vnitatẽ puta quinarius ⁊ ita deinceps. Hoc in forma concluditur in demonſtratione preſentis.

2.co ¶ Patet vltra ꝙ ſicut ɔtingit reperire quotcũqꝫ quadratos quoꝝ q̃libet in duos quadratos adeq̃te diuidatur ita ɔtingit reperire quotcumqꝫ quadratos quorũ quilibꝫ in quadratum ⁊ nõ quadratum adequate diuidat̃ pari forma ⁊ ɔtingit quotcũ quadratos reperire quoꝝ quilibꝫ in duos nũeros adequate diuidatur. ¶ Primũ pꝫ ex.28.ſexti qꝛ vt ex eius demõſtratione apparet quocũqꝫ quadra poſt ſcd̃m in ſerie dato ille cũ aliquo alio quadrato ɔſtituit quadratũ ⁊ ꝑ idem ille cum alio quadrato dato alterũ quadratũ ɔſtituet ergo ɔtinget quotcumqꝫ quadratos reperire quorũ quilibet ex duob⁹ duob⁹ quadratis adequate reſultabit diuiſo ergo in illos ɔſtabit primũ ⁊ ex hoc apparet tertiũ quia quocumqꝫ tali dato qui ex duob⁹ quadratis adequate reſultat cum ꝑ primũ correlariuꝫ.14.ſexti nullus illorum poſſit eſſe vnitas auferam ex minori illorũ vnitatem ⁊ addã alteri tunc idem quadratus ex illis duob⁹ numeris qui fiet adequate reſultabit ⁊ quilibꝫ illorũ erit nõ quadratus nã alias dr̃a q̃drati ad quadratũ eſſet vnitas quod repugnat primo correlario.14.ſexti. Scd̃m etiã pꝫ qꝛ quocũqꝫ quadrato poſt ſcd̃m dato auferã ex ipſo ſecundum quadratum in ſerie tunc reſidua pars erit numerus non quadratus nam alias accideret oppoſitum eiuſdem correlarij.

33 ¶ Si diſpoſitis parib⁹ ſicut in ſerie occurrunt primi duo choacerueñt fiet p̃mus altera ꝑte lõgior poſt binarium. Et ſi tres primi coaccerueñt fiet ſcd̃s altera ꝑte longior poſt binarium ⁊ ita deinceps.

¶ Sint a b c d ⁊ aut tot plures quot velis nũeri pares ordinatim ſicut in ſerie occurrunt. Tunc dico ꝙ ɔpoſitus ex a ⁊ b eſt proximus altera ꝑte longior poſt binariuꝫ ⁊ ɔpoſitus ex a b c eſt ſcd̃s poſt binarium ⁊ ita deinceps. Diſponãtur eñi nũeri ſicut in ſerie occurrũt qui ſint f vnitas g h k l ⁊ ita deinceps ɔſtat tunc a eſſe duplũ f ⁊ b eſſe duplũ g ⁊ c duplũ h ⁊ ſic ɔñr ordinatim ⁊ ꝑ ɔñs compoſitus ex a ⁊ b erit equalis ɔpoſito ex f ⁊ g bis ſumptis ſꝫ per.40.ſexti ɔpoſitus ex f ⁊ g bis ſũptis eſt altera ꝑte longior cuius min⁹ latus eſt g binari⁹ mõ ille eſt altera ꝑte longior p̃rimus poſt binariũ ergo ɔpoſitus ex a ⁊ b eſt p̃rimus altera ꝑte longior poſt binariuꝫ ⁊ quia etiã a b c ſunt dupli illoꝝ trium f g h ɔpoſitus ex illis tribus a b c erit equalis ɔpoſito ex illis trib⁹ f g h bis ſumptis ſed ɔpoſitus ex illis f g h bis ſumptis per eandem ſexti eſt altera ꝑte longior cuius minus latus eſt h ⁊ ille eſt proximus poſt illum cuius minus latus eſt g ergo compoſitus ex a b c eſt altera parte longior ſecundus poſt binarium ⁊ ita cõſequenter procedendo conſimiliter omnino de alijs omnibus conſtat propoſitum.

54 ¶ Quocũqꝫ nũero dato ⁊ relictis tot iparib⁹ ɔñr ab vnitate ichoãdo q̃t ſũt vnitates i oib⁹ p̃cedẽtibus ipſum ſi coacceruentur poſt illos relictos tot impares proximi conſequenter quot ſunt vnitates in ipſo compoſitus ex illis erit cubus ipſius.

¶ In toto ꝓceſſu p̃ntis vnitas ꝓ numero impari ɔputatur. Sit a quicumqꝫ nũerus dat⁹ tunc patet ꝓpoſitum. Et inprimis ſi a ſit par ſit eius quadratus b q̃ ex p̃mo correlario.16.huius eſt par ⁊ facio duos ordines nũerorum ſicut in ſerie occurrunt ab vnitate inchoando p̃muꝫ vſqꝫ ad a ſcd̃m vſqꝫ ad c minorẽ a ſola vnitate tunc illi ſcd̃i ordinis erunt oẽs p̃cedentes a in ſerie ⁊ ex.39.ſexti cõpoſitus ex oibus illorum duoꝝ ordinum erit b ⁊ quia prim⁹ ordo excedit ſcd̃m ꝑ a diuiſibile in duo equa ſi medietas a auferatur a p̃mo ⁊ addat̃ ſcd̃o ꝑ tertium correlariũ.5.p̃mi ɔpoſitus ex ſcd̃o ordine ⁊ medietate a erit medietas b quare ꝑ.14.huius tot impares adequate p̃cedent b in ſerie quot ſũt vnitates in omnibus ſcd̃i ordinis ⁊ medietate b relinquã ergo tot ɔñr de illis ab vnitate inchoando quot ſũt vnitates in oibus ſcd̃i ordinis qui ſunt oẽs p̃cedentes a in ſerie ⁊ ſeruẽtur alij qui ſũt in nũero q̃ eſt medietas a ⁊ p̃cedũt b erunt illi p̃rimi p̃cedentes ipſũ b ſcd̃m medietatem a capio ergo tot p̃rimos ſequentes ɔñr ſcd̃m aliam medietatẽ a ɔſtat tunc nũerum illoꝝ p̃rimorũ p̃cedentium ſcd̃m medietatẽ a ⁊ ſequentiũ ſcd̃ꝫ aliam medietatẽ eſſe a ⁊ illos oẽs eſſe p̃rimos ɔñr poſt illos relictos quare ꝑ.25. huius p̃mus p̃cedentiũ ⁊ vltimus p̃cedentium ſunt equidiſtãtes ab ipſo b ſimiliter ſcd̃s ſequentiuꝫ ⁊ penultimus p̃cedentium ⁊ ita deinceps quare ꝑ.8.primi b totiẽs adequate reperietur in ɔpoſito ex illis quotiens vnitas in nũero illorũ qui ꝓbatus eſt a ergo ex terminis ex b in a fit ɔpoſitus ex illis q̃re ꝑ.13.p̃mi etiã ex a in b fiet ɔpoſitus ex illis ſed qui fit ex a in b eſt cubus a ergo ɔpoſitus ex illis eſt cubus a relictis ergo tot imparib⁹ ɔñr ab vnitate inchoando quot ſũt vnitates in oibus p̃cedentib⁹ a ⁊ ɔiunctis tot proximis ſequẽtibus ɔñr poſt illos relictos quot ſũt vnitates in a ɔpoſit⁹ ex illis erit cub⁹ a q̃d eſt ꝓpoſitum. ¶ Si aũt a ſit impar patꝫ etiã propoſitũ. Nã tunc ex correlario.17.huius q̃dratum ei⁹ eſt impar qui ſit b ⁊ per.4.correlariũ.6.huius a poterit diuidi in duas ꝑtes ſola vnitate diſtãtes quaꝝ maior ſit c ⁊ minor d ɔſtat tunc a eſſe maiorem duplo d ſola vnitate facio ergo duos ordines numerorum ſicut in ſerie occurrũt ab vnitate inchoando primũ vſqꝫ ad a ſcd̃m vſqꝫ ad c minorem a ſola vnitate tunc illi ſcd̃i ordinis ſunt oẽs p̃cedentes a in ſerie ⁊ prim⁹ ordo erit maior ſcd̃o ꝑ a aufferẽdo ḡ a ex p̃mo reſiduũ erit equale ſcd̃o q̃re ꝑ.2.p̃mi ſi illi reſiduo adderetur c ⁊ ſcd̃o ordini adderet̃ d ɔpoſitoꝝ dr̃a eſſet ſola vnitas ⁊ ɔpoſit⁹ ex illis ɔpoſitis reſultãtib⁹ erit equalis ɔpoſito ex illis duob⁹ ordinib⁹ ſed ꝑ.39.ſexti ɔpoſit⁹ ex illis duob⁹ ordinibus eſt b ḡ ɔpoſitus ex illis duob⁹ ɔpoſitis eſt b erit igitur b diuiſibilis in duas ꝑtes ſola vnitate diſtãtes quarũ minor eſt ɔpoſita ex ſcd̃o ordine ⁊ ex d quare ꝑ correlarium.15.huius tot impares adequate p̃cedunt b in ſerie ab vnitate inchoando quot ſũt vnitates in ɔpoſito ex ſcd̃o ordine ⁊ ex d relinquãtur ergo de illis ɔñr incipiẽdo ab vnitate tot quot ſũt vnitates in oibus nũeris ſcd̃i ordinis qui ſunt oẽs p̃cedentes a in ſerie ⁊ reſeruent̃

alij qui ſunt primi infra b ſcđm numeꝝ d ⁊ capio poſt b totidē impares primos ſequentes ↄ̃ſr ſcđʒ numeꝝ d ↄſtat tunc illos oēs primos precedētes ſcđm d ⁊ ſequētes ſcđm eūdem numeꝝ eſſe in numero duplo d ⁊ ꝑ ↄ̃ñs in minori a ſola vnitate cum igiṫ ꝑ.25.huius vltimus p̄cedentium ⁊ vltim⁹ ſequentium ſūt equidiſtātes ab ipſo b ſimiliṫ ſcđs ſequentiū ⁊ penultimus p̄cedentiū ⁊ ita deinceps ſequitur ex.8.primi ꝙ b totiēs adequate erit in ↄpoſito ex illis quotiēs vnitas in numero illoꝝ q̄ ꝓbatus eſt minor a vnitate addendo igiṫ ip̄m b imparē illis b totiens adequate erit in ↄpoſito ex illis ⁊ ex b quotiēs vnitas in a ⁊ illi cū b erunt primi impares poſt relictos ↄ̃ſr ſumpti ſcđm numeꝝ a q̄ʒ igiṫ b ꝓbatus eſt eſſe totiens in ↄpoſito ex illis ⁊ ex b quotiens vnitas in a ex b in a fiet cōpoſitus ex illis oībus ⁊ ex b quare ꝑ.13.primi ⁊ ex a in b fiet idem ↄpoſitus ſed q̄ fit ex a in b eſt cub⁹ a ergo cōpoſit⁹ ex illis ⁊ ex b eſt cubus a relictis igiṫ tot imparibus ab vnitate inchoando ↄ̃ſr quot ſunt vnitates in oībus nūeris ſcđi ordinis qui ſūt oēs p̄cedentes a in ſerie ⁊ ↄiſiciēs tot imparib⁹ proximis poſt illos ↄ̃ſr quot ſunt vnitates in a compoſitus ex illis erit cubus a quod eſt propoſitum.

Co. ¶ Ex p̄nti manifeſte ↄſtat ꝙ ſi duo primi impares ſequentes vnitatē ↄiungātur fiet cubus binariꝫ ⁊ ſi illis relictis tres alij primi ſequentes ↄiungātur fiet cubus ternariꝫ ⁊ ſi poſt illos omnes quatuor primi ſequētes fiet cub⁹ quaternariꝫ ⁊ ita deinceps. Hoc eṫ̄ in forma demonſtratio preſentis ↄcludit. Aliqui preſentem concluſionem ſub forma huius correlariꝫ ponunt.

35 ¶ Si diſponantur nūeri ordinatim ↄtinuo ꝓportionales ſcđm duplā ꝓportionem ab vnitate inchoādo quilibet poſt vnitatem erit pariter par. Et non ↄtinget alium pariter parem ab illis reperire.

¶ Sint a vnitas ⁊ b c d ⁊ ita deinceps ordinatim ↄtinuo ꝓportionales ſecundum duplā ꝓportionē

¶ Tunc dico p̄mo ꝙ quilibʒ illoꝝ poſt a eſt pariṫ par. Dico ſcđo ꝙ nō eſt aliquis pariṫ par quin in illa ſerie reperiaṫ. ¶ Primū ptʒ quia ex quo b primus poſt vnitatē eſt par ꝑ.27.huius quilibet in illa ſerie reptus poſt vnitatē eſt par ⁊ quia b etiā eſt nūerus p̄mus ꝑ.33.quarti null⁹ numerabit aliquē illius ſeriei niſi aliquis illorum ⁊ ꝑ ↄ̃ñs nullus impar p̄ter vnitatem nūerabit aliquē illorum cum igiṫ quilibet illoꝝ poſt vnitatem ꝓbatus ſit par ex terminis quilibet illorū poſt vnitatem eſt pariṫ par q̄d eſt p̄mum. ¶ Scđm ptʒ quia ſi aliquis alius fuerit ſit ille e quē diuido in duo equa quoꝝ vnū ſit f ⁊ ſi f iteꝝ diuidi poſſit in duo equa ſit vnum illorū g ⁊ ſi g iteꝝ diuidi poſſit ſit h vnū eorū ⁊ ita ↄ̃ſr fiat donec ad aliquē deueniaṫ qui nō amplius in duo equa diuidi poſſit ⁊ ſit ille ad quem deueniēṫ k medietas h erunt tūc k h g f e ordinatim ↄtinuo ꝓportionales ſcđm duplam ꝓportionem ſi igiṫ k ſit vnitas erit e aliquis reptorum in prima ſerie quod eſt ↄtra ypotheſiʒ. Et ſi fuerit maior vnitate ex terminis erit impar ⁊ cum numeret h quia eſt eius medietas ⁊ ꝑ idem h nūerat g ⁊ g numeret f ⁊ f numeret e per primum correlarium.21.primi k numerus impar preter vnitatem nūerat e ergo ex terminis e non eſt pariter par quod eſt contra ypotheſim.

1.co. ¶ Ex p̄nti ↄſtat ꝙ quilibet numer⁹ par qui non eſt de nūero illoꝝ ꝓportionalium ſumptorū ſcđm duplā ꝓportionem ab vnitate ab aliquo impari maiori vnitate numeraṫ. Et ex ↄ̃ñti q̄libet par qui nō eſt pariṫ par ab aliquo impari p̄teṙ vnitatem numeraṫ. ¶ Primū in demōſtratione ſcđe ptis p̄ntis concludiṫ in forma. Et ſcđm ex illo conſtat cum ex preſenti quilibet par qui non eſt pariṫ par ſit par qui non eſt de aliquo illorum duplorum ab vnitate.

2.co ¶ Patʒ vltra ꝙ cuiuſcumqʒ pariṫ paris poſt binarium medietas eſt par ⁊ ex ↄ̃ñti quilibet talis eſt diuiſibilis in duo equa ⁊ iteꝝ quodlibet illorum in duo equa ⁊ ita deinceps donec ad vnitatē deueniatur. ¶ Quia dato oppoſito ſtatim concluderet ↄtradictio ſicut in demōſtratione ſcđe ptis p̄ntis.

3.co. ¶ Patet vltra ꝙ quilibʒ numer⁹ p̄teṙ vnitatē numerās pariṫ parem eſt pariṫ par. ¶ Q̄ꝛ ex p̄nti q̄libet pariṫ par reperiṫ in illa ſerie duplorum ab vnitate quoꝝ primus poſt vnitatem puta binarius ē p̄mus ergo ꝑ.33.quarti null⁹ nūerabit aliquē illoꝝ niſi aliq̄s illi⁹ ſeriei cū igiṫ ex p̄nti q̄libʒ illi⁹ ſeriei ſit pariṫ par vel vnitas quilibet p̄teṙ vnitatem numerans pariṫ parem eſt pariṫ par.

4.co ¶ Patet vltra ꝙ quelibet ꝑs aliquota pariṫ paris eſt vnitas aut pariṫ par p̄cedens ipſum in ſerie.

36 ¶ Si pariter par in pariter parem ducatur fiat pariter par.

¶ Ducaṫ a pariṫ par in b pariṫ pareʒ ⁊ fiat c. Tūc dico ꝙ c eſt pariṫ par. Quia ꝑ.16.huius c eſt par ſi igiṫ non ſit pariṫ par ex p̄mo correlario p̄cedētis aliquis impar p̄teṙ vnitatem nūerabit ipſū c ſit ergo ille d vel igiṫ d eſt numer⁹ p̄mus vel ↄpoſitus. Si p̄mus ꝑ.6.tertij ille nūerat a aut b quare ex terminis nō quilibet illoꝝ eſſet pariṫ par quod repugnat ypotheſi. Si aūt d ſit ↄpoſitus ꝑ.4.tertij ab aliquo p̄mo p̄teṙ vnitatem numeraṫ qui ſit e tunc ex ſcđo correlario.16.huius e erit impar ⁊ q̄ꝛ e nūerat d ⁊ d numerat c ꝑ.21.p̄mi e nūerus p̄m⁹ nūerat c ꝓductū ex a in b ergo ꝑ.5.tertij nūerat etiā a aut b quare ex terminis non quilibet illorum eſt pariṫ par quod eſt contra ypotheſim.

Co. ¶ Ex p̄nti ↄſtat ꝙ quilibet multiplex pariṫ paris denominat⁹ a pariṫ pari eſt pariṫ par. ¶ Quia ex terminis impariter quilibet talis fiet ex pariṫ pari parem quo habito ex p̄nti conſtat propoſitum.

37 ¶ Si quotcumqʒ numeri fuerint ordinatim continuo ꝓportionales ſecundum duplam ꝓportionem minimus eorum erit cuiuſlibet ipſorum ꝑs aliquota a numero pariṫ pari denominata.

¶ Quia ipſi e ordinatim ita diſpoſitio ꝙ minimus efficiaṫ primus ille erit ꝑs aliquota ſcđi a binario pariṫ pari denominata q̄ꝛ eſt illius medietas ⁊ ſcđs etiā ꝑ idem erit ꝑs aliquota tertijtertij a binario denominata ergo ꝑ.22.p̄mi p̄mus erit ꝑs aliquota tertij denominata a ꝓducto ex binario in binariū qui ꝓductus ꝑ p̄cedentem eſt pariṫ par ⁊ ꝑ idem p̄mus erit ꝑs aliquota quarti denominata ꝗ ꝓducto ex illo producto in binarium qui etiam ꝑ precedentem erit pariṫ par. Et ita conſequenṫ in quotcūqʒ pluribus procedendo conſimiliter omnino conſtat propoſitum.

Co. ¶ Ex p̄nti ↄſtat ꝙ ſi fuerint quotcumqʒ nūeri ordinatim ↄtinuo ꝓportionales ſcđʒ ꝓportionem multiplicē denominatā a nūero pariṫ pari minimus eoꝝ erit ꝑs aliquota cuiuſcūqʒ alterius ipſorū a nūero

pariter pari denominata. Et ex ꝯſiti ipſis ita diſpoſitis vt minim⁹ efficiat̃ ꝑmus quilibet ꝑcedens cuiuſlibꝫ ſequētis erit ꝑs aliquota a nūero parit̃ pari denoīata. ¶ Primū iſtoꝝ ꝯſimilis ē demōſtratio cum demonſtratione preſentis. ¶ Secundum autem manifeſte conſtat ex primo quocumqꝫ precedēti in tali ordine effecto primo per remotionem precedentum.

38 ¶ Si quotcūqꝫ nūeri parit̃ pares ab vnitate nullo relicto inter maximum eorū ⁊ vnitatē cū ipſa vnitate coacerue͠nt prouenıet numerus minor vnitate ꝓximo parit̃ pari poſt coacervatorum maximum. ¶ Sint a b c d parit̃ pares ordinatim poſt vnitatem ſicut in ſerie occurrunt. Tūc a erit duplus vnitatis ⁊ b duplus a ⁊ c duplus b ⁊ ita deinceps nā alias accideret oppoſitū .35. huius. Dico ergo ꝙ cōpoſitus ex vnitate ⁊ a eſt minor b ſola vnitate ⁊ ꝯpoſitus ex vnitate ⁊ a ⁊ b eſt minor c ſola vnitate et ita deinceps. Quia ex quo a eſt dupl⁹ vnitatis a erit equalis cōpoſito ex duabus vnitatibus ⁊ ꝑ ꝯñs ꝯpoſitus ex a ⁊ ex duab⁹ vnitatibus erit duplus a vt puta b cū igit̃ ꝯpoſitus ex a ⁊ vnitate ſit minor ꝯpoſito ex a ⁊ duab⁹ vnitatib⁹ ſola vnitate ille erit minor b ſola vnitate ⁊ quia ꝯpoſitus ex a ⁊ ex duabus vnitatibus ꝓbatus eſt equalis b ꝯpoſitus ex illo ꝯpoſito ⁊ ex b erit dupl⁹ b vt puta c cum igit̃ cōpoſitus ex vnitate ⁊ ex a ⁊ ex b ſola vnitate ſit minor ꝯpoſito ex duabus vnitatib⁹ ⁊ ex a ⁊ ex b erit ex ꝯñti minor c ſola vnitate ⁊ ita deinceps. De quibuſcumqꝫ conſimili modo conſtat propoſitum.

39 ¶ Omnis numerus cuius medietas eſt impar maior vnitate eſt pariter impar.
¶ Sit a impar maior vnitate medietas b ꝯſtat tūc a eſſe maiorē binario ⁊ ex ꝯñti b erit par maior binario quiſit c. Dico ergo ꝙ b eſt parit̃ impar. Quia a nūerat b ꝑ c ergo ꝑ primum correlarium .15. prīmi c par numerat b ꝑ a numeꝝ imparem ⁊ nullus alius par nūerat b ſcd̃m parem. Quia dato oppoſito ſit ille d ⁊ numeret b ſcd̃m e parem tunc ex e in a tm̃ fiet ſicut ex d in e ergo ꝑ .43. ſcd̃i ꝓportio c ad d eſt que e ad a ſed ꝑ ꝑmam huius c nūerat d ergo ꝑ ꝑmum correlariū ꝑme ſcd̃i e par numerabit a imparem quod ꝑ ſecundum correlarium .16. huius eſt impoſſibile nullus igit̃ par ꝑ parem numerat b cum igitur probatum ſit c parem numerare b ꝑ a imparem maiorem vnitate ex terminis b eſt parit̃ impar quod eſt propoſitum.

Co. ¶ Ex ꝑñti cōſtat ꝙ ſi impar maior vnitate ducat̃ in binarium aut binarius in ipſum fiet parit̃ impar.

40. ¶ Cuiuſlibet pariter imparis medietas eſt impar maior vnitate.
¶ Quia dato oppoſito ſi eius medietas ſit vnitas ille eſſet binarius qui ex quarta diffinitiōe nō eſt parit̃ impar. Et ſi eius medietas eſſet par cū illa ꝑ binariū debeat nūerare ipſū aliquis par nūeraret illum ꝑ parem ⁊ ꝑ ꝯñs ille non eſſet parit̃ impar quod repugnat ypotheſi non ergo poterit medietas eius eſſe vnitas aut numerus par erit igitur impar maior vnitate quod eſt propoſitum.

41 ¶ Si numerus impar in pariter imparem ducatur qui producetur erit pariter impar.
¶ Sit a ꝓductus ex b impari in c parit̃ imparē ꝯſtat tunc a eſſe maiorem binario qꝛ ſit ex b in c maiorem binario. Tunc dico ꝙ a eſt parit̃ impar. Quia ꝑ .16. huius a eſt par ſit ergo d eius medietas ⁊ e binarius tūc ex d in e fiet a ⁊ quia etiā ſit ex b in c ꝑ .43. ſcd̃i ꝓportio c ad b eſt que e ad d ergo ꝑmutatim c ad e ꝙ b ad d ſed ꝑ ſcd̃am huius e numerat c ꝑ medietatem eius que ex ꝑcedenti eſt impar ergo ꝑ ꝑmum correlarium ꝑme ſcd̃i b numerat d ſcd̃m numeꝝ imparem ergo ex terminis ⁊ ex .17. huius d medietas a eſt impar cum igitur d ſit maior vnitate quia alias a eſſet binarius cuius oppoſitum eſt ꝓbatum ſequitur ex antepreceden͠ti ꝙ a eſt pariter impar.

42. ¶ Numeris paribus ab vnitate diſpoſitis tertius a primo atqꝫ ab illo tertius ⁊ ita deinceps ſunt parit̃ impares nullusqꝫ alius parit̃ impar dari poteſt.
¶ Primū ptꝫ qꝛ illoꝝ pariū medietates ſūt nūeri ordinati diſpoſiti ſicut in ſerie occurrūt vnitas reſpectu ꝑmi binari⁹ reſpectu ſcd̃i ternari⁹ reſpectu tertij ⁊ ita deinceps cū igit̃ ternarius ſit numerus impar maior vnitate ſimilit̃ ⁊ terti⁹ ab illo in ſerie ꝑ quintū correlariū .6. huius ⁊ ita deinceps erit ꝑ 39. huius tertius illorum a primo parit̃ impar ſimilit̃ ⁊ tertius ab illo ⁊ ita deinceps quod eſt primū.
¶ Scd̃m ptꝫ quia tertius in ſerie eſt ꝑmus impar maior vnitate ⁊ tertius ab illo ſcd̃s ⁊ ita deinceps quare nullus erit impar in ſerie pret̃ illos cum igit̃ oīm iſtorum impariū tertius para ꝑmo ⁊ terti⁹ ab illo ſint dupli ⁊ ita deinceps ſi eſſet alius parit̃ impar ab illis eius medietas deberet eſſe par vel vnitas quod repugnat .40. huius.

1.co. ¶ Ex ꝑñti ꝯſtat ꝙ int̃ quoſcūqꝫ duos ꝓximos parit̃ ipares in ſerie mediat vnus par ⁊ nō plures ⁊ ex ꝯñti quorūcūqꝫ duoꝝ pariū ꝓximoꝝ in ſerie poſt binarium alt̃ eſt parit̃ impar. Et ex ꝯñti ſi aliquis ſit par maior ſcd̃o pari in ſerie qui nō ſit parit̃ impar duo pares ꝓximi ipſi in ſerie quorum vn⁹ eſt eo minor ⁊ alter maior ſūt parit̃ impares. Hec omnia euidentiſſime conſtant ex preſenti.

2.co ¶ Patet vltra ꝙ ſi capiantur quotcūqꝫ parit̃ impares ⁊ poſt eos capiat̃ ꝓximus parit̃ par ꝯtinget poſt illum inuenire tot parit̃ impares quot ſūt illi ꝑcedentes quoꝝ ꝑmus equalit̃ diſtabit ab illo ſicut vltimus alioꝝ ⁊ ſcd̃s ſicut penultimus ⁊ ita deinceps. ¶ Qꝛ capto pari equalit̃ diſtāte ab illo parit̃ pari maiori ipſo ſicut vltim⁹ illoꝝ parit̃ impariū diſtat ille erit parit̃ impar quia medietas illius parit̃ paris capti equalit̃ diſtabit a medietatibus vltimi ꝑmorum ⁊ ꝑmi aliorum cum igit̃ illa medietas illi⁹ parit̃ paris ſit par ⁊ ꝑ .5. ꝑmi medietas ꝯpoſiti ex medietatib⁹ illorum ⁊ vna medietatū illoꝝ ſit impar vt puta medietas minoris erit medietas alterius impar nā alias ꝯpoſitus ex illis medietatib⁹ qui ex terminis eſt par adequate ꝯponeret̃ ex pari ⁊ impari quod repugnat correlario .5. hui⁹ ⁊ ꝑ ꝯñs cum ſit maior vnitate ille erit parit̃ impar. Et ꝯſimilit̃ ꝯſtat ꝙ capto pari equidiſtāte ab illo ſicut penultimus ꝑmorum diſtat ab illo ꝙ ille ſit parit̃ impar ⁊ ita deinceps vnde conſtat ꝓpoſitum.

43 ¶ Si inter aliquem parem ⁊ vnitatem mediet aliquis parit̃ impar aut plures totidem aut plures inter ipſum ⁊ duplum eius pariter impares mediabunt.
¶ Quia ꝑ .24. hui⁹ tot pares mediabunt int̃ ipſum ⁊ duplū eius quot int̃ ipm̃ ⁊ vnitatē cum igit̃ ꝑ

pꝛimum coꝛrelariū p̄cedentis huius quoꝛūcūq; duoꝛum ꝓximoꝛum illoꝛum medioꝝ int̄ duplū eius ⁊ ip̄m ſi plures fuerint alter ſit parit̄ impar ⁊ medioꝛū int̄ ip̄m ⁊ vnitatem ſi plures fuerint null⁹ duoꝛum p̄moꝝ ſit parit̄ impar ⁊ nulli duo ꝓximi ſint parit̄ impares ꝯſtat ꝙ nō plures parit̄ impares mediabunt int̄ ip̄m ⁊ vnitatem ꝙ̄ inter ip̄m et eius duplum vnde conſtat propoſitum.

44 ¶ Si diſponant̄ parit̄ impares oꝛdinatim ſicut in ſerie occurrūt ꝓximoꝝ dr̄e continuo ſūt equales.
¶ Quia ex p̄mo coꝛrelario añp̄cedentis int̄ quoſcumq; duos ꝓximos illoꝛum in ſerie mediat vnus par ⁊ non plures ergo ꝑ.22. huius quoꝛumcumq; duoꝛum ꝓximoꝛum illoꝛum differentia erit dupla ad binarium vnde conſtat propoſitum.

Co. ¶ Ex p̄nti ꝯſtat ꝙ quocūq; numero pari dato ſi capiant̄ duo parit̄ impares ꝓximi ipſi vn⁹ ante ⁊ alius poſt illi erunt equidiſtātes ab illo. Et ſi capiant̄ quotcūq; parit̄ impares oꝛdinatiꝫ ante ip̄m inchoando a ꝓximo ⁊ capiant̄ totidem poſt ip̄m oꝛdinatim a ꝓximo etiā inchoando p̄mus ante ⁊ p̄m⁹ poſt erunt equidiſtātes ab illo ſimilit̄ ⁊ ſcd̄s ante ⁊ ſcd̄s poſt ⁊ ita deinceps. ¶ Primum patꝫ qꝛ ſi ille ſit parit̄ impar ꝑ ꝑntem dr̄a illi⁹ ad ꝓximum parit̄ imparem añ erit equalis dr̄e ipſius ad ꝓximum pariter imparem poſt. Et ſi ille nō fuerit parit̄ impar int̄ ip̄m ⁊ ꝓximum parit̄ imparēꝫ añ nullus par mediabit nec inter ip̄m ⁊ ꝓximum parit̄ imparē poſt nā alias accideret oppoſitū p̄mi coꝛrelarij añp̄cedentis quare ꝑ.23. huius dr̄a illi⁹ ad illum ꝓximum parit̄ imparem añ erit binari⁹ ſimilit̄ et ipſius ad ꝓximum parit̄ imparem poſt vñ ꝯſtat p̄mum. ¶ Scd̄m ſūt patꝫ qꝛ ꝑ ſtatim demonſtratum tunc dr̄a illius ad p̄mum añ erit equalis dr̄e illius ad p̄mum poſt eum igit̄ ꝑ ꝑntem dr̄a p̄mi añ ad ſcd̄m añ ſit equalis dr̄e p̄mi poſt ad ſcd̄m poſt ⁊ ꝑ.21. dignitatē dr̄a illius ad ſcd̄m añ adequate ꝯponit̄ ex dr̄a illius ad p̄mum añ ⁊ dr̄a p̄mi añ ad ſcd̄m ante ⁊ dr̄a illius ad ſcd̄m poſt adequate ex dr̄ijs illius ad p̄mum poſt ⁊ p̄mi poſt ad ſcd̄m poſt ꝑ.17. dignitatē dr̄a illius ad ſcd̄m añ erit equalis dr̄e illius ad ſecundum poſt. Et ꝯſimilit̄ omnino conſtat ꝙ dr̄a illius ad tertium ante ſit equalis differentie illius ad tertium poſt ⁊ ita deinceps vnde ex terminis conſtat ſecundum.

45 ¶ Numerum pariter imparem quadꝛatum aut cubum eſt impoſſibile.
¶ Quia dato oppoſito ſit p̄mo a parit̄ impar ſimul ⁊ quadꝛatus ⁊ b ſit eius lat⁹. Tūc ſi b ſit impar ꝑ coꝛrelarium.17. huius a eſt impar qđ repugnat ypotheſi. Et ſi b ſit par cum ex b in ſe fiat a b per ꝑ parem numerabit a ⁊ ꝑ ꝯñs ex terminis a non eſt parit̄ impar qđ repugnat ypotheſi. Si ſcd̄o a parit̄ impar ſimul ⁊ cub⁹ ſi fieri poſſit ⁊ b eius latus ⁊ c quadꝛatum b tūc ſi b ſit impar ꝑ coꝛrelariū.17. huius a eſt impar qđ repugnat ypotheſi ⁊ ſi b ſit par ꝑ p̄mum coꝛrelarium.16. huius c eſt par ⁊ quia ex terminis ex b in c ſit a b par nūerat a ꝑ c parem ⁊ ꝑ ꝯñs ex terminis a nō eſt parit̄ impar qđ repugnat ypotheſi nō ergo poteſt aliquis nūerus parit̄ impar eſſe quadꝛat⁹ aut cubus qđ eſt ꝓpoſitum.

45. ¶ Omnis nūerus par qui nō eſt de nūero duploꝝ ab vnitate cuius medietas eſt par eſt imparit̄ par.
¶ Sit a nūerus par et nō de duplis ab vnitate cui⁹ medietas ſit par q̄ ſit b. Tūc dico ꝙ a eſt impariter par qꝛ ꝑ p̄mum coꝛrelarium.35. hui⁹ aliquis impar p̄t̄ vnitatem numerat a ⁊ nō ꝑ imparē qꝛ tunc a fieret ex impari in imparem ⁊ ex conſequenti per.17. huius eſſet impar quod repugnat ypotheſi ergo ille impar maioꝛ vnitate qui nūerat a nūerat ip̄m ꝑ parem ⁊ ꝑ conſequens ille par ꝑ p̄mum coꝛrelarium.13. p̄mi numerabit a ꝑ illum imparem maioꝛem vnitate cum igitur medietas a que eſt par numeret a ꝑ binarium qui eſt par ex terminis a eſt impariter par.

Co. ¶ Ex p̄nti ꝯſtat ꝙ quilibet numer⁹ par qui non eſt parit̄ par cuius medietas eſt par eſt imparit̄ par.
¶ Qꝛ ꝑ.35. huius quilibet talis erit par ⁊ non de duplis ab vnitate quo habito ex p̄nti ꝯſtat ꝓpoſitū.

47. ¶ Omnis numerus par eſt pariter par aut pariter impar aut impariter par.
¶ Hec demōſtrat ſufficientiā diuiſionis numeri paris in illa tria mēbꝛa ſic igit̄ patꝫ qꝛ quocumq; pari dato vel ille eſt de nūero duploꝛum ab vnitate vel nō ſi p̄mum ꝑ.35. huius eſt parit̄ par ſi ſecundū ꝯſtat medietatē ei⁹ eē maioꝛem vnitate nā alias eſſet de duplis ab vnitate vel ergo medietas ei⁹ eſt par vel impar maioꝛ vnitate ſi p̄mum ex p̄cedenti ille eſt impariter par ſi ſecundum ꝑ.39. huius ille ē pariter impar vnde conſtat propoſitum.

48 ¶ Quilibet numerus pariter impar aut imparit̄ par ab aliquo impari maioꝛi vnitate numeratur.
¶ Quia ex diffinitionib⁹ q̄libet talis ab aliquo pari ꝑ imparē maioꝛē vnitate numerat̄ ergo ꝑ p̄mum coꝛrelariū.13. p̄mi q̄libet talis a tali impari maioꝛi vnitate ꝑ talē pareꝫ numerabit̄ vñ ꝯſtat ꝓpoſitum.

49. ¶ Numerum aliquem parit̄ parem eſſe imparit̄ parem aut parit̄ imparem eſt impoſſibile. Similiter aliquem parit̄ imparem eſſe imparit̄ parem eſt impoſſibile.
¶ Primū patꝫ quia ex p̄cedenti quilibet parit̄ impar aut imparit̄ par ab aliquo impari maioꝛi vnitate numerat̄ cum igit̄ ex terminis nullus parit̄ par ab aliquo impari maioꝛi vnitate numeret̄ cōſtat p̄mum. ¶ Scd̄m patꝫ quia dato oppoſito ex diffinitionibus ſequeret̄ ſtatim contradictio.

50 ¶ Cuiuſlibet impariter paris medietas eſt par.
¶ Quia dato oppoſito eius medietas eſſet vnitas aut impar maioꝛ vnitate. Et ſi p̄mū ille eſſet binarius q̄ eſt parit̄ par ⁊ ꝑ ꝯñs ex p̄cedenti nō eſſet imparit̄ par qđ repugnat ypotheſi. Et ſi ſcd̄m ex.39 hui⁹ ille eſſet parit̄ impar quare ex p̄cedenti nō eſſet imparit̄ par quod repugnat ypotheſi.

1 ¶ Omnis numerus cuius medietas eſt par eſt parit̄ par aut imparit̄ par.
¶ Quia nullus talis eſſet parit̄ impar nā alias accideret oppoſitū.40. hui⁹ cū igit̄ ex t̄minis q̄libet talis ſit par a ſufficiēti diuiſione demonſtrata q̄libꝫ talis eſt parit̄ par aut iparit̄ par qđ eſt ꝓpoſitum.
¶ Si numerus par in parit̄ imparem aut imparit̄ parem ducat̄ aut econuerſo fiet imparit̄ par.

52 ¶ Sit a ꝓductus ex b pari in c parit̄ impareꝫ aut imparit̄ parem. Tūc dico ꝙ a eſt imparit̄ par. Qꝛ ꝑ.48. hui⁹ c ab aliquo maioꝛi ipari vnitate nūerat̄ q̄ ſit d ⁊ qꝛ ex b in c ſit a ꝑ.13. p̄mi ex c in b ſit etiā a ergo ex terminis c nūerat a quare ꝑ.21. p̄mi d impar nūerat a quem numeret ſcd̄m c ꝯſtat tunc c eſſe

parem q2 alias a numerus par fieret ex d impari in e imparẽ quod repugnat .17. huius cum igit̃ ꝑ primum correlariũ .13. pmi c nũeret a ꝑ d aliquis par numerat a ꝑ aliquẽ imparẽ m... .ẽ vnitatem ⁊ cum ex terminis b par numeret a ꝑ c parem ex terminis a eſt imparit̃ par. Et ſi ed... .erſo c ducatur in b ex preſenti cum adiutorio .13. pmi conſtat propoſitum.

Co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ quẽadmodũ nullus parit̃ impar ꝓducit̃ ex pari in parez ita nullus parit̃ par ꝓducit̃ ex pari in parem quorũ vnus eſt parit̃ impar aut imparit̃ par. Et ex ꝯñti nullus parit̃ par fiet niſi ex parit̃ pari imparit̃ parem aut ex vnitate in ſeipſum. ¶ Primum patz quia dato oppoſito aliquis parit̃ impar numeraret̃ a pari ꝑ parem quod repugnat diffinitioni. ¶ Secũdũ ptz ex pñti: ⁊ Tertium patz quia ꝑ tertium correlarium .35. hui⁹ nullus parit̃ par nũerat̃ niſi a parit̃ pari aut vnitate quo habito ex terminis cu.. adiutorio .13. pmi conſtat propoſitum.

53 ¶ Omnis imparit̃ par fit ex ductu parit̃ paris in parit̃ iparẽ. Et ediuerſo ex parit̃ iperi i parit̃ parẽ
¶ Sit a imparit̃ par. Tunc dico ꝙ a fit ex parit̃ pari in parit̃ imparẽ iparẽ. Nã ſit b eius medietas q̃ ꝑ .50. huius eſt par ⁊ nõ erit parit̃ par quia tũc a eſſet de duplis ab vnitate ⁊ ꝑ ꝯñs ꝑ .35. huius eſſet parit̃ par quod repugnat .49. huius erit ergo b parit̃ impar aut imparit̃ par ſi parit̃ impar cuz a fiat ex binario parit̃ pari in b ꝯſtat ꝓpoſitum. Si aũt b ſit imparit̃ par ꝑ .50. huius eius medietas erit par que ſit c tunc ꝯſtat ſicut ſtatim ꝙ c nõ eſt parit̃ par erit ergo parit̃ ipar aut iparit̃ par. Et ſi iparit̃ par ⁊ ita ꝯtinuo deſcendat̃ numerus decreſceret in infinitũ oportet ergo tandẽ in tali diuiſione ad aliquẽ parit̃ imparem deuenire ſit ergo d medietas c ⁊ e medietas d ⁊ e ſit parit̃ impar ꝯſtat tunc e d c b a eſſe ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſecũdũ duplã ꝓportionem quorũ e erit minimus ergo ꝑ .37. huius e eſt pars aliquota a denominata ab aliquo nũero parit̃ pari qui ſit f tunc ex terminis a fiet ex e parit̃ impari in f parit̃ parem ergo ꝑ .13. pmi a ꝓducet̃ etiam ex f parit̃ pari in e pariter imparẽ quod eſt ꝓpoſitũ. Et ſi non eque cito in illis ſub duplis aut citius deueniat̃ ad aliquem parit̃ imparem conſimilis eſt omn... demonſtratio. Et ꝙ quilibet talis fiat ex parit̃ impari in parit̃ parem ex ſtatim demõſtrato ⁊ ex .13. primi ... conſtat.

Co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ quilibet numerus impariter par diuiſibilis eſt in duo equa quorum quolibet poteſt iterũ in duo equa diuidi non tñ in tali diuiſione vſq3 ad vnitatẽ poterit deueniri. ¶ Primũ patet quia ꝑ .50. huius cuiuſlibz talis medietas eſt par. Et ſecundum patet quia dato oppoſito ille eſſet de duplis ab vnitate quod eſt impoſſibile.

54 ¶ Omnis numerus impariter par fit ex ductu duorum numerorum vnius in alterum quorũ vnus eſt impar maior vnitate ⁊ reliquus pariter par.
¶ Sit a quicũq3 imparit̃ par. Tunc patet ꝓpoſitum. Quia ex ꝑcedentia fit ex parit̃ pari qui ſit b in parit̃ imparem qui ſit c ⁊ ſit d duplus b ⁊ e medietas c erit tunc ꝑ .40. huius e numerus impar maior vnitate ⁊ q2 b ad d eſt ea ꝓportio q̃ e ad c ꝑ .43. ſecũdi ex d in e tñ fiet ſicut ex b in c ⁊ ꝑ ꝯñs ex d i e fiet a cũ igit̃ ꝑ .35. huius d ſit parit̃ par ⁊ e ꝓbat⁹ ſit impar maior vnitate a imparit̃ par fiet ex parit̃ parit̃ i pare maiorẽ vnitate ⁊ ex ꝯñti ꝑ .13. pmi fiet etiã ex ipari maiori vnitate in pit̃ parẽ vñ ꝯſtat ꝓpoſitũ

Co. ¶ Ex his duabus manifeſte ꝯſtat ꝙ quilibet numerus imparit̃ par numerat̃ a parit̃ pari ꝑ pariter imparem ⁊ a parit̃ impari ꝑ pariter parem ⁊ ab aliquo pariter pari ꝑ imparem maiorem vnitate ⁊ ab aliquo impari maiori vnitate ꝑ pariter parem. ¶ Hec omnia ex terminis ⁊ ex preſenti cum adiutorio 13. primi manifeſtiſſime conſtant.

¶ Quilibet numerus numeratus ab impariter pari eſt impariter par.
55 ¶ Sit a numerus imparit̃ par numerãs b ſecũdũ c. Tunc dico ꝙ b eſt imparit̃ par. Nã tunc b non eſt pariter par nã alias cum a qui nõ eſt parit̃ par aut vnitas numeret b accideret oppoſitũ tertij correlarij .35. huius ⁊ quia ꝑ .50. huius medietas a eſt par ſit illa d quã duco in c ⁊ fiet e tunc ꝑ .26. huius e eſt par ⁊ quia ex a in e fit b ꝑ .21. ſecũdi ꝓportio c ad b eſt que d ad a ſed d eſt medietas a ergo e nũerus par eſt medietas b q̃ ꝓbat⁹ eſt nõ eſſe parit̃ par g̃ ꝑ correlariũ .43. hui⁹ b eſt iparit̃ par qđ ẽ ꝓpoſitũ.

Co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ ſi aliquis numerus ducat̃ in imparit̃ parem aut impariter par in aliquem fiet impariter par. ¶ Quia ex terminis cuz adiutorio primi correlarij .13. pmi ille ꝓductus numerabitur ab illo impariter pari vnde ex preſenti conſtat propoſitum.

56 ¶ Si numerus maior vnitate qui non eſt pariter par ducatur in pariter parez maiorẽ binario fiet impariter par. Et ſi in binarium fiet pariter impar aut impariter par.
¶ Primũ ptz ſit a maior vnitate ⁊ nõ ſit parit̃ par ⁊ ducat̃ in b parit̃ parem maiorem binario ⁊ fiat c. Tunc ꝙ c eſt impariter par. Quia cũ a maior vnitate qui nõ eſt parit̃ par numeret c nõ erit c pariter par nã alias accideret oppoſitũ tertij correlarij .35. hui⁹ ⁊ quia b eſt pariter par maior binario ꝑ ſecũdũ correlarium .35. huius ei⁹ medietas erit par que ſit d duco ergo a in d ⁊ fiat e erit tunc ꝑ .16. huius eſt par ⁊ q2 ꝑ ſecũdũ correlariũ .16. pmi e eſt medietas c qui ꝓbatus eſt nõ eſſe pariter par ꝑ correlarium 46. huius c erit imparit̃ par quod eſt pmum. ¶ Secũda pars q2 ꝑ .16. huius ex tali numero in binariũ fiet numerus par q̃ ex terminis numerabit̃ ab illo multiplicato qui ex ypotheſi eſt maior vnitate ⁊ nõ eſt parit̃ par ergo non erit ille ꝓduct⁹ pariter par nã alias accideret oppoſitũ correlarij .52. hui⁹ g̃ a ſufficienti diuiſione ille ꝓductus erit pariter impar aut impariter par quod eſt ſecundum.

57 ¶ Si ordinatim diſponant̃ in longum oẽs pariter pares ſicut in ſerie occurrunt ⁊ pariter impares omnes in latum ducant̃q3 omnes parit̃ pares in pmum pariter imparem ⁊ ꝓducti diſponant̃ in longum ſupra pariter pares incipiendo a pmo pariter impari quiſq3 ſupra ſuũ latus pariter par ⁊ oẽs iterũ pariter pares in ſecũdũ pariter imparẽ ducant̃ ꝓductiq3 cõſimiliter ſupra alios ꝓductos in longum diſponant̃ ⁊ ita deinceps erunt omnes producti impariter pares. Et non erit aliquis impariter par qui nõ ſit aliquis illorum. Eritq3 productorum in eadem linea in longitudine ſumptorum continuo ſimilitudo

ꝓportionum in latitudine vero equalitas differentiarum.
¶ Primum patꝫ quia quilibet illorum ꝓductorum fit ex aliquo pari in pariter imparem / ergo ꝑ .52. huius quilibet illorū eſt impariter par quod eſt primum. ¶ Et quia ꝑ .53. huius omnis impariter par fit ex pariter pari in parit' imparem ⁊ non poſſunt dari parit' par ⁊ pariter impar quin aliquis illorū ꝓductorū fiat ex illo pariter pari in illuꝫ pariter imparē quia quilibet pariter par in quemlibꝫ pariter imparem ducit' ⁊ inde ꝓductus inter illos ſituat' ergo nullus eſt impari' par cum ſit aliquis illorum quod eſt ſcōm. Et quia ꝑ .35. huius oēs illi parit' pares ſunt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſecundū duplā ꝓportionem ⁊ omnes ꝓducti repti in eadē linea ſcōm longitudinem ordinatiꝫ ſunt ꝓducti ex illis omnib' in eundē ꝑ ſcōm correlariū .21. ſcdi oēs in eadē linea repti ſcōm longitudinē erūt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſcōm ꝓportionē duplā vn̄ ꝯſtat tertium ⁊ q2 ꝑ .44. huius illorū parit' iparium ꝯtinuo ſumptoꝝ ſunt equales dr̄e ꝯtinuo primorum ⁊ oēs ꝓducti repti in eadē linea ſcōm latitudinem ſūt ordinatim ꝓducti ex ductu eiuſdem in oēs illos parit' impares ꝓut ex ypotheſi apparet ꝑ primū correlariū .19. primi omniuꝫ ꝓductorum in eadē linea reptorum ſcōm latitudinem continuo primorum erunt equales dr̄e quod eſt quartum. ¶ Hic tn̄ aduerte q̄ non ſolum ꝓducti in eadem linea ſcōm longitudinem repti ſunt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales verū etiā illi cū illo pariter impari a quo linea incipit ſunt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales quia illi ꝓducti vt ꝓbatum eſt in tertia pte ſūt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſecundum duplam ꝓportionem ⁊ in eadem ꝓportione ſe habet prim' illorum ꝓductorum in ordine ad illum parit' imparem a quo linea incipit ex quo ille ꝓductus fit ex primo pariter pari qui eſt binarius in illum parit' imparem. Sed non ſic contingit de equalitate differentiarum reſpectu ꝓductorum in eadem linea reptorum ſcōm latitudinem in ordine ad illum parit' parē a quo illa linea ſecundum latitudinem incipit nullibi eīn in tali linea primi ꝓducti in ordine ad illū pariter parem a quo incipit eſt eadem differentia que ſecundi producti ad primum.

58 ¶ Si parit' impar ⁊ imparit' par aut parit' par ſupra binariū ꝯiūgant' ꝯpoſit' ex eis erit parit' impar.
¶ Sit a pariter ipar ⁊ b impariter par aut pariter par maior binario qui coniūgantur. Tunc dico q̄ compoſitus ex illis eſt pariter impar. Quia ꝑ .40. huius medietas a eſt impar que ſit c ⁊ ſi b ſit impariter par ꝑ .50. huius eius medietas eſt par ⁊ ſi ſit parit' par maior binario ꝑ .2. correlarium .35. huius etiaꝫ medietas eius erit par ſit ergo d medietas eius erit tunc ꝑ .5. huius compoſitus ex c ⁊ d qui eſt maior vnitate numerus impar cum igit' ex correlario .4. huius compoſitus ex c et d ſit medietas compoſiti ex a ⁊ b ꝑ .39. huius compoſitus ex a ⁊ b eſt pariter impar quod eſt propoſitum. ¶ Hic aduerte q̄ notanter additur illa particula ſupra binarium. Quia ſi binarius ⁊ aliquis pariter impar cōiungantur non efficietur pariter impar quia tunc darentur duo pares proximi in ſerie quorum quilibet eſſet pariter impar quod repugnat primo correlario .42. huius ſed interdū talis cōpoſitus eſſet pariter par ⁊ interdum impariter par.

59 ¶ Si parit' impares ſumpti ſcōm numeꝝ parem coacerueni' compoſitus ex eis erit parit' par vel impariter par. Et ſi parit' impares ſumpti ſcōm imparem coaceruent' prouenit pariter impar.
¶ Primum patꝫ quia ꝑ .40. huius cuiuſlibꝫ illorum medietas eſt impar ſumptis ergo medietatibus omnium illorum ille erunt numeri impares ſūpte ſecundum numerum parem. Quia ſcōm numerum ſecundum quem ſumunt' illi quare ꝑ .10. huius ꝯpoſitus ex illis medietatibus erit par cum igit' ꝑ correlarium .4. huius ꝯpoſitus ex illis medietatibus ſit medietas compoſiti ex illis omnibus pariter imparibus ꝑ .51. huius compoſitus ex illis omnibus erit parit' par aut impariter par quod eſt primum.
¶ Secundū patꝫ quia medietates omnium illorum erunt nūeri impares ſūpti ſecunduꝫ numeꝝ imparem ſcōm quem illi ſumunt' ergo ꝑ .11. huius ꝯpoſitus ex illis omnibus medietatib' erit impar ⁊ erit maior vnitate cum igit' ꝑ correlariū .4. hui' ꝯpoſitus ex illis omnibus medietatibus ſit medietas cōpoſiti ex illis omnibus pariter imparibus ſumptis ſecundum numerum imparem ꝑ .39. huius compoſitus ex illis omnibus pariter imparibus erit pariter impar quod eſt ſecundum.

60 ¶ Si quotcunq̄ parit' pares ſupra binarium coaceruent' compoſitus ex ipſis erit impariter par.
¶ Sint a b c d quotcūq̄ parit' pares ſupra binariū quoꝝ d ſit maxim' ⁊ ſit e ꝯpoſitus ex eis. Dico q̄ e eſt imparit' par. Sit eīn f prim' parit' par poſt d erit tūc e mior f nā alias accideret oppoſitū .38. hui' cū igit' ꝑ .4. h' e ſit par ⁊ ſit maior d erit nūer' par medi' int' d ⁊ f duos parit' pares primos ⁊ ꝑ ꝯn̄s nō eſt parit' par ⁊ q2 ꝑ .2. correlarium .35. huius cuiuſlibet illorū coaceruatorū medietas eſt par ꝑ .4. huius ꝯpoſitus ex illis medietatibus illorū erit par ⁊ ꝑ correlarium .4. huiuꝫ compoſitus ex illis medietatibus erit medietas e ergo ꝑ .51. huius e eſt pariter par aut impariter par ſed non pariter par vt probatum eſt ergo eſt impariter par quod eſt propoſitum.

61 ¶ Si pariter par maior binario aut impariter par ⁊ binarius coniungantur efficietur pariter impar.
¶ Sit a impariter par aut parit' par maior binario qui coniungat' binario et fiat b cōſtat tunc ex .4. huius b eſſe parem ⁊ eſſe maiorē a preciſe per binarium quare a ⁊ b erunt duo pares proximi in ſerie. Dico ergo q̄ b eſt pariter impar. Quia dato oppoſito dabuntur duo pares primi in ſerie quorum quilibet eſt maior primo pari quorum nullus eſſet pariter impar quod repugnat .42. huius.

62 ¶ Si quotcūq̄ parit' pares ſupra binarium ⁊ binarius coniungant' compoſitus erit pariter impar.
¶ Q2 ꝑ an̄pcedētē ꝯpoſit' ex illis parit' parib' ſupra binariū eſt iparit' par cui addito binario ꝑ p̄cedētē ꝯpoſit' ꝓueniēs erit parit' ipar ergo ꝯpoſit' ex illis ⁊ ex binario erit parit' ipar qd̄ eſt ꝓpoſitū.

63 ¶ Si pariter impares ſumpti ſecundum numerum parem cum binario coniūgant' compoſitus ex illis omnibus erit parit' impar. Et ſi ſecundū imparē compoſitus ex eis erit parit' par aut imparit' par.
¶ Primū patꝫ q2 ꝑ .59. hui' ꝯpoſitus ex illis parit' imparib' eſt pariter par aut imparit' par cui ſi addatur binari' ꝑ an̄pcedentē ꝯpoſit' ꝓueniēs erit parit' impar ergo ꝯpoſit' ex illis ⁊ binario erit pa-

riter impar qđ eſt ꝓmiſ. ¶ Secđm ptꝫ qꝛ ꝑ.59.hui⁹ ꝯpoſit⁹ ex illis parit̄ imparib⁹ ē parit̄ ipar addito ꝗ binario illi ꝯpoſit⁹ nō erit pariter ipar qꝛ alias duo ꝓximi pares in ſerie eſſēt parit̄ impares quod repugnat. 42.hui⁹ cū igit̄ ꝑ.4.hui⁹ ꝯpoſit⁹ ex illo ꝯpoſito ⁊ ex binario ſit par a ſufficienti diuiſione ille eſt pariter par aut impariter par ⁊ ꝑ ꝯñs ꝯpoſitus ex illis pariter imparibus ſumptis ſecundum numerum imparem ⁊ ex binario erit pariter par aut impariter par quod eſt ſecundum.

64. ¶ Si quotcumqꝫ impari̇t pares coaceruent̄ compoſitus ex ipſis erit pariter par aut impariter par.
¶ Qꝛ ꝑ.50.hui⁹ cuiuſlibꝫ illoꝝ medietas eſt par quare ꝑ.4.hui⁹ ꝯpoſitus ex medietatib⁹ illoꝝ oīꝫ erit par ſed ꝯpoſit⁹ ex illis medietatib⁹ ꝑ correlariū.4.hui⁹ eſt medietas ꝯpoſiti ex illis oībus ipa- rit̄ paribus ergo ꝑ.51.hui⁹ ꝯpoſitus ex illis eſt parit̄ par aut imparit̄ par quod eſt propoſitum.

1.co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ ſi quotcumqꝫ imparit̄ pares ⁊ binarius coaceruent̄ compoſitus ꝓueniēs erit pa rit̄ impar. ¶ Qꝛ ꝑ preſentē ꝯpoſitus ex illis imparit̄ paribus eſt parit̄ par vel imparit̄ par ⁊ erit ma- ioꝛ binario cui ſi addat̄ binarius ꝑ.61.huius compoſitus proueniens erit pariter impar ergo compo- ſitus ex illis imparit̄ paribus ⁊ binario erit parit̄ impar quod eſt propoſitum.

2.co ¶ Patet vltra ꝙ quilibet numerus adequate ꝯpoſitus ex duob⁹ numeris paribus quorum nullus eſt parit̄ impar aut binarius eſt parit̄ par aut imparit̄ par. ¶ Qꝛ cuiuſlibꝫ illorum parium medietas erit par nā ſi alicuius medietas eſſet impar ꝑ.39.huius ille eſſet parit̄ impar. Et ſi alicui⁹ medietas eſſet vnitas ille eſſet binarius mō quodlibꝫ iſtorū repugnaret ypotheſi erit ergo cuiuſlibꝫ illoꝝ me- dietas par quare ꝑ.4.huius ꝯpoſitus ex medietatib⁹ illoꝝ erit numerus par ſed ꝑ correlarium.4. huius ꝯpoſitus ex illis medietatibus eſt medietas ꝯpoſiti ex illis duobus ergo ꝑ.51.huius compoſi- tus ex illis duobus eſt pariter par aut impariter par quod eſt propoſitum.

65 ¶ Quocumqꝫ numero pari dato contingit ſecundum ipm̄ ſumere diuerſos parit̄ impares qui coa- ceruati parit̄ parem conſtituant.
¶ Sit a quicūqꝫ par ꝓpoſitūqꝫ ſit ſcđm ipm̄ ſumere diuerſos parit̄ impares qui coaceruati pariter parem efficiāt ⁊ imp̄mis ſi a ſit parit̄ par illud oñdit̄. Capiā em̄ ſcđm eius medietatē parit̄ impares ordinatim ſicut in ſerie occurrunt ⁊ capiā ꝓximum parit̄ parem poſt maximū illorū qui ſit b poſt quē capiam tot ꝓximos parit̄ impares ſequentes ſicut añ capti ſunt ꝯſtat tunc ꝙ illi oēs parit̄ impares ſumpti añ ⁊ poſt ſunt ſūpti ſcđm numeꝝ a ⁊ quia ex correlario.44.hui⁹ p͛im⁹ illorū captorum poſt ⁊ vltimus captorū añ ſunt equidiſtātes ab ipſo b ſimilit̄ ⁊ ſcđs captoꝝ poſt ⁊ penultim⁹ captoꝝ ante ⁊ ita deinceps ex p̄mo correlario.8.p̄mi ꝯpoſit⁹ ex oib⁹ illis parit̄ ipariḃ⁹ añ ⁊ poſt ſūptis erit eq̄lis ꝓducto ex b in numerū illoꝝ qui ex ypotheſi eſt a parit̄ par ergo ꝑ.36.hui⁹ ꝯpoſit⁹ ex illis oibus pa- rit̄ imparib⁹ ſūptis ſcđm numeꝝ a eſt parit̄ par vñ ꝯſtat ꝓpoſitum. ¶ Si aūt a nō ſit parit̄ par ptꝫ ꝓ poſitū. Qꝛ tunc a erit maioꝛ quaternario capio ergo vnū parit̄ parē qui ſit b int̄ quē ⁊ vnitatēꝫ mediēt plures parit̄ ipares ꝗ duo ⁊ ſumo duos ex illis ꝓximos inferiores poſt b quoꝝ e ſit maioꝛ ⁊ d minoꝛ ⁊ capio duos ꝓximos poſt ipm̄ quoꝝ prim⁹ ſit e ⁊ ali⁹ f tūc ex correlario.44.hui⁹ e ⁊ c erūt eq̄diſtā tes ab ipſo b ſimilit̄ ⁊ d ⁊ f ſit ꝗ g dupl⁹ b tūc ex ypotheſi ⁊ ex.43.huius int̄ g ⁊ b mediāt tres parit̄ impares aut plures ſumo ergo ꝓximum parit̄ imparem infra g ꝯſtat tūc ꝙ ille nō erit e neqꝫ f ſit ꝗ h ⁊ capio ꝓximum parit̄ imparē ſupra ipm̄ qui ſit k tunc ex correlario.44.huius h ⁊ k erūt equidiſtā tes ab ipo g. Et ſi a fuerit maioꝛ ſenario capiā duplum g qui ſit l ⁊ capiam duos ꝓximos parit̄ impa res equidiſtantes ab ipſo vnum ante ⁊ alterum poſt ⁊ poſtea capiā duplum l ⁊ duos ꝓximos pariter impares equidiſtātes ab illo vnū añ ⁊ alteꝝ poſt ⁊ ita ꝯſīr procedā donec habeā parit̄ impares ſcđꝫ a numeꝝ datum. Dico igit̄ ꝙ ꝗ ꝓmum ita ꝓcedendo habebo pariter impares ſecundum a illi coa- ceruati parit̄ parem ꝯſtituunt. Hoc oñdam de illis ſex ſcꝫ e d c f h k. Et ſi plures ſumantur poterit conſimilit̄ omnino ꝓpoſitum oſtendi. Quia enim e ⁊ e ꝓbati ſunt equidiſtantes ab ipſo b ꝑ.5.p͛mi b eſt medietas compoſiti ex e ⁊ e ⁊ ꝑ idem eſt medietas compoſiti ex d ⁊ f ergo compoſitus ex e ⁊ e erit equalis g ſimilit̄ ⁊ compoſit⁹ ex d ⁊ f ⁊ ꝑ ꝯñs compoſitus ex illis quattuoꝛ erit duplus g ⁊ per conſe quens equalis l ⁊ qꝛ h ⁊ k probati ſunt equidiſtantes ab ipſo g ꝑ.5.p͛mi g eſt medietas compoſiti ex h ⁊ k ⁊ ꝑ cōſequens compoſitus ex h et k erit equalis l ⁊ ꝑ conſequens compoſitus ex illis ſex parit̄ imparibus erit duplus l ⁊ quia b eſt parit̄ par ꝑ correlarium.36.huius g erit parit̄ par ⁊ ꝑ idem l erit parit̄ par ſimilit̄ ⁊ duplus b igit̄ compoſitus ex illis ſex parit̄ imparibus eſt parit̄ par quod eſt propo ſitum. Et ſi plures oporteat ſumere ita procedendo conſimilit̄ omnino oſtendetur compoſitum ex il- lis omnibus qui ſument̄ eſſe duplum dupli illius parit̄ paris a quo duo vltimi parit̄ impares ſumpti ſunt equidiſtantes ⁊ ex ꝯñti ex correlario.36.huius conſtat tibi propoſitum.

66 ¶ Quocumqꝫ pari dato contingit ſumere pariter impares ſecundum ipſum diuerſos qui coaceruа ti impariter parem conſtituant.
¶ Sit a datus par ſecundum quē iubemur ſumere parit̄ impares qui coniuncti conſtituant numerū imparit̄ parem ſumam tot numeros parit̄ pares poſt quaternarium quot ſunt vnitates in medietate a ita tamen ꝙ int̄ quoſcumqꝫ duos illorum mediant plures pariter impares ⁊ capiam duos ꝓximos equidiſtantes a quocumqꝫ illorum vnum ante ⁊ alium poſt conſtat tunc a eſſe numerum illorum om- nium imparit̄ ⁊ illos omnes parit̄ impares eſſe diuerſos ⁊ inequales. Dico ergo ꝙ cōpoſitus ex om nibus illis parit̄ imparibus eſt imparit̄ par. Quia ꝑ correlarium.44.huius quicumqꝫ duo proximi alicui illorum parit̄ parium vnus ante ⁊ alius poſt ſunt equidiſtantes ab illo pariter pari ergo ꝑ.5.p͛- mi compoſitus ex talibus duobus erit duplus ad illum parit̄ parem ⁊ ꝑ conſequens compoſitus ex illis omnibus erit compoſitus ex duplis illos parit̄ pariū ſumptoꝝ cū igit̄ ꝑ correlariū.36.h⁹ illi oēs dupli ſint parit̄ pares ⁊ nullus illorum ſit binarius ꝑ.60.huius compoſitus ex illis omnibus duplis erit imparit̄ par ⁊ ex ꝯñti ꝯpoſitus ex illis omnib⁹ pariter imparibus erit impariter par qđ eſt ꝓpoſitum.

67 ¶ Quocum numero maiori vnitate dato contingit diuerſos impariter pares ſecundum ipſum ſume re qui coaceruati pariter parem efficiunt.

¶ Sit a nūerus datus maior vnitate ꝓpoſitūq; ſit ſcōm ipm diuerſos impariť pares ſumere q coa ceruati pariť parē efficiāt. Et primus ſi a ſit par īuenio ꝑ anṫecedentē pariť impares ſcōm ipm q coa ceruati pariť parē ꝯſtituāt q ſit b ꝛ duco e pariť parē quicūq; fuerit in oēs illos pariť ipares ſeorſū tūc ꝑ.52.hui' ꝓducti inde erūt oēs ipariť pares ꝛ illi erūt ſumpti ſcōm nūeꝝ a cū igř ꝑ.14.ꝓmi cō poſitus ex oib' inde ꝓductis ſit equale illi, qd ſit ex c in b ꝛ ꝑ.36.hui' ex c in b fiat pariť par erit ꝯpo ſitus ex oib' illis ꝓductis q ꝓbati ſūt impariť pares ſūpti ſcōm a pariť par vñ ꝯſtat ꝓpoſitū. ¶ Si aūt a ſit ipar ſit b par minor eo vnitate ſcōm quē ꝑ ſtatim demōſtratū īuenio diuerſos impariť pares q ꝯiuncti pariť parē ꝯſtituāt q ſit c quē ꝯſtat eē maiorē binario ꝛ ſit d duplus c ꝛ e dupl' d tūc ꝑ cor relariū.35.hui' d erit pariť par ſiľr ꝛ e ꝛ qꝛ dfa d ad e eſt c pariť par maior binario ꝛ dfa e ad d eſt d pariť par maior c ꝛ dfa e ad e ē adequate ꝯpoſita ex illis duab' differētijs ꝑ.60.h' df e ad e erit ipa riť par addita ḡ illa illis ipariť parib' ex qb' e adeq̄te reſultat erūt illi oēs ipariť pares ſūpti ſꝫ a di uerſi qꝛ illa dfa q̄cūq; alioꝝ ē maior cū igř e pıť par ex ilľ oib' adeq̄te reſlťet ꝯſtat adiuctū eē ꝓpoſitū

68 ¶ Quocumq; numero maiori vnitate dato contingit ſcōm ipm impariť pares inuenire qui coacer uati impariter parem efficiant.

¶ Qꝛ quocūq; tali dato capiā ſcōm illū nūeros ordinatī ꝯtinuo ꝓportionales ſcōm ꝓportionē mul tiplicē quoꝝ mīm' ſit eoꝝ ꝓm' ꝛ impariť par tūc ille ꝓm' nūerabit ſcꝫ ḡ ꝑ ꝓmū correlariū.15.quar ti ille numerabit quēlibet ſequentem ergo ꝑ.55.huius quilꝫ illorum eſt impariť par ꝛ qꝛ ille primus numerat quemlibet illorum ꝛ ſcḋm ꝑ ꝓmum correlariū.14.ꝓmi ille numerat compoſitū ex illis om nibus ergo ꝑ.55.huius compoſitus ex illis omnibus qui probati ſunt impariter pares ꝛ ſunt ſumpti ſecundum illum numerum datum eſt impariter par vnde conſtat propoſitum.

Co. ¶ Ex demōſtratione pñtis euidenť ꝯſtat ꝙ ſi quotcumq; numeri fuerint ordinatim continuo propor tionales ſecundum proportionem multiplicem ꝛ minimus eorum ſit impariter par erit quilibet eorū impariter par ꝛ quicumq; illorum coaceruati impariter parem efficiunt.

69 ¶ Si quotcumq; impıť pares cum quotcumq; pariť paribus ſupra binarium ꝯiunganť ꝯpoſitus ex eis erit pariť par vel impariť par.

¶ Qꝛ qbuſcūq; talib' datis ꝑ.2.correlariū.35.h' cū adiutorio.50.h' medietates oiꝫ illoꝝ erūt pa res ḡ ꝑ.4.h' ꝯpoſit' ex illis medietatib' erit par cū igř ꝑ correlariū.4.h' ꝯpoſit' ex ilľ medietatib' ſit medietas ꝯpoſiti ex illis oib' erit ꝑ.51.h' ꝯpoſit' ex illis oib' pariť par aut ipıť par qd eſt ꝓpoſitū.

70 ¶ Si quotcumq; impariter pares cum quotcumq; pariter paribus quorū alter eſt binarius coacer uentur compoſitus ex ipſis erit pariter impar.

¶ Quia ꝑ precedentem compoſitus ex illis omnibus dempto binario eſt pariť par aut impariť par ꝛ ille erit maior binario quare ſi illi addatur binarius ꝑ.61.huius compoſitus ex illis erit pariter im par ergo compoſitus ex illis ꝛ binario erit pariter impar quod eſt propoſitum.

71 ¶ Quocumq; numero maiori vnitate dato contingit ſecundum ipſū ſumere impariter pares qui cū quotcumq; pariter paribus impariter parem conſtituant.

¶ Quia quocumq; tali dato inueniā ꝑ.67.huius impariter pares qui coaceruati pariť parem ꝯſti tuāt ꝛ poſt illum pariť parem ſumā ꝯſr tot pariter pares quot libeat tunc quotcumq; illorum cum il lo ꝓmo ꝑ.60.huius impariť parem conſtituent ergo quotcumq; illorum cū illis impariť paribus ſūp tis ſecundum illum numerum datum impariť parem conſtituunt quod eſt propoſitum.

72 ¶ Quocumq; numero dato contingit ſecundum ipſum ſumere impariter pares qui cuꝫ quotcumq; pariter paribus coaceruati pariter parem efficiant.

¶ Quia quocumq; tali dato inueniā ꝑ.67.huius ſecundum ipſum impariť pares qui coaceruati pa riter parem ꝯſtituant qui ſit a. Dico ergo ꝙ illi impariť pares cum quotcumq; pariť paribus pariter parem ꝯſtituant. Quia ex quo ꝯpoſitus ex illis eſt equalis a ꝯpoſitus ex illis ꝛ ex a erit equalis du plo a qui ꝑ correlarium.36.huius eſt pariter par ꝛ per idem compoſitus ex illis ꝛ ex a ꝛ ex illo duplo erit duplus illius dupli qui per idem correlarium erit pariť par. Et ita deinceps procedendo de quot cumq; pluribus conſtat conſimiliter omnino propoſitum.

73 ¶ Quocumq; numero dato contingit ſecundum ipſum ſumere pariter pares qui cum quotcumq; i pariter paribus coaceruati impariter parem conſtituant.

¶ Qꝛ quocūq; tali dato capiā ſcꝫ ipſū pariť pares ſupra binariū q ꝑ.60.h' ꝯſtituēt impariť parē q ſit a. Tunc dico ꝙ ꝯpoſitus ex illis cū quotcūq; impariť paribus impariter parē ꝯſtituit. Qꝛ ſumaꝫ quotcūq; ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſcōm ꝓportionē multiplicē quorū mīm' ꝛ ꝓm' ſit a q adeq̄ te ꝯponiť ex pariter paribus tunc ꝑ correlarium.68.huius a cum quotcumq; impariter paribus illi' ordinis poſt a impariter parem conſtituit ergo et illi pariter pares ex quibus adequate reſultat a cū quotcumq; illorum impariter parium illius ordinis poſt a impıter parem efficiēt vñ ꝯſtat ꝓpoſitum.

74 ¶ Quocumq; pari dato contingit ſecundum ipſum ſumere pariter impares qui cū quotcumq; pari ter paribus pariter parem efficiant. Similiter ꝛ contingit ſecunduꝫ ipſū ſumere pariter impares qui cum quotcumq; impariter paribus impariter parem conſtituant

¶ Primū ptꝫ qꝛ quocūq; tali dato inueniā ꝑ.65.hu' ſcōm ipm pariť ipares q pariť parē ꝯſtituāt q ſit a. Tūc dico ꝙ illi cū quotcūq; pariť parib' pariť parē ꝯſtituūt qꝛ illi cū a ꝯſtituēt duplū a q per correlariū.36.h' eſt pariť par ꝛ ꝑ idē illi cū a ꝛ cū duplo a ꝯſtituēt duplū illi' dupli q ꝑ idē correlariū erit pariť par ꝛ ita deinceps in quotcūq; plurib' eodē mō ꝯſtabit ꝓpoſitū ptꝫ ḡ ꝓmū. ¶ Scōm patꝫ qꝛ īueniā ꝑ.66.h' ſcōm nūeꝝ datū pariť ipares q ipariť parē ꝯſtuuāt q ſit a ꝛ capiā q̄tcūq; ordina

tim ꝯtinuo ꝓpoꝛtionales ſcðm ꝓpoꝛtionem duplam quoꝝ minimus ſit a tunc cõpoſitus ex illis ex quibus a adequate reſultat cum quotcumqꝫ illoꝝ poſt a conſtituet impariter parem. Hoc eodem modo conſtat ſicut in precedenti. Et ex hoc manifeſte conſtat ſecundum.

75 ¶ Quicumqꝫ pariter par ſupꝛa binarium cum quotcumqꝫ impariter paribus pariter parem efficit.
¶ Quia quocũqꝫ tali dato dr̃a illiꝰ ad tertiũ pariť parẽ poſt ipſũ erit nũerꝰ ꝯpoſitꝰ ex ipo ⁊ ex pꝛimo pariť pari ſequẽti ipm ꝑ p.60. huiꝰ illa erit impariť par mõ ex illo cũ tali dr̃a efficiť pariter par poſt ipſum ⁊ ꝑ idem dr̃a illius tertij ad tertiũ poſt illum eſt impariť par ⁊ ex illa cũ illo ⁊ altera dr̃a efficie tur pariť par ⁊ ita ꝯſr̃ tot quot velis capere differentias ⁊ addere ꝓcedentibꝰ ꝯſtabit tibi ꝓpoſitū.

1. co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ quocumqꝫ nũero maioꝛi vnitate dato ꝯtingit ſcðm ipſũ ſumere impariť pares qui cum quotcũqꝫ impariť paribꝰ pariť parem ꝯſtituãt. ¶ Dato eñ tali numero ⁊ inuẽtis ſcðm ipm per 67. huiꝰ impariť paribus qui ꝯiuncti pariť parẽ efficiãt ex pñti ille pariť par ⁊ ex ꝯñti illi impariť pa res ex quibus reſultat cum quotcumqꝫ impariter paribus pariť parem efficient vñ ꝯſtat ꝓpoſitum.

2. co ¶ Patꝫ ſcðo ꝙ quocumqꝫ nũero pari dato ꝯtingit ſcðm ipm ſumere pariť ipares ꝗ cũ quotcumqꝫ impariť paribus pariť parem efficiunt. Quia quocumqꝫ tali dato inueniã p.65. huius ſcðm ipm pa riter impares qui ꝯiuncti pariter parem efficiãt quo habito ille pariť par ⁊ ex ꝯñti illi pariť impares ex quibus reſultat ex preſenti cum quotcumqꝫ impariter paribus pariter parem efficient

76 ¶ Cuiuſcũqꝫ pariť iparis ad pariť parẽ maioꝛẽ binario aut ipariť parẽ dr̃a eſt pariť ipar ꝗt binariꝰ
¶ Q2 p.8. huiꝰ dr̃a eſt par ſi igr̃ ille pariť ipar ſit illoꝝ minoꝛ ⁊ dr̃a alťꝰ ad ipm nõ ſit pariť ipar aut binariꝰ accideret oppoſitũ. 58. huiꝰ q2 tunc pariť ipar ⁊ ipariť par aut pariť par ſupꝛa binariũ ꝯſtitue rẽt pariť parẽ aut ipariť parẽ. Et ſi ille ſit illoꝝ maioꝛ ⁊ dr̃a nõ ſit pariť ipar aut binariꝰ accideret ꝙ duo nũeri pes ꝗꝝ nullꝰ ẽ pť ipar aut binariꝰ ꝯſtituerẽt pariť iparẽ qꝺ repugnat. 2. coꝛrelario. 64. hꝰ

Co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ quilibet pariť impar cũ aliquo pariť ipari pariť parem efficit ſimiliť ⁊ cum aliquo pariť impari impariť parẽ efficit. ¶ Quia quocũqꝫ tali dato capiať quicumqꝫ pariter par maioꝛ illo cuius ad illum dr̃a eſt maioꝛ binario ſimiliť capiatur quicumqꝫ impariť par maioꝛ illo cuius ad illum dr̃a ſit maioꝛ binario ⁊ ex pñti conſtabit tibi propoſitum de illis.

77. ¶ Quilibet impariter par cum aliquo impariter pari pariter parem efficit.
¶ Sit a quecũqꝫ ipariť par ⁊ b pꝛimꝰ pariť par poſt ipm in ſerie ⁊ c pꝛimꝰ poſt b ꝯſtat tũc c eſſe du plũ b ⁊ ꝑ ꝯñs dr̃a c ad b erit b q̃re dr̃a e ad a erit maioꝛ b ⁊ minoꝛ e ⁊ ꝑ ꝯñs cũ b ⁊ c ſint duo pariť pa res pꝛimi in ſerie illa dr̃a nõ erit pariť par nec erit etiã pť ipar q2 tũc p.58. hꝰ e eſſet pť ipar cũ igr̃ ꝑ 8 hꝰ illa ſit par a ſufficiẽti diuiſiõe illa erit ipariť par cũ igr̃ a cũ illa ꝯſtituat e pť parẽ ꝯſtat ꝓpoſitũ

78 ¶ Quocumqꝫ numero maioꝛi vnitate dato contingit ſecundum ipſum ſumere impariť pares qui cuꝫ quotcumqꝫ impariter paribus pariter parem efficiant.
¶ Q2 quocũqꝫ tali dato inueniã p.67. huiꝰ ipariť pares ꝗ pariť parẽ ꝯſtituãt tũc ille pariť par ⁊ ex ꝯñti illi ipariť pares ex qbꝰ reſultabit p.75. huiꝰ cũ quotcũqꝫ ipariť paribꝰ pariť parem efficiãt.

Co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ qlibꝫ ipariť par cũ quotcũqꝫ ipariť paribꝰ pariť parẽ efficit. Q2 quocũqꝫ tali da to ex ꝓcedẽti ille cũ aliquo ipariť pari pariť parẽ efficit ⁊ ille pariť par ⁊ ex ꝯñti illi impariť pares ex quibus reſultat eũ quotcumqꝫ alijs impariť paribus per. 75. huius pariter parem efficit ⁊ ꝑ ꝯñs il le datus cum quotcumqꝫ impariť paribus pariť parem efficit quod eſt propoſitum.

79. ¶ Quocumqꝫ numero pari dato contingit ſecundum ipſuꝫ ſumere pariter impares qui cũ quotcum qꝫ pariter paribus impariter parem efficiant.
¶ Q2 quocũqꝫ tali dato inueniã p.65. hꝰ ſcðm ipm pariť ipares ꝗ pariť parẽ efficiãt ⁊ capiã tot ꝗt velis pariť pares ſupꝛa ipm. Tũc p.60. huiꝰ ille pariť par ⁊ ex ꝯñti illi pariť ipares ex qbꝰ adequate reſultat cũ quotcũqꝫ illoꝝ pariť parium ſupꝛa ipm ſũptoꝝ ꝯſtituẽt ipariť parẽ vñ cõſtat ꝓpoſitum.

80 ¶ Omnis numerus pꝛimus eſt diminutus.
¶ Quia ex terminis quilibet talis eſt maioꝛ vnitate ⁊ nullus habet ptem aliquotam preter vnitateꝫ ergo ex diffinitione numeri diminuti quilibet talis eſt diminutus quod eſt propoſitum.

81 ¶ Omnis numerus pariter par eſt diminutus.
¶ Q2 p.4. coꝛrelariũ. 35. hꝰ cuiuſcũqꝫ talis ꝗlibꝫ ps aliquota ẽ vnitas aut nũerꝰ pariť par ꝓcedẽs ipm in ſerie cũ igr̃ p.38. hꝰ ꝗcũqꝫ pariť pares ꝯiũcti cum vnitate ꝯſtituãt nũeꝝ minoꝛẽ pꝛimo pariť pari poſt maximũ eoꝝ ꝯſtat ꝙ ꝗlibꝫ pariť par ſequẽs binariũ erit maioꝛ oibꝰ ptibꝰ ſuis ſimul ſũptis ⁊ ꝑ ꝯñs quilibet talis eſt diminutus ſed ꝓcedẽtem binarius eſt etiã nũerꝰ diminutꝰ ꝑ ꝗlibet pariť par eſt diminutus quod eſt propoſitum.

82 ¶ Si numerus abundãs ſiue pfectus aliquem eo maioꝛem numeret ille numeratus erit abundãs.
¶ Sit a nũerꝰ pfectꝰ vł abũdãs ꝗ nũeret b maioꝛẽ eo ꝑ3 c. Tũc dico ꝙ b ẽ abũdãs. Q2 tũc c erit ma ioꝛ vnitate nã alias b nõ eẽt maioꝛ a capio ꝑ oẽs ptes aliq̃tas a ꝗ ſint d vnitas ⁊ e f g h ꝯſtat tũc d eẽ oiꝫ illaꝝ minimã duco ꝑ illas oẽs ſeoꝛſũ ⁊ oꝛdinati l e ⁊ ſtãt oꝛdinati k l m n o tũc ꝗlibꝫ iſtoꝝ ꝓductoꝝ erit maioꝛ d vnitate ex quo quilibet fit ex aliquo in maioꝛem vnitate. Q2 igitur ex d in c fit k ⁊ ex a in c fit b per. 21. ſecundi propoꝛtio k ad b eſt que d ad a ⁊ per idem l ad b que e ad a ⁊ m ad b que f ad a ⁊ n ad b que g ad a ⁊ o ad b que h ad a ſed quilibet illoꝝ d e f g h eſt ps aliquota a ergo quilibet il loꝝ k l m n o eſt ps aliquota b. Et quia per coꝛrelarium. 39. ſecũdi compoſiti ex d e f g h ad a eſt ea propoꝛtio que compoſiti ex k l m n o ad b ⁊ ex terminis compoſitus ex d e f g h eſt equalis a vel ipſo maioꝛ ꝑ pꝛimam ſecundi compoſitus ex k l m n o erit equalis b vel eo maioꝛ cum igitur vltra illos om nes k l m n o qui ꝓbati ſũt ptes aliquote b ⁊ alij ab vnitate vnitas ſit pars aliquota b ſequitur ꝙ cõ poſitus ex omnibus ptibus aliquotis l eſt maioꝛ b ergo ex terminis b eſt abundans quod eſt propo ſitum. Et ſi a plures aut paucioꝛes habuerit ptes aliquotas conſimilis eſt penitus demonſtratio.

1.co. ¶ Ex preſenti conſtat ꝙ ſi numerus ꝑfectus aut abundans ducatur in aliquem maiorem vnitate fiet numerus abundans ex cõſequenti quilibet multiplex ꝑfecti aut abundantis eſt abundans.

2.co ¶ Patet vltra ꝙ quilibet nũer⁹ nũerãs ꝑfectũ aut diminutuȝ maiorem ipſo eſt diminut⁹. Qꝛ dato oppoſito ille eſſet ꝑfect⁹ aut abundãs ꝗ ex pñti ille nũerat⁹ eſſet abundãs qđ repugnaret ypotheſi.

83 ¶ Quibuſcunq; nũeris imparibus poſt vnitatẽ datis ꝯtingit numerũ imparem abundantẽ reperire hñtem ꝑtes aliquotas denominatas ab illis quarum maxima a minimo illorum denominatur

¶ Hec ꝓſupponit numerum imparem aliquem eſſe abundãtẽ qđ veruȝ eſt de iſto nũero. 45045. diuidendo eñ ipſum ꝑ omnes iſtos numeros .3.5.7.9.13.15.45. omnes numeri prouenientes erunt partes aliquote illius. Similiter ⁊ iſti qui omnes coaceruati lõge maiorem numerũ illo conſtituunt.

¶ Sint igitur a b c d quicunq; impares poſt vnitatẽ quorum a ſit minimus ꝓpoſitumq; ſit imparem abundãtẽ repire qui habeat ꝑtes aliquotas denoiatas ab illis quoꝝ maxima denoietur ab a. Capio imparẽ abundantem quicũq; fuerit q ſit e duco a in b ⁊ fiat f ⁊ f in c ⁊ fiat g ⁊ g in d ⁊ fiat h qui ꝑ.27. huius pluries ſumptã erit impar tũc ex terminis ⁊ ex primo correlario .21. primi a numerat h ⁊ ꝑ idẽ cum adiutorio .13. ꝑmo b c ⁊ d etiam numerant h. Duco inſuper h in e ⁊ fiat k qui ꝑ.17. huius erit impar tunc dico ꝙ k eſt nũerus abundans qſitus quia ꝑ.13. ꝑmi ex e in h fiet k ergo ex terminis e numerat k ⁊ cũ k ſit maior e ex precedenti k eſt abundãs ⁊ quia ex terminis h numerat k ⁊ quilibet illorum a b c d ꝓbatus eſt numerare h ꝑ.13. ꝑmi quilibet illorum a b c d numerat k quẽ numeret a ſcđm l ⁊ b ſcđm m ⁊ c ſcđm n ⁊ d ſcđm o tunc ꝑ quartum correlarium .13. ꝑmi pluries repetitum l erit ꝑs aliquota k denominata ſcđm a ⁊ m denominata ſcđm b ⁊ n ſcđm c ⁊ o ſecundum d habet igitur k partes aliquotas denominatas ab illis quattuor ſcȝ a b c d cum igitur ex .34. dignitate illarum ꝑtium illa que denominatur ab a ſit maxima ꝯſtat ꝓpoſitum. Et ſi plures aut pauciores ſumantur impares conſimilis eſt proceſſus ad demonſtrandum propoſitum.

Co. ¶ Ex pñti conſtat concluſio illa q ab aliquibus ſub his verbis ponitur ſcȝ. ¶ Numerũ imparẽ abũdantem inuenire cuius ſumptarum ꝑtium maxima a poſito impare denominatur q hunc ſenſuȝ facit ꝙ quocũq; impari dato ſupra vnitatem ꝯtingit reperire imparẽ abundantẽ in quo poſſint inueniri alique certe partes quarum maxima ab illo denominatur. Hoc eñ ⁊ magis in pñti demõſtratur. Qꝛ uis quocunq; tali dato ſumãtur quotcunq; impares maiores ipſo ⁊ inueniatur ꝑ pñtem impar abũdãs qui habeat partes aliquotas ab illo impari dato ⁊ ab alijs ſumptis quaruȝ maxima denominetur ab illo impari dato ⁊ habebitur ꝓpoſitum. Non tñ illa concluſio ſic intelligenda eſt ꝙ quocunq; impari dato contingit imparem abundantem reperire cuius maxima omniũ ꝑtium aliquotarum a poſito impari denominetur. Inſtãtia eñ eſſet ſi numerus .9. eſſet ꝓpoſitus impar aut aliquis alius cõpoſitus ex quo nullus poteſt habere ꝑtem aliquotam a numero .9. quin habeat denominatam a ternario.

84 ¶ Si ex ductu nũeri ꝑmi in nũerũ ꝑmũ ꝑfect⁹ nũer⁹ ꝓducatꝛ alteꝝ illoꝝ biariũ ⁊ reliquũ ťnariũ eě oꝫ

¶ Sit a nũerus ꝑfectus ꝓduct⁹ ex c nũero ꝑmo in b nũeꝝ ꝑmum. Tunc dico ꝙ alter illorum b c eſt binarius ⁊ reliquus ternari⁹. Qꝛ ꝑ.7. tertij a non hȝ ꝑtem aliquotã ꝑter b ⁊ c ⁊ vnitatem ſi igiť b ⁊ c ſint equales cũ qlibȝ illoꝝ b c debeat eſſe maior vnitate ſi ſint equales b pluries adequate reperieť ĩ a cũ igiť b nõ pluries reperiať in ꝯpoſito ex b ⁊ vnitate ſequitur ꝙ ꝯpoſit⁹ ex b ⁊ vnitate erit minor a ⁊ cũ a nõ habeat ꝑtem aliquotã ꝑter b vel ſibi equalẽ ⁊ vnitatẽ a erit diminut⁹ qđ repugnat ypotheſi Et ſi ſint equales ſit b maior c ⁊ ſi b nõ ſit ternari⁹ ⁊ c binari⁹ tunc ſi c ſit biari⁹ b erit maior cõpoſito ex c ⁊ vnitate ⁊ ꝑ ꝯñs non reperieť pluries in ꝯpoſito ex b ⁊ c ⁊ vnitate cũ igiť pluries reperiať i a: a erit maior ꝯpoſito ex b ⁊ c ⁊ vnitate ergo ex terminis a erit diminutus qđ repugnat ypotheſi. Et ſi c ſit maior binario tũc b pluries ꝗ bis erit in a cũ igitur nõ pluries ꝗ bis ſit in compoſito ex b ⁊ c ⁊ vnitate a erit maior cõpoſito ex b ⁊ c ⁊ vnitate ⁊ ꝑ ꝯñs ex terminis a eſt diminutus quod repugnat ypotheſi oportet igitur alterum illorum b c eſſe binarium ⁊ alterum ternarium quod eſt ꝓpoſitum.

85 ¶ Si aliquis numerus ductus in numerũ ꝑmum ꝑfectum numerum ꝓduxerit idẽ ductus. In quẽlibet minorem illo ꝑmo a quo nõ numeratur ſi talis reperiatur numerũ abundantem producet.

¶ Sit a quicũq; nũerus qui ductus in b numerũ ꝑmũ ꝓducat c ꝑfectũ ſitq; d minor b ⁊ nõ nũeret a ⁊ ex a in d fiat e ꝯſtat tunc e eſſe minorẽ c Dico ergo ꝙ e eſt nũerus abundãs. Qꝛ ſi a ſit nũerus ꝑm⁹ ꝑ ꝓcedẽtẽ a ⁊ b erũt binari⁹ ⁊ ťnari⁹ qre ſi b ſit binari⁹ ⁊ a ternari⁹ d mĩor b erit vnitas ⁊ ꝑ ꝯñs nũeraret a ⁊ ſi a ſit binari⁹ ⁊ b ternari⁹ d erit biari⁹ aut vnitas ⁊ ꝑ ꝯñs nũerãs a qđ eſt ꝯtra ypotheſim opȝ igiť a eſſe numeꝝ ꝯpoſitũ. Sint ergo f ⁊ g oẽs ꝑtes aliquote a ꝑter vnitatẽ ⁊ qꝛ c ſit ex a maiori vnitate in b maiorẽ vnitate ⁊ ꝑ.13. primi ſit etiã ex b in a ex terminis ⁊ ex quarto correlario euiſdẽ .13. ꝑmi a eſt ꝑs aliquota c denoiata ſcđm b ⁊ b ꝑs aliquota c denoiata ſcđm a quare ꝑ.22. ꝑmi f ⁊ g erũt ꝑtes aliqte c ſit ergo f denoiata ſcđm h ⁊ g ſcđȝ k ꝯſtat tũc h ⁊ k eſſe maiores vnitate ⁊ qꝛ f ⁊ g ſũt etiã maiores vnitate ꝑ quartũ correlariũ .13. ꝑmi h eſt ꝑs aliquota c denoiata ſcđȝ f ⁊ k ſilr denoiata ſcđȝ g quare ꝑ.8. tertij c nũeri ꝑfecti nulla eſt ꝑs aliqta ꝑter vnitatẽ ⁊ a b f g h ⁊ k ⁊ qꝛ ex a maiori vnitate in d maiorẽ vnitate ſit e ⁊ etiã ex d in a ex terminis ⁊ ex quarto correlario .13. ꝑmi a eſt ꝑs aliquota e denoiata ſcđm d ⁊ d ꝑs aliquota e denoiata ſcđm a ergo ꝑ.22. ꝑmi f ⁊ g erũt ꝑtes aliquote e ſit ergo f denominata ſcđm l ⁊ g ſcđm m tunc ex quo f ⁊ g ſũt maiores vnitate ꝑ quartum correlariũ .13. ꝑmi l eſt ꝑs aliquota e denoiata ſcđm f ⁊ m ſilr denomiata ſcđm g quare omnes iſti vnitas a f g d l m erunt ꝑtes aliquote ipſius e ⁊ l erit tota ꝑs aliquota e quota h reſpectu c ⁊ m tota e quota k reſpectu c ⁊ d tota e quota b reſpectu c quare ꝓportio c ad b eſt q e ad d ⁊ c ad h q e ad l ⁊ c ad k q e ad m quare ꝑ.39. ſcđi c ad ꝯpoſitum ex b h k eſt q e ad ꝯpoſitum ex d l m ergo ꝑmutatim c ad e tot⁹ ad totũ erit que ꝯpoſiti ex b h k detracti ex c ad compoſitum ex d l m detractum ex e quare ꝑ.26. ſcđi reſidui c ad reſiduum e quod ſit n erit q c ad e ſed reſiduuȝ c eſt ꝯpoſitus ex vnitate a f ⁊ g ergo illius compoſiti ad n eſt que

e ad e ſed e ꝓbatus eſt maioꝛ e ergo ꝑ ꝓmam ſcđi compoſitus ex vnitate a f ⁊ g eſt maioꝛ n quare ex vnitate a f ⁊ g cū d l ⁊ m maiꝰ reſultabit ꝙ ex n cuȝ d l ⁊ m ⁊ ꝑ ꝯñs maius e ⁊ ꝑ ꝯñs oēs ptes aliquote e ſimul ſūpte ꝯſtituunt maioꝛem numeꝝ ꝙ ſit e ergo ex terminis e eſt abundās quod eſt ꝓpoſitum. Si autem plures ponerentur partes aliquote a ꝙ poſite ſint aut non tot conſimiliter omnino poteſt propoſitum demouſtrari.

85 ¶ Si aliquis nūerus maioꝛ vnitate in alium ductus pfectum aut abundātē duxerit idem in quēlibet numeratum ab illo multiplicante maioꝛem ipſo ductus abundantem producet.

¶ Sit a quicumqȝ numerus maioꝛ vnitate ex quo in b ꝓducaꝛ c pfecus aut abundans ⁊ b nūeret d maioꝛem ipſo ⁊ ex a in d fiat e. Tunc dico ꝙ e eſt nūerus abundās. Quia eñ ex a in b fit c ⁊ ex a in d fit e ꝑ .21. ſcđi ꝓportio b ad d eſt que c ad e ſed ex ypotheſi b eſt minoꝛ d ⁊ numerat d ergo ꝑ ꝓmam ſecundi cum ꝓmo eiꝰ correlario c numerus abundans aut pfectus numerat e ⁊ eſt minoꝛ e ergo ꝑ .82. huius e eſt abundans quod eſt propoſitum.

87 ¶ Si quoteūqȝ pariꝛ pares ꝯñr ſumpti ab vnitate nullo inter eoꝝ maximū ⁊ vnitate relicto ꝯiuncti vnitati numeꝝ ꝓmum ꝯſtituant maximus eorum ductus in illum ꝓmum pfectum numeꝝ ꝓducet.

¶ Sunt a b c d ordinatim pariter pares ab vnitate ſicut in ſerie occurrunꝛ quorum d ſit maximꝰ ex quibus oibus cū vnitate reſultet e qui ſit ꝓmus ⁊ ex d maximo illoꝝ in e fiat f. Tunc dico ꝙ f eſt numerꝰ pfectus. ¶ Nā ꝑ .35. huius vnitas ⁊ a b c d erunt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſcđm duplā ꝓportionē ꝙ ꝑ .2. correlariū .31. quarti quilibet illoꝝ vnitas a b c eſt ps aliquota d ⁊ quia ex d maioꝛi vnitate i e maioꝛē vnitate fit f ⁊ ꝑ .13. ꝓmi fit etiā ex e in d ꝑ quartū correlariū eiuſdē .13. ꝓmi d eſt ps aliquota f denoiata ſcđm e ⁊ e ps aliquota f denominata ſcđm d quare ꝑ .22. ꝓmi quilibet illoꝝ vnitas a b c eſt ps aliquota f quorum vnitas denominaꝛ ab f ſit ergo a denoiata ſcđȝ g ⁊ b ſcđm h ⁊ c ſcđm k ⁊ quia quilibet illorum a b c eſt maioꝛ vnitate erit quilibet illoꝝ g h k f ꝑ .4. correlarium .13. ꝓmi ps aliquota f erunt igiꝛ vnitas ⁊ a b c d e g h k ptes aliquote f ⁊ qꝛ vnitas a b c d ſunt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ ptes aliquote f vnitas denoiata ſcđm f ⁊ a ſcđm g ⁊ b ſcđm h ⁊ c ſcđm k ⁊ d ſcđm e ex terminis ⁊ ex .44. ſcđi f g h k ⁊ e erunt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſcđm eādem ꝓportionem ſcđm quaȝ d c b a ⁊ vnitas ſunt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ergo ꝑ .41. quarti f ad ꝯpoſituȝ ex g h k ⁊ e erit ea ꝓportio ꝙ d ad ꝯpoſitum ex c b a ⁊ vnitate ſed ꝑ .38. huius d eſt maius ꝯpoſito ex vnitate a b ⁊ c ꝑ vnitatem ergo ꝑ ꝓmam ſcđi f eſt maioꝛ ꝯpoſito ex g h k ⁊ e aliquo exceſſu qui ſit l quia igiꝛ f ad ꝯpoſitum ex g h k ⁊ e eſt ea ꝓportio que d ad ꝯpoſitum ex vnitate a b ⁊ c ꝑmutim f totius ad d totum erit que a cōpoſiti ex g h k ⁊ e detracti ad cōpoſitū ex vnitate a b ⁊ c detractū ergo ꝑ .26. ſcđi l reſiduū ad vnitatem reſiduū eſt que f ad d ergo ꝑmutatiȝ l ad f que vnitatis ad d ſed vnitas eſt ps aliquota d ab ipſo d denominata ergo l eſt ps aliquota f ab ipſo d denominata cum igiꝛ e adequete ꝯpoſitus ex a b c d ꝓbatus ſit ps aliquota f denominata ab ipſo d erit l equalis ipſi e ⁊ ꝑ ꝯñs l adequate componeꝛ ex vnitate a b c ⁊ d ⁊ ꝑ ꝯñs f adequate reſultat ex illis omnibus ſcȝ vnitas a b c d g h k e quoꝝ quilibet ꝓbatus eſt ps aliquota eiꝰ. Probato igiꝛ ꝙ f nō habeat ptem aliquotam que nō ſit aliqua illarum cōſtabit ꝓpoſitum quod ſic patȝ qꝛ dato oppoſito ſit l ps aliquota f denoiata ſcđm m ⁊ non ſit aliqua illarum cōſtat tunc ꝙ m nō erit etiā aliqua illarum qꝛ igiꝛ e numerus ꝓmus numerat f ꝓductum ex l in m ꝑ .6. tertij e numerat l aut m nūeret ergo l ⁊ qꝛ ex l in m tm̄ fit ſicut ex d in f ꝑ .43. ſcđi m ad d erit ea ꝓportio que e ad l ſed e nūerat l ergo ꝑ ꝓmum correlariū ꝓme ſcđi m qui ꝓbatus eſt alius ꝙ vnitas ⁊ a b c d numerabit d quod repugnat .33. quarti cum illi ſint ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ab vnitate inchoando ⁊ ſcđs ſit nūerus ꝓmus. Et ſi ponas ꝙ e nūeret m tunc qꝛ ꝑ .43. ſcđi ꝓportio l ad d eſt que e ad m ꝑ correlariū ꝓme ſcđi l alius ꝙ vnitas ⁊ a b c d nūerat d qꝺ redugnat eidem .33. quarti nō ergo habet aliā ptem aliquotā ab illis ⁊ ꝑ ꝯñs f eſt nūerus pfectus. Et ſi plures aut pauciores ſumātur pariter pares eo modo quo pñs ꝓponit qui cum vnitate numeꝝ ꝓmum ꝯſtituant ꝯſimilis eſt oino ꝓpoſiti demonſtratio. ¶ Hic tñ aduerte ꝙ boetius in ſua arithmetica vbi nūeri pfecti ꝓprietates aſſignat dicit oēs numeros pfectos eo mō ꝓcreari quo pñs ꝓponit ⁊ inſup omnes pfectos numeros ſenario ⁊ octonario alternatim terminari ꝓmum ſenario qui eſt numerꝰ .6. ſcđm octonario qui eſt numerus .28. tertium iteꝝ ſenario qui eſt numerus .496. quartū iteꝝ octonario qui eſt .8128. ⁊ ita deinceps ⁊ ſcđm hoc quilibet pfectus eſſet numerus par ⁊ nullus fieret ex ductu alicuiꝰ numeri in ꝓximum ſibi in ſerie niſi ꝓmus pfectus ex quo quilibet fieret ex ductu alicuius in minoꝛē ſuo duplo vnitate. Hec tamen ⁊ ſi vera ſint videntur michi indemonſtrabilia.

88 ¶ Si ꝓmus par ⁊ ꝓmus impar poſt vnitatem coniungaꝛ ꝯpoſitoqȝ ex ipſis minoꝛ eoꝝ addaꝛ et illi duo ꝯpoſiti ꝯiungaꝛ ⁊ ꝯpoſito ex ipſis minoꝛ illoꝝ ꝯpoſitorum addaꝛ ⁊ illi duo vltimi ꝯpoſiti coniungaꝛ ⁊ ꝯpoſito ex illis ipoꝝ minoꝛ addaꝛ ⁊ ita deinceps erit ꝓmꝰ illoꝝ oim par ⁊ ſcđs ipar ⁊ tertius ⁊ quartus impares quintus aūt par ⁊ alij duo ſequētes impares ⁊ ita deinceps inter quoſcūqȝ duos pares tres impares mediabunt. Addetqȝ quadratū ſcđo vnitatem ſupra duplū quadrati ꝓmi duplū autē quadrati tertij addet ſupra quadratum quarti vnitatē quadratum aūt ſexti addet ſupra duplum quadrati quinti ſolam vnitatē duplum aūt quadrati ſeptimi ſupra quadratū octaui ſolā addet vnitatē ⁊ ita deinceps in hunc modū ꝙtum libeat ꝓgredi quadrati ꝓportionabiliter ſe habebunt.

¶ Sit a ꝓmus par in ſerie qui eſt binarius ꝓmus nūerus ⁊ b ꝓmus impar poſt vnitatem qui eſt ternarius ſit ſcđs c aūt ꝯpoſitus ex a ⁊ b ſit tertius ⁊ d ꝯpoſitus ex c ⁊ a ſit quartus e aūt ꝯpoſitus ex c ⁊ d ſit quintus ⁊ f ꝯpoſitus ex e ⁊ c ſit ſextus g aūt ꝯpoſitus ex e ⁊ f ſit ſeptimꝰ h aūt ꝯpoſitus ex g et e ſit octauus ⁊ ita ꝯñr ꝙtum libeat vltra ꝓcedere. ¶ Tūc dico ꝓmo ꝙ a ꝓmus eſt par ⁊ alij tres ſequentes vt puta b ſcđs c tertius ⁊ d quartus ſūt oēs impares ⁊ ꝓximus ſequens vt puta e quintus eſt par ⁊ alij tres ſequētes vt puta f ſextus g ſeptimus ⁊ h octauus ſūt impares ⁊ ita ꝓportionabiliꝛ

deinceps. Dico ſcd̄o φ quadratū b eſt maius duplo quadrati a ſola vnitate ⁊ duplum quadrati e maius q̄drato d ſola vnitate ⁊ quadratū f mai⁹ duplo q̄drati e ſola vnitate ⁊ duplū quadrati g mai⁹ quadrato h ſola vnitate ⁊ ita ꝓportionabiliter deinceps. ¶ Primū pꝫ quia ex ypotheſi a eſt par ⁊ b impar ergo ꝑ.5. huius c ꝯpoſitus ex a ⁊ b eſt impar ⁊ ꝑ eandem d ꝯpoſitus ex a ⁊ b erit impar quare ꝑ 6. huius e ꝯpoſitus ex c ⁊ d erit par ⁊ iterꝫ ꝑ.5. huius f compoſitus ex c impari ⁊ e pari erit impar ⁊ ꝑ eandem g ꝯpoſitus ex e pari ⁊ f impari erit impar ⁊ ꝑ eandem h compoſitus ex e pari ⁊ g impari erit impar ⁊ ita ꝯūr q̄tumcūqꝫ ꝓcedatur ex eiſdem ꝯcluſionibus huiꝰ ꝯſimiliter oīno ꝯſtabit ꝓpoſitum p̄mi. ¶ Scd̄m aūt patꝫ quia ex quo b adequate reſultat ex a ⁊ vnitate ꝑ.24. p̄mi ex b in ſe tm̄ fit ſicut ex a in ſe ⁊ ex vnitate in ſe ⁊ ex vnitate bis in a ⁊ qꝛ a adequate reſultat ex duabus vnitatibus ꝑ. 16. p̄mi ex vnitate bis in a tm̄ fit ſicut ex a ſemel in ſe quare ex b i ſe tm̄ fiet ſicut ex a bis in a ⁊ ex vnitate in ſe ſed ex a bis in ſe fit duplū quadrati a ergo quadratum b vltra duplū quadrati a addet id q̄d fit ex vnitate in ſe quod eſt vnitas. Et quia e adequate reſultat ex a ⁊ b ⁊ d vltra c addit a ipſe d adequate reſultabit ex b ⁊ ex duplo a ergo ꝑ.24. p̄mi ex d in ſe tm̄ fit ſicut ex duplo a in ſe ⁊ ex b in ſe et ex b bis in duplo a ſed ꝑ.2. correlariū.16. p̄mi ex b bis i duplo a tm̄ fit ſicut ex b quater in a ⁊ ꝑ.7. ſexti ex duplo a in ſe fiet quadruplū ad quadratum a ergo ex d in ſe tm̄ fit ſicut ex b in ſe ⁊ ex b quater in a cum quadruplo ad quadratū a ſed ꝑ.24. p̄mi ex c bis in ſe tm̄ fit ſicut ex a bis in a ⁊ ex b bis in b et ex b quater in a ſed ex a bis in a fit duplum quadrati a ⁊ ex b ſemel in b ꝑ ſtatim demōſtratū fit maius duplo quadrati a ſola vnitate ergo ex a bis in a ⁊ ex b ſemel in b fiet maius quadruplo quadrati a ſola vnitate ⁊ ꝑ ꝯñs ex c bis in ſe tm̄ fit ſicut ex b ſemel in b ⁊ ex b quater in a cū maiori quadruplo quadrati a ſola vnitate ⁊ ꝑ ꝯñs ꝓductus ex c bis in ſe qui eſt duplus quadrati c excedet ꝓductū ex d in ſe ſola vnitate ⁊ qꝛ e adequate reſultat ex c ⁊ d ⁊ f addit ſemel c vltra e f adequate reſultabit ex duplo c ⁊ ex d ergo ꝑ.24. p̄mi ex f in ſe tm̄ fit ſicut ex duplo c in ſe ⁊ ex d in ſe ⁊ ex d bis in duplo c cū igiꝭ ꝑ.2. correlarium.16. p̄mi ex d bis in duplo c tm̄ fiat ſicut ex d quater in c ⁊ ꝑ.7. ſexti ex duplo c in ſe fiat q̄druplum ad quadratū c ex f in ſe tm̄ fiet ſicut ex d in ſe ⁊ ex d quater in c cum quadruplo quadrati c et qꝛ ꝑ.24. p̄mi ex e bis in ſe tm̄ fit ſicut ex c bis in ſe ⁊ ex d bis in d ⁊ ex d quatꝭ in c ⁊ ex c bis in ſe fit duplum quadrati c ⁊ ex d ſemel in ſe ꝑ ſtatim demonſtratū fit minus q̄ꝫ duplū quadrati c ſola vnitate ergo ex c bis in ſe ⁊ ex d ſemel in ſe fiet minus q̄ꝫ quadruplum quadrati c ſola vnitate quare ex e bis in ſe tm̄ fiet ſicut ex d ſemel in ſe ⁊ ex d quater in c cum minori q̄ꝫ ſit quadruplum quadrati c ſola vnitate ⁊ ꝑ ꝯñs ꝓductus ex e bis in ſe qui eſt duplus quadrati e erit minor ꝓducto ex f in ſe ſola vnitate. Et ꝯſimiliter omnino demonſtreꝭ φ duplum quadrati g ſupra quadratum h ſolam addat vnitatē ſicut oſ̄ſum eſt φ duplum quadrati e ſupra quadratum d ſolā addit vnitatem. Et ſi vltra ſumaꝭ k cōpoſitus ex g ⁊ f ⁊ l ꝯpoſitus ex k ⁊ g conſimiliꝭ omnino demonſtrabiꝭ quadratum l eſſe maius duplo quadrati k ſola vnitate ſicut oſ̄ſum eſt quadratū f eſſe maius duplo quadrati e ſola vnitate. Et ita ꝓportionabiliter in infinitum aſcēdendo eedem erunt ꝯtinuo ꝓpoſiti demonſtrationes.

¶ Septimi Elementorum Arithmetices Gaſparis Lax finis.

¶ Octaui Elementorum Arithmetices Gaſparis Lax

¶ Propoſitiones.

SI fuerint due quantitates inequales, ex quarū maiori maior ꝑs q̄ꝫ medietas auffeꝛraꝭ, itemqꝫ ex reſiduo maior ꝑs q̄ꝫ medietas dematur, ſicqꝫ ꝯtinua hoc pacto detractione facta, tandem minorem minori illarum duarum relinqui neceſſe eſt.

¶ Sint a minor, ⁊ b maior, due quantitates inequales. Tunc dico φ ſi auferatur ex b maior ꝑs q̄ꝫ medietas: ⁊ ex reſiduo ſimiliꝭ maior ꝑs q̄ꝫ medietas auferaꝭ: ⁊ ſic cōtinuo hoc pacto detractio fiat: tādem relinqueꝭ minor quātitas q̄ꝫ ſit a multiplico eñ a, quouſqꝫ excedat b. et multiplex inde ꝓueniens ſit c d e, ita vt c ſit equale a, ſimiliter ⁊ d, ⁊ etiā e, ⁊ ex illis adequate reſultet illud multiplex. Dico igiꝭ, φ cum b ꝑ talem detractionem fuerit diuiſū in tot ꝑtes, quot ſūt ꝑtes equales a in tali multiplici eius, quātitas vltimo relicta erit minor. Hoc pꝫ, auferaꝭ ex b maior ꝑs q̄ꝫ medietas: ⁊ ꝑs que aufertur ſit f. ⁊ ex reſiduo auferaꝭ maior ꝑs q̄ꝫ medietas, q̄ ſit g. ⁊ reſiduum ſit h. cōſtat tunc f eſſe maius g, ⁊ g eſſe maius h, ⁊ b adequate reſultare ex f g ⁊ h. ſit ergo k l m eq̄ multiplex h, vt c d e reſpectu a, ita vt k ſit equale h, ſimiliter ⁊ l, ⁊ m etiā. ꝯſtat tunc b eſſe maius k l m, ex quo b adequate reſultat ex illis tribꝰ ꝑtibꝰ f g ⁊ h, ⁊ k l m adequate ex illis tribꝰ k l ⁊ m, ⁊ p̄ma illarū b ꝓbata eſt maior h, ſimiliꝭ ⁊ ſcd̄a, ⁊ q̄libet illaꝝ trium k l m eſt equalis h. cum igiꝭ c d e ſit maiꝰ b, erit ex.4. dignitate maiꝰ k l m. cū igiꝭ ꝓportio c d e ad a, ſit q̄ k l m ad h, erit ꝑmutati c d e ad k l m q̄ a ad h. & ꝑ p̄mā ſcd̄i a ē maiꝰ h, vltio relicto ex b i tali detractiōe. q̄d eſt ꝓpoſitū. Et ſi pluries oporteret multiplicare a ad inueniendū multiplex eiꝰ maiꝰ b, ꝯſimiliꝭ oīno poteſt demonſtrari ꝓpoſitum, faciendo totiens talem detractionē donec b ſit diuiſum in tot ꝑtes quot ſunt equales a in tali ꝓducto ex illa multiplicatione a. ¶ Hic tm̄ aduerte, φ in quibuſcumqꝫ duobus inequalibus, quorū maius habꝫ medietatē, ſimiliter ⁊ quelibet eius ꝑs, habet verum quod p̄ñs ꝓponit, dūmodo minus poſſit totiens multiplicari φ reddat maius maiori, aut maioris ad minus ſit aliqua ꝓportio. hoc notāter addo, qꝛ non oporteret ipſam habere veꝝ de angulo rectilineꝰ reſpectu anguli ꝯtingentie, nec de ꝓportione maioris inequalitatis reſpectu ꝓportiōis eq̄litatꝭ, aut minoris inequalitatis. Preterea aduerte, φ eſto φ ꝯcluſiōes poſite in hoc octauo ponāꝭ ꝓ quātitatibꝰ tm̄ ꝓ q̄buſcūqꝫ aliis ſimili mō ſe h̄ntibꝰ ſicut p̄ſupponūt ypotheſes iſtaꝝ ꝯcluſionū quātitates ꝓ quibus ponūꝭ debere ſe habere, eodem modo ꝓcedunt ſicut ꝓ illis

quãtitatib⁹ ſiſr ꝛ eaꝝ demõſtrationes, ꝑut ex ꝓceſſu pōt apparere: ideo ꝑ q̃buſcūq; talib⁹ ītelligāt.

2 ¶ Si fuerint due quantitates inequales, quarum minori ex maiori detracta quo ad poſſit, aliquid re-
mãſerit, maior ps q̃ medietas maioris ꝑ talem detractionem ex illa maiori aufferetur.
¶ Sit a quãtitas minor b. ꝛ a detracta ex b quo ad poſſit, remaneat c. ꝛ totū quod ꝑ talē detractionē
auffertur ſit d. Tunc dico, q̄ d eſt maior ps q̃ medietas b. q: ꝑ .15. petitionem, b nõ erit multiplex a. q̄-
re ꝑ eãdem petitionē, c erit minor a, ꝛ d erit multiplex a, vel illi equale, ꝛ ꝑ ꝯñs d eſt maius c. cuȝ igitur
b adequate reſultet ex c ꝛ d, ꝑ .2. correlarium .5. primi, b eſt maius q̃ duplum c, ꝛ ꝑ ꝯñs ꝑ .29. dignita-
tem medietas b erit maior c. quod eſt propoſitum.

3 ¶ Si fuerint due quãtitates incõmēſurabiles, minori detracta ex maiori quo ad poſſit, relinq̃tur mi-
nor minori. Et ſi minor ſemel aut pluries detrahit̄ ex maiori, relinq̃tur q̃titas icõmēſurabilis minori.
¶ Primum p̄tȝ, q: tunc maior quãtitas non erit multiplex minoris. nã alias minor numeraret maio-
rem, ꝛ ꝑ ꝯñs ille eſſent ꝯmenſurabiles: quod repugnaret ypotheſi. hoc igitur habito, ex .15. petitione
ꝯſtat p̄mum. ¶ Scd̄m p̄tȝ. ſit a quãtitas minor b, ipſi incõmenſurabilis. ꝛ detrahat̄ a ex b. tunc ſiue to-
tiens detrahat̄, quo ad poſſit, ex b, ſiue nõ, ſed ꝑ caſe ſemel aut pluries: ex p̄ma pte p̄ſitis aliquid rema-
nebit ex b. qualitercūq; ergo detrahat̄, ſit c totum quod ꝑ talem detractionē auffe/ret̄, ꝛ d reſiduum.
Dico igit̄, q̄ d eſt incõmenſurabile a. Nã dato oppoſito, ſit e quãtitas cõmuniter numerãs a ꝛ d. quia
ergo e numerat a, ꝛ ꝑ .17. petitionem a nūerat c, ꝑ .2. correlariuȝ .21. p̄mi e numerabit c detractū ex b.
ꝛ cum ex ypotheſi nūeret d reſiduum, ꝑ tertiū correlariū .20. p̄mi numerabit b totū, ꝛ ꝑ ꝯñs, a ꝛ b non
eſſent incommenſurabiles: quod eſt contra ypotheſim.

1.co. ¶ Ex p̄ñti ꝯſtat, q̄ ſi fuerint due quãtitates incõmenſurabiles, minori ex maiori detracta quo ad poſ
ſit, ꝛ iteȝ relicta detracta ex minori quo ad poſſit, ꝛ ſic ꝯtinua hoc pacto detractiõe facta, q̃libȝ relicta
erit incommenſurabilis illi ꝑ cuius detractionem ex alia illa eſt relicta. ¶ Nã ꝑ p̄ñtem prima relicta
erit incõmenſurabilis minori illarum, ꝛ erit minor illa, ꝛ ex conſequenti ꝑ idem ſecunda relicta erit in-
commenſurabilis illi prime relicte, ꝛ tertia ſecunde, ꝛ ita deinceps.

2.co ¶ Patȝ vltra, q̄ ſi fuerint due quãtitates incõmenſurabiles, minori ex maiori detracta quo ad poſſit,
relinquet̄ minus minori: ꝛ illo relicto detracto ex minori quo ad poſſit, relinq̃tur minus illo relicto: ꝛ in
infinitum poterit ꝓcedi, ꝯtinuo hoc pacto detractione facta. ¶ Nã ꝑ p̄ñtem minori detracta ex maio
ri q̄ ad poſſit relinq̄t̄ min⁹ minori ꝛ illud erit incõmenſurabile illi minori ꝛ ꝑ idem illo relicto detracto
ex minori quo ad poſſit relinquet̄ minus illo relicto ipſi incõmēſurabile ꝛ ſic ꝯñr in infinitum.

4 ¶ Si fuerint due quãtitates inequales; ꝛ minori detracta ex maiori quo ad poſſit, aliqua relinquatur:
ꝛ illa relicta detracta ex minori quo ad poſſit, aliquid relinquat̄; ꝛ ſic ꝯtinua hoc pacto detractiõe fctã
nunq̃ vltima relicta nūeret imediate ad relictam, illas q̃titates incommenſurabiles eſſe oportet.
¶ Quia dato oppoſito ꝯñtis cum añte, ſint a quãtitas minor, ꝛ b maior, cõmenſurabiles, ꝛ e ſit quan-
titas cõmunit̄ numerãs illas. ꝛ ſit ita q̄ a detracta ex b quo ad poſſit, relinquat̄ d, q̄ non nūerat a. ꝛ to-
tum ſubſtractum ex b ꝑ talem detractionē, ſit c. ꝛ d detracta ex a quo ad poſſit, relinquat̄ f, q̄ non nūe-
ret d, ꝛ totum quod ꝑ talem detractionē auffert̄ ex a, ſit g. ꝛ f detracto ex d quo ad poſſit, relinquatur
h, quod nõ numeret f. ꝛ totū quod ꝑ illud auffe/retur ex d, ſit k. ꝛ ſic ꝯñr ꝯtinuo hoc pacto detractione
fctã nunq̃ vltima relicta nūeret imediate añ relictã. ꝯſtat tūc ex añprecedēti, q̄ c eſt maior ps q̃ me-
dietas b. ꝛ ꝑ idē g maior ps q̃ medietas a. ꝛ ꝑ idem k erit maior ps q̃ medietas d. cū igit̄ ex ypothe-
ſi in infinitum poſſit ꝓcedi in huiuſmodi detractionib⁹ ꝑ primã huius, tãdeȝ aliqua minor e relinquet̄.
ſit ergo ita vt h relicta ex d ſit minor e. q: igit̄ e numerat a ꝛ b ꝛ ꝑ .17. petitionē a numerat c ꝑ .2. corre
larium .21. p̄mi e numerat c detractū ex b ꝛ cum nūeret b totum ꝑ .3. correlarium. 20. p̄mi numerat d
reſiduum ꝛ q: ꝑ .17. petitionē d numerat g ꝑ .2. correlariū .21. p̄mi e numerabit g detractum ex a cuȝ
igit̄ numeret a ꝑ .3. correlarium. 20. p̄mi numerabit f reſiduum ꝛ q: ꝑ .17. petitioneȝ f numerat k ꝑ .2.
correlarium .21. primi e numerat k detractū ex d cum igit̄ numeret d totum ꝑ .3. correlarium .20. primi
numerabit h reſiduum maius ſcȝ minus quod eſt impoſſibile. Et ſi pluries oporteat ꝓcedere in tali
detractione ad inueniendū minorem e ꝯſimilit̄ omnino deducetur idē incõueniens q: oĩno eodē modo
ꝯcludetur q̄ e numerabit omnes que relinquent̄ ſicut oſtenſum eſt q̄ numerat d f ꝛ h.

1.co. ¶ Ex p̄ñti conſtat q̄ ſi fuerint due quãtitates inequales ꝛ ꝑ talem detractionem ſicut in ꝓpoſitione
ſupponitur nunq̃ relinquat̄ quãtitas numerãs illas duas ille erunt incõmenſurabiles. ¶ Nã dato
oppoſito ſi in infinitū ꝓcedatur in talibus detractionib⁹ ita q̄ nunq̃ vltima relicta numeret imedia-
te ante relictã ideȝ incõueniens deducetur ſicut i p̄ñti deductum eſt ꝛ ſi in infinitum nõ ꝯtingat abire
tãdem aliqua relinq̃tur ꝛ illa detracta ex imediate ante relicta nichil relinquet̄ quare illa numerabit
imediate añ relictã quo habito illa nūerabit illas duas. Nã ſumptis a ꝛ b ſicut in demonſtratione p̄-
cedentis ꝛ factis eodē modo detractionibus ſi h vltima relicta nūeret f immediate ante relictã cum
ꝑ .17. petitionem f nūeret k h numerabit k detractuȝ ex d ꝛ ſeipſum reſiduum ergo ꝑ .3. correlarium.
20. primi numerabit d ꝛ ex conſequenti eodem modo conclude q̄ numerabit a ꝛ ex conſequenti q̄ nu
merabit b ꝛ in quibuſcumq; alijs conſimiliter conſtat propoſitum.

2.co ¶ Patȝ vltra q̄ ſi fuerint due quãtitates inequales ꝯmēſurabiles: minori detracta ex maiori quo ad
poſſit, nichil relinquetur, aut relicta nūerabit minorē ꝛ maiorem; aut illa detracta ex minori quo ad poſ
ſit, ꝛ ſic ꝯtinua hoc pacto detractione facta, tãdem aliqua relinq̃tur q̄ numerabit imediate ante relic-
tam, ꝛ aliqua etiam que numerabit illas ambas. ¶ Hec arguendo a contradictorijs conſequentium
ad contradictoria antecedentium p̄ñtis ꝛ precedentis correlarie euidenter conſtat.

5 ¶ Propoſitis quibuſcumq; duabus quantitatibus commenſurabilibus maximã communiter ipſas
numerantem contingit reperire.

¶ Sit a quātitas ꝯmenſurabilis b ꝓpoſitumq; ſit maximā quātitatē nūerantem a ⁊ b reperire ⁊ imprimis ſi ille due ſint equales quelibet illarū eſt petita. Et ſi inequales ⁊ minor numerat maiorem illa minor eſt petita ſupereſt ergo id oñdere vbi ſūt inequales ⁊ minor nō numerat maiorē ſit ergo tūc a minor b ⁊ nō numeret b ⁊ detrahatur a ex b quo ad poſſit tāc ex quo b nō eſt multiplex a p.15. petitionem facta illa detractione aliqd remanebit ex b minus a quod ſit c ⁊ totū quod p talem detractionem auffertur ex b ſit d ꝯſtat tunc ex.15. petitione a numerare d ſi igitur c numeret a dico illā eſſe petitam ſi autem detrahatur c ex a quo ad poſſit ꝯſtat tunc ex ſcdo correlario ꝑcedentis ꝙ ꝯtinuā hoc pacto detractione facta tandē relinqtur aliqua q̄ numerabit aſ relictam. Dico igitur ꝙ cū ꝑmum ad talem deuētum fuerit illa erit maxima numerās a ⁊ b. Hoc patz ⁊ imprimis ſi c numeret a qꝛ cū a numeret d p.2. correlarium.21. primi c nūerat d detractum ex b ⁊ cū nūeret ſe p.2. correlariū.15. primi numerat b ⁊ ꝙ nō ꝯtingat ipſa maiorē numerare a ⁊ b patz qꝛ dato oppoſito ſit illa e qꝛ igitur e numerat a ⁊ a nūerat d per.2. correlarium.21. primi e nūerat d detractum ex b ⁊ cū numeret totū b per.3. correlariū.20. primi numerat c reſiduū maiꝰ ſez minus quod eſt impoſſibile. Et ſi c nō numerat a ꝓcede in detractione ꝯtinuo donec venias ad quantitatem numerentē immediate ante relictā qua addita oſtende ꝯſimiliter omnino ꝓpoſitum ſicut in.20. tertij oſtendebatur in numeris.

1.co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ q̄libet quātitas numerās duas q̄titates nūerat maximā numerātem illas. Hoc eodē modo ꝯſtat ex demonſtratione pñtis ſicut primū correlariū.20. tertij ex illa deducebatur.

2.co ¶ Patet vltra ꝙ datis duabus quātitatibus inequalibꝰ ꝯmenſurabilibus quarū minor non numerat maiorem, ⁊ facta illo modo detractione ſicut pñs ꝓponit, q̄ primum deuenietur ad aliquā numerantem immediate ante relictā illa erit maxima numerās illas duas ſimulꝰ ⁊ maxima numerās omnes ante relictas. Hoc etiā eodem modo ꝯſtare poteſt ex demonſtratione preſentis ſicut ſecundum correlarium.20. tertij ex illa deducebatur.

6 ¶ Propoſitis quotcumq; quantitatibus commenſurabilibus maximam omnes ipſas communiter numerantem contingit reperire.

¶ Eodem modo omnino capienda eſt regula ad faciendū qđ pñs ꝓponit ſicut data eſt in demonſtratione.21. tertij ad faciendū quod ipſa ꝓponit. Et eodem modo omnino debet demonſtrari.

1.co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ quelibꝫ quātitas nūerās aliquot q̄titates ꝯmenſurabiles q̄tcūq; fuerint nūerat maximā nūerātē illas. Hoc eodē mō deducitꝰ ex pñti ſicut correlariū.21. tertij ex illa deducebatur.

2.co ¶ Patet vltra ꝙ non incōuenit ꝙ aliqua quātitas ſit maxima numerās aliquot certas quantitates ⁊ illa eadem ſit maxima numerās totidem alias quarum q̄libet qualitercūq; illarum ſit minor ymmo non inconuenit ꝙ aliqua maior illa ſit maxima numerans totidem alias quarum quelibet quacumq; illarum ſit minor. Exempla ſunt facilia.

7. ¶ Si fuerint due quantitates commenſurabiles proportio vnius ad aliam erit ſicut proportio numeri ad numerum.

¶ Sint a ⁊ b due quātitates ꝯmenſurabiles. Tūc dico ꝙ ꝓportio a ad b eſt ſicut numeri ad numerū ſit enī c quātitas ꝯmuniter numerās a ⁊ b q̄ nūeret a ſcđm d nūerū ⁊ b ſcđm e tūc ex terminis ex c in d fiet a ⁊ ex c in e fiet b ergo p.21. ſcđi ꝓportio a ad b eſt que d numeri ad e numerū vñ ꝯſtat ꝓpoſitum.

8 ¶ Si duarum quantitatum vnius ad alteram fuerit ea proportio que numeri ad numerum ille quantitates erunt commenſurabiles.

¶ Sit a quantitatis ad b quātitatem ea ꝓportio q̄ c numeri ad d numerū. Tunc dico ꝙ a ⁊ b ſūt commenſurabiles. Sit enī e quātitas in eadem ꝓportione ſe hñs ad a ſicut vnitas ad c tūc poſtq̄ vnitas numerat c p correlarium prime ſcđi e nūerabit a ⁊ qꝛ ꝓportio e ad a eſt que vnitatis ad c ⁊ a ad b que c ad d per equā ꝓportionalitatem directā e ad b eſt q̄ vnitatis ad d ſed vnitas numerat d ergo p correlarium ꝑme ſcđi e numerat b quare ex terminis a b ſunt cōmenſurabiles quod eſt ꝓpoſitum.

¶ Si aliqua quātitas fuerit ps aliquota aut ptes aliquote alterius illa erit illi commenſurabilis.

9 ¶ Sit a ps aliquota aut ptes aliquote b. Tunc dico ꝙ a eſt ꝯmenſurabilis b. Nã ſi a ſit pars aliquota b ex terminis nūerat b ⁊ cum etiā numeret ſe ex terminis ꝯſtat ꝓpoſitum. Si aūt ſit partes aliquote b ſit c vna illarum tunc c ex ypotheſi pluries adequate erit in a ergo ex terminis eſt ps aliquota a ⁊ cum ſit etiam ps aliquota b ex terminis c numerat tā a q̄ b vnde ex terminis conſtat propoſitum.

10 ¶ Si prime quātitatis ad ſcđm fuerit ea ꝓportio q̄ tertie ad quartā ⁊ prima ſit cōmenſurabilis ſcđe tertia eſt ꝯmenſurabilis quarte ⁊ ſi prima ſit ꝯmenſurabilis tertie ſcđa eſt ꝯmenſurabilis quarte.

¶ Primum ptz qꝛ tunc per.7. huiꝰ ꝓportio ꝑme ad ſcđam erit que numeri ad numerū ⁊ ex ꝯſiti tertie ad quartā erit q̄ nūeri ad numerū ergo p.8. hꝰ tertia erit ꝯmenſurabilis quarte. ¶ Scđz ptz qꝛ tūc permutatim prime ad tertiam erit que ſcđe ad quartā quo habito ex ꝑma pte ꝯſtat ꝓpoſitū ſcđe.

Co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ ſi quattuor quātitatum prime ad ſcđam fuerit ea ꝓportio q̄ tertie ad quartā ⁊ prima ſit incōmenſurabilis ſcđe erit tertia incōmenſurabilis quarte. Et ſi prima ſit incōmēſurabilis tertie ſcđa erit incōmenſurabilis quarte. ¶ Dato enim oppoſito huius ⁊ facta tertia prima quarta ſcđa prima tertia ⁊ ſcđa quarta ſtatim appareret oppoſitum preſentis in forma.

11. ¶ Si due quātitates fuerint commenſurabiles vni tertie ille ſunt inter ſe commenſurabiles.

¶ Sit a ꝯmenſurabilis c ſimiliter ⁊ b ſit ꝯmenſurabilis c. Tunc dico ꝙ a eſt ꝯmenſurabilis b. Nã p.7. huius ꝓportio a ad c erit que alicuꝰ numeri ad numerū ſimiliter ⁊ c ad b erit q̄ numeri ad numerū ſi igitur alique due earū ſint equales ſatis notum eſt ꝓpoſitum ſi autē nulle due ſint equales ꝯtinuo per.7. quinti duas ſimiles illis in his tribꝰ numeris d e f ita ꝙ a ad c ſit que d ad e ⁊ c ad b que e ad f tunc per equam proportionalitatem directam a ad b erit que d numeri ad f numerum ergo per.8. huius a eſt commenſurabilis b quod eſt propoſitum.

¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ ſi fuerint due quãtitates ſibiinuicem ꝯmenſurabiles cuicũq; vna illaꝝ eſt ꝯmen
1.co. ſurabilis erit etiam reliqua ꝯmenſurabilis ⁊ cuicumq; vna eſt incõmenſurabilis eſt ⁊ reliqua incom-
menſurabilis. Et ſi duaꝝ quãtitatum vna ſit ꝯmenſurabilis alicui cui reliqua eſt incõmenſurabilis il
le ſunt inter ſe incõmenſurabiles. ¶ Dato em̃ oppoſito huius ſtatim ſequiꝛ oppoſitum pñtis.
2.co ¶ Patet inſuꝑ ꝙ nulle due quãtitates incõmenſurabiles eandẽ numerãt. Quia dato oppoſito cuȝ
quelibet illarum numeret ſe ex terminis quelibet illarum eſſet illi commenſurabilis ⁊ per cõſequens
ille eſſent commenſurabiles inter ſe quod repugnaret ypotheſi.
12 ¶ Si quotcumq; quantitates ſumpte in numero finito ſint incommenſurabiles quelibet earum ali-
cui alteri earumdem eſt incommenſurabilis.
¶ Quia dato oppoſito ſint a b c d incõmenſurabiles ⁊ ſit a cõmenſurabilis cuilibȝ alteri eaꝝ tunc ꝑ
7. huius ꝓportio a ad b eſt q̃ numeri ad numeꝝ ſimiliter ⁊ a ad c ⁊ a ad d inuenio ergo ꝑ .2. quinti il-
las tres ꝓportiones in hĩs quattuor nũeris e f g h quaꝝ oim̃ e ſit añs ita ꝙ e ad f ſit que a ad b et e
ad g que a ad c ⁊ e ad h que a ad d ⁊ ſit k in eadem ꝓportione ſe hñs ad a ſicut vnitas ad e tũc ꝑ corre
larium p̃me ſcd̃i k numerat a ⁊ qr ꝓportio vnitatis ad e eſt que k ad a ⁊ e ad f que a ad b ꝑ equaȝ ꝓ
portionalitatem directã vnitatis ad f eſt que k ad b ergo ꝑ idem correlarium p̃me ſcd̃i k numerat b
ſicut vnitas numerat f. Et eodeȝ modo ꝯſtat ꝙ k numeret c ſimiliter ⁊ d quare ex terminis a b c ⁊ d
eſſent ꝯmenſurabiles quod repugnat ypotheſi. ¶ Hic tñ aduerte ꝙ notanꝛ dꝛ in ꝯcluſione ſumpte ĩ
numero finito qr videnꝛ omnes ꝑtes ꝓportionales a corporis diuiſi ſcd̃m duplã ꝓportionem eſſe in-
cõmẽſurabiles ex quo nulla numerat oẽs illas quia quacumq; data aliqua illaꝝ eſt illa minor tñ que
cumq; due illarum ꝑtium ſunt commenſurabiles inter ſe ymmo quecumq; finite.
13. ¶ Si fuerint due quãtitates cõmenſurabiles inter ſe compoſita ex illis erit vtriq; illarum commen
ſurabilis. Et ſi incommenſurabiles compoſita ex illis erit vtriq; incommenſurabilis.
¶ Primũ patȝ qr ꝑ .2. correlarium .14. p̃mi illa quãtitas q̃ ꝯmuniter numerabit illas duas numera
bit etiam ꝯpoſitam ex illis vñ ex terminis ꝯſtat p̃mum. ¶ Scd̃m ptȝ qr dato oppoſito ꝯñtis illius cũ
añte ꝑ .3. correlariũ .20. p̃mi illa quãtitas q̃ ꝯmuniꝛ nũerabit ꝯpoſitã ex illis ⁊ vnã earũ nũerabit etiã
alteram earundẽ quare ex terminis ille eſſent ꝯmenſurabiles quod repugnaret ypotheſi.
1.co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ ſi aliqua quãtitas fuerit ꝯmenſurabilis alicui ꝑti eius illa erit ꝯmenſurabilis reſi
due ꝑti ſue ⁊ ille due ꝑtes erunt inter ſe ꝯmenſurabiles ⁊ ſi fuerit incõmenſurabilis vni ꝑti erit incõ-
menſurabilis reſidue ⁊ ille ꝑtes erunt incõmenſurabiles. ¶ Primũ ptȝ quia ꝑ .3. correlarium .20. p̃-
mi illa quãtitas q̃ ꝯmuniter numerabit illã totam ⁊ vnã ꝑtem eiꝰ numerabit etiã reſiduã ꝑtem qua-
re ex terminis illa tota erit ꝯmenſurabilis reſidue ꝑti eius ⁊ ille ꝑtes erunt inter ſe cõmenſurabiles
quod eſt p̃mũ. ¶ Scd̃m ptȝ qr dato añte illius ſi ille due ꝑtes ſint inter ſe ꝯmẽſurabiles continget
oppoſitum p̃me ꝑtis pñtis. Et ſi tunc tota ſit commenſurabilis reſidue parti continget oppoſitum
p̃me partis preſentis correlarij.
¶ Patet vltra ꝙ ſi quotcũq; quãtitates fuerint cõmenſurabiles inter ſe compoſita ex illis erit cui-
2.co libet illarum commenſurabilis. Quia ꝑ .2. correlarium .14. p̃mi illa quantitas que nũerabit illas om
nes numerabit compoſitum ex illis omnibus vnde ex terminis conſtat propoſitum.
14 ¶ Si aliqua quãtitas ſit ꝯmenſurabilis alicui quantitati ſimiliter ⁊ detracte ex ea illa eſt commenſu
rabilis reſidue ꝑti illius. Et ſi aliqua ſit commenſurabilis detracte ex aliqua ſimiliter et reſidue illa
erit commenſurabilis toti compoſite ex illis.
¶ Primũ patȝ quia tunc ꝑ .11. huius illa tota erit cõmenſurabiles detracte ex ipſa ergo ꝑ p̃mũ cor
relarium .13. huius illa tota erit ꝯmenſurabilis reſidue ꝑti eius ergo ꝑ .11. huius illa erit ꝯmenſurabi
lis reſidue ꝑti illius totius. ¶ Scd̃m ptȝ qr ꝑ .11. huius illa detracta erit commẽſurabilis illi reſidue
ergo ꝑ .13. huius illa tota erit commenſurabilis illi detracte ⁊ illi reſidue quare ꝑ .11. huiꝰ illa erit cõ-
menſurabilis illi toti.
Co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ ſi quotcumq; quantitatum ſumptarum in nũero finito quelibet fuerit alicui certe
quãtitati ꝯmenſurabilis ꝯpoſita ex illis oibꝰ erit eidem ꝯmenſurabilis. ¶ Diſpoſitis em̃ illis quali-
tercumq; libeat ꝑ pñtem illa certa erit ꝯmenſurabilis ꝯpoſite ex p̃ma ⁊ ſecunda ⁊ ex ꝯñti ꝑ idem cõ-
menſurabilis ꝯpoſite ex illa ꝯpoſita et ex tertia ⁊ ita deinceps vſq; ad ꝯpoſitum ex omnibꝰ deueniēs
¶ Hic aduerte ꝙ notanꝛ dꝛ ſumpte in numero finito qr ſi capiaꝛ vna ꝑs diametri maior medietate il
lius que ſit ꝯmenſurabilis coſte ⁊ ex reſiduo capiaꝛ maior ꝑs q̃ medietas que ſit commenſurabilis
coſte ⁊ ita deinceps fiat in infinitum donec nichil remaneat tunc coſta eſſet commenſurabilis cuicum
q; illaꝝum non tamen compoſite ex illis.
15 ¶ Si quattuor quãtitatũ p̃me ad ſcd̃am fuerit ea ꝓportio q̃ tertie ad quartũ ⁊ vna eaꝝ ſit ꝯmenſu
rabilis alijs duobus eorumdem quelibet earũ cuilibȝ alteri earumdem erit commenſurabilis.
¶ Sit a p̃me quãtitatis ad b ſcd̃am ea ꝓportio que c tertie ad d quartã ⁊ ſit a ꝯmenſurabilis duabꝰ
alijs illaꝝ. Tunc dico ꝙ quelibet illaꝝ cuilibet alteri earumdem erit ꝯmenſurabilis. Qr ſi a ſit com-
menſurabilis b ⁊ c ꝑ .10. huius c erit ꝯmenſurabilis d ⁊ b erit etiam ꝯmenſurabilis d quare ꝑ .11. hu-
ius b erit ꝯmenſurabilis c ⁊ a erit etiam ꝯmenſurabilis d vnde ꝯſtat ꝓpoſitum ⁊ ſi a ſit ꝯmenſurabi-
lis b ⁊ d ꝑ .10. huius c erit ꝯmenſurabilis d quare ꝑ .11. huius a erit ꝯmenſurabilis c erit ergo a com-
menſurabilis b ⁊ c quo habito vt ſtatim ꝯſtat ꝓpoſitum. Et ſi a ſit cõmenſurabilis c ⁊ d ꝑ .11. huius c
erit cõmenſurabilis d quare ꝑ .10. huius a erit commenſurabilis b erit ergo a commenſurabilis b ⁊ c
quo habito ſicut ſtatim concludatur propoſitum.
16 ¶ Quecumq; duo commenſurabilia idem numerant ⁊ ſunt eiuſdem partes aliquote.
¶ Sint a ⁊ b quecũq; duo ꝯmenſurabilia erit tũc ꝑ .7. huius ꝓportio a ad b que numeri ad numerũ

ſit ergo ꝙ c nūeri ad d numeꝝ ⁊ ſit e minimus quē numerant c ⁊ d ⁊ f multiplex e erit tūc ex terminis ⁊ ce.22.primi c para aliquota f ſimilit̄ ⁊ d ꝑs aliquota f ſit ergo h eque multiplex a ſicut f reſpectu c tunc dico ꝙ quodlibet illorum a b nūerat g ⁊ eſt ꝑs aliquota g. De ipſo a ptȝ ex terminis ⁊ ex ypotheſi ſed de b ſic ptȝ qꝛ ex ypotheſi g ad a vt f ad c ⁊ a ad b vt c ad d ergo ꝑ equam ꝓportionalitatem directam g ad b vt f ad d ſed f eſt multiplex d ergo g eſt multiplex b vnde ex terminis ɔſtat ꝓpoſitum.

o. ¶ Ex hac ɔſtat ꝙ ſi quotcūq ſint ɔmenſurabilia inter ſe illa oīa idem numerāt ⁊ ſunt eiuſdem ꝑtes aliquote qꝛ tunc quodlibȝ illoꝝ cuilibȝ alteri eorumdē erit ɔmenſurabile ex terminis quare ꝑ.7.hui⁹ cuiuſlibet illoꝝ ad quemlibet alium ipſoꝝ erit ea ꝓportio ꝙ numeri ad numeꝝ cōtinuatis ergo ꝓportionibus illorum omnium in numeris ꝑ.8.quinti ⁊ inuento multiplici ad quemlibet eorum conſimilit̄ procede ſicut in preſenti ad oſtendendum propoſitum.

17 ¶ Propoſitis quibuſcumq duabus quantitatibus commenſurabilibus minimam ab ipſis numeratam contingit reperire.

¶ Sint a ⁊ b due quātitates ɔmenſurabiles ꝓpoſitumq ſit minimā ab ipſis numeratā reperire ⁊ ꝑmis ſi a ⁊ b ſint equales ꝗlibet eaꝝ eſt queſita ⁊ ſi inequales ⁊ minor numeret maiorē maior eſt queſita. Supeſt ergo illud oñdere vbi ille ſunt inequales ⁊ minor non numerat maiorē quod ſic ptȝ qꝛ ꝑ.7.hui⁹ ꝓportio a ad b erit que numeri ad numeꝝ ſint ergo c ⁊ d minimi iter quos illa reperiri poteſt ita ꝙ c ad d ſit ea ꝓportio ꝙ a ad b ⁊ duco a in d ⁊ fiat e ⁊ duco b in c tunc dico ꝙ ex b in c etiā fit e ⁊ e eſt minima quantitas quā numerant a ⁊ b. Primū patȝ qꝛ dato oppoſito ſit f quantitas ꝓducta ex b in c ⁊ duco c in d ⁊ fiat g qui ꝑ.13.ꝑmi fiet ex d in c quare ꝑ diffinitionem multiplicationis quotiēs vnitas in d totiens c in g ⁊ quotiens vnitas in c totiēs d in g quare ꝓportio g ad c eſt que d ad vnitatem ſimiliter ⁊ g ad d que c ad vnitatē ⁊ quia etiā ex diffinitione multiplicationis quotiens vnitas in d totiens a in e ⁊ quotiens vnitas in c totiens b in f erit ꝓportio e ad a que d ad vnitatem quare et ꝙ g ad c ⁊ quia a ad b eſt que c ad d ꝑ equam ꝓportionalitatē directā e ad b que g ad d quare ⁊ que c ad vnitatem ſed f ad b eſt que c ad vnitatem qꝛ quotiens vnitas in c totiens b in f ergo e ad b eſt ꝙ f ad b ꝗ ꝑ 3.correlarium.3.ſcdi e eſt equalis f quod repugnat ypotheſi erit ergo e ꝓducta ex a in d ſimiliter ⁊ ex b in c quare tam a ꝗ b numerāt e ſed ꝙ non numerēt aliquā quātitatem minorem e ptȝ qꝛ dato oppoſito ſit illa f quā a numeret ſcd̄m g ⁊ b ſcd̄m h erit tunc ꝑ.3.correlarium.43.ſcdi h ad g ea ꝓportio ꝙ a ad b quare ⁊ que c ad d ergo ꝑ.24.tertij c numerat h ⁊ d numerat g equaliter ⁊ qꝛ ex a i d fit e ⁊ ex a in g fit f ꝑ.21.ſcdi proportio e ad f eſt que d ad g ergo ꝑ correlariuȝ prime ſecundi e numerabit f maior ſeȝ minorem quod eſt impoſſibile.

1.co. ¶ Ex pñti ɔſtat ꝙ queeūq due quantitates ɔmenſurabiles numerāt minimā nūeratā ab illis ſcd̄m minimos ꝓportionis illaꝝ añs ſcd̄m ɔñs ⁊ ɔñs ſcd̄m añs. Et ſi in tales ducant̄ añs in ɔñs ⁊ ɔñs in añs vtrumq producetur minima quātitas numerata ab illis.

2.co ¶ Patet vltra ꝙ ſi duaꝝ quantitatum vnius ad alterā fuerit ea ꝓportio que alicui⁹ nūeri ad aliquē numeꝝ ex añte ꝓportionis illaꝝ quantitatum in ɔñs ꝓportionis illorum numerorum tm̄ fiet ſicut ex ɔñte ꝓportionis illaꝝ quantitatum in añs ꝓportionis illorum numerorum. Et ex pñti ſi quotcumq quātitates fuerint ordinatim ɔtinuo ꝓportionales ⁊ totidē numeri fuerint etiam ordinatim ɔtinuo ꝓportionales ſcd̄m eandē ꝓportionem ex ꝑma illarum quātitatum in vltimū illorum numeroꝝ tm̄ fiet ſicut ex ſcda in penultimū ⁊ ex tertia in añpenultimū. Et ita deinceps. ¶ Primuȝ eodē modo poteſt demonſtrari ſicut in demonſtratione pñtis oñſum eſt ꝙ ex a in d tm̄ fit ſicut ex b in c. Et ſcd̄m ex iſto primo ɔſtat ex eo qꝛ tunc ꝓportio prime quātitatis ad ſcdam eſt que penultimi illorum numeroruȝ ad vltimum. Et ſecunde ad tertiam que añpenultimi ad penultimum ⁊ ita deinceps.

3.co ¶ Patet vltra ꝙ quelibȝ quātitas numerata a duabus quātitatibus ɔmenſurabilibus numeratur a minima numerata ab illis. Hoc eodem modo concludatur ſicut in demonſtratione preſentis concluditur e numerare f ſuppoſito ꝙ a ⁊ b numerent f.

18 ¶ Propoſitis quotcumq quantitatibus commenſurabilibus in numero finito ſumptis minimā ab ipſis omnibus numeratam ɔtingit inueſtigare.

¶ Eodem modo omnino ſumenda eſt regula ad oſtendendū quod preſens proponit ſicut in cōcluſione.34.tertij data eſt ad oſtendendum quod ipſa in numeris proponit.

Co. ¶ Ex pñti manifeſte poteſt ɔſtare ꝙ quelibet quantitas que ē mīma numerata ab aliquib⁹ quātitatibus ɔmenſurabilib⁹ numerat quālibet numeratā ab illis. Hoc eodem modo omnino ex demonſtratione pñtis ɔſtat ſicut correlarium.34.tertij ex demonſtratione illius deductum eſt.

¶ Octaui Elementorum Arithmetices Gaſparis Lax finis.

¶ Noni Elementorum Arithmetices Gaſparis Lax.

¶ Diffinitiones.

1 SEcundum partem aliquotam aliquā multiplicare eſt totā illius ſumere partem aliquotam quota eſt illa ſecundum quam multiplicatur.

2 ¶ Secundum autem aliquot ꝑtes aliquotas aliquid multiplicare eſt tot ⁊ totas ipſius ſumere ꝑtes aliquotas quot ⁊ quote ſunt ille ꝑ quas multiplicatur.

3 ¶ Ex quacumq multiplicatione alicuius ꝑ aliquod illud producit̄ quod ita ſe habet ad multiplicatum ſicut multiplicans ad vnum.

4 ¶ Dicitur autem aliquid diuidi per aliquod cum illud prouenit ex cuius multiplicatione per illud qd pro diuiſore ſumitur illud diuiſum producitur.

¶ Similes ꝛ equales fractiones dicuntur quarum ad illa reſpectu quorum ſunt tales fractiones ꝑ
5 portiones ſunt ſimiles ꝛ equales.
¶ Diſſimiles aũt ꝛ inequales fractiones ſunt quaꝝ ad illa reſpectu quorum dicunẗ tales fractiones
6 proportiones ſũt inequales ꝛ illarum illa eſt maior cuius ad illud reſpectu cuius dicitẗ fractio eſt ma-
ior proportio ꝙ̃ alterius ad illud reſpectu cuius dicitur talis fractio.
¶ Expoſitiones iſtaꝝ diffinitionum facte ſunt in tractatu ꝓportionum vbi etiam oſtenſa eſt practica
eorum que ꝓpoſitiones ibi ponende demõſtrãt quare ꝓpter breuitatẽ ibi illa omnia relinquuntur.

¶ Noni libri propoſitiones.

Cuiuſcunqꝫ fractiõis ad illud reſpectu cuius dicitur
1 talis fractio eſt ea ꝓportio que ſui numeratoris ad ſuum denominatorẽ. Illius aũt ꝑ reſ-
pectũ ad quod dẗ talis fractio ad illã eſt ea ꝓportio q̃ denoĩatoris illi⁹ ad ſuũ nũeratorẽ.
¶ Primum pꝫ ſit a fractio dicta ꝑ reſpectum ad b cuius nũerator ſit c ꝛ denomĩator d
Tunc dico ꝙ ꝓportio a ad b eſt que c ad d. Nam ſi c ſit vnitas tunc a erit vna ps aliquota b denoĩa-
ta ſecundum d ꝛ ꝑ ꝯñs a erit tota ps aliquota b quota e vnitas reſpectu d quare ꝑ.54.ſuppoſitionẽ
ſecundi ꝓportio a ad b erit que c ad d. Si aũt c ſit maior vnitate tunc a erit ptes aliquote b ĩſũpte ſe-
cundum c ꝛ denominate ſcđm d capio ergo vnã illaꝝ ꝛ ſit f cõſtat tunc f pluries adequate eſſe in a vt
puta totiens adequate quotiẽs vnitas in c ꝛ ꝑ ꝯñs a erit eque multiplex ad f ſicut c ad vnitatem qua-
re ꝓportio a ad f eſt que c ad vnitatem ꝛ quia f eſt ps aliquota b denominata ſcđm d f erit tota ps alĩ-
quota b quota vnitas reſpectu b ergo ꝑ.54.ſuppoſitionem ſecundi proportio f ad b eſt que vnitatis
ad b ergo ꝑ equam ꝓportionalitatem directam proportio a ad b eſt que c ad d qđ eſt primũ. ¶ Scđm
autem ex iſto primo ꝛ ex conuerſa proportionalitate conſtat.
1.co. ¶ Ex p̃ñti cum adiutorio prime ſecundi pꝫ ꝙ ſi alicuius fractiõnis ad aliquod relate numerator fu-
erit equalis ſuo denominatori illa erit equalis illi reſpectu cuius dicitẗ talis fractio ꝛ ſi eius numera-
tor fuerit maior denominatore ſuo erit maior illo ꝛ ſi minor minor.
2.co ¶ Patet vltra ꝙ ſi quotcunqꝫ ſimiles ptes aliquote eiuſdem ſumanẗ ſcđm numeꝝ numerantẽ de-
nominatorem eꝝ ꝛ minorem illo denominatore ille omnes vnam ptem aliquotã illius cõſtituunt. Et
ſi ſumanẗ ſcđm numeꝝ maiorem denoĩnatore illaꝝ numeratũ ab illo denominatore ille ꝯſtituẽt plu-
res equalia illi. Et ſi ſcđm minorem denoĩatore illaꝝ non numerantẽ denominatorẽ ipſaꝝ ille nõ conſti-
tuunt vnã ptem aliquotam illius. ¶ Primũ pꝫ qꝛ ꝑ.12.petitionem ille numerator erit tunc ps aliq-
ta denominatoris cum igiẗ ex p̃ñti ꝓportio illarum ad illud cuius dicunẗ tales ptes aliquote ſit que
numeratoris ad denominatorẽ ſequiẗ ex.55.ſuppoſitione ſcđi ꝙ cõpoſitum ex illis omnibus erit vna
ps aliquota illius quod eſt primũ. Et eodẽ modo põt oñdi dato añte ſcđi ꝙ illud reſpectu cui⁹ dicunẗ
tales ptes aliquote ſit ps aliquota compoſiti ex illis vnde ex terminis ſequitur ſecundum.
¶ Patet vltra ex p̃ñti id quod ab aliquib⁹ ſub hys verbis dici ſolet ſcꝫ ſi ſcđm aliquem duoꝝ nume-
3.co rorum ſumanẗ ptes aliquote vnius a reliquo denominate erit cũ illaꝝ ad illud vnũ ea ꝓportio que
illius ſcđm quem ſumunẗ ad illud a quo denominãtur. Sumere eñ ſcđm aliquẽ duoꝝ numerorum
ptes aliquotas vnius a reliquo denominatas nõ aliud eſt ꝙ̃ ſumere fractionem relatã ad illud vnuꝫ
cuius numerator ſit ille ſcđm quem ſumunẗ ꝛ denominator ſit ille a quo denominaẗ ꝛ illa fractio eſt il-
la que ſumiẗ quo habito ex p̃ñti conſtat illius demonſtratio.
¶ Si duarum fractionũ numeratoris vnius ad ſuum denominatorẽ fuerit ea proportio que numera-
2 toris alterius ad ſuum denominatorem ille ſũt ſimiles ꝛ equales fractiones. Et ſi due fractiones fu-
erint ſimiles ꝛ equales fractiones erit numeratoris vnius ad ſuum denominatorẽ ea proportio que
numeratoris alterius ad ſuum denominatorem.
¶ Sit a fractio dicta ꝑ reſpectum ad b cui⁹ numerator ſit c ꝛ denominator d ꝛ ſit e fractio dicta ꝑ reſ-
pectum ad f cui⁹ numerator ſit g ꝛ denominator h. ¶ Tũc dico primo ꝙ ſi ꝓportio c ad d eſt que g ad
h a ꝛ e ſunt ſimiles ꝛ equales fractiones. Dico ſcđo ꝙ ſi a ꝛ e ſunt ſimiles ꝛ equales fractiones pro-
portio c ad d eſt que g ad h. ¶ Primũ pꝫ qꝛ dato añte illius ꝑ p̃cedentem tunc ꝓportio a ad b eſt q̃
c ad d ꝛ e ad f que g ad h quare a ad b erit que e ad f vñ ex terminis ꝯſtat primum. ¶ Scđm pꝫ quia
dato añte illius ex terminis ꝓportio a ad b erit que e ad f cum igiẗ ex precedenti a ad b ſit que c ad d
ꝛ e ad f que g ad h erit c ad d que g ad h quod eſt ſecundum.
¶ Ex p̃ñti ꝯſtat ꝙ ſi duaꝝ fractionum ad idem relataꝝ numeratoris vnius ad ſuum denominatoreꝫ
Co. fuerit ea ꝓportio que numeratoris alterius ad ſuũ denominatorẽ ille fractiones erũt equalia ſimpli-
citer. ¶ Nã ex p̃cedẽti cuiuſlibꝫ illaꝝ ad illud ad quod referunẗ eſt ea ꝓportio que ſui numeratoris
ad ſuũ denominatorem ꝛ ꝑ ꝯñs cuiuſlibꝫ illaꝝ ad illud erit ea ꝓportio que alterius ad illud ergo per
tertium correlarium.3.ſecundi ille erunt equalia ſimpliciter.
¶ Si duaꝝ fractionum numeratoris vnius ad ſuum denominatorẽ fuerit maior ꝓportio ꝙ̃ numera-
3 toris alterius ad ſuum denominatorem erit illa fractio maior fractio ꝙ̃ alia. Et ſi minor minor.
¶ Primũ pꝫ ſit eadem ypotheſis vt in p̃cedenti ꝛ ſit c ad d maior ꝓportio ꝙ̃ g ad h. Tunc dico ꝙ a
eſt maior fractio ꝙ̃ e. Nã ꝑ primã huius ꝓportio a ad b eſt que c ad d ꝛ e ad f que g ad h ergo ꝓpor-
tio a ad b erit maior ꝙ̃ e ad f vnde ex terminis conſtat primum. ¶ Scđm aũt ex primo euidenter ꝯſtat
¶ Ex p̃ñti ꝯſtat ꝙ ſi duarum fractionũ ad idem relataꝝ nũeratoris illi⁹ ad ſuum denominatorẽ fue-
Co. rit maior ꝓportio ꝙ̃ numeratoris alteri⁹ ad ſuũ denominatorẽ ſimpliciter illa erit mai⁹ altera ꝛ ſi ꝓ-
portio illa fuerit minor erit ſimpliciter minus alia. ¶ Primum patet quia tunc per primam huius il-
lius ad illud ad quod referuntur erit maior ꝓportio ꝙ̃ alterius ad illud vnde ex primo correlario.8.

ſecundi conſtat illud. ¶ Secundum autem ex hoc apparet.

4 ¶ Si duarum fractionum ad idem relatarum numeratores fuerint inequales ⁊ denominatores equales erit cuiuſlibet illarum ad alteram ea proportio que numeratoris illius ad numeratorem alterius. Et ſi earum numeratores fuerint equales ⁊ denominatores inequales cuiuſlibet illarum ad alteram erit ea proportio que denominatoris alterius ad denominatorem illius.

¶ Sint a ⁊ b due fractiones relate ad c ⁊ ſit d numerator a ⁊ e eius denominator f aūt ſit nūerator b et g denominator eius. ¶ Tunc dico primo ꝙ ſi d ⁊ f ſint inequales ⁊ e ⁊ g equales proportio a ad b eſt que d ad f ⁊ b ad a que f ad d. Dico ſecundo ꝙ ſi d ⁊ f ſint equales ⁊ e ⁊ g inequales proportio a ad b erit que g ad e ⁊ b ad a que e ad g. ¶ Primum patꝫ quia dato antecedēte illius ꝑ primā huius proportio a ad c eſt que d ad e ⁊ et ꝑ eandem c ad b eſt que g ad f cum igitur per .2. ſecūdi g ad f ſit que e ad f erit c ad b que e ad f ergo per equam ꝓportionalitatem directā a ad b eſt que d ad f ⁊ ex ↄſiti per cōuerſam ꝓportionalitatem b ad a eſt que f ad d quod eſt primum. ¶ Secundū patet quia dato añte illius per primam huius ꝓportio a ad c eſt que d ad e ⁊ per eandem c ad b eſt que g ad f cum igitur per .2. ſecundi g ad f ſit que g ad d erit c ad b que g ad d per equam igitur ꝓportionalitatem indirectā a ad b erit que g ad e ⁊ ex ↄſiti per conuerſam ꝓportionalitatem b ad a eſt que e ad g quod eſt ſecundū.

5 ¶ Quibuſcumq; duabus partibus aliquotis diſſimilibus eiuſdem ſumptis cuiuſlibet earum ad alteram eſt ea proportio que denominatoris alterius ad denominatorem alterius.

¶ Hec euidenter ſequitur ex precedenti qꝛ ille erunt due fractiones ad idem relate quarum numeratores erunt equales ex quo vtriuſq; numerator eſt vnitas ⁊ denominatores erunt inequales nam aliās ille eſſent ſimiles partes aliquote ergo per precedentem cuiuſlibet illarum ad alteram erit ea ꝓportio que denominatoris alterius ad denominatorem illius. Hec inſuper ex .3. correlario .4.3. ſcdi manifeſte deducitur. Quia tunc ille partes ambe numerabunt illud cuius ſūt tales partes aliquote quelibet per ſuum denominatorem quo habito ex illo correlario manifeſte ſequitur propoſitum. Sub aliis verbis ſolet hec poni ab aliquibus hoc modo ſcꝫ inequalium numerorum maioris ad minorē ea eſt que partis a minori dicte ad partem a maiori dictam ꝓportio ⁊ in idem omnino redit.

6 ¶ Quotcūq; diſſimiles ꝑtes aliq̄tas eiuſdē ad aliquot ſiles ⁊ eq̄les ꝑtes aliq̄tas ↄtigit reducere.

¶ Hec oſtendit qualiter quotcumq; partes aliquote eiuſdem quarum non omnes ſūt ſimiles ⁊ equales partes aliquote eiuſdem ad aliquot ſimiles ⁊ equales partes aliquotas reduci debeant ⁊ huius demonſtratio indifferenter procedit eſto ꝙ alique earum inter ſe eſſent ſimiles ⁊ alique diſſimiles ꝑ ut ex proceſſu demonſtrationis apparebit. Sint igitur a b c quotcumq; partes aliquote ipſius d a denominata ſecundum e ⁊ b ſecundum f ⁊ c ſecundum g propoſitumq; ſit illas omnes reducere ad aliquot ſimiles ⁊ equales partes aliquotas ipſius d ad quod faciendum inuenio per .34. tertij minimū numerum quem numerant e f ⁊ g qui ſit h quem numeret e ſecundum k ⁊ f ſecundum l ⁊ g ſecundum m ⁊ ſit n pars aliquota d denominata ſecundū h tunc ex precedenti proportio n ad a eſt que e ad h ſed e numerat h ſecundum k ergo per correlarium prime ſecundi n numerat a ſecundum k ⁊ per ↄſiis tot partes equales n adequate erunt in a quot vnitates in k ⁊ quia per precedentem ꝓportio n ad b eſt q̄ f ad h ⁊ f numerat h ꝑ l per idem correlarium prime ſecundi n numerabit b per l ⁊ per conſequēs tot partes equales n adequate erunt in b quot ſunt vnitates in l ⁊ per idem n numerabit c per m ⁊ ex conſequenti tot partes equales n adequate erūt in c quot vnitates in m quare in a b c tot adequate reperientur partes equales ipſi n ꝑti aliquote d denominate ſecundū h quot ſunt vnitates in compoſito ex illis tribus ſcꝫ k l m. Dico ergo ꝙ a b c reducūtur ad partes aliquotas d denominatas ſecundum h minimū numeratum a denominatoribus illarum ſumptas ſecundum compoſitum ex k l m numeris per quos denominatores illarū numerant illum minimum numeratum ab illis qꝛ vt oſtenſū eſt in in a b c adequate reperiuntur tot partes aliquote ipſius d denoīate ſcđm h quot ſunt vnitates in cōpoſito ex k l m. Patꝫ igitur ꝓpoſitum. Et ex modo huius demonſtrationis latis apparet ipſā ꝓcedere eſto ꝙ alique illarū ſint ſimiles inter ſe ⁊ alique diſſimiles dūmodo ꝓ qualibꝫ illarū ſumatur ſuus denominator ſeorſū ⁊ ꝓ quolibet denominatore ſuus nūerus ſeorſū quo mediante nūeret illū nūeratū ab illis eſto ꝙ aliqui illorū coincidāt. Et in quotcūq; pluribus aut paucioribus ↄſimilis eſt demōſtratio.

1. co. ¶ Ex preſenti conſtat ꝙ ſi quotcumq; partes aliquote eiuſdem ad aliquot ſimiles ⁊ equales partes aliquotas ipſius reducantur in qualibet earum erunt tot adequate ſimiles ⁊ equales partes aliquote eiuſdem de illis ad quas reducentur quot ſunt vnitates in numero per quem denominator illius numeret denominatorem illarum ad quas reducuntur. ¶ Hoc in quibuſcūq; eodem modo omnino conſtat ſicut in demonſtratione priius oſtenſū eſt tot adequate partes equales ipſi n eſſe in a quot ſunt vnitates in k ⁊ tot in b quot vnitates in l ⁊ tot in c quot vnitates in m.

2. co ¶ Patet vltra ꝙ quotcūq; partes aliquote alicuius poſſūt reduci ad quotcumq; ſimiles ⁊ equales ꝑtes aliquotas eiuſdē denominatas a nūero numerato ab oibus denominatoribus illaꝝ ſiue ille fuerit minimus nūeratus ſiue nō ſumptas ſcđm ↄpoſitum ex oibus illis nūeris ꝑ quos denoīatores illarum nūerant illum numeratū ab illis omnibus. ¶ Qꝛ oino eodē modo ꝓcedet demōſtratio priis ſi ponatur ꝙ e f g nūerent h ſed h non ſit minimus nūeratus ab illis ſicut poſito ꝙ h ſit minimus numeratus ab illis ⁊ ex ↄſiti quotcumq; ſimiles ⁊ equales ꝑtes aliquote alicuius poſſunt reduci ad quotcūq; plures ſimiles ⁊ equales partes aliquotas denominatas a numero multiplici ad denominatorem illarum.

3 co. ¶ Patet vltra ꝙ ſi quotcumq; partes aliquote eiuſdem ad aliquot ſimiles ⁊ equales ꝑtes aliquotas ipſius reducantur ſiue ille ad quas reducuntur denominētur a minimo numerato a denominatoribus omnium illarum que reducantur ſiue ab alio numerato ab illis in qualibet earum erunt tot adequate ſimiles ⁊ equales partes aliquote eiuſdē de illis ad quas reducētur quot ſunt vnitates in nu

mero per quem denominator illius numeret denominatorem illarum ad quas reducuntur. ¶ Hoc in
quibuſcum eodem modo omnino conſtat ſicut in demonſtratione preſentis oſtenſum eſt tot adequate
partes equales ipſi n eſſe in a quot ſunt vnitates in k ⁊ tot in b quot ſunt vnitates in l ⁊ tot in c quot
vnitates in m.
¶ Quotcunque fractiones ad idem relatas ad vnam fractionem eidem relatam contingit reducere.
7. ¶ Quod hec proponit ſatis facile ex precedenti apperere poteſt ſumantur enim omnes partes aliquo
te ſeorſum ex quibus ille omnes fractiones adequate reſultant ⁊ pro qualibet ſumatur ſuus denomi
nator ⁊ inueniatur minimus numeratus ab illis omnibus denominatoribus aut alius numeratus ab il
lis ⁊ ſumatur pro quolibet illorum denominatorum vnus numerus quo mediante numeret illum nu
ratum quo facto ſumatur fractio cuius denominator ſit ille numeratus ab illis omnibus denominatori
bus ⁊ numerator ſit compoſitus ex illis omnibus quibus mediantibus illi denominatores numerant illū
numeratum ab illis ⁊ illa erit fractio ad quam reducentur ille omnes partes aliquote ⁊ per conſequens
ille fractiones ſumpte ⁊ huius demonſtratio in forma apparet in precedenti.
Co. ¶ Ex his conſtat quod ſi quotcunque fractiones ad idem relate ad vnam fractionem eidem relatam re
ducuntur in qualibet illarum fractionum erunt adequate tot partes aliquote denominate a denomi
natore illius fractionis ad quam reducuntur quot ſunt vnitates in compoſito ex tot numeris equalibus
illi per quem denominator illius numeret denominatorem illius ad quā reducuntur quot ſunt partes
aliquote in tali fractione ⁊ ex conſequenti quot ſunt vnitates in numeratore illius ⁊ ex conſequenti tot
adequate erūt de illis partibus aliquotis in tali quot ſunt vnitates in numero producto ex numerato
re illius in numerum per quem denominator eius numerat denominatorem illius ad quam reducunt
¶ Quia quecunque illarum fractionum que reducuntur data in qualibet parte aliquota illarum ex qui
bus adequate reſultat per ſecundum correlariū precedentis erunt tot adequate de illis partibus aliquo
tis ex quibus reſultat illa fractio ad quam reducuntur quot ſunt vnitates in numero per quem deno
minator illius partis aliquote qui eſt etiam denominator illius fractionis numerat denominatorem il
larum ad quas reducuntur qui eſt denominator illius fractionis ad quā reducuntur ergo in tali frac
tione erunt tot de illis quot correlarium proponit.
8 ¶ Quodlibet integrum ad quamlibet fractionem ad ipſum relatam cuius numerator eſt equalis de
nominatori reducitur. Quotcunque aūt integra ad quamlibet fractionem ad vnum integrum relatam
cuius numeratoris ad denominatorē ea eſt proportio que numeri illorum integrorū ad vnitatē reducit.
¶ Primū patet quia per primam huius cuiuſcunque talis fractionis ad illud integrum eſt ea propor
tio que ſui numeratoris ad ſuum denominatorem ⁊ per conſequens proportio illius fractionis ad illud inte
grum erit proportio equalitatis vnde ex terminis conſtat primum. ¶ Secundum patet quia quibuſcunque
integris datis per primam huius cuiuſlibet talis fractionis ad illud integrū ad quod refertur erit ea pro
portio que numeratoris ſui ad ſuum denominatorem ⁊ per conſequens ea que numeri illorū integro
rum ad vnitatem cum igitur illorum integrorum ad illud integrum ſit que numeri ipſorum ad vnitatē
erit cuiuſlibet talis fractionis ad illud integrum ea que illorum integrorum ad illud integrum ergo per
tertium correlariū .3. ſecundi quelibet talis fractio erit equalis illis integris quod eſt ſecundum.
¶ Integrum cum parte aliquota ipſius ſimiliter ⁊ cum quotcunque partibus aliquotis ipſius con
tingit ad aliquot ſimiles ⁊ equales partes aliquotas ipſius reducere.
¶ Hec demonſtratur imprimis pro reductione integri cum parte aliquota. Sit a vnum integrum ⁊ b
pars aliquota ipſius denominata ſecūdum c. Dico igitur quod a ⁊ b reducentur ad partes aliquotas ſimi
les ⁊ equales ipſi b ſumptas ſecundū numerum maiorem c ſola vnitate. Quia enim c denominat b in a
totiens adequate reperietur b in a quotiens vnitas in c addēdo igitur b ipſi a in compoſito toties ad
equate reperietur quotiens vnitas in numero maiori c ſola vnitate. ¶ Si autem aliquod integrū cū
quotcunque partibus aliquotis ipſius debeat talis reduci reducatur primo ille cum quibus debet re
duci ad aliquot ſimiles ⁊ equales partes aliquotas illius per .6. huius ⁊ numerus illarum ad quas re
ducte ſunt ſit a ⁊ denominator earum ſit b ⁊ ſit vna illarum partium aliquotarum c ⁊ illud integrū ſit
d. Dico igitur quod illud integrum cum illis omnibus reducentur ad partes aliquotas ſimiles ⁊ equales
ipſi c ſūptas ſecundum numerū compoſitū ex a ⁊ b quia ex ypotheſi c totiens adequate reperitur in cō
poſito ex illis ad quas ille reducte ſunt quotiens vnitas in a ⁊ in d totiens adequate reperitur quotiēs
vnitas in b ergo in compoſito ex illis ⁊ ex d totiens adequate reperietur quotiens vnitas in compo
ſito ex a ⁊ b reducentur igitur d ⁊ ille omnes partes aliquote ad partes aliquotas ſimiles ⁊ equales
ipſi c ſumptas ſecundum numerum compoſitum ex a ⁊ b quod eſt propoſitum.
Co. ¶ Et ex iſta cum precedentibus manifeſte apparet qualiter vnum integrū cū quibuſcūque fractioni
bus ad ipſum comparatis ad vnam fractionem reduci debeant reducantur enim primo ille fractiones ad
vnam iuxta precedētes quo facto ex preſenti reducatur illud integrū cū illa fractione ad vnam que erit
fractio cuius denominator erit idem ⁊ numerator erit compoſitus ex numeratore ⁊ ex denominatore
illius fractionis prout ex demonſtratione preſentis apparere poteſt ⁊ habebitur intentum.
10 ¶ Quotcūque integra cū parte aliquota vnius integri ſimiliter ⁊ cū quibuſcūque partibus aliquotis eiuſ
dem integri ad aliquot ſimiles ⁊ equales partes aliquotas eiuſdem integri contingit reducere.
¶ Hec demonſtratur imprimis de reductione integrorum cum parte aliquota. Sint quotcunque inte
gra ſumpta ſecundum numerum a quorum vnum ſit b ⁊ c ſit pars aliquota b denominata ſecundum d
⁊ ex d in a fiat e. Dico igitur quod illa integra cum c parte aliquota reducentur ad partes aliquotas ſimi
les ⁊ equales ipſi c ſumptas ſecundum numerum maiorem e ſola vnitate. Quia enim c numerat b per d ⁊ b
numerat illa integra per a per .21. primi c numerabit illa integra per productū ex d in a qui poſitus eſt e ⁊ per

ꝯñs c totiens adequate reperietur in illis quotiens vnitas in e addendo igitur ipſum c illis integris in compoſito ex illis ⁊ ex c totiens adequate reperietur c quotiẽs vnitas in numero maioꝛi e ſola vnitate reducentur igitur illa integra ⁊ c ad partes aliquotas vnius integri ſimiles ⁊ equales ipſi c ſũptas ſecundum numerum maioꝛem e ſola vnitate quod eſt propoſitum. ¶ Si autẽ integra cum quibuſcũqꝫ partibus aliquotis eiuſdem integri debeant reduci ſint illa integra ſumpta ſecundũ numerum a quicumqꝫ fuerit ⁊ b ſit vnum eoꝛum ⁊ reducantur ille omnes ꝑtes aliquote cum quibus ille debent reduci ad ſimiles ⁊ equales ꝑtes aliquotas eiuſdem integri vt puta ad vnã fractionem cuius numeratoꝛ ſit c ⁊ denominatoꝛ d ⁊ ex d in a fiat e ⁊ f ſit vna illarum ꝑtium aliquotarum illius fractionis ad quam ille partes ſunt reducte. Dico igitur ꝙ illa integra ⁊ illa fractio cuius numeratoꝛ eſt c ⁊ denominatoꝛ d reducuntur ad partes aliquotas vnius integri ſimiles ⁊ equales ipſi f ſumptas ſcđm nũerum ꝯpoſitũ ex e ⁊ c nã f numerat b ꝑ d ⁊ b numerat illa integra per a ergo f nũerat illa integra per productũ ex d in a qui poſitus eſt e ⁊ per ꝯñs totiẽs adequate reperitur f in illis integris quotiẽs vnitas in e ſed in illa fractione totiens adequate reperitur quotiens vnitas in c ergo in illis integris et illa fractione totiens adequate reperietur quotiens vnitas in cõpoſito ex c ⁊ e ⁊ per ꝯñs illa integra ⁊ illa fractio reducentur vt oſtenſum eſt. Et ex conſequenti illa integra cum illis omnibus fractionibus reducentur ad eandem fractionem quod eſt propoſitum.

Co. ¶ Et ex iſta cum ꝑcedentibus apparet manifeſte qualiter quotcũqꝫ integra cum quibuſcũqꝫ fractionibus ad integrum relatis debeant ad vnã fractionem ad vnum integrũ relatam reduci. Reducant̃ eñ pꝛimo fractiones ille ad vnam fractionem dictam per reſpectum ad vnũ integrũ per .7. hui⁹ quo facto reducant̃ illa integra cum illa fractione ſcđm exigentiam pñtis ad vnam fractionem ad vnum integrum relatã ⁊ illa erit ad quam reducentur illa integra cũ alijs fractionibus. Et ex ꝯñti ſatis cõſtat ſi integri vel integroꝛũ cum fractione aut fractiõibus ad integrũ relatis debeat fieri reductio ad aliquot ſimiles ⁊ equales ꝑtes aliquotas quot adequate ſint de illis ꝑtibus aliquotis in quocunqꝫ illoꝛũ q̃ ducuntur de integro tum ⁊ de integris. Similiter ex demonſtratione hui⁹ ⁊ ex demoſtratione antepcedentis ſatis ꝯſtare poteſt ꝯſtat de alijs aũt ex correlario .7. huius manifeſtiſſime apparet.

11 ¶ Quod fit ex ductu duarum partium aliquotarum eiuſdem vnius in alteram eſt ꝑs aliquota ipſius denominata a numero qui fit ex ductu duorum numeroꝛũ illas ꝑtes denominantiũ vnius in alterum.

¶ Sit a pars aliquota c denominata ſecundũ d numerum ⁊ ducatur in b ꝑtem aliquotam eiuſdem c denominatam ſcđm e ⁊ ex d in e fiat f ⁊ ſit g pars aliquota c denominata ſecundum f. Tunc dico ꝙ g fiet ex a in b. Quia enim ex d in e fit f quotiens vnitas in e totiẽs d in f quare propoꝛtio d ad f eſt que vnitatis ad e ſed per .5. hui⁹ propoꝛtio g ad a eſt que d ad f ergo g ad a eſt que vnitatis ad e ⁊ quia ex b in e fit c quotiens vnitas in e totiens b in c ⁊ per conſequẽs propoꝛtio vnitatis ad e eſt que b ad c ⁊ ex cõſequenti g ad a eſt que b ad c cum igitur ex .3. diffinitione productum ex a in b ſe habet ad a ſicut b ad c ergo illud productum ſe habet ad a vt g ad a ⁊ per conſequens per .3. correlarium .3. ſecundi illud productum eſt equale g vnde conſtat propoſitum.

12 ¶ Si quoꝛumcumqꝫ duoꝛum fiat alterna multiplicatio continuo producentur equalia.

¶ Hec eſt ſimilis .13. pꝛimi ſed cõmunioꝛ quia ad fractiones ⁊ vniuerſaliter ad omnem multiplicationem alternam quoꝛumcumqꝫ duoꝛum ſe extendit quare aliter demonſtranda eſt. Sint igitur a ⁊ b q̃cumqꝫ duo quoꝛum poſſit fieri alterna multiplicatio ⁊ ex a in b fiat c ⁊ ex b in a fiat d. Tunc dico ꝙ c eſt equale d. Quia ex .3. diffinitione propoꝛtio c ad a eſt que b ad vnũ ergo permutatim c ad b eſt que a ad vnum cum igitur per eandem diffinitionem d ad b ſit que a ad vnum c ad b eſt que d ad b ergo ꝑ tertium correlarium .3. ſecundi c eſt equale d quod eſt propoſitum.

13. ¶ Si quoꝛumcumqꝫ plurium quodlibet ſeoꝛſum in aliquod ducatur compoſitum ex omnibus inde ꝓducta erit equale illi quod fiet ex ductu compoſiti ex illis omnibus in illud idem.

¶ Hec eſt ſimilis .16. pꝛimi communioꝛ tñ eo ꝙ ad fractiones ſe extendit ⁊ vniuerſaliter ad omnes multiplicationes plurium ſeoꝛſum ꝑ idem ex quibus proueniũt aliqua eiuſdẽ rationis ꝓpterea de talibus ipſa procedit ſimiliter ⁊ eius demonſtratio. Sint igitur a b c quotcũqꝫ plura ſeoꝛſum ⁊ oꝛdinatim ducta in d ⁊ fiant oꝛdinatim e f g que omnia ſint eiuſdem rationis ducatur inſuper totum cõpoſitum ex a b c in d ⁊ fiat h. Tunc dico ꝙ cõpoſitum ex e f g eſt equale h. Quia ex .3. diffinitione ꝓpoꝛtio e ad a eſt que d ad vnum ſimiliter ⁊ f ad b ⁊ g ad c quare e ad a erit que f ad b ⁊ que g ad c ergo ꝑ .18. ſecundi ꝯpoſiti ex e f g ad ꝯpoſitum ex a b c erit que e ad a ⁊ per ꝯñs que d ad vnũ cũ igitur per eandem diffinitionem h ad compoſitum ex a b c ſit etiam que d ad vnum erit h ad compoſitum ex a b c q̃ compoſiti ex e f g ad compoſitum ex a b c ergo per tertium correlarium .3. ſecũdi h eſt equale ꝯpoſito ex e f g quod eſt propoſitum. In quotcumqꝫ pluribus aut paucioꝛibus conſimilis eſt demonſtratio.

14 ¶ Si aliquid in quotcumqꝫ plura ſeoꝛſum ducatur compoſitum ex oĩbus inde productis erit equale illi quod fiet ex ductu illius in compoſitum ex illis.

¶ Hec etiã ſimilis eſt .14. pꝛimi ſed cõmunioꝛ ⁊ ꝓcedit vbi illa producta eſſent omnia eiuſdẽ rõnis. Ducatur igitur a in b c d quotcũqꝫ plura ſeoꝛſum ⁊ oꝛdinatim ⁊ fiant oꝛdinatim e f g ducatur inſuꝑ a in ꝯpoſitum ex b c d ⁊ fiat h. Tunc ꝑꝫ h eſſe equale ꝯpoſito ex e f g. Quia ꝑ aſſprecedentem pluries repetitã e fit ex b in a ⁊ f ex c in a ⁊ g ex d in a ⁊ h ex ꝯpoſito ex b c d in a ergo ꝑ ꝑcedentẽ h erit equale ꝯpoſito ex e f g qđ ẽ propoſitũ. In quotcũqꝫ pluribꝰ aut paucioꝛibus ꝯſimilis eſt oĩno demõſtratio.

15. ¶ Si quoꝛũcũqꝫ pluriũ q̃libet in q̃rũcũqꝫ pluriũ q̃libꝫ ſeoꝛſũ ducat̃ ꝯpoſitũ ex oĩbus inde ꝓductis erit equale illi qđ fiet ex ꝯpoſito ex illis multiplicatis in ꝯpoſitũ ex illis ꝑ que multiplicantur.

¶ Hec etiam ſimilis eſt .17. pꝛimi ſꝫ ꝯmunioꝛ ⁊ ꝓcedit dũmodo illa oĩa ꝓducta ſint eiuſdeꝫ rationis Sint igit̃ a b c quotcũqꝫ plura quoꝛum quodlibet in q̃libet iſtoꝛum d e f ſeoꝛſum ducat ducat̃ inſuꝑ

ↄpoſitum ex a b c in ↄpoſitum ex d e f ⁊ fiat h. Tunc dico ꝙ h eſt equale ↄpoſito ex omnibus illis qui fiunt ex ductu cuiuſlibet illorũ a b c in quodlibꝫ illorum d e f ſeorſum. ¶ Qꝛ per precedenteꝫ pluries ſumptam ex a in d e f ſeorſum tm̃ fiet ſicut ex a in ↄpoſitum ex illis ⁊ ex b in illos ſeorſuꝫ tm̃ etiã ſicut ex b in ↄpoſitum ex illis ⁊ ex c in illos ſeorſum tm̃ ſicut ex c in ↄpoſitum ex illis quare ex quolibet illorum a b c in illos tres ſeorſum tm̃ fiet ſicut ex a b c ſeorſum in ↄpoſitum ex illis ſed per antepreceden tem ex a b c ſeorſum in compoſitũ ex d e f tm̃ fiet ſicut h ergo ex quolibet illorum a b c in illos ſeorſum d e f tm̃ fiet ſicut h ⁊ ꝑ ↄñs h erit equale cõpoſito ex omnibꝰ hĳs que fient ex quolibet illorum a b c in quemlibet illorum d e f ſeorſum quod eſt propoſitum. Conſimilis eſt demonſtratio in quotcunqꝫ pluribus aut paucioribus.

1.co. ¶ Ex hĳs tribus ↄcluſionibꝰ patꝫ primo ꝙ ſi aliqua pars aliquota ducatur in aliquot ſimiles ꝑtes aliquota s ſimul quod inde ꝓueniet erit fractio cuius numerator erit equalis numeratori illarũ partium aliquotarum in quas ducitur ⁊ denominator erit numerus ꝓductus ex denominatore illius in denominatorẽ illaꝝ. Et ſi quotcũqꝫ ſimiles ꝑtes aliquote ducant̃ in aliquaꝫ ꝑtem aliquotã ꝓducet̃ fractio cuius numerus eſt numerator illarum ꝑtium que multiplicantur ⁊ denominator erit ꝓductus ex denominatore illarum in denominatorem illius. ¶ Primũ patꝫ quia ꝑ.11.huius ex illis in quamlibet illarum ſeorſum fiet vna ꝑs aliquota denominata ab illo producto ex denominatore illius in denominatorem illarum ergo ex illa in illos omnes ſeorſum fient tot de illis quot ſũt ille cum igitur ꝑ precedẽtẽ ex illa in illas omnes ſeorſum tot fiant ſicut ex illa in illas omnes ſimul ſequitur ꝙ ex illa in illas omnes ſimul fient tot ꝑtes aliquote denominate ab illo ꝓducto quot ſunt ille ⁊ per cõſequens fiet talis fractio ſicut prima pars proponit. ¶ Secundũ vero ex iſto primo cum adiutorio.12.huius ⁊.13. primi manifeſte conſtat.

2.co ¶ Patet ſecundo ꝙ ſi quotcunqꝫ ſimiles ꝑtes aliquote inter ſe ſimul ducantur in quotcunqꝫ ſimiles inter ſe producentur tot partes aliquote denominate a ꝓducto ex denominatore in denominatorem quot ſunt vnitates in ꝓducto ex numeratore in numeratorem. Sint enĩ a quotcunqꝫ partes aliquote quarũ denominator ſit b ⁊ numerator c ⁊ vna earum ſit d ⁊ ſint e quotcũqꝫ ꝑtes aliquote quarum denominator ſit f ⁊ numerator g ⁊ vna earum ſit h ⁊ ex c in g fiat k ⁊ ex b in f fiat l. Dico ergo ꝙ ex a in e fient tot ꝑtes denominate ſecundum l quot ſunt vnitates in k. Quia per precedens correlarium ex d in e fiẽt tot partes denominate ſecundũ l quot ſunt vnitates in g ducendo ergo d totiens in e quotiens eſt in a fient tot aggregata ex partibus denominatis ſecundum l ſumptis ſecundum g quot ſunt partes equales d in a ⁊ per ↄſequens tot quot ſunt vnitates in c ergo per.13.huius ex a in e fiẽt tot talia aggregata ſed illa ſunt partes denominate ſecundum l ⁊ ſumpte ſecundũ k quia totiens cõpoſitum ex illis ſumptis ſecundum g reperitur in illis quotiens vnitas in c quemadmodum g totiẽs reperit̃ in k totiens quotiẽs vnitas in c ergo ex a in e fient tot ꝑtes aliquote ſicut propoſitum eſt.

3.co. ¶ Patet finaliter ꝙ ex ductu duarum fractionum vnius in alteraꝫ vniuerſaliter producitur fractio cuius numerator producit̃ ex nũeratore vnius in nũeratorẽ alterius ⁊ denominator ex denõiatore in denominatorem. Hoc manifeſtiſſime conſtat ex duobus correlarĳs precedentibus.

15 ¶ Si aliquid ducatur in vnũ integrum aut vnum integrum in ipſum tm̃ fiet ſicut ex ipſo in vnitatem. Et ſi aliquid ducatur in plura integra aut plura integra in ipſum tãtum producetur ſicut ex ductu ipſius in numerum illorum.

¶ Primum patet quia ſi aliquid ducatur in vnum integrum productum inde ſe habebit ad illud multiplicatum ſicut illud integrum ad ipſũmet integrum ⁊ per cõſequens producetur ipſummet multiplicatum cum igitur per.12.huius illud idẽ producatur ex ductu illius integri in illud ⁊ per.33.dignitatẽ idem producatur ex illo multiplicato per integrũ in vnitatem ducto conſtat totum propoſitum primi. ¶ Secundum autem patꝫ quia per.3.diffinitionem ſi aliquid multiplicetur per plura integra productum inde ſe habebit ad illud multiplicatum ſicut illa integra ad vnũ integrum cum igitur illa integra ſe habeant ad vnum integrum ſicut numerus illorum ad vnitatem illud productum ſe habebit ad illud multiplicatum ſicut numerus illorum integrorum ad vnitatem ⁊ per ↄſequens quotiens vnitas in illo numero totiens illud multiplicatum in illo producto quare ex diffinitione multiplicationis illud ꝓductum producetur etiam ex illo multiplicato in numerum illorum integrorum cum igitur ꝑ.12.huius illud idẽ ꝓducatur ex ductu illoꝝ integrorũ in illud multiplicatum conſtat totum propoſitum.

Co. ¶ Ex p̃miſſis ↄſtat ꝙ ſi fractio aliqua multiplicetur per integruꝫ aut integra producetur fractio cuius denominator erit idẽ cum denominatore illius ⁊ numerator erit producꝰ ex numeratore illius in numerum illius integri vel illorum integrorum. Hoc manifeſte conſtat ex preſenti.

1 ¶ Si quarumcunqꝫ fractionum prima ducatur in ſecundaꝫ ⁊ producta inde in tertiã ⁊ ita deinceps vſqꝫ ad vltimam vltimo producta erit equalis vltime que producitur ſi alia illaruꝫ a prima quecũqꝫ fuerit ducatur in aliam earundem ⁊ producta in aliam ⁊ ita deinceps vſqꝫ ad vltimã deueniatur.

¶ Quia ꝑ.3.correlarium anteprecedẽtis ex prima in ſcdam fiet fractio cuius numerator erit ꝓductus ex numeratore prime in numeratorem ſcde ⁊ denominator in denominatorem ⁊ ex illa ꝓducta in tertiam ꝓducetur fractio cuius numerator erit ꝓductus ex numeratore illius ꝓducte in numeratorẽ tertie ⁊ denõiator ex denõiatore in denõiatorẽ ⁊ ita deinceps ꝗ ducẽdo ꝓmã in ſcdam ⁊ productã in tertiã ⁊ ita deinceps vſqꝫ ad vltimã illarum vltima ꝗ producet̃ erit fractio cuiꝰ nũerator erit vltimus qui ꝓduceretur ſi nũerator prime in numeratorẽ ſecunde duceretur ⁊ ꝓductus in nũeratoreꝫ tertie ⁊ ita deinceps vſqꝫ ad vltimam ⁊ denominator eſſet vltimus qui produceretur ex ductu talium denominatorum in ſe conſimili ordine ⁊ per idẽ ſi aliquo alio ordine ducãtur ille fractiones in ſeipſas vltimo ꝓducta erit fractio cuius numerator erit vltimus qui ꝓducetur ex ductu illorum numeratorum alio

ordine ductorum in ſe ⁊ denominator erit vltimo ꝓductus ex ductu illorum denominatorum alio ordine ductorum in ſe cum igitur ꝑ.46.primi idem ſit cōtinuo vltimo productus ex illis numeratoribus in ſe ſiue vno ordine ducantur in ſe ſiue alio ⁊ ſimiliter vltimo productus ex illis denominatoribus in ſe quocunqꝫ ordine in ſe ducantur ſemper erit idem ſequitur ꝙ cōtinuo vltima fractio que proueniet ex talibꝰ multiplicationibus erit eadem.

Co. ¶ Ex preſenti conſtat ꝙ ſi quotcunqꝫ fractiones cum integro aut integris quocunqꝫ ordine ꝑ ſeipſa multiplicentur continuo vltimo ꝓductum erit idem. Sumptis enim numeratoribus illarum ⁊ nūero aut numeris illius integri vel illorum integrorum eo ordine quo vis illa ꝑ ſe multiplicare ⁊ ſumptis denominatoribus illarum fractionum eo ordine quo illa ſumūtur ex tertio correlario anteꝓcedentis cum adiutorio correlarij ꝓcedentis fractio vltimo ꝓducta ex talibus multiplicationibus erit fractio cuius denominator erit vltimo ꝓductus ex illis denominatoribus eo ordine quo diſpoſiti ſunt per ſe multiplicatis ⁊ numerator erit ꝓductus ex illis numeratoribus cum numero vel numeris illius integri vel illorum per ſe illo ordine quo diſpoſiti ſunt multiplicatis. Et ita ſi quocunqꝫ alio ordine velles ꝑ ſe multiplicare quo habito ex.46.primi ſequitur ꝙ continuo vltime fractionis producte idem erit numerator ⁊ idem denominator quo habito conſtat propoſitum.

¶ Si aliquid ducatur in aliquod integrum aut in fractionē illi equalē illud non creſcet nec decreſcet
18 per talem multiplicationem. Et ſi ducatur in maius integro creſcet ⁊ ſi in minus decreſcet.

¶ Hoc ideo eſt qꝛ per tertiam diffinitionem ꝓducti ad illud multiplicatum erit ea proportio que illiꝰ per quod multiplicatur ad vnum integrum ſi igitur illud per quod multiplicatur ſit equale integro ꝑ primam ſecundi ꝓductum erit equale illi multiplicato ⁊ per conſequens per talem multiplicationem non creſcet aut decreſcet ⁊ ſi multiplicans fuerit maius integro ꝑ eādem ꝓductum erit maius; multiplicato ⁊ ꝑ ꝯñs ꝑ talem multiplicationem creſceret. Et ſi multiplicans ſit minus integro ꝑ eandem ꝓductum erit minus illo multiplicato quare ꝑ talem multiplicationē illď decreſceret ptꝫ igiť ꝓpoſitū.

Co. ¶ Ex pñti conſtat non eſſe verum vniuerſaliter id quod communiter ſolet dici vꝫ ꝙ omnis fractio ducta in fractionem decreſcit vbi enim fractio in quam ducentur eſſet equalis integro aut illo maior non eſſet illud verum.

19 ¶ Quamlibet fractionem que non refertur ad vnum integrum contingit ad aliquam fractionem relatam ad integrum reducere.

¶ Sit a fractio dicta ꝑ reſpectum ad b quod non ſit integrum ſed ſit integra aut fractio dicta per reſpectum ad integrum ⁊ ſit c ꝯſimilis fractio ſicut a relata ad d integrum ⁊ ex a in b fiat e fractio quā conſtat referri ad integrum. Dico ergo ꝙ a fractio reducitur ad e fractionem relatam ad integrum. Quia ex ſecundo correlario prime huius ꝓportio a ad b eſt que c ad d ⁊ quia ꝑ.12.huius e ſit ex b in a ꝑ tertiam diffinitionem ⁊ eius expoſitionem ꝓportio e ad b eſt que ſimilis fractiōis ipſi a relate ad vnum integrum ad illud integrum ⁊ ꝑ ꝯñs que c ad d quare ⁊ que a ad b ergo ꝑ.3.correlariū.3.ſcdi a ⁊ e ſunt equalia vnde ꝯſtat ꝓpoſitum. Et ſi ponať b nō eſſe integra nec fractionem relatā ad integrū ſit tunc f ad quod referatur b quod ſi ſit integra aut fractio ad integrum relata reducam vt ſtatim b ad fractionem ad integrum relatam que ſit g ⁊ tunc referam a fractionē ad g ⁊ erit eadem cum a relata ad b ex quo b eſt g ⁊ reducam tunc a relatam ad g ſicut ſtatim ad vnā fractionem ad integrū relatam que ſit h ⁊ illa erit queſita hoc apparet ex ſtatim demonſtrato. Et ſi f nō eſſet integra aut fractio ad integrum relata cum ita procedendo tandem oporteat deuenire ad integra aut ad fractionem ad integrum relatam conſimiliter procedatur ab vltimis inchoando. Et ſi forte in tali proceſſu deueniatur ad compoſitum ex integro vel integris cum fractione vel fractionibus ad integrum vel integra relatis facile etiam poterit conſtare propoſitum. Quia multiplicando illud quod refertur ad illud ꝑ illud proueniet fractio ad integrum relata ⁊ hoc apparet ſi illud quod fertur ad illud vltimum ad quod deuentum eſt multiplicetur per quodlibet illorum ſeorſum ex quibus reſultat illud vltimum quia continuo proueniet fractio ad integrum relata ⁊ per.14.huius compoſitū ex omnibus inde ꝓductis quod erit fractio ad illud integrum relata fiet ex ductu illius in illud vltimum quo habito procedendo ſicut ſtatim factum eſt conſtabit propoſitum.

20 ¶ Quotcūqꝫ fractiones quarum nō quelibꝫ ad integrum refertur ad vnam fractionem ad integrū relatam contingit reducere. Similiter ⁊ quotcunqꝫ tales fractiones cū integro vel integris ad vnā fractionem ad integrum relatam contingit reducere.

¶ Nā ſi talia occurrāt taliter reducēda reducā primo ꝑ ꝓcedentē quālibet fractionē ibi repertam que non refertur ad integrum ad vnam fractionem relatam ad integrum ⁊ illā capiam loco illius cū alijs ⁊ tunc reducam omnia illa ad vnam fractionem relatam ad integrum ⁊ ad illam reducentur omnia illa que primo occurrebant reducenda.

21 ¶ Si pars aliquota alicuius ducatur in numerum denominantem ipſam producetur equale illi cuiꝰ illa eſt pars aliquota.

¶ Sit a pars aliquota b denominata ſecundum c ⁊ ex a in c fiat d. Tunc dico ꝙ d eſt equale b. Quia ex diffinitione multiplicationis d ad a erit que c ad vnitatem ſed b ad a eſt etiā que c ad vnitatē ergo d ad a eſt que c ad a ergo per correlarium.6.ſecundi d eſt equale b quod eſt propoſitum.

Co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ ſi quotcūqꝫ ſimiles ꝑtes aliquote alicuiꝰ ducāť in denoiatorem illaꝝ ꝓducentur tot equalia illi quot ſunt ille partes aliquote. Quia ex preſenti ex qualibet illarum in illum numerum fiet vnum equale illi cum igiť ꝑ.13. huius quod fit ex ductu illarum ſimul in illum numerum ſit equale compoſito ex hijs que fiunt ex illis omnibus ſeorſum in eundem numerum ex illis ſimul in illum fient tot equalia illi quot ſunt ille partes.

22 ¶ Si pars aliquota alicuius ducatur in numerum multiplicem ad ſuum denominatorem producentur plura equalia illi cuius eſt pars aliquota.

¶ Sit a ꝑs aliquota b denominata ſcḋm c ⁊ ducaꝛ in d numerū multiplicem ad c ⁊ fiat e. Tunc dico ꝙ e eſt plura equalia ipſi b. Quia ex.3.diffinitione ꝓportio e ad a eſt que d ad vnitatē ſed a ad b eſt ꝗ vnitatis ad c ergo ꝑ equam ꝓportionalitatem directā e ad b eſt que d ad c ſed d eſt multiplex c ergo e eſt multiplex ad b ⁊ per conſequens e eſt plura equalia b quod eſt propoſitum.

Co. ¶ Ex p̄miſſi conſtat ꝙ ſi quotcunqꝫ ſimiles ꝑtes aliquote alicuius ducantur in numerum multiplicem ad denominatorem illarum ꝓducentur plura equalia illi cuius ſunt ille ꝑtes aliquote. ¶ Hoc eodem modo deducitur ex p̄miſſi ſicut correlarium precedentis ex ipſa deductum eſt.

23 ¶ Si pars aliquota alicuius ducatur in ꝑtem aliquotam ſui denominatoris quod producetur erit tota pars aliquota illius cuius illa eſt ꝑs aliquota quota ille multiplicās erit illius denominatoris.

¶ Sit a ꝑs aliquota b denominata ſcḋm c ⁊ ſit d ꝑs aliquota c ⁊ ex a in d fiat e. Tunc dico ꝙ e eſt ꝑs aliquota b. Quia ex.3.diffinitione ꝓportio e ad a eſt que d ad vnitatem cum igitur a ad b ſit que vnitatis ad c ꝑ equam ꝓportionalitatem directam e ad b eſt que d ad c ſed d eſt pars aliquota c ergo e ē tota pars aliquota b quod eſt propoſitum.

Co. ¶ Ex p̄miſſi ꝯſtat ꝙ ſi quotcunqꝫ ſimiles ꝑtes aliquote alicuius ducanꝛ in ꝑtem aliquotam ſui denominatoris quod ꝓducetur erit tot ꝑtes equales eiuſdem quot ſunt ille quaꝝ quelibet erit tota ꝑs aliquota illius quota multiplicans eſt denominatoris. Hoc eodem modo deducatur ex p̄ſenti ſicut correlaria precedentium ex ipſis deducuntur.

24. ¶ Si pars aliquota alicuius ducaꝛ in numeꝝ minorē ſuo denoīatore ꝗ nō eſt illius ꝑs aliquota quod ꝓducetur erit minus illo ⁊ ꝑtes aliquote eiuſdē ex quibus nō fiet vna pars aliquota eiuſdem.

¶ Sit a ꝑs aliquota b denominata ſcḋm c ⁊ ducaꝛ in d minorē c qui nō ſit ꝑs aliquota c ⁊ fiat e. Tūc dico ꝙ e eſt min⁹ b ⁊ aliquot ſimiles ꝑtes aliquote b ex quibus nō adequate fit vna ꝑs aliquota b. Nā ex.3.diffinitione ꝓportio e ad a eſt que d ad vnitatem ſed a ad b eſt que vnitatis ad c ergo ꝑ equaꝫ ꝓportionalitatem directam e ad b eſt que d ad c ſed d eſt minus c ⁊ ex ypotheſi adiuuāte prima primi d eſt partes aliquote c ⁊ non pars aliquota c ergo per primuꝫ correlariū prime ſecundi adiuuante.55. ſuppoſitione ſecundi e erit minus c ⁊ partes aliquote c ex quibus non fiet vna.

5 ¶ Si pars aliquota alicuius ducaꝛ in numeꝝ aliquē vniuerſaliter inde ꝓducti ad illud cuius illa eſt pars aliquota erit ea ꝓportio ꝗ multiplicantis ad denominantem illam ꝑtem aliquotam.

¶ Sit a ꝑs aliquota b denoīata ſcḋm c ⁊ ducaꝛ in d numeꝝ ⁊ fiat e. Tunc dico ꝙ proportio e ad b eſt que d ad c. Quia ꝑ.3.diffinitionem ꝓportio e ad a eſt que d ad vnitateꝫ ſed a ad b eſt que vnitatis ad c ergo ꝑ equam ꝓportionalitatem directam proportio e ad b eſt que d ad c quod eſt ꝓpoſitum.

1.co. ¶ Ex p̄miſſi conſtat ꝙ ſi pars aliquota alicuius ducatur in numerū maiorem ſuo denominatore qui nō eſt multiplex ad ſuum denominatorem quod producetur erit maius illo ⁊ non erit multiplex ad illud.

¶ Quia ex preſenti illius ꝓducti ad illud cuius illa eſt pars aliquota erit ea ꝓportio que illius multiplicantis ad illum denominatorem vnde ſatis conſtat propoſitum.

2.co ¶ Patet vltra ꝙ ſi ꝑs aliquota alicui⁹ ducaꝛ in aliquē numeꝝ multiplicē ad denoīatorē ꝓductū idē erit eque multiplex ad illō cuius illa eſt pars aliquota. Et ſi in ſubmultiplicē erit eque ſubmultiplex.

26 ¶ Si pars aliquota a binario denomiata ducaꝛ in numeꝝ maiorē vnitate qđ ꝓduceꝛ erit equale aut equalia illi cuius illa eſt ꝑs aliquota aut equale aut equalia cū tota ꝑte aliquota eiuſdē quota eſt illa.

¶ Sit a ꝑs aliquota b denominata ſcḋm c binarium que ducaꝛ in d maiorem vnitate ⁊ fiat e. Tunc dico ꝙ e eſt equale b aut plura equalia b adequate aut eſt equale aut equalia b cum ꝑte aliquota eius denominata ſcḋm c. Nā ꝑ p̄cedentem ꝓportio e ad b eſt que d ad c binariuꝫ ſi igiꝛ d ſit equale c ꝑ.2. correlarium prime ſcḋi e eſt equale b ⁊ ſi d ſit par maior c ꝑ primā.7.adiuuante.12.petitione c eſt ꝑs aliquota d quare ꝑ.55.ſuppoſitione ſecundi b erit ꝑs aliquota e ⁊ ꝑ ꝯñs e erit plura equalia b ⁊ ſi d non ſit par erit tunc impar maior vnitate ſit ergo f ꝓximus par infra ip̄m d conſtat tunc ꝑ ſtatim demonſtratā ex a in f fieri aliquid quod eſt equale b aut equalia b quod ſit g cum igitur ex a in vnitatem fiat a ⁊ ꝑ.2.14.primi ex a in d fiat equale compoſito ex productis ex a in f ⁊ ex a in vnitateꝫ ſequitur ꝙ e erit equale compoſito ex g ⁊ a vnde conſtat propoſitum.

27 ¶ Si aliquot ſimiles ꝑtes aliquote alicuius ꝗ ſunt minus illo ⁊ non vna ꝑs aliquota ip̄ius ducāꝛ in numeꝝ binariū qđ ꝓueniet nō erit equale illi cui⁹ ille ſunt tales ꝑtes aliquote nec aliqua equalia illi.

¶ Sunt a aliquot ſimiles ꝑtes aliquote b ex quibus nō fiat vna aliquota b ⁊ ducanꝛ in c binarium et fiat d. Tunc dico ꝙ d nō eſt equale b neqꝫ equalia ipſi b. Nā ex.3.diffinitione ꝓportio d ad a eſt que c ad vnitatem ſed ꝓportio c ad vnitatem eſt dupla ergo ꝓportio d ad a eſt dupla ſi igitur d ſit equale b eſſet a medietas b quod repugnat ypotheſi. Et ſi d ſit plura equalia b eſſet a equale b aut eo maius quod repugnat ypotheſi non eſt igitur d equale ipſi b aut equalia ip̄i b quod eſt ꝓpoſitum.

28 ¶ Quibuſcunqꝫ duabus fractionibus ad integrū relatis ꝓpoſitis quamlibet earum ad vnam fractionem ad idē integrū relatā cuius nūerator a nūeratore alterius ⁊ denoīator a denoīatore nūeranꝛ.

¶ Quod hec ꝓponit deſeruit ad practicam diuiſionis in hijs fractionib⁹. Unde licet ꝗlibet fractio ꝑ quālibet aliam poſſit diuidi ſicut apparebit nō tñ immediate ꝗlibet ꝑ quālibet diuidi poteſt ⁊ hoc cōtingit qñ numerator illius diuidende nō numeraꝛ a numeratore alterius aut denominator non numeratur a denominatore. Sit igiꝛ a fractio ad integrum relata cuius nūerator ſit b ⁊ denomiator c ⁊ ſit d alia fractio ad idem integrū relata cuius nūerator ſit e ⁊ denominator f. Tunc dico ꝙ quālibet illarum ꝯtingit ad vnā fractionem ad idem integrū relatā reducere cuius numerator a numeratore alterius ⁊ denominator a denominatore numerabunꝛ ad quod faciendum inueniā aliquē numeꝝ numero

tum ab illis numeratoribus ⁊ denominatoribus illaꝝ qui ſit g ⁊ ſi velim reducere a fractionem vt pñs ꝓponit ducam g in b ⁊ fiat h ⁊ in c ⁊ fiat k tunc ꝑ .21. ſcḋi ꝓportio h ad k erit que b ad c ſit ergo l fractio ad idem integrū relata ad quod fertur a cuius numerator ſit h ⁊ denominator k tunc ꝑ correlarium .2. huius l fractio erit equalis a ſimpliciter. Dico igitur ꝙ a reducitur ad l fractionē cuius numerator a numeratore d ⁊ denominator a denominatore nūerantur. Nā ex ypotheſi e numerat g ⁊ f etiā cum igitur ex terminis ⁊ ex ypotheſi g numerat h ſimiliter ⁊ k ꝑ .21. ꝑmi e numerabit h ⁊ f numerabit k cū igitur a ⁊ l ꝓbata ſint equalia ſimpliciter a reducetur ad l fractionem vt preſens proponit. Et ſi velis reducere d proportionabiliter ꝓcede patet igitur totum propoſitum.

Co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ quibuſcumqꝫ duabus fractionibus ad idem relatis ſignatis contingit quamlibet earum ad aliquam fractionem ad idem relatam reducere cuius numerator a numeratore alterius et denominator a denominatore nūerenẗ. Ad hoc faciēdum eodem modo ꝓcedendum eſt ſicut in pñti.

29 ¶ Quibuſcumqꝫ duobus ꝓpoſitis quorum quodlibet ad fractionem ad integrū relatam poteſt reduci contingit illa ad duas fractiones ad idem integrum relatas reducere ⁊ numerator fractionis vnius illorum quod libet a numeratore alterius ⁊ denominator a denominatore numerabuntur.

¶ Quibuſcūqꝫ eñ talibus duobus datis reducātur primo illa ad fractiones ad idē integrū relatas poſtea reduc illā illaꝝ fractionum quā velis ꝑ ꝓcedentem ad vnam fractionē ad integrū relatā cuius numerator a nūeratore alterius ⁊ denominator a denominatore numerenẗ ⁊ habebis qḋ ꝓtendis.

30 ¶ Si duarum fractionū ad idem relatarum nūerator vnius a numeratore alterius ⁊ denoīator a denominatore numerēturpoterit illa fractio imediate ꝑ aliam diuidi eritqꝫ qḋ ex tali diuiſione ꝓueniet fractio cuius nūerator erit nūerus ꝑ quē numerator illius a numeratore alterius numeratur ⁊ denominator erit ille ꝑ quem denominator illius a denominatore alterius numeratur.

¶ Sit a fractio cuius numerator ſit b ⁊ denoīator c ⁊ ſit d alia fractio ad idem relata cuius nūerator ſit e ⁊ denominator f ⁊ e nūeret b ꝑ g ⁊ f numeret c ꝑ h ⁊ ſit k fractio ad idem relata cuius numerator ſit g ⁊ denominator ſit h. Tūc dico ꝙ a fractio poteſt imediate diuidi ꝑ d ⁊ qḋ ex tali diuiſione ꝓueniet erit k fractio. ¶ Quia ex multiplicatione k fractionis ꝑ d fractionem ꝑ tertiuꝫ correlarium .15. huius ꝓueniet a fractio ex quo oēs iſte fractiones ad idem referunẗ ⁊ ex terminis adiuuante primo correlario .13. ꝑmi ex nūeratore k in numeratorem d ſit numerator a ⁊ ex denoīatore k in denoīatoreꝫ d denominator a ergo ꝑ .4. diffinitionem a fractio diuideẗ ꝑ d ⁊ ex tali diuiſione ꝓueniet k.

Co. ¶ Ex pñti ꝯſtat qualiter vna fractio debeat ꝑ aliā diuidi ſi immediate poſſit ꝑ illam diuidi. Oportet eñ tunc ꝙ ille ad idem referātur ⁊ ꝙ numerator illius a numeratore alterius ⁊ denoīator a denominatore numerentur quo habito diuide numeratorē illius ꝑ numeratorē alterius ⁊ denominatorē ꝑ denominatorem ⁊ cape fractionē cuius nūerator ſit ille qui ꝓuenit ex diuiſione numeratoris ꝑ numeratorem ⁊ denominator ille qui prouenit ex diuiſione denoīatoris ꝑ denominatorem ⁊ illa erit fractio ex tali diuiſione prouenient.

31. ¶ Quibuſcumqꝫ duobus ꝓpoſitis quorum quodlibet ad vnam fractionem ad integrum relatam reduci poteſt quodlibet illorum ꝑ alterum ſaltem mediate contingit diuidere.

¶ Quia ſi illa duo fuerint fractiones ad idem integrū relate reduc ꝑ .28. huius illā illarum quam vis diuidere ꝑ aliam ad fractionem ad idē integrum relatā cuius numerator a numeratore alterius ⁊ denominator a denominatore numerenẗ quo facto diuide ꝑ correlarium ꝓcedentis illā ad quam facta ē reductio ꝑ aliam ⁊ habebis quod ꝓtendis. Si autem illa duo non ſint fractiones ad integrum relate reduc quodlibet illorum ad fractionem ad integrum relatam quo facto procede vt ſtatim tactuꝫ eſt ⁊ habebis quod pretendis.

32 ¶ Si duo in idem ducantur erit eadem ꝓportio ꝓductorum que multiplicatorum. Et ſi idem in duo ducatur erit eadem proportio productorum que multiplicantium.

¶ Hec eſt ſimilis .21. ſcḋi ꝯmunior tñ eo ꝙ ad quālibet multiplicationē ſe extendit ideo aliter demōſtranda eſt. Ducaẗ igiẗ a in c ⁊ fiat d ⁊ ducatur b in idem c ⁊ fiat e. Tunc dico ꝙ d ad e eſt ea ꝓportio que a ad b. Quia ꝑ .3. diffinitionem ꝓportio d ad a eſt que c ad vnum ⁊ e ad b ſimiliẗ eſt que c ad vnuꝫ ergo d ad a eſt que e ad b quare ꝑmutatim d ad e eſt que a ad b quod eſt ꝓpoſitum ꝑme ꝑtis. ¶ Secunda vero patet ducatur a in b ⁊ fiat d ⁊ in c ⁊ fiat e. Tunc dico ꝙ ꝓportio d ad e eſt que b ad c quia ꝑ .12. huius ex b in a fiet d ⁊ ex c in ideꝫ a fiet e ergo ꝑ ꝑmam ꝑtem pñtis proportio d ad e eſt que b ad c quod eſt ꝓpoſitum ſcḋe ꝑtis. ¶ Hic tñ aduerte ꝙ nō oportet ſi duo diuerſarum rationum in idem ducantur ꝙ ꝓportio ꝓductorum ſit que multiplicatorū maxime ſi talia non ſunt comparabilia nec ꝓbatio preſentis in talibus locum habet ex quo ex ꝑmutata ꝓportionalitate fundamentaliter procedit.

¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ ſi quotcumqꝫ ordinatim ꝯtinuo ꝓportionalia in idem ducanẗ que ꝓducenẗ erunt
Co. ordinatim ꝯtinuo ꝓportionalia ſecundum eandem proportionem. Et ſi idem in quotcumqꝫ ordinatim continuo proportionalia ducatur que producentur erunt etiam ordinatim continuo ꝓportionalia ſecundum eandem proportionem. Hoc manifeſte conſtat ex preſenti.

¶ Producti ex duobus ad vtrumqꝫ illorum eſt ꝓportio a reliquo denominata. Et ſi proportio vnius
33. ad alterum fuerit ab aliquo denominata illud fiet ex ductu illius ꝯſtis ⁊ denominantis vnius in alteꝝ.

¶ Pro iſta ꝯcluſione hoc vnū ſupponendū eſt ꝙ cuiuſcūqꝫ fractionis ad aliquod relate ꝓportio ad illud eſt ab illa fractione denominata. Si eñ illa fractio ſit minor illo cum ſit ꝑs aliquota vel ꝑtes aliquote illius denominatio ꝓportionis illius ad illud erit ipſamet quēadmodum de ꝓportione minoris numeri ad maiorem dictum eſt in expoſitione vndecime diffinitionis ſcḋi. Si aūt illa fractio ſit maior illo tunc illa fractio erit plura equalia illi aut equale vel equalia illi cum ꝑte aliquota vel ꝑtibus aliquotis illius ⁊ tunc denoīatio illius fractionis ad illud erit plura equalia illi aut vnū equale vel plura equa

lia illi cum pte aliquota vel ptibus aliquotis ex quibus adequate reſultat pportionabiliter ſicut de denominatione pportionis maioris numeri ad minorem dictum eſt in loco allegato. Et ſi fractio illa fuerit equalis illi denominatio pportionis ad illud erit etiam illamet ex quo illa fractio eſt illud vnum ad quod refertur z denoiatio pportionis equalitatis dr vnum. Verū eſt tn̄ q ubi talis fractio eſt minor illo denominatio illius ad illud eſt ipſamet ſcdm q eſt tota ps aliquota vel tot z tote ptes aliquote illius. Et ſi equalis illi ſecundum q eſt illud vnū ad quod refertur z ſi maior ſcdm q eſt plura equalia illi aut vnum vel plura z tota ps aliquota illius aut tot z tote ptes aliquote illius. Patet ergo q cuiuſcumq fractionis ad aliquod relate pportio ad illud denominat ab illa fractiōe ſaltem ſcdm denominationem quā habet ad illud ad quod refert z hoc ſufficit pposito. Et p idez ſi fuerint quecūq duo quorum quodlibet poteſt reduci ad fractionem aliquam ad idem relatam ad quod poteſt referri fractio ad quā poteſt reduci aliud cuiuſlibet illoz ad alterum pportio eſt ab ipſo denominata ſaltem ſcdm denominationem quā habet in ordine ad aliud vt puta ſcdm q eſt equale illi aut minus illo z tota ps aliquota aut tot ſimiles ptes aliquote illius aut ſcdm q eſt maius illo z plura equalia illi aut equale aut equalia illi z tota ps aliquota aut tot ſimiles ptes aliquote illius qz neceſſarium eſt ſi talia duo ad tales fractiones reduci poſſint q illa ambo ſint ꝯmenſurabilia illi ad quod referentur ille ambe fractiones z ex ꝯñti p.11.8. illa erūt ꝯmenſurabilia inter ſe z ex ꝯñti neceſſarium erit q qūlibet illorum in ordine ad aliud aliquo iſtorū minorum ſe habeat. Hec omnia ſupponenda ſūt, tāq nota pro demonſtratione pñtis z aliarū ꝯcluſionem ſequentium. ¶ Hijs igitur ſuppoſitis ad ppoſiti demonſtrationem deueniamus cuius prima ps ſic demōſtratur. Sit a pductum ex b in c. Tunc dico q proportio a ad b denominatur ſcdm c z pportio a ad c denominatur ſcdm b. Primū ptz. Qz ex.3. diffinitione pportio a ad b eſt que c ad vnum ſed pportio c ad vnū denominatur ſcdm c ergo pportio a ad b denominatur ſcdm c quod eſt primuū. Scdm ptz qz per.12. huius a ſit ex c in b ergo ex.3. diffinitione pportio a ad c eſt que b ad vnum ſed pportio b ad vnuz denominatur ſcdm b ergo pportio a ad c denominat ſcdm b quod eſt ſcdm. ¶ Scda pars demonſtrat ſit pportio a ad b denominata ſcdm c. Tunc dico q a ſit ex b in c ſimiliter z ex c in b. Qz per primā ptem pñtis producti ex b in c ad b eſt pportio denominata ſecundum c ſed pportio a ad b eſt taliter denominata ergo a eſt tale pductum ex b in c z ex conſequenti p.12. huius a ſiet etiam ex c in b patet igitur propoſitum ſecunde partis.

¶ Ex pñti ꝯſtat q ſi pportio primi ad ſcdm fuerit a tertio denominata pportio primi ad tertiū erit a
1.co. ſecundo denominata. ¶ Tunc enī ex ſecunda parte preſentis illud primum ſiet ex ſecundo in tertiuz ergo per primā ptem pñtis proportio primi ad tertium erit a ſecundo denominata.

2.co ¶ Patet vltra q ſi ſecūdum alterz duorum numerorū ſumātur ptes aliquote alicuius a reliquo denominate pportio illius numeratoris ad illū denominatorem erit ſimilis pportioni denominate ab illis ptibus aliquotis. Quia p.4. cor relarū prime huius pportio illius numeratoris ad illū denominatorem eſt que illarū oīm ptium aliquotarum ad illud cuius ſunt tales ptes aliquote modo pportio illarum ad illud denominatur ab illis ergo proportio numeratoris ad denominatorem erit ſimilis pportioni denominate ab illis partibus aliquotis.

¶ Omnis pportio ex duabus adequate compoſita ex ductu vnius illarum in reliquam producitur.
14. ¶ Hanc ꝯcluſionem pono ſub hac forma qz ita ſolet poni ſed non aliud ſibi vult q hoc ſcz q cuiuſcūq pportionis adequate ex duabus cōpoſite denominatio ex ductu denominationis vnius illarū ex quibus ꝯponitur in denominationē alterius pducitur. Qz ducere pportionem aliquā in aliam nō aliud eſt q ducere denominationē illius in denominationē alterius. Et ex ꝯñti pportionem aliquā produci ex aliquibus nō aliud erit q denominationē illius pduci ex denominationibus illarū. ¶ Sit igr pportio a ad c adequate ꝯpoſita ex pportionibus a ad b z b ad c z eius denominatio ſit d z denominatio pportionis a ad b ſit e z denominatio pportionis b ad c ſit f. Tunc dico q d pducit ex e in f. Qz enī pportio a ad c denomiatur ſecundū d p pcedentem ex d in c ſit a z p idem ex f in c ſit b ergo p.32. huius pportio a ad b eſt que d ad f ſed e eſt denominās pportionem a ad b ergo e eſt denominās pportionem d ad f ergo p pcedentem d ſiet ex e in f ſimiliter z ex f in e quod eſt propoſitum.

1.co. ¶ Ex pñti ꝯſtat q ſi pportio aliqua ex quotcumq pportionibus adequate reſultet denominatio illius ex denominationibus illaz oīm in ſe ductis pducitur. ¶ Qz ſi denominatio prime illarū in denominationē ſcde ducatur z denominatio pducta in denominationem tertie z ita deinceps vſq ad vltimā denominatio vltimo pducta erit denominatio totius ꝯpoſite ex oib' illis qz ex pñti plures ſūpta primum pductum erit denominatio compoſite ex primis duabus z ſcdm erit denominatio compoſite ex illa compoſita z ex tertia z ita deinceps.

¶ Patet vltra q ſi inter extrema alicuius pportionis reperiātur due proportiones aut plures p
2.co pprie vel improprie ꝯtinuate denominatio illius pportionis ex denominationib' oīm illarum in ſe ductis pducitur. Eadem eſt penitus demonſtratio ſicut ſi illa proportio illorum extremorum ex illis omnibus adequate componeretur z idem omnino proceſſus.

¶ Si denominatio alicuius pportionis ex duabus denominationib' duaruz pportionum pducatur
15 āntis illius ad aliquem terminum erit vna illarum pportionum qcumq fuerit z illi' ad ꝯñs reliqua.
¶ Sit a pportio cuius denominatio ſiat ex denominatione b in denominatione c. Tunc dico q āntis a ad aliquem terminū eſt b pportio z illius ad ꝯñs a eſt c pportio. Similiter āntis a ad aliquem eſt c pportio z illius ad ꝯñs a eſt b pportio. Primū patz ptinuo b z c pportiones in hijs terminis d e f ſiue pprie ſiue improprie ita q d ad e ſit b pportio z e ad f ſit c. Tūc p ſcdm correlarium pcedentis denominatio pportionis d ad f ſit ex denominationibus illaz duarū ſcz d ad e z e ad f quaz vna eſt b et altera c in ſe ductis ſed ex ypotheſi denominatio a pportionis ſit etiam ex illis denominationib' in ſe

ductis ergo d ad f eſt a ꝓportio vñ ↄ̄ſtat primum. Scḋm eodem modo oĩno ↄ̄ſtat ↄ̄tinuando illas ꝓportiones alio ordine puta faciendo c primam ⁊ b ſecundam.

1.co. ¶ Ex p̄ñti ↄ̄ſtat ꝙ ſi denominatio alicuius proportionis ex denominationib⁹ aliquarũ proportionuʒ in ſe ductis producatur ille ꝓportiones omnes inter extrema illius ꝓportionis quocumq; ordine libeat reperientur ↄ̄tinuate. ¶ Continuando enim illas oẽs ex ſecũdo correlario p̄cedẽtis ↄ̄ſtab it tibi inter extrema illi⁹ ↄ̄tinuationis eſſe illã ꝓportionẽ cui⁹ denoĩatio ex denominationib⁹ illaꝝ ꝓducitur

2.co ¶ Patet vltra ꝙ ſi denominatio alicuius proportionis ex denominationib⁹ duarum aut plurium ꝓportionum in ſe ductis producatur ⁊ ille due aut plures ſint oẽs eiuſdem rõnis illa proportio ex illis adequate componetur. Hoc manifeſte ſequitur ex p̄ñti cum precedenti correlario ⁊ ex terminis.

36 ¶ Trium ↄ̄tinuo ꝓportionalium ex primo in vltimũ equuʒ fit ei qḋ ex medio in ſe ducto producitur: Et ſi ex primo in tertium equum fiat illi quod ex ſecundo in ſe ducto ꝓducitur erit proportio primi ad ſecundum que ſecundi ad tertium.

¶ Primũ patʒ ſint a b c tria ↄ̄tinuo proportionalia ↄ̄ſtat tunc ex ↄ̄uerſa ꝓportionalitate ꝙ ꝓportio c ad b eſt que b ad a. Sit ergo d productum ex b in ſe ⁊ ſit e denominans ꝓportionem b ad a quod ex p̄ñti erit denominãs proportionẽ c ad b. Dico ergo ꝙ ex a in c equũ fit ipſi d. Quia em̄ e denominat ꝓportionem c ad b ꝑ.33.hui⁹ ex e in b fit c cum igiẗ ex b in ſe fiat d ꝑ.32.huius ꝓportio d ad c erit que b ad e ⁊ quia e eſt etiam denominãs proportionẽ b ad a ꝑ.33.huius ex e in a fiet b quare ꝑ eãdem a erit denominãs proportionẽ b ad e quare ⁊ proportionẽ d ad c ergo ꝑ eãdeʒ ex a in c fiet d quod eſt primũ.

¶ Scḋm patʒ ſit ita ꝙ ex a primo in c tertiũ fiat d ſimiliter ⁊ ex b in ſe fiat d. Tunc dico ꝙ ꝓportio a ad b eſt que b ad c ſit em̄ e denominãs ꝓportionem c ad b tunc ꝑ.33.huius ex e in b fiet c cum igiẗ ex b in ſe fiat d ꝑ.32.huius ꝓportio d ad c erit que b ad e ⁊ quia ex a in c fit d ꝑ.33.huius a erit denominans proportionẽ d ad c ⁊ ꝑ ↄ̄ñs proportionẽ b ad e ergo ꝑ primũ correlarium.33.hui⁹ e erit denominans proportionẽ b ad a cum igiẗ ſit denoĩans ꝓportionem c ad b erit ꝓportio c ad b que b ad a ergo per conuerſam proportionalitatem a ad b erit que b ad c quod eſt ſecundum.

37 ¶ Si fuerint due proportiones equales ex cuiuſlibet illaruʒ añte in conſequens alterius tantum fit ſicut ex conſequente illius in antecedens alterius. Et ſi ex antecedente vnius in conſequẽs alterius tm̄ fiat ſicut ex ↄ̄ſequente eiuſdem in añs alterius ille proportiones ſunt equales.

¶ Hec eſt ſimilis.43.ſcḋi ⁊ intelligenda eſt ſaltẽ prima eius ꝑs ſi añs vni⁹ ꝑ ↄ̄ñs alterius et ↄ̄ñs ꝑ añs poſſit multiplicari. Prima igitur ꝑs ſic demonſtratur ſint proportiones a ad b ⁊ c ad d equales. Tunc dico ꝙ ex a in d tm̄ fit ſicut ex b in c. Sit em̄ e productũ ex b in c ⁊ ſit f denominãs ꝓportioneʒ b ad a quod ex p̄ñti denominabit proportionẽ d ad c qꝛ ꝑ ↄ̄uerſam ꝓportionalitatem ille erunt equales quia igiẗ f denominat proportionẽ d ad c ꝑ.33.huius ex f in c fit d cũ igitur ex b in c fiat e ꝑ.32.huius ꝓportio b ad f erit que e ad d ⁊ quia f etiã denominat ꝓportionem b ad a ꝑ.33.huius ex f in a fiet b quare ꝑ eandem a denominabit proportionẽ b ad f ⁊ ex ↄ̄ñti ꝓportionem e ad d ergo ꝑ eandem ex a in d fiet e tm̄ ſcʒ ſicut ex b in c quod eſt primum. ¶ Scḋm patʒ ſit ita ꝙ ex a in d fiat e ſimiliter ⁊ ex b in c. Tunc dico ꝙ ꝓportio a ad b eſt que c ad d. Sit em̄ f denominans ꝓportionem d ad c tunc ꝑ.33.huius ex f in c fit d cum igiẗ ex b in c fiat e ꝑ.32.huius ꝓportio e ad d eſt que b ad f ⁊ quia ex a in d fit e ꝑ.33.huius a erit denominãs ꝓportionem e ad d quare ⁊ proportionem b ad f ergo ꝑ primuʒ correlarium.33.huius f erit etiam denominans ꝓportionem b ad a cũ igitur denominet proportionem d ad c proportio b ad a erit que d ad c ergo ꝑ ↄ̄uerſã ꝓportionalitatẽ a ad b erit que c ad d quod eſt ſcḋm.

38 ¶ Si fuerint due proportiones inequales ex añte maioris in ↄ̄ñs minoris maius producitur q̄ ex cõſequente maioris in antecedens minoris. Et ſi ex antecedente alicuius proportionis in ↄ̄ñs alterius maius producatur q̄ ex conſequente illius in añs alterius illa proportio eſt altera maior.

¶ Hec etiam eſt ſimilis.45.ſcḋi ↄ̄munior tm̄ ⁊ procedit ſaltem prima ꝑs vbi añs vnius ꝑ ↄ̄ñs alterius ſimiliter ⁊ ↄ̄ñs per añs poſſunt multiplicari ſit igiẗ proportio a ad b maior q̄ ꝓportio c ad d. Tũc dico ꝙ ex a in d maius fit q̄ ex b in c. Et capiam e cui⁹ ad b ſit ea proportio que c ad d hoc poterit fieri ſaltem ad fractiones recurrẽdo erit tunc ꝓportio a ad b maior q̄ e ad b ergo ꝑ primum correlarium.5.ſcḋi a eſt maius e ⁊ ꝑ ↄ̄ñs ex a in d maius fit q̄ ex e in d cum igiẗ ex precedenti ex e in d equum fiet illi quod ex b in c ex a in d maius fiet q̄ ex b in c quod eſt primum. ¶ Scḋm patʒ ſit ita ꝙ ex a in d maius fiat q̄ ex b in c. Tunc dico ꝙ proportio a ad b maior eſt q̄ c ad d. Nã ſi a ad b eſſet que c ad d accideret oppoſitum p̄cedentis. Et ſi a ad b eſſet minor q̄ c ad d accideret oppoſitũ prime ꝑtis p̄ñtis nõ poterit ergo ꝓportio a ad b eſſe ea que c ad d nec ea minor ꝗ erit maior q̄ c ad d qḋ eſt ſecundum.

1.co. ¶ Ex p̄ñti ↄ̄ſtat ꝙ ſi fuerint due ꝓportiones inequales ex antecedente minoris in ↄ̄ñs maioris min⁹ fiet q̄ ex ↄ̄ñte minoris in añs maioris. Et ſi ex añte alicuius in ↄ̄ñs alterius minus fiat q̄ ex ↄ̄ñte illius in antecedens alterius erit illa proportio minor altera. ¶ Hoc ex preſenti cum adiutorio.12.huius manifeſte conſtat.

2.co ¶ Patet vltra ꝙ ſi primi ad ſcḋm fuerit maior ꝓportio q̄ ſecundi ad tertium ex primo in tertiũ maius fiet q̄ ex ſcḋo in ſe ducto. Et ſi ex ductu duoruʒ vnius in alterũ maius fiat q̄ ex tertio in ſe ducto cuiuſlibet illorum ad illud tertium erit maior proportio q̄ illius tertij ad reliquum eorundem.

39 ¶ Nulle due partes aliquote eiuſdem a numeris contra ſe primis denominate partem vnam aliquotam illius conſtituunt.

¶ Sint a ⁊ b due ꝑtes aliquote c quarum vna denominetur ſcḋm d ⁊ altera ſcḋm e ⁊ ſint d ⁊ e cõtra ſe primi ⁊ ſit f ↄ̄poſitus ex d ⁊ e. Tunc dico ꝙ ↄ̄poſitum ex a ⁊ b nõ eſt vna ꝑs aliquota ipſius c. Ducto em̄ d in e ⁊ fiat g qui ꝑ.5.correlarium.33.tertij eſt minimus queʒ numerant d ⁊ e ⁊ qꝛ ꝑ.11.tertij f eſt ↄ̄mus tam ad d q̄ ad e ꝑ.12.eiuſdeʒ g erit etiã primus ad f ⁊ qꝛ ꝑ.2.correlarium.6.huius in a ⁊ b ſũt

adequate ſimiles ⁊ equales ptes aliquote c denominate ſecundū g quot ſunt vnitates in ꝯpoſito ex d ⁊ e qui eſt f ꝯpoſitum ex a ⁊ b erit ꝯpoſitum ex ptibus aliquotis e denominatis ſcdm g ⁊ ſumptis ſecundū numerū f ergo p.4.correlarium prime hu9 ꝯpoſiti ex a ⁊ b ad e erit ea ꝓportio que f ad g ſed f non eſt pa aliquota g quia eſt primus ad g vt ꝓbatum eſt ergo ꝯpoſitum ex a ⁊ b p.55.ſuppoſitionē ſcdi nō eſt ps aliquota e quod eſt propoſitū. ¶ Hic tn̄ aduerte ꝙ alique ptes dicte a pluribus numeris ꝙ duobus qui ſūt adinuicem primi bene ꝯſtituunt vnā ptem aliquotam alicuius qꝛ vna quarta ⁊ vna quinta ⁊ vna viceſima eiuſdem ꝯſtituunt medietatem illius ſicut patet ꝯparando ad numerū.60. Ubi tamen eſſent plures ꝙ due denominate a numeris quorum quilibet ad quemlibet alium eorundem eſſet primus non conſtat exemplum nec oppoſiti illius demonſtratio.

40. ¶ Si quoteūqꝫ numeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ab vnitate inchoando ſumātur nulle ptes aliquote eiuſdem ab aliquibus eorum denominate vnam ptem aliquotam eiuſdem conſtituunt.

¶ Sint vnitas ⁊ a b c d numeri ordinatim ꝯtinuo proportionales ⁊ ſint e f g ptes aliquote h ab aliquibus illorum denominate. Tūc dico ꝙ ꝯpoſitum ex e f ⁊ g nō eſt vna ps aliquota h. Sint em̄ k l m numeri illorum ꝯtinuo ꝓportionalium a quibus denominātur quorum m ſit maximus tunc p.31.quarti m nūerabitur ab oībus illis tribus ⁊ nullus illorum nūerat m niſi ſecundū aliquem in illa ſerie diſpoſitorū numeret ergo k ipm̄ m ſecundum n aliquem illorū ⁊ l ſcdm o etiā aliquē illorum cū igitur m numeret ſeipſum p vnitatem erunt vnitas n ⁊ o tres numeri illorum ſcdm quos k l m numerāt m ergo p ſcdm correlarium.6.huius in cōpoſito ex e f g erunt adequate tot ſimiles ⁊ equales ptes aliquote ipſius h denominate ſcdm m quot ſūt vnitates in ꝯpoſito ex vnitate n ⁊ o ⁊ per ꝯñs ꝯpoſitum ex e f g erit adequate ꝯpoſitum ex aliquot ptibus equalibus ipſius h ſumptis ſcdm nūerum ꝯpoſitum ex vnitate n ⁊ o ⁊ denoīatis ſcdm m ergo p.4.correlarium prime huius ꝯpoſiti ex e f g ad h erit ea proportio que ꝯpoſiti ex vnitate n ⁊ o ad m ſed p.37.quarti ꝯpoſitum ex vnitate n ⁊ o nō nūerat m ergo compoſitum ex e f ⁊ g non numerat h ⁊ per ꝯñs non eſt pars aliquota h quod eſt propoſitū. De quotcumqꝫ pluribus aut paucioribus conſimiliter omnino conſtat propoſiti demonſtratio.

41 ¶ Cuiuſcumqꝫ adequate ꝯpoſiti ex duabus partibus aliquotis eiuſdem ad ptem aliquotam eiuſdez denominatā a numero ꝯpoſito ex numeris denominantib9 illas duas partes eſt ea proportio que quadrati compoſiti ex illis numeris ad numerum qui fit ex ductu vnius illorum in reliquum.

¶ Sint a ⁊ b due ptes aliquote c a denominata ſcdm d ⁊ b ſecundum e ⁊ f ſit ꝯpoſitus ex d ⁊ e g aūt pa aliquota c denominata ſcdm f ⁊ ſit h quadratum f ⁊ k productus ex d in e quod p.13.primi producitur etiā ex e in d. Dico ergo ꝙ ꝯpoſiti ex a ⁊ b ad g eſt ea ꝓportio que h ad k. Duco em̄ f in d ⁊ fiat l ⁊ in e ⁊ fiat m. ¶ Tunc ad clare oñdendum ꝓpoſitum dico primo ꝙ proportio k ad l eſt que g ad b qꝛ k fit ex e in d ⁊ l ex f in d ꝙ p.21.ſcdi k ad l eſt q̄ e ad f ſed p.5.h9 g ad b eſt q̄ e ad f ꝙ k ad l eſt q̄ g ad b ¶ Dico ſcdo ꝙ k ad m eſt q̄ g ad a qꝛ k fit ex d i e ⁊ m ex f i e ꝙ p.21.2.k ad m eſt q̄ d ad f ſed p.5.h9 d f eſt que g ad a ergo k ad m eſt que g ad a. ¶ Dico tertio ꝙ ꝯpoſit9 ex l ⁊ m eſt equalis h quia ex quo f adequate ꝯponitur ex d ⁊ e p.14.primi ex f in d ⁊ in e tm̄ fiet ſicut ex f in ſe ergo ꝯpoſitum ex l ⁊ m ē equale h tunc ſic proportio k ad l eſt que g ad b ex primo dicto ⁊ ex ſcdo k ad m que g ad a ergo p.39. ſcdi k ad ꝯpoſitum ex l ⁊ m qui ꝓbatus eſt h erit que g ad ꝯpoſitum ex a ⁊ b p ꝯuerſam igitur ꝓportionalitatem compoſiti ex a ⁊ b ad g eſt que h ad k quod eſt propoſitum.

42. ¶ Si ſecundam minorem duorum numerorum non numerantem maiorem eorundem ſumentur partes aliquote alicuius a maiori denominate ille ſunt vna pars non aliquota eiuſdem.

¶ Nam tunc minor illoꝝ non erit pars aliquota maioris ⁊ cū ſit ps illius erit ps non aliquota illius maioris cū igit̄ p correlarium prime huius illarū ptium ad illud cuius ſunt tales ptes ſit ea ꝓportio que illius numeri minoris ad illum maiorem per.55.ſuppoſitionem ſcdi adiuuante prima ſecundi ille erunt minus illo ⁊ non vna pars aliquota illius ⁊ per conſequens erunt vna pars non aliquota eiuſdem quod eſt propoſitum.

Co. ¶ Ex pñti ꝯſtat ꝙ ſi fuerint duo nūeri inequales adinuicez primi quorum quilibet ſit maior vnitate ⁊ ſecundum minorem illorum ſumātur partes aliquote alicuius a maiori denominante ex illis efficiet̄ vna pars non aliquota eiuſdem. ¶ Nā tunc minor non numerabit maiorem nam alias cum numeret ſe eſſet illi commenſurabilis. Hoc igitur habito ex preſenti conſtat propoſitum.

¶ Noni Elementorum Arithmetices Gaſparis Lax finis.

¶ Decimi Elementorum Arithmetices Gaſparis Lax.

¶ Diffinitiones.

PRoportionum quedam rationalis ⁊ quedam irrationalis.

1 ¶ Proportio irratiōalis eſt duoꝝ incōmēſurabiliū vni9 ad alteꝝ habitudo.

2 ¶ Proportio autem rationalis eſt duorum commenſurabilium vnius ad alterum habitudo.

¶ Proportionum rationalium quedam equalitatis quedā maioris inequalitatis ⁊ quedam minoris inequalitatis. Et haruz proportio equalitatis diffinita eſt in ſecundo.

3 ¶ Proportio rationalis maioris inequalitatis eſt duorum cōmenſurabiliū inequalium maioris ad minus habitudo.

4 ¶ Proportio autem rationalis minoris inequalitatis eſt duorum commen-

ſurabilium inequalium minoris ad maius habitudo.
¶ Proportionis maioris inequalitatis rationalis quinqȝ ſūt ſpecies ſcȝ. Proportio multiplex. Proportio ſuperparticularis. Proportio ſuperpartiens. Proportio multiplex ſupparticularis ⁊ ꝓportio multiplex ſuppartiens. Et hax tres prime ſpecies vocanẜ ſimplices ⁊ vltime due vocāẜ ꝯpoſite
¶ Proportio multiplex eſt duorū inequaliū quorū maius pluries adequate continet minus maioris
5 ad min⁹ habitudo. Et ſi mai⁹ preciſe bis ꝯtinet min⁹ ꝓportio illa dupla vocabitur. Et ſi preciſe ter tripla. Et ita deinceps.
6 ¶ Proportio ſupparticularis eſt duorum inequalium quorū maius ipſm min⁹ preciſe ſemel ⁊ aliquā partem aliquotam ei⁹ vltra adequate ꝯtinet maioris ad minus habitudo. Et ſi ille pars aliquota fuerit medietas minoris ꝓportio illa ſeſquialtera vocabitur. Et ſi tertia pars ſeſquitertia ⁊ ſi quarta ꝑs ſeſquiquarta ⁊ ita deinceps.
¶ Proportio ſuppartiens eſt duorū inequaliū quorū maius ipſū minus cōtinet preciſe ſemel ⁊ aliq̄t
7 partes aliquotas eius vltra ex quib⁹ non reſultat vna ꝑs aliquota illius minoris maioris ad min⁹ habitudo. Et ſi tales partes aliquote fuerint due ꝓportio illa ſupbipartiens vocabitur. Et ſi tres ſuptripartiens. Et ita deinceps.
¶ Proportio multiplex ſuperparticularis eſt duorum inequalium quorum maius ipſum minus plu-
8 ries ⁊ aliquam partem aliquotam eius vltra adequa continet maioris ad minus habitudo.
¶ Proportio multiplex ſuppartiens eſt duorū inequaliū quorū mai⁹ ipſm min⁹ pluries ⁊ aliquot ei⁹
9 ptes aliquotas ex quib⁹ fit vna ꝑs nō aliquota illi⁹ minoris adequate ꝯtinet maioris ad min⁹ hitudo
¶ Proportionis minoris inequalitatis quinqȝ ſunt etiā ſpecies q̄ per additionem iſti⁹ dictionis ſub ordinatum ad ſpecies ꝓportionis maioris inequalitatis rationalis ſumūtur. Similiter ⁊ illax ſpecierum ſpecies ⁊ ipſarū diffinitiones eodem modo ſicut diffinitiones ſpecierum ꝓportiones maioris inequalitatis rationalis ſumende ſūt hac ſola variatione facta ꝙ vbi in illis ponitur maioris ad minus habitudo loco illius ſumatur in his minoris ad maius habitudo.
¶ Expoſitiones iſtarū diffinitionū ſufficienter tacte ſunt in tractatu de ꝓportionib⁹ ibi tn̄ ꝓ demonſtrationib⁹ concluſionū ponendarū ſupponenda ſūt ea q̄ denominationib⁹ propoſitionū in expoſitionib⁹ diffinitionū ſcdi cpl̄i dicta ſūt ſcd̄m imaginationē Euclidis ⁊ Jordani ⁊ etiam ſupponenda ſunt ea q̄ particulariter de denominationib⁹ iſtarū quinqȝ ſpeciex dicta ſūt puta qualiter vna queqȝ earum particulariter denomineẜ dicta ſunt in expoſitionib⁹ iſtarū diffinitionum in tractatu propoſitionū illa eñ omnia fūdamentaliter pro demonſtrationibus ponendis ſunt tenenda.

¶ Decimi libri propoſitiones.

1 **Proportionē aliquam rationalem in rationalem et irrationalem adequate diuidi eſt impoſſibile.**
¶ Quia dato oppoſito ſit a ad b proportio rationalis que taliter poſſit diuidi tūc per vltimam diffinitionem quinti inter a ⁊ b poterit vnus termin⁹ medius aſſignari ⁊ a ad illum erit vna illarū proportionū ⁊ illius ad b reliqua ſit ergo ille c tūc ex terminis vn⁹ illorū terminorum a b erit commenſurabilis c ⁊ alius incommenſurabilis quare per primum correlarium .11.8. a ⁊ b eſſēt incommenſurabiles quod repugnat ypotheſi.
1.co. ¶ Ex pn̄ti ꝯſtat ꝙ nulla rationalis ex rationali ⁊ irrationali adequate cōponiẜ ⁊ ex ꝯñti ꝙ nulle due ꝓportiones quax vna eſt rationalis ⁊ altera irrationalis poſſūt inter extrema alicui⁹ ꝓportionis rationalis adequate ꝯtinuari proprie vel improprie. ¶ Quia dato oppoſito eſſent duo termini commēſurabiles quorum vnus eſſet commenſurabilis alicui cui reliquus eſt incommenſurabilis quod repugnat primo correlario .11.8.
2.co ¶ Patet vltra ꝙ ſi aliqua pars alicui⁹ proportionis rationalis maioris inequalitatis fuerit rōnalis maioris inequalitatis reſidua ꝑs erit etiā rationalis maioris inequalitatis. Et ſi aliqua pars alicui⁹ rationalis minoris inequalitatis fuerit rationalis minoris inequalitatis reſidua ꝑs erit ratiōalis minoris inequalitatis. ¶ Hec manifeſte ſequuntur ex preſenti ſuppoſito ꝙ quelibet pars alicuius proportionis debet eſſe euſdem rationis cum illa.
Omnis proportio ex aliquibus rationalibus adequate compoſita eſt rationalis.
2 ¶ Quia quacūqȝ tali data capianẜ termini partiū ei⁹ per ordinem tūc ex terminis prim⁹ ⁊ ſcd̄s erūt ¶ Quia quacūqȝ tali data capianẜ termini partiū ei⁹ per ordinem tūc ex terminis prim⁹ ⁊ ſcd̄s erūt cōmenſurabiles ſimiliter ⁊ ſcd̄s ⁊ terti⁹ ergo per .11.8. primus ⁊ terti⁹ erūt cōmenſurabiles. Et con ſimiliter ꝯſtat ꝙ primus ⁊ quart⁹ erūt commēſurabiles Et ita vſqȝ ad primū ⁊ vltimū cū igitur primus ⁊ vltimus illorum terminorum ſint extrema ꝓportionis compoſite ex illis ſequitur ꝙ illa extrema erūt commēſurabilia ergo ex terminis proportio illa eſt rationalis quod eſt propoſitum.
1.co. ¶ Ex preſenti conſtat ꝙ ſi quotcumqȝ proportiones rationales inter extrema alicuius proportionis adequate continuentur proprie vel improprie illa erit rationalis. ¶ Hoc eodem modo demonſtratur ſicut preſens capiendo terminos illarum per ordinem.
¶ Patet vltra ꝙ nulla proportio rōnalis adequate componiẜ ex aliquot ꝓportionib⁹ rationalibus
2.co cū vna irrationali. ¶ Q2 dato oppoſito ille rationales ꝯtinuate cum illa irrationali ꝯſtituerent vnam rationalem quod eſt impoſſibile q2 ſi illa ſit prima vel vltima in tali cōtinuatione cum ex pn̄ti alie oēs ꝯſtituant rationalem aliqua rationalis adequate ꝯponeretur ex duabus proportionib⁹ quarū vna eſſet rationalis ⁊ altera irrationalis quod repugnat primo correlario prime hui⁹. Et ſi illa irrationalis ſit media cū ex pn̄ti adiunāte ypotheſi tota ꝑcedens ipſam ſit rationalis ſimiliter ⁊ tota ſequēs ipſam daretur tūc aliqua ꝓportio rōnalis adequate ꝯpoſita ex trib⁹ ꝓportionib⁹ quarum prima eſſet rationalis

ſc̄da irrationalis ⁊ tertia rationalis ⁊ per ꝯñs poſſent dari quattuor termini quorum primi ad ſc̄m eſſet ꝓportio rōnalis ⁊ ſc̄di ad tertium irrationalis tertij aūt ad quartū rationalis ⁊ primi ad quartū rationalis quod eſt impoſſibile. Nã tunc primus eſſet ꝯmenſurabilis ſc̄do ⁊ tertius incōmenſurabilis ſc̄do ergo ꝑ primū correlariū .11.8. primus ⁊ terti⁹ eſſent incōmēſurabiles ⁊ cū terti⁹ eſſet ꝯmēſurabilis quarto ex eodē correlario primus ⁊ quart⁹ eſſent incōmēſurabiles qḋ repugnat ypotheſi.

3.co. ¶ Patet vltra ꝙ impoſſibile eſt aliquot ꝓportiones rationales cum vna proportione irrationali adequate int̃ extrema alicuius rationalis proprie vel improprie continuari. ¶ Hoc conſimiliter demonſtrari poteſt ſicut precedens correlarium.

4.co ¶ Patet vltra ꝙ ſi aliqua rationalis ſit ꝑs aliquota alicui⁹ ꝓportionis illa cuius eſt talis ꝑs aliquota erit rationalis ¶ Quia tūc illa adequate ꝯponetur ex pluribus rationalib⁹ equalib⁹ illi que eſt ꝑs aliquota illius quo habito ex p̄nti ꝯſtat ꝓpoſitum. ¶ Hic aduerte ꝙ proportio irrationalis bene poteſt adequate ꝯponi ex duab⁹ quarū ē vna rōalis ⁊ altera irratiōalis ⁊ in tales adequate diuidi ſicut ꝑ3 de ꝓportione diametri ad medietatem coſte. Et ex ꝯñti poterit etiā aliqua irrationalis adequate ꝯponi ex plurib⁹ quarū vna erit irratiōalis ⁊ alie oēs rōnales ⁊ pari forma ex plurib⁹ quarum vna erit rōnalis ⁊ alie oēs irrationales nec oportet ſi ꝑs aliquota alicui⁹ ſit irrationalis ꝙ illa ſit irrationalis

3 ¶ Omnis proportio maioris inequalitatis rationalis eſt multiplex aut ſuꝑparticularis aut ſuꝑpartiens aut multiplex ſuꝑparticularis aut multiplex ſuꝑpartiens. Et omnis multiplex aut ſuꝑparticularis aut ſuperpartiens aut multiplex ſuperparticularis aut multiplex ſuperpartiens eſt proportio maioris inequalitatis rationalis.

¶ Hec oñdit ſufficientiā diuiſionis ꝓportionis maioris inequalitatis in illas quinqꝫ ſpecies cui⁹ ꝑma ꝑs ſic demonſtratur. Nã ſit a quecūqꝫ talis cuius b ſit maior terminus ⁊ c minor tūc ex terminis b ⁊ c ſūt ꝯmenſurabilia ergo ꝑ .7. octaui ꝓportio b ad c eſt que numeri ad numerū ſit ergo d numeri ad e numerū que b ad c tūc ex prima ſc̄di d erit maior e vel igit̃ d pluries continet e vel nō ſi ſc̄dꝫ cum cōtineat ipſum ⁊ aliquid vltra illud qḋ vltra continebit erit minus e ergo ꝑ primā primi erit ꝑs aliquota e vel ꝑtes aliquote e ⁊ ſi ꝑs aliquota ex terminis proportio d ad e eſt ſuꝑparticularis. Et ſi non ſit ꝑs aliquota ſed ꝑtes aliquote ex quib⁹ ſit vna nō aliquota ipſius e ex terminis ꝓportio d ad e erit ſuꝑpartiens ſi aūt d pluries ꝯtineat e vel ḡ pluries adeq̄te vl̃ in adeq̄te ſi adeq̄te ex terminis ꝓportio d ad e erit multiplex ſi aūt pluries in adeq̄te ſequit̃ ꝙ ꝯtinebit pluries e ⁊ aliq̄d vltra min⁹ e qḋ ꝑ ꝑmā primi erit ꝑs aliquota aut ꝑtes aliquote e. Et ſi ꝑs aliquota ex terminis proportio d ad e erit multiplex ſuꝑparticularis. ¶ Si aūt non ſit ꝑs aliquota erit tunc ꝑtes aliquote e ex quib⁹ ſiet vna non aliquota e ergo ex terminis proportio d ad e erit multiplex ſuꝑpartiens cū igitur d non alio modo ꝙ̄ aliquo iſtorum ſe poſſit habere in ordine ad e ꝯſtat ꝙ ꝓportio d ad e que eſt ea que b ad c ⁊ ex ꝯñti a proportio eſt multiplex aut ſuꝑparticularis aut ſuꝑpartiens aut multiplex ſuꝑparticularis aut multiplex ſuꝑpartiens quod eſt primū. ¶ Sc̄dm ꝑ3 ſit a ad b quecumqꝫ talis ꝓportio tunc ſi illa ſit multiplex b numerabit a ꝑ ꝯñs a ⁊ b erūt ꝯmenſurabilia cum igitur ex terminis a debeat eſſe maius b erit ex terminis ꝓportio a ad b maioris inequalitatis rationalis. Si autē proportio a ad b ſit ſuꝑparticularis aut ſuꝑpartiens ex terminis a preciſe ſemel ꝯtinebit b ⁊ aliquid vltra quod erit ꝑs aliquota aut ꝑtes aliquote b ſit ergo illud c tūc ꝑ .9.8. c erit ꝯmenſurabilis b ergo ꝑ .13. eiuſdem a ꝯpoſitus ex b ⁊ c erit ꝯmenſurabile b ergo ex terminis ꝓportio a ad b eſt maioris inequalitatis rationalis. Si aūt proportio a ad b ſit multiplex ſuꝑparticularis aut multiplex ſuꝑpartiens ex terminis a pluries continebit b ⁊ aliquid vltra qḋ erit ꝑs aliquota aut ꝑtes aliquote b ex quibus ſit vna ꝑs non aliquota b ſit ergo illud c ⁊ tota reſidua ꝑs a ſit d eōſtat tunc b pluries adequate eſſe in d ⁊ ꝑ ꝯñs numerabit d ⁊ per ꝯñs erit ꝯmenſurabile d cū igitur ꝑ .9.8. c ſit ꝯmenſurabile b ꝑ .11. eiuſdem c erit commenſurabile d ergo per .13. eiuſdem a erit commenſurabile c ergo per .11. eiuſdem a maius ꝯmenſurabile eſt b minori ipſo ergo ex terminis proportio a ad b eſt maioris inequalitatis rationalis vnde conſtat ſecundum.

1.co. ¶ Ex preſenti conſtat ſufficientia diuiſionis proportionis minoris inequalitatis in ſuas quinqꝫ ſpecies. Conſimiliter enim poteſt demonſtrari.

2.co ¶ Patet vltra ex preſenti ⁊ ex terminis cum adiutorio .7.8. ꝙ quelibet ꝓportio rationalis tā maioris inequalitatis ꝙ̄ minoris in numeris reperitur. Et propterea in ſequentibus qñ fiet mētio de hꝫ proportionibus in numeris procedetur continuo de ipſis.

3.co ¶ Patet vltra ꝙ quelibet rationalis maioris inequalitatis minor dupla eſt ſuꝑparticularis aut ſuperpartiens. ¶ Nã quelibet talis erit minor quacumqꝫ multiplici ſimiliter ⁊ quacumqꝫ multiplici ſuperparticulari aut ſuꝑpartiente quare illa non erit multiplex aut multiplex ſuꝑparticularis aut multiplex ſuꝑpartiens a ſufficienti igit̃ diuiſiōe illa erit ſuꝑparticularis aut ſuꝑpartiens.

4 ¶ Si ordinatim diſponātur numeri continuo ab vnitate ſicut in ſerie occurrūt ⁊ quilibꝫ poſt binariū ad proximū ſibi deſcendēdo ꝯparetur ꝓuenient omnes ꝓportionis ſuꝑparticularis ſpecies tāto minores ꝙ̄to nūeri q̄ ꝯparātur ad ꝓximos ſūt ab vnitate remotiores. Si vero q̄libꝫ ad vnitatē ꝯparet̃ ſient oēs multiplicis ſp̄es tāto minores ꝙ̄to nūeri q̄ ꝯpant̃ ad vnitatē ſunt ipſi propinquiores.

¶ Hec oſtendit ꝓcreationem ſpecierum proportiōis multiplicis ſimilit̃ ⁊ ꝓportionis ſuꝑparticularis Diſponantur igitur vnitas ⁊ a b c d e f g h k ⁊ ita deinceps ordinatim ꝯtinuo ſicut in ſerie occurrunt. ¶ Tunc dico primo ꝙ ſi quilibꝫ poſt a ꝯparet̃ ad ꝓximum ſibi deſcendēdo omnes ꝓportiones inde ꝓuenientes erunt ſuꝑparticulares ⁊ non erit aliqua ſuꝑparticularis cuꝫ inter illas reꝑiatur. ¶ Nã quilibet ſequens a preciſe ſemel ꝯtinet proximū ſibi deſcendēdo ⁊ vnitatem vltra q̄ eſt ꝑs aliquota illius ꝓximi ergo cuiuſlibet talis ad ꝓximum ſibi deſcendēdo erit ꝓportio ſuꝑparticularis ⁊ qꝫ quelibet ſuꝑparticularis denominat̃ ab vnitate cum ꝑte aliquota ⁊ quelibꝫ ꝑs aliquota ab aliquo illorum

numeroꝝ poſt vnitatē denoiaꝛ q̄cūq; ſupparticulari data illa ꝓueniet ex ꝯparatione nūeri ꝓximi ſe quētis illi a quo illa ps aliq̄ta ꝑtialiꝛ denoians illā ſupparticularē denoiaꝛ ad illū nūeꝝ q2 ille ꝓxim⁹ ſequēs ꝯtinet illū ꝑ ſe ſemel ⁊ vnitatē vltra q̄ eſt ps aliq̄ta illi⁹ ab illo denoiata ⁊ ꝑ ꝯñs q̄libꝫ ſupparticularis inꝛ tales reperieꝛ. ❡ Dico ſcḋo ꝙ q̄to nūer⁹ ad ꝓximū deſcēdendo relat⁹ eſt remotior ab vnitate tāto ꝓportio ſupparticularis iñ ꝓueniēs minor eſt. Q2 q̄to talis eſt remotior ab vnitate tā to ꝓxim⁹ ipſi deſcēdēdo erit remotior ⁊ ex ꝯñti tāto maior ⁊ ꝑ ꝯñs ꝑ.34. dignitatē tāto ps aliq̄ta ab ipſo denoiata ab ipſo erit minor cū igꝛ cuiuſcūq; ꝓportiōis nūeri ſequētis a ad ꝓximū ſibi deſcēdēdo denoiatio ſit vnitas cū ꝑte aliq̄ta ab illo ꝓxio ſibi deſcēdēdo denoiata q2 ille ꝯtinet illū ꝓximū ꝑ ſe ſemel ⁊ vnitatē vltra q̄ eſt ps aliq̄ta illi⁹ ꝓximi deſcēdēdo ab illo denoiata ſeqꝛ ꝙ q̄to ille q̄ ꝯpaꝛ ad ꝓximū ſibi deſcēdēdo eſt remotior ab vnitate tāto denoiatio ꝓportionis inde ꝓueniētis erit minor ⁊ ex ꝯñti ꝓportio illa minor. ❡ Dico tertio ꝙ ſi q̄libꝫ poſt vnitatē ipſi vnitati ꝯpareꝛ ꝓueniēt oēs ſpēs ꝓportiōis multiplicis. Q2 q̄lꝫ ꝓportio multiplex ab aliq̄ illoꝝ denoiaꝛ cū igꝛ cuiuſcūq; illoꝝ ad vnitatē ſit ꝓportio multiplex ab illo denoiata ſeqꝛ ꝙ ex talib⁹ ꝯparationib⁹ oēs mltiplices ꝓueniēt. ❡ Dico q̄rto ꝙ quāto nūer⁹ illoꝝ ꝯparat⁹ vnitati eſt ꝓpinquior vnitati tāto ꝓportio multiplex inde ꝓueniēs eſt minor q2 quāto ille eſt ꝓpinquior vnitati tāto ille eſt minor cū igꝛ denoiatio ꝓportiōis ipi⁹ ad vnitatē ſit ipſemet ſequr ꝙ q̄to ille eſt propinquior vnitati tāto denoiatio proportionis ipi⁹ ad vnitatem erit minor. Et ex ꝯñti tanto illa proportio erit minor ptꝫ igitur totum propoſitum.

1.co. ❡ Ex ꝑñti ꝯſtat ꝙ q̄cūq; ſupparticulari data mīmi nūeri inꝛ q̄s repiri pōt ſola vnitate diſtāt. Q2 ex demōſtratione ꝑñtis q̄libꝫ ſupparticularis repiꝛ inꝛ duos ꝓxios in ſerie datis ergo illis ſi illa inꝛ alios mīores repireꝛ cū igꝛ illi ꝓximi ſint ineq̄les ꝑ ꝓmā ſcḋi illi minores erūt ieq̄les ⁊ cū nō poſſit eoꝝ dr̄a eſſe minor dr̄a alioꝝ eſſet illi eq̄lis vel ea maior q̄ ꝑ ꝓmū correlariū.36. ſcḋi ꝓportio maioris ieq̄litatis inter illos reperta eſſet maior q̄ illa ſupparticularis inter alios repta qḋ repugnat ẏpotheſi.

2. co ❡ Patꝫ vltra ex demōſtratione ꝑñtis ꝙ ex ꝯparatione ſtiū nūeri ſeriei ad ſcḋm ꝓuenit ꝓma ſpēs ſupparticulariū vt puta ſeſq̄altera ⁊ ex ꝯꝑatiōe q̄rti ad tertiū ſcḋa vt puta ſeſq̄tertia ⁊ ita deiceps ſꝫ ex ꝯpatiōe ſcḋi nūeri ſeriei ad vnitatē ꝓuenit ꝓma multipliciū ſpēs vt puta dupla ⁊ ex ꝯparatiōe tertij ad vnitatē ſcḋa puta tripla ⁊ ita deinceps. ❡ Primū ptꝫ q2 ex quo ſcḋs in ſerie eſt binari⁹ ⁊ tertius ſolā vnitatē vltra ipm q̄ eſt ps aliquota ipius ab ipſo binario denoiata addit ex termis ꝓportio illius tertij ad illū ſcḋm erit ſeſq̄altera ſpeꝝ ſupparticularis ꝓma. Et ꝯſilr ptꝫ ꝙ q̄rti ad tertiū ſit ſeſq̄tertia q̄ eſt ſupperticulariū.3. ſpēs ⁊ ita deiceps. ❡ Scḋm aūt ſatis eſt manifeſtū. ❡ Unū tñ eſt ibi ſupponēdū vcꝫ ꝙ ſupparticulariū ſeſq̄alt'a dr̄ ꝓma ſpēs eo ꝙ ps aliq̄ta a qua ꝑtialiꝛ denoiaꝛ eſt denoiata a ꝓmo nūero occurrēte in ſerie q̄ pōt ꝑteꝫ aliquotā denoiare. Et ꝓpter ꝓportionabilem cauſā ſeſq̄tertia dr̄ ſcḋa ſpēs ⁊ ita deinceps ⁊ dupla dr̄ ꝓma multipliciū q2 denoiaꝛ ꝓmo nūero occurrente in ſerie qui pōt multiplicē denoiare. Et ꝓpter ꝯſimilem cām tripla dr̄ ſcḋa multiplicium ⁊ ita deinceps

5 ❡ Si ex nūeris diſpoſitꝭ ab vnitate ſumāꝛ ſcḋs ⁊ q̄rt⁹ ⁊ ita deinceps ꝯtinuo vno intmiſſo ⁊ eoꝝ q̄lꝫ poſt ſcḋm ad ꝓximū ſibi deſcendēdo ꝯpeꝛ fient etiā oēs ſupparticularis ſpēs tāto minores q̄to illi q̄ ꝯparanꝛ ſunt a ꝓmo remotiores. Oībus aūt alijs a ꝓmo ipoꝝ ad illū ꝓmū ꝯparatis ꝓueniēt oēs multiplices ſpēs tanto maiores q̄to illi qui ꝯparantur ſunt a primo remotiores.

❡ Q2 ex quo ſcḋs in ſerie eſt ꝓm⁹ par ⁊ terti⁹ ſolā addit vnitatē ſupra ipm ille terti⁹ erit impar ⁊ cū quart⁹ addat ꝑ ſe vnitatē ſuꝑ tertiū ꝑ.6.7. quart⁹ erit par ⁊ ꝑ idē quit⁹ in ſerie erit ipar ⁊ ſext⁹ par ⁊ ita deinceps quare illis oīb⁹ altnatim ſūptis vt ꝯclo ꝓſupponit ſumēꝛ ordinatim oēs pares ab vnitate ergo per.2. ꝑtem.21. ſeptimi illoꝝ pariū ꝯtinuo ſumptorū erūt ſimiles ꝓportiones ſicut nūeroꝝ ab vnitate diſpoſitoꝝ ſcḋi ad ꝓmū q̄ ſcḋi ad ꝓmū ⁊ tertij ad ſcḋm q̄ tertij ad ſcḋm ⁊ ita deiceps quo habito ex ꝓma ꝑte ꝑcedētis ꝯſtat ꝓma ps ꝑñtis. ❡ Scḋa ꝟo ptꝫ q2 ſcḋi illoꝝ ad ꝓmū eſt ea q̄ ſcḋi ſeriei ad vnitatē ⁊ tertij illoꝝ ad ſcḋm q̄ tertij in ſerie ad ſcḋꝫ vt ꝓbatū eſt ergo ꝑ equā ꝓportionalitatē directā tertij illorū ad ꝓmū erit q̄ tertij in ſerie ad vnitatē ⁊ ꝑ idē quarti ad ꝓmū erit q̄ quarti in ſerie ad vnitatem ⁊ ita deinceps quo habito ex ſcḋa parte ꝑcedentis conſtat propoſitum.

6 ❡ Si a cōmuni angulo naturalis ſeries numerorū in longum ⁊ latum extendatur ⁊ quilibet poſt vnitatem vnius lateris in quemlibet alterius ducatur ⁊ inde prouenientium quilibet in angulari cōcurſu illorum ex quibus producūtur ponātur ⁊ ſingulorum ordinum ſiue in longum ſiue in latum ſumptorū ad ꝓmum fiat collatio multiplices omnes ordinatim ꝓuenīēt. Et ſi quicumq; ordo poſt ſcḋꝫ ad ꝓximū ꝑcedētē ꝯparetur fiēt ordinatiꝫ omnes ſuperparticularium ſpecies ⁊ qui circa diametrū collocati ſunt numeri oēs quadrati qui vero huic inde ꝓximi hijs ſecundum exigentiam longitudinis aut latitudinis erunt omnes altera parte longiores.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

❡ Formata iſta figura ⁊ ipſa vndiq; in longū ⁊ latum in infinitum protracta vt cōcluſio ꝓſupponit manifeſte apparet omniuꝫ que concluſio ꝓponit demonſtratio. Primum eñ ſic patꝫ nam cum vnitas ſit caput ꝓme linee ſiue in longum ſiue in latum eam ſumas ⁊ caput ſecunde linee cōſimiliter ſumpte ſit binarius eſt ꝓmus numerus ſcḋe linee primo ꝓme duplus ⁊ quia binarius multiplicat omnes ꝓme linee ⁊ ex tali multiplicatione continua ſecūda linea ꝓcreatur per diffinitioneꝫ multiplicationis quotiens vnitas in binario totiens quilibet

pⁱmi ordinis in ſibi correſpōdente ſcđi ⁊ per ꝯſequēs ſinguli ſecundi ad ſingulos pⁱmi erūt tripli ⁊ qꝛ pⁱmus tertij ordinis eſt triplus vnitati qui eſt pⁱmus pⁱmi ⁊ ex cōmuta multiplicatione ſingulorum pⁱmi ordinis ꝑ illū ꝓducunť ſinguli tertij ordinis ex diffinitione multiplicatiōis q̄tiēs vnitas in illo totiēs q̄libꝫ pⁱmi ordinis in ſibi corrñte tertij q̄re ſinguli tertij ad ſingulos pⁱmi ipſis corrñtes erūt tripli Et ꝯſilr̄ pꝫ quartū ordinē eſſe quadruplū ad pⁱmū ⁊ quintū quintuplū ⁊ ita deinceps pꝫ igr̄ pⁱmum ¶ Dico ſcđo q̄ ſi terti⁹ ordo ꝯpareť ad ſcđm ⁊ quart⁹ ad tertiū ⁊ quint⁹ ad quartū ⁊ ita ꝯñr ordinatē oēs ſp̄es ſuꝑparticulariū ꝓueniēt. Qꝛ ex ſcđo correlario añp̄cedēt; pⁱmi tertij ordinis ad pⁱmū ſcđi eſt pⁱma ſuꝑparticularis ⁊ pⁱmi quarti ad pⁱmū tertij ſcđa ⁊ ita deinceps mō ſcđi tertij ad ſcđm ſcđi ē ea q̄ pⁱmi tertij ad pⁱmū ſcđi qꝛ ſcđi tertij ad ſcđm pⁱmi ē ea q̄ pⁱmi tertij ad pⁱmū pⁱmi ꝑ ſtati demōſtratū ⁊ ꝑ ſtati demōſtratū ⁊ ꝯuerſā ꝓportionalitatē ſcđi pⁱmi ad ſcđꝫ ſcđi ē ea q̄ pⁱmi pⁱmi ad pⁱmū ſcđi ḡ ꝑ equā ꝓportionalitatē directā ſcđi tertij ad ſcđm ſcđi erit ea q̄ pⁱmi tertij ad pⁱmū ſcđi ⁊ ꝯſilr̄ de tertijs ⁊ q̄rtis ⁊ ita de alijs eiuſdē ordinis ꝯſtat eādē eſſe ꝓportionē q̄ pⁱmoꝝ ⁊ ita eodē mō in alijs oib⁹ ordinib⁹ ꝯſtat ꝓpoſitū. ¶ Dico tertio q̄ nūeri q̄ circa diametrū ꝯſiſtūt ſūt q̄drati illi eñ ſunt q̄ repiūť in linea angulari ab vnitate ꝓtracta quoꝝ caput ē vnitas ⁊ illi ꝯtinuo ꝓducunť ex eoꝝ laterib⁹ creſcētib⁹ ꝑ vnitatē ſcđm ſeriem nūeroꝝ. Qꝛ q̄libꝫ talis ſituať in angulari ꝯuētu duaꝝ equaliū ⁊ ꝑ ypotheſim ille dꝫ ex illis ꝓduci ⁊ ꝑ ꝯñs illi oēs erūt quadrati. Et ſi figura in infinitū ꝓtēdať q̄libꝫ quadratū in tali diametro repieť. ¶ Dico quarto q̄ nūeri hinc ⁊ inde ꝓximi illis q̄dratis ſcđꝫ lōgitudinē ſiue latitudinē ꝓcedēdo ſūt alt̄a ꝑte lōgiores Qꝛ q̄cūq̄ talis eſt in angulari conuētu duoꝝ nūeroꝝ q̄rū vnus eſt lat⁹ quadrati ſupra quē poniť ⁊ ali⁹ eſt vnitate minor illo ⁊ ꝑ ꝯñs ex ypotheſi ille erit ꝓduct⁹ ex talib⁹ duob⁹ q̄ ſola vnitate diſtāt ⁊ ꝑ ꝯñs altera ꝑte lōgior. Et ita in infinitum protrahendo figuram in longum ⁊ latum quilibꝫ altera ꝑte longior circa duos quadratos ſecundum longitudinem circa vnum ⁊ ſecundum latitudinem circa alium reperietur patet igitur totum propoſitum.

7. ¶ Si quilibet altera ꝑte longior proximo quadrato minori ipſo comparetur erit pⁱmi altera parte longioris ad pⁱmum quadratum pⁱma multiplicium ſp̄es ex aliorum autem comparatione ordinatim ſicut ī ſerie occurrunt omnes ſuꝑparticularis ſpecies ordinatim prouenient.

¶ Primū q̄đ hec ꝓponit vꝫ q̄ pⁱmi altera ꝑte lōgioris ad pⁱmū q̄dratū ſit pⁱma multipliciū ſp̄es nō eget demōſtratione. Qꝛ pⁱm⁹ quadrat⁹ eſt vnitas ⁊ pⁱm⁹ altera ꝑte lōgior binari⁹. Probať ergo reſiduū q̄đ ꝯclō ꝓponit qꝛ ſcđm q̄dratū in ſerie ſit ex ſcđo nūero ſeriei naturalis in ſe ⁊ ſcđs altera parte longior ex tertio ſeriei in ſcđm ḡ ꝑ .21. ſcđi illi⁹ altera ꝑte lōgioris ad illū q̄dratū erit ea ꝓportio q̄ tertij ſeriei ad ſcđm ⁊ ꝑ ꝯñs pⁱma ſuꝑparticularis ſp̄es. Et ꝯſilr̄ oīno pꝫ q̄ tertij alt̄a ꝑte lōgioris ad tertiū q̄dratū ſit ea ꝓportio q̄ quarti ſeriei ad tertiū ⁊ ꝑ ꝯñs ſcđa ſuꝑparticulariū ſp̄es ⁊ ita ꝯñr de alijs oēs igiť ſuꝑparticularis ſp̄es ex tali ꝯparatione ordinatim ꝓuenient patet ergo totum ꝓpoſitum.

8 ¶ Si nūeri impares poſt ternariū ordinatim ſicut in ſerie occurrūt ad nūeros poſt binariū ſicut etiā in ſerie occurrūt ꝯpareně pⁱm⁹ pⁱmo ⁊ ſcđs ſcđo ⁊ ita deinceps ꝓueniēt ꝯtinuo ſuꝑpartiētes tā quo ad nūeratorem ꝑtium aliquotaꝝ q̄ȝ quo ad denoiatorē ipſarum ꝯtinuo ꝑ vnitatem creſcentes.

¶ Hec oſdit ꝓcreationem ſp̄erum ſuꝑpartiētis. Sint igiť a b c d e nūeri poſt binariū ordinati ſūpti ſicut in ſerie occurrūt ⁊ ſint f g h k ⁊ l impares poſt binariū ordinatim ſumpti ſicut in ſerie occurrūt. Cōſtat tūc binariū nō eſſe ꝑtem aliquotā a. Qꝛ cum binari⁹ ſit maior vnitate ꝑ ſcđm correlariū pⁱme tertij eſſet ꝯmenſurabilis a q̄đ repugnat tertio correlario .11. tertij nō erit ergo binari⁹ ꝑs aliquota a ergo ꝑ pⁱmā pⁱmi erit ꝑtes aliquote a ſūpte ſcđm ipm ⁊ denoiate ſcđm a ⁊ ex illis nō ſiet vna ꝑs aliq̄ta a ⁊ ꝑ idē s erit ꝑtes aliq̄te b ſūpte ſcđm a ⁊ denoiate ſcđm b ex q̄b⁹ nō ſit vna ꝑs aliq̄ta b ⁊ ita deinceps. Dico igiť q̄ ꝓportio f ad a eſt ſuꝑbiꝑtiēs tertias ⁊ g ad b ſuꝑtripartiēs q̄rtas ⁊ h ad c ſuꝑq̄dripartiēs quintas ⁊ ita deinceps. Qꝛ a eſt pⁱm⁹ ipar poſt vnitatē puta ternari⁹ ⁊ f ꝓxim⁹ ipar poſt ipꝫ ergo ꝑ .22.7. dr̄a f ad a erit binari⁹ cū igr̄ binari⁹ ꝓbat⁹ ſit ꝑtes aliq̄te a q̄ eſt ternari⁹ ſūpte ſcđꝫ binariū ⁊ denoiate ab ipſo a erit ex terminis ꝓportio f ad a ſuꝑbipartiēs tertias ⁊ qꝛ ꝑ eādē .7. g ſupra f addit binariū ⁊ b ſupra a addit ſolā vnitatē erit dr̄a g ad b ſola vnitate maior dr̄a f ad a ⁊ ꝑ ꝯñs illa dr̄a erit a ternarius cū igr̄ b ſit quaternari⁹ ⁊ a ꝓbat⁹ ſit ꝑtes aliquote b ſūpte ſcđm a ⁊ denominate ſcđm b ex quibus nō ſit vna ꝑs aliquota b ex terminis ꝓportio g ad b erit ſuꝑtripartiēs quartas. Et ꝯſimiliter poteſt conſtare q̄ proportio h ad c ſit ſuꝑquadripartiens quintas ⁊ ita deinceps.

Co. ¶ Ex pñti ꝯſtat q̄ ſiue ſumať ſp̄es ſubalťne ſub ly ꝓportio ſuꝑpartiēt; ex ꝑte diuerſitat; nūeratoꝝ ꝑtiū aliq̄tarū ſiue ex ꝑte diuerſitat; denoiatoꝝ oēs tales ordinati ꝓcreāť eo mō quo in pñti ꝓponiť.

9 ¶ Si diſponātur numeri poſt vnitatem ſicut in ſerie occurrūt ⁊ ꝯpoſitus ex pⁱmo pari ⁊ pⁱmo impari poſt vnitatē pⁱmo illoꝝ ꝯparetur itē ꝯpoſitus ex illo ꝯpoſito ⁊ ex ſcđo impari poſt vnitatem ſecundo illorum comparetur ⁊ ita deinceps prouenient ordinatim multiplices ſuꝑparticulares denominate a numeris ſicut in ſerie occurrunt ⁊ a partibus aliquotis ab illis denominatis.

¶ Hec oſdit ꝓcreationē ſp̄eꝝ ꝓportiōis multiplicis ſuꝑparticular;. Sint igiť a b c d nūeri ordinati ſūpti poſt vnitatē ſicut ī ſerie occurrūt ⁊ ſint e f g h nūeri ipares poſt vnitatē ſicut ī ſerie occurrūt ⁊ k ꝯpoſit⁹ ex a q̄ pⁱm⁹ par ē ⁊ ex e ⁊ l ꝯpoſit⁹ ex k ⁊ f ⁊ m ꝯpoſit⁹ ex l ⁊ g ⁊ n ꝯpoſit⁹ ex m ⁊ h conſtat tūc ex quo a eſt binari⁹ ⁊ e ternari⁹ q̄ k erit maior quadrato a ſola vnitate ⁊ qꝛ per pⁱmū correlariū .32.7. quadratū b eſt nūerus ꝯpoſitus ex quadrato a ⁊ ex f ꝯpoſitus ex k ⁊ f q̄ eſt l addet ſupra quadratū b ſolā vnitatē ⁊ ꝑ idē m ꝯpoſitū ex l ⁊ g ſupra quadratū c addet ſolā vnitatē ⁊ n ſupra quadratū d ſolā addet vnitatē. Dico igiť q̄ k ad a eſt ꝓportio multiplex ſuꝑꝑticular; denoiata a pⁱmo nūero poſt vnitatē q̄ ē a ⁊ a ꝑte aliq̄ta ab illo denoiata ⁊ l ad b eſt multiplex ſuꝑparticular; denoiata a ꝓxīo poſt a ī ſerie puta ab ipſo b ⁊ a ꝑte aliq̄ta ab ipſo denoiata ⁊ ita deinceps qꝛ q̄dratū a totiēs adeq̄te ꝯtinet a q̄t ſūt vnitates in a ſꝫ k ꝓbat⁹ eſt maior q̄drato a ſola vnitate ergo k totiens adequate ꝯtinet a quotiēs

vnitas in a ⁊ vnitatē vltra que eſt ps aliquota ipſius a ab ipſo a denoīata quare ex terminis ꝓportio k ad a erit multiplex ſupparticularis denoīata ab ipſo a ⁊ a pte aliq̄ta ab ipſo a denoīata. Et ꝯſimilr̄ pȝ ꝙ ꝓportio l ad b ſit multiplex ſupparticularis tr̄r denoīata ſicut ꝓpoſitū eſt poſtq̄ l ꝓbat᷒ ē addere ſupra quadratū b ſolā vnitatē. Et ita ꝯſr̄ in infinitū ꝓcedēdo conſimilr̄ pȝ ꝓpoſiti demonſtratio.

Co. ¶ Ex p̄ñti ꝯſtat ꝙ ſiue capiāſ ſp̄es ſubalt̄ne ſub ly ꝓportio multiplex ſupparticularis ex pte ꝓportionis multiplicis ſiue ex pte ſupparticularis oēs tales ordinatim ꝓcreāſ eo mō q̄ i ꝯclōne ꝓponiſ.

10 ¶ Quocūqȝ numero poſt binarium dato ſi numerus minor quadrato ipſius ſola vnitate ipſi ꝯparetur ꝓueniet ꝓportio multiplex ſuppartiens denominata a numero minori illo dato ſola vnitate ⁊ a partibus aliquotis ſumptis ſecundum eundem numerum ⁊ denominatis ab illo dato.

¶ Sit a quecūqȝ nūerus poſt binariū ⁊ b minor ipſo ſola vnitate ꝯſtat tunc b eſſe maiorē vnitate ⁊ nō eſſe ptem aliquotā a q2 tunc ꝑ.2. correlariū p̄me tertij b eſſe ꝯmenſurabilis a quod repugnat.3. correlario.11. tertij erit igitur b ꝑ p̄mam p̄mi ptes aliquota a ſūpte ſcd̄m ipm b ⁊ denoīate ab ipſo a. Ducatur ergo a in b ⁊ fiat c cui addo b ⁊ totus ꝯpoſitus ſit d ꝯſtat tunc b eſſe minorē ꝓducto ex a in vnitatem ſola vnitate quare ꝯpoſitus ex ꝓductis ex a in b ⁊ ex a in vnitatem erit maior d ſola vnitate cum igitur ꝑ.14. p̄mi ꝯpoſitus ex illis ꝓductis ſit equalis ꝓducto ex a in ſe ſeq̄tur ꝙ d eſt minor quadrato a ſola vnitate. Dico igiſ ꝙ ꝓportio d ad a eſt multiplex ſuppartiens denoīata a nūero b ⁊ a ptib᷒ ſūptis ſecundū b ⁊ denoīatis ab ipſo a. Nā ex quo c fit ex a in b a totiēs adequate erit in c quotiēs vnitas in b eū igitur d vltra c p̄ciſe addat b qui ꝓbatus eſt ptes aliquote a ſumpte ſcd̄ȝ b ⁊ denoīate ab a ex q̄bus ſit vna ps non aliquota ipſius a ex terminis ꝓportio d ad a erit multiplex ſuppartiens denoīata a numero b ⁊ a ptibus aliquotis ſūptis ſcd̄m b ⁊ denominatis ab a quod eſt propoſitum.

11 ¶ Si diſpoſitis imparibus omnibus poſt vnitatem ſicut in ſerie occurrūt ꝯpoſitus ex p̄mo ⁊ ſecūdo comparetur p̄mo numero poſt binarium ⁊ compoſitus ex illo ⁊ tertio ſcd̄o poſt binariū ⁊ ita deinceps ꝓueniēt ꝓportiones multiplices ſuppartientes ordinatim denominate a numeris ſicut in ſerie occurrunt ⁊ a partibus aliquotis ſumptis ſecundum illos denominatis ab illis ad quos comparantur.

¶ Hec oñdit ꝓcreationem ſp̄ez multiplicis ſuppartiētis. Sint igiſ a b c d numeri poſt vnitatē ordinatim ſūpti ſicut in ſerie occurrūt ⁊ ſint e f g h nūeri impares poſt vnitatē ordinatim ſūpti ſicut in ſerie occurrūt ⁊ ſit k ꝯpoſitus ex e ⁊ f ⁊ l ex k ⁊ g ⁊ m ex l ⁊ h ꝯſtat tūc k eſſe minorē quadrato b ſola vnitate q2 quadratū b quod ē tertiū in ſerie ꝑ.32.7. reſultat ex vnitate ⁊ ex e ⁊ ex f quare addet ſupra k ſolā vnitatē ⁊ ꝑ idē quadratū c ſupra l ſolā addet vnitatē ⁊ quadratū d ſupra m ſolā addet vnitatē. Dico igiſ ꝙ ꝓportio k ad b eſt multiplex ſuppartiens denoīata a p̄mo numero poſt vnitatē qui eſt a ⁊ a ptibus denominatis ab ipſo b ſūptis ſcd̄m a ⁊ ꝓportio l ad c ē multiplex ſuppartiens denoīata ab ipſo b ⁊ a ptib᷒ denoīatis ab ipſo c ſūptis ſcd̄m b. Et ita in infinitum q2 k ꝓbatus eſt minor quadrato b ſola vnitate quo habito ex p̄cedenti ꝯſtat k ad b eſſe talem ꝓportionem ꝯſimiliter de ꝓportione l ad c ⁊ de ꝓportione m ad d ⁊ ita deinceps ꝓcedendo ꝯtinuo eo modo conſtabit ꝓpoſitum.

12 ¶ Si fuerint due ꝓportiones ſuppartientes ⁊ numeratoris ptium aliquotarum a quibus vna ipſarū denominatur ad denomīatorem earundem ſit ea ꝓportio que numeratoris ptium a quibus alia denominatur ad denominatorem ipſarum ille erunt equales.

¶ Sint a ⁊ b due ſuppartientes ⁊ a denominetur a ptibus aliquotis ſumptis ſcd̄m c ⁊ denominatis ſcd̄m d b aūt a ptibus ſumptis ſcd̄m e ⁊ denoīatis ſcd̄m f ⁊ ſit c ad d vt e ad f. Tūc dico ꝙ a ꝓportio eſt equalis b. Ponā eīm per p̄mā quinti ipſas in tribus terminis quorum idem ſit vtriuſqȝ ꝯñs ⁊ ſit g ad h ꝓportio a ⁊ k ad h ſit b erit tunc ex terminis exceſſ᷒ g ſupra h fractio relata ad h cuiusnūerator eſt c ⁊ denoīator d ⁊ ꝑ idē exceſſ᷒ k ſupra h erit fractio relata ad h cui᷒ nūerator e ⁊ denoīator f cū igiſ ex ypotheſi ꝓportio c ad d ſit q̄ e ad f ꝑ correlariū ſcd̄e.9. ille due fractiones quarum vna eſt exceſſ᷒ g ſupra h ⁊ alia exceſſus k ſupra h erit ſimpliciter equalia ⁊ ꝑ ꝯñs g erit equalis k quare ꝑ.2. ſcd̄i ꝓportio g ad h erit equalis ꝓportioni k ad h ⁊ ꝑ ꝯñs a ꝓportio equalis b quod eſt ꝓpoſitum.

13. ¶ Suppartientem aliquā aut multiplicem ſuppartientem ptialiter denominari a ptib᷒ aliquotis ſumptis ſcd̄m numerū maiorem denominatore illarum aut numerantē illū denoīatorē eſt impoſſibile.

¶ Quia ſi ptes ſumātur ſcd̄m maiorem denominatore illarū per p̄mum correlariū p̄me.9. ille erunt maius vno integro. Et ſi ſcd̄m numerātem denominatorē illarū ſi ille ſit equalis denoīatori ex eodem correlario ille erunt vnū equale integro ⁊ ſi ille ſcd̄m quem ſumātur numeret denoīatorem ⁊ ſit minor illo ꝑ.22. petitionem erit ps aliquota illi᷒ denominatoris quare ꝑ tertium correlariū p̄me.9. ille partes aliquote erūt vna ps aliquota vni᷒ integri cum igiſ ex terminis ptes aliquote a q̄b᷒ ptialiter denoīaſ q̄cūqȝ ſuppartiēs aut multiplex ſuppartiēs debeāt eē min᷒ integro ⁊ ptes aliq̄te ipſi᷒ ex q̄bus ſit vna ps nō aliquota ipſius ꝓut ex expoſitionib᷒ diffinitionū apparet ſeq̄tur ꝙ nulla ſuppartiēs aut multiplex ſuppartiens poterit taliter denominari vt ꝓpoſitum eſt patȝ igitur ꝓpoſitum.

14 ¶ Quamlibet ꝓportionem rationalem maioris inequalitatis contingit in numeris ſtabilire.

¶ Et ſi ſupi᷒ oim ſp̄ez ſp̄aliſſimaꝝ ꝓportionis multiplicis ſiir ⁊ ſupparticular; ⁊ multiplicis ſupparticularis ꝓcreatio ſit oñſa nō tn̄ de oib᷒ ſp̄eb᷒ ſp̄aliſſimis ſuppartiēt; aut multiplicis ſuppartiētis ꝓcreatio in nūeris oñſa fuit ideo p̄ñs cuiuſlibȝ ſp̄ei ſp̄aliſſime ꝓportionis rōnalis inuētionē in nūeris oñdit. ¶ Hic igiſ pȝ. Nā ꝑ.3. hui᷒ q̄libȝ talis ē multiplex aut ſupparticular; aut ſuppartiēs aut multiplex ſupparticularis aut multiplex ſuppartiens quacūqȝ igiſ tali data ſi ſit multiplex capiā nūeruȝ a quo denominatur quē ꝯparabo vnitati ⁊ inde ꝓueniet ipſa ꝓut ex terminis ⁊ ex.31. dignitate cōſtat ſi autem ſit ſupparticularis ſit a numerus denominans partem aliquotā a qua illa ptialiter denominatur ⁊ b maior a vnitate queȝ comparo ad a ⁊ dico ꝙ inde ꝓueniet illa ꝓportio quia b preciſe ſemel ꝯtinet a ⁊ vnitatem vltra que eſt pars aliquota a ab ipſo a denominata vñ ex terminis ꝯſtat ꝓpoſitū.

Si aūt illa ſit ſuppartiens ſit a denominatoꝛ ꝑtium aliquotarum a quibus ꝑtialiter illa denominatur ⁊ b numeratoꝛ eaꝝ e autē ꝯpoſitus ex a ⁊ b quem ꝯparo ipi a ⁊ dico ꝙ inde ꝓueniet ꝓpoꝛtio illa q̄ ex ꝓcedenti ⁊ ex terminis b eſt minus a ⁊ non eſt ps aliquota a quare per ꝑmam ꝑmi b erit ꝑtes aliquote a ſumpte ſecundum b ⁊ denominate ſcđm a cum igiť e ꝓciſe ſemel ꝯtineat a ⁊ b vltra adequate erit ex terminis e ad a ꝓpoꝛtio illa data. Si aūt illa ſit multiplex ſuppartic̄ularis ſit a nūerus denominās ꝑtem aliquotam a qua ꝑtialiter illa denominatur ⁊ b numerus a quo etiā ꝑtialiter denoīať e aūt ſit multiplex a denominātiū ſecundum b ⁊ d maioꝛ e ſola vnitate quē comparo ad a ⁊ dico ꝙ inde ꝓuenit illa ꝓpoꝛtio q̄ d totiēs ꝯtinet a quotiēs vnitas in b ⁊ vnitatē vltra q̄ eſt ps aliquota a denoīata ſcđꝫ a quare ex terminis d ad a erit illa ꝓpoꝛtio data. Si aūt illa ſit multiplex ſuppartiens ſit a denoīatoꝛ ꝑtium aliquotarū a quibꝰ ꝑtialiter denoīatur ⁊ b nūeratoꝛ eaꝝ ⁊ e numerꝰ a quo etiā ꝑtialiter denomināť d aūt multiplex a denomiatum ſcđm e ⁊ e ꝯpoſitus ex d ⁊ b quē ꝯparo ad a ⁊ dico ꝙ iñ ꝓuenit ꝓpoꝛtio illa q̄ ex terminis ⁊ ex ꝓcedenti b eſt minꝰ a ⁊ non eſt ps aliquota a quare ꝑ ꝑmaꝫ ꝑmi erit ꝑtes aliquote a ſumpte ſcđm b ⁊ denoīate ab ipſo a cū igiť e totiens ꝯtineat a quotiens vnitas in e et b vltra adequate ex terminis e ad a erit illa ꝓpoꝛtio data ptꝫ igitur totum propoſitum.

Co. Ex hac ꝯſtat modꝰ ſcđm quē q̄libꝫ rōnalis minoꝛis inequalitatis poterit in nūeris poni poſita eīn rōnali maioꝛis ineq̄litatis inť cuiꝰ terminos oppoſito mō ſumiť illa minoꝛis ineq̄litatis ꝯſtabit ꝓpoſitū.

15 Si alicuius compoſiti ad vnam ſuarum ꝑtium fuerit propoꝛtio multiplex erit reſidua pars eidem parti equalis aut ad illam multiplex. Et ſi alicuius totius vna pars fuerit equalis reſidue parti aut ad illam multiplex erit illius totius ad illam partem reſiduam propoꝛtio multiplex.

Primum ptꝫ ſit a adequate cōpoſiti ex b ⁊ c ad b ꝓpoꝛtio multiplex. Tunc dico ꝙ c eſt equale b vel multiplex ad b. Quia ex terminis b nūerabit a cū igitur numeret ſeipꝫ numerabit a totū ⁊ b detractum ex a ergo per .20. ꝑmi b numerabit c ⁊ per ꝯñs c erit equalis b aut multiplex ad b quod eſt ꝑmum. Scđm ptꝫ ſit a adequate compoſitum ex b ⁊ c ⁊ b ſit equale c aut multiplex ad c. Tunc dico ꝙ a eſt multiplex ad c. Quia tunc c numerabit b detractū ex a ⁊ cū numeret c reſiduū per .15. ꝑmi numerabit a cum igitur a ſit maioꝛ c erit ex .22. petitione ⁊ ex terminis a multiplex ad c q̄d eſt ꝓpoſitū.

16 Si alicuius totius ad vnam ꝑtem fuerit ꝓpoꝛtio multiplex ipſius ad ſuam reſiduā partem erit ꝓpoꝛtio multiplex aut ſuperparticularis. Et ſi alicuius ad vnam partem fuerit propoꝛtio ſuperparticularis ipſius ad reſiduam partem erit propoꝛtio multiplex.

Primum ptꝫ ſit a adequate ꝯpoſiti ex b ⁊ c ad b ꝓpoꝛtio multiplex. Tunc dico ꝙ propoꝛtio a ad c eſt multiplex aut ſuppartic̄ularis. Nā ex ꝓcedēti c eſt equale b aut multiplex ad b ſi igiť ſit equale b ꝑ .2. ſcđi ꝓpoꝛtio a ad c eſt que a ad b ⁊ ꝑ ꝯñs multiplex ſi aūt c ſit multiplex ad b erit b ps aliquota c cū igiť a ꝓciſe ſemel ꝯtineat c ⁊ b vltra ex terminis ꝓpoꝛtio a ad c erit ſuppartic̄ularis quod eſt ꝑmū. Scđm ptꝫ ſit a totius ad b vnā ꝑteꝫ eius ꝓpoꝛtio ſuppartic̄ularis ⁊ c ſit reſidua ps eiꝰ. Tūc dico ꝙ ꝓpoꝛtio a ad c eſt multiplex. Quia ex terminis c quod a vltra b adequate ꝯtinet erit pars aliquota b ⁊ per ꝯñs b erit multiplex ad c ergo per precedentem a erit multiplex ad c.

Co. Ex p̄nti ꝯſtat ꝙ ſi alicꝰ totꝰ ad vnā ſuaꝝ ꝑtiū fuerit ꝓpoꝛtio multiplex ⁊ illa nō fuerit eq̄lis reſidue ꝑti erit illiꝰ totꝰ ad reſiduā ꝑtē ꝓpoꝛtio ſuppartic̄ularis. Hoc in foꝛa ꝯcludiť ſ demōſtratiōe p̄ie ptꝭ.

17. Si alicuius totius ad vnam eius ꝑtem fuerit ꝓpoꝛtio ſuperparticularis erit illius ꝑtis ad reſiduam partem eiuſdem totius ꝓpoꝛtio multiplex conſimilis denominationis. Et ſi alicuius ad alterum fuerit ꝓpoꝛtio multiplex erit ꝯpoſiti ex illis ad illud ꝓpoꝛtio ſuppartic̄ularis ꝯſimilis denoīationis.

Primum ptꝫ ſit a adequate cōpoſiti ex b ⁊ c ad b ꝓpoꝛtio ſuperparticularis ꝑtialiter denoīata a ꝑte aliquota denominata ſcđm d numeꝝ. Tunc dico ꝙ b ad c eſt ꝓpoꝛtio multiplex denoīata ſcđm d numeꝝ. Nā ex quo a vltra b ꝓciſe ꝯtinet c ex terminis b erit ps aliquota c denoīata ſcđm d ⁊ ꝑ ꝯñs ꝓpoꝛtio b ad c erit multiplex denominata ſcđm d q̄d eſt ꝑmum. Scđm ptꝫ ſit a ad b ꝓpoꝛtio multiplex denoīata ſcđm c nūeꝝ. Tūc dico ꝙ totꝰ a b ad a eſt ꝓpoꝛtio ſuperparticularis ꝑtialiť denoīata a ꝑte aliquota denoīata ſcđm c. Nā tūc b erit ps aliquota a denoīata ſcđm c cū igiť totꝰ a b adequate reſultat ex a ⁊ b ꝓciſe ſemel ꝯtinebit a ⁊ b vltra adequate vñ ex terminis conſtat ſecundum.

18. Si alicuꝰ ad alteꝝ fuerit ꝓpoꝛtio multiplex erit ꝯpoſiti ex illis ad illō minꝰ ꝓpoꝛtio multiplex maioꝛis denoīatiōis vno. Et ſi alicuꝰ ad alteꝝ fuerit ꝓpoꝛtio ſuppartic̄ular̄ erit ꝯpoſiti ex illis ad minꝰ illoꝝ ꝓpoꝛtio dupla ſupꝑticular̄ꝭ ꝯſīlis denoīatiōis ex ꝑte ſupꝑticular̄ꝭ. ⁊ eiuſdē ꝯpoſiti ad maiꝰ illoꝝ erit ꝓpoꝛtio ſupꝑtiēs cꝰ nūeratoꝛ ꝑtiū erit denoīatoꝛ ꝑtꝭ ſupꝑticular̄ꝭ ⁊ denoīatoꝛ maioꝛ illo vnitate.

Sit a adeq̄te ꝯpoſitū ex b ⁊ c ⁊ ſit ꝑmo b ad c ꝓpoꝛtio multiplex denoīata ſcđm d nūeꝝ ⁊ ſit e maioꝛ d ſola vnitate. Tunc dico ꝙ ꝓpoꝛtio a ad c eſt multiplex denoīata ſcđm e. Nā ex terminis c totiēs adeq̄te erit in b quotiēs vnitas in d addēdo igiť c ipi b in ꝯpoſito ex ipis erit ſemel vltra ⁊ ꝑ ꝯñs totiens adeq̄te quotiēs vnitas in e vñ ex terminis ꝯſtat ꝓpoꝛtionē a ad c eſſe multiplicē denoīatā ſcđm e. Sit ſcđo ꝓpoꝛtio b ad c ſuperparticularis partialiť denoīata a parte aliquota denoīata ſcđm d. Et ſit e maioꝛ d ſola vnitate. Tūc dico ꝙ ꝓpoꝛtio a ad c eſt dupla ſuperparticularis partialiť denoīata a parte aliq̄ta ſūpta ſcđm d. Dico ſcđo ꝙ ꝓpoꝛtio a ad b eſt ſuppartiēs ꝑtialiter denoīata a ꝑtibus aliquotis ſūptis ſcđm d ⁊ denominatis ſcđm e. Primū ptꝫ q̄ ex terminis b ꝓciſe ſemel ꝯtinebit c et partē aliquotā eius denomiatā ſcđm d addendo igiť c ipi b ꝓciſe ſemel ꝯpoſitū ꝓueniēs ꝓciſe bis ꝯtinebit c ⁊ vltra vnā partē aliquotā c denoīatā ſcđm d vñ ex terminis ꝯſtat ꝑmū. Scđm aūt ptꝫ q̄ ſit f pars c denominata ſcđm b nā ex terminis b vltra c adequate ꝯtinet cuꝫ igiť f numeret c per d ⁊ nūeret c ꝑ vnitatē per ꝑmū correlariū .14. ꝑmi f nūerabit b ꝯpoſitū ex c ⁊ f ꝑ ꝯpoſitū ex d ⁊ vnitate vt puta ꝑ e ⁊ per ꝯñs f eſt ps aliquota d denoīata ſcđm e cū igiť c nō ſit pars aliquota b q̄ tūc b ad c eſſet propoꝛtio multiplex ⁊ c adequate ſit partes equales f ſumpte ſecundū d erit c partes aliquote

b ſumpte ſecundum d ⁊ denominate ſecundum e ex quibus fiat vna ꝑs nō aliquota ipſius b cū igitu a reſultet ex b ⁊ e erit ex terminis ꝓportio a ad b ſuppartiens taliter denominata vt propoſitum eſt.

Co. ¶ Ex hac conſtat ꝙ ſi alicuius ad vnā ꝑtem eius ſit multiplex maior dupla illi⁹ ad aliā erit ſuppart cularis vno minoris denominationis. Nā illa ꝑs erit ꝑs aliquota reſidue ꝑtis illius denominata a mi nori nūero vnitate ꝙ̄ ſit ille a quo denominat̄ ꝑs aliquota illi⁹ toti⁹ quo habito ex terminis ꝯſtat illud.

19. ¶ Si alicui⁹ ad alteꝝ fuerit ꝓportio ſuppartiēs erit ꝯpoſiti ex illis ad min⁹ illoꝝ ꝓportio dupla ſup partiens ꝯſimilis denominationis ex ꝑte ſuppartientis ad maius autem proportio ſuppartiens.

¶ Prima ꝑs eodē modo oīno poteſt demonſtrari ſicut ſeda ꝑs ꝓcedēns. ¶ Scda aūt ꝑtꝫ qꝛ tūc illud minus non erit ꝑs aliquota maioris quare ex ꝓma ꝓmi erit illud min⁹ ꝑtes aliquote maioris ⁊ ex illis fiet vna ꝑs non aliquota illius maioris cum igitur compoſitum ex illis vltra illud maius adequa te illud minus contineat ex terminis proportio illius compoſiti ad illud maius erit ſuppartiens.

Co. ¶ Ex his ꝯſtat ꝙ ſi alicui⁹ ad alteꝝ ſit ꝓportio ſupparticularis aut multiplex ſupparticularis erit cō poſiti ad illud min⁹ multiplex ſupparticularis ꝯſilis denoiatiōis ex ꝑte ſupparticularis ⁊ vno minoris denoiationis ex ꝑte reſidui ad mai⁹ vero ſuppartiens. Et ſi alicuius ad alteꝝ fuerit ſuppartiens aut multiplex ſuppꝑtiens ꝯpoſiti ex illis ad illud min⁹ erit ꝓportio multiplex ſuppartiēs eē ꝯſimilis deno minationis ex ꝑte ſuppartientis ⁊ vno maioris denominationis ex ꝑte reſidui ad maius vero ſuper partiens. ¶ Primū ⁊ ſcdm eodē modo ꝯſtant ſicut ꝓcedens. Tertium autē ⁊ quartū ſicut preſens.

20. ¶ Si duo nūeri ineq̄les quoꝝ q̄libet eſt maior vnitate ⁊ minor nō nūerat maiorē ꝯiungāt̄ erit ꝯpoſiti ex ipſis ad maiorē ipſoꝝ ꝓportio ſuppartiēs ad minorē ꝟo multiplex ſuppartiēs aut ſupparticularis.

¶ Primū ꝑtꝫ qꝛ tūc minor illoꝝ nō erit ꝑs aliquota maioris ergo ꝑ primā ꝓmi erit ꝑtes aliquote ip ſius ⁊ cū ſit minor illo ex illis fiet vna ꝑs nō aliquota illi⁹ cū igit̄ ꝯpoſit⁹ ex illis ꝓciſe ſemel ꝯtineat illū maiorē ⁊ illū minorem vltra adequate erit ex terminis illi⁹ ꝯpoſiti ad maiorē illorū ꝓportio ſuppar tiens. ¶ Scdm ꝑtꝫ qꝛ dato oppoſito cū ꝑ .2. correlariū .5. primi cōpoſit⁹ ſit maior ꝙ̄ dupl⁹ ad minorē illorum ꝓportio illius ad illū eſſet maior dupla ⁊ ꝑ ꝯn̄s eſſet multiplex aut multiplex ſupparticularis aut multiplex ſuppartiens ⁊ ex ꝯſti ex ypotheſi eſſet multiplex quare ꝑ .15. huius maior illorum nu merorum eſſet equalis minori illorū aut multiplex ad illum quod repugnat ypotheſi.

1.co. ¶ Ex ꝓn̄ti ꝯſtat ꝙ ſi duo nūeri adinuicē primi inequalis quorū q̄lbꝫ eſt maior vnitate ꝯiungāt̄ cōpo ſiti ex illis ad maiorē illorū erit ꝓportio ſuppartiens ad minorē ꝟo multiplex ſuperpartiens aut mul tiplex ſuperparticularis. ¶ Nā tunc minor non numerabit maiorem nam alias cum numeret ſe eſſet illi commenſurabilis quo habito ex preſenti conſtat propoſitum.

2.co ¶ Patet vltra ꝙ ſi queecūꝗ duo inequalia commenſurabilia quorum minus non nūerat maius con iungāt̄ ꝯpoſiti ex illis ad maius erit ꝓportio ſuppartiens ad minus vero multiplex ſuppartiens aut multiplex ſupparticularis. ¶ Hoc ꝯſimilit̄ in oīb⁹ demōſtrat̄ ſicut ꝓn̄s in numeris demonſtrata eſt.

3.co ¶ Patꝫ vltra ꝙ ſi q̄cūꝗ duo ꝯmēſurabilia leq̄lia ꝯiūgāt̄ ꝯpoſiti ex illis ad mai⁹ erit ꝓportio ſuppar ticularis aut ſuppartiēs ad min⁹ ꝟo multiplex aut multiplex ſupparticularis aut m̄ltiplex ſuppartiēs. Nā ſi min⁹ nūeret mai⁹ ꝑ .12. petitionē min⁹ erit ꝑs aliq̄ta maioris ⁊ ꝑ ꝯn̄s ꝓportio maioris ad min⁹ erit m̄ltiplex q̄ hito ex .15. ⁊ .16. h⁹ ꝯſtat ꝓpoſitū. Si aūt min⁹ ſi nūeret mai⁹ ex ꝓcedēti corre. ꝯſtat ꝓpoſitū.

21 ¶ Multiplicium proportionum aliqua eſt minima ⁊ nulla eſt eaꝝ maxima. Superparticularium ꝟo aliqua eſt maxima ⁊ nulla minima.

¶ Dico ꝓmo ꝙ dat̄ mīma multipliciū ⁊ nō maxīa. Nā q̄lbꝫ multiplex ab aliquo nūero maiori vnita te denoiat̄ ⁊ a quocūꝗ maiori vnitate aliqua multiplex denoiat̄ cū igr̄ taliū nūeroꝝ det̄ mīm⁹ ⁊ non maxim⁹ dabit̄ mīma denoiatio multiplicis ⁊ nō maxīa ⁊ ꝑ ꝯn̄s mīmā multiplicē ꝯtinget repire ⁊ nō maximā. ¶ Dico ſedo ꝙ ſupparticulariū dat̄ maxīa ⁊ nō mīma. Nā q̄lbꝫ ꝑs aliquota ab aliq̄ nūero maiori vnitate denoiat̄ ⁊ a q̄cūꝗ nūero maiori vnitate pōt aliq̄ denoiari cū igr̄ taliū nūeroꝝ det̄ ma xim⁹ ⁊ nō mīm⁹ ꝑ .34. dignitatē debit̄ maxīa ꝑs aliq̄ta ⁊ nō mīma cū igr̄ cuiuſcūꝗ ꝓportiōis ſuppti cularis denoiatio ſit vnū itegrū cū ꝑte aliq̄ta dabit̄ maxīa denoiatio ſupparticularis vt puta illa q̄ erit vnū itegrū cū maxīa ꝑte aliq̄ta ⁊ nō dabit̄ mīma ⁊ ꝑ ꝯn̄s dabit̄ maxīa ſupparticularium ⁊ nō mīma.

Co. ¶ Ex ꝓn̄ti ꝯſtat ꝙ multipliciū ꝓportionū dupla eſt mīma ⁊ tripla poſt ipſā ⁊ ita deinceps ⁊ ſuppar ꝑticulariū ſeſq̄alt̄a ē maxīa ⁊ ſeſq̄tia maxīa poſt ipſā ⁊ ita deinceps. ¶ Primū ꝑtꝫ qꝛ dupla denoia tur a binario q̄ eſt mīm⁹ nūer⁹ denoiantiū multiplicē ⁊ tripla a ternario q̄ eſt mīm⁹ illoꝝ poſt binariū ⁊ ita deinceps ꝙ̄ dupla erit multipliciū mīma ⁊ tripla poſt ipſā ⁊ ita deinceps. ¶ Scdm ꝑtꝫ qꝛ ꝑs ali quota denoiata a binario per .34. dignitatē eſt maxīa pars aliquota alicui⁹ ex quo denoiat̄ a mīmo nūeroꝝ denoiantiū ꝑtes aliquotas ⁊ ex ꝯſti ꝑ idē ꝑs aliq̄ta denoiata a ternario erit maxīa poſt illā ⁊ ita deinceps cū igit̄ ſeſq̄altera denoiet̄ ab vno integro cū ꝑte aliquota denoiata a binario ⁊ ſeſqui tertia ab vno integro cū ꝑte aliquota denoiata a ternario ⁊ ita deinceps erit denomiatio ſeſquialtere maxīa int̄ denoiationes ſupparticulariū ⁊ denoiatio ſeſq̄tertie poſt illā ⁊ ita deinceps vn̄ ꝯſtat ſcdm.

22 ¶ Quacunꝗ ſuperpartiente ſuperpartientm maiorem ſimilit̄ ⁊ minorem contingit reperire.

¶ Sit a maioris nūeri ad b minorem data ſuppartiēs q̄cūꝗ fuerit ⁊ e exceſſ⁹ a ſupra b ꝯſtat tūc e eē minorē b ⁊ nō eſſe vnitatē. Dico igr̄ ꝙ ꝯtingit ſuppartientē maiorē ꝓportiōe a ad b reperire ſilr̄ ⁊ cō tingit ſuppartientē minorē illa reperire. ¶ Primū ꝑtꝫ ſit d quicūꝗ nūerus maior a ⁊ e minor ipſo ſo la vnitate erit tūc d maior b ⁊ e maior e ⁊ dr̄a d ad e erit minor dr̄a b ad e vel illi equalis quare per .2. correlariū .36. ſcdi ꝓportio b ad c maior eſt ꝙ̄ d ad e ⁊ qꝛ per .3. correlarium .11. tertij d ⁊ e ſunt adinui cem primi per ꝓmū correlariū .20. hui⁹ totius d e ad d erit ꝓportio ſuppartiens quā dico eſſe maiorē ꝓportiōe a ad b qꝛ eſt ꝓportio b ad e maior eſt ꝙ̄ d ad e per .7. ſcdi ꝓportio e ad d maior eſt ꝙ̄ e ad b ergo per .34. ſcdi totius e d ad d maior eſt ꝓportio ꝙ̄ totius c b qui eſt a ad b vnde conſtat primum.

¶ Scdm autē ptȝ ſumo quemlibet numerum maiorē a quem nō numeret c qui facile reperietur poſtq̄ c eſt maior vnitate q2 dato multiplici c qui ſit maior a addita ſibi vnitate ille erit queſit9 ſit ergo ille d cui addo c ⁊ fiat e erit tūc p.20.hui9 ꝓportio e ad d ſuppartiens quā dico eſſe minorē proportiōe a ad b quia c eſt maior a ⁊ d eſt maior b ⁊ exceſſus e ſupra d eſt equalis exceſſui a ſupra b ergo per primum correlarium.35.ſecundi ꝓportio e ad d minor eſt proportione a ad b vñ conſtat ꝓpoſitum.

23 ¶ Nulla eſt multiplicium ſuperparticularium maxima aut minima.

¶ Q; eñ nulla ſit talium maxima patȝ q2 quacūq3 data continget aliā denominari a maiori numero q̄3 illa denomineť cum ſimili pte aliquota ⁊ per ꝯñs continget aliquā reperire cui9 denominatio erit maior denominatione illius ſequitur ergo q quacūq3 data continget dare maiorē multiplicē ſuppar ticularem ipſa. ¶ Q; autē nulla ſit talium minima ptȝ q2 quacumq3 data capiā ptem aliquotā a maiori numero denominatā q̄3 ſit denominator ptis aliquote a quo ille denominatur ptialiter ⁊ capiā ꝓportionem denominatam a ꝯſimili nūero ⁊ illa pte aliquota ꝯſtat tunc denominationem illius eſſe minorem denominatione alteri9 ex quo ps aliquota eſt minor illa a qua alia denominatur ⁊ per ꝯñs illa erit altera minor q̄cūq3 igiť tali data alia multiplex ſupparticular; erit ipa mior ptȝ igť totū ꝓpoſitū.

24. ¶ Nulla eſt multiplicium ſuperpartientium maxima aut minima.

¶ Q; enim nulla ſit talium maxima ptȝ. Quia quacumq3 tali data continget aliā multiplicem ſuppartientem a maiori numero denominari q̄3 illa cū tot ſimilib9 ptibus aliquotis ⁊ per ꝯñs continget denominationem alteri9 denominatione illius eſſe maiorē quare ⁊ aliā eſſe illa maiorem. Q; autē nulla ſit talium minima ptȝ q2 quacumq3 tali data ſumā aliquā denominatā a ꝯſimili numero ⁊ a ptibus aliquotis ſumptis ſcdm eundē numerum denominatis tñ a maiori numero cui9 ille ſcdm quem ſumūtur non ſit ps aliquota ꝯſtat tunc denominationem illius eſſe minorē denominatione alterius ex quo ille ptes aliquote ſunt minores illis a quibus altera denominatur ⁊ p ꝯñs illa erit altera minor modo illa erit multiplex ſuppartiens quia per vltimā.9.ex illis partibus aliquotis non ſit vna ergo quacūq3 multiplici ſuperpartiente data alia multiplex ſuperpartiens erit ipſa minor nō erit ergo aliqua talium minima quod eſt propoſitum.

¶ Si proportio maioris inequalitatis quecumq3 fuerit addatur multiplici quecumq3 fuerit compo-
25 ſita ex illis erit multiplex aut multiplex ſupparticularis aut multiplex ſuperpartiens.

¶ Quia ꝯpoſita ex illis erit proportio maioris inequalitatis quare p primā ſuppoſitionem ſcdi illa erit maior illa multiplici ⁊ p ꝯñs non erit ſupparticularis aut ſuperpartiens a ſufficienti igitur diuiſione erit multiplex aut multiplex ſuperparticularis aut multiplex ſuperpartiens.

¶ Ex pñti ꝯſtat q ſi quotcūq3 ꝓportiōes maioris inequalitatis rōnales vni aut plurib9 multiplicib9
Co. addātur ꝯpoſita ex oib9 illis erit multiplex aut multiplex ſupparticularis aut multiplex ſuppartiēs

¶ Si due multiplices coniungantur compoſita ex illis erit multiplex.

26 ¶ Quia quibuſcūq3 talibus datis cōtinuo illas p.8.quinti in his numeris a b c ita q a ad b ſit vna illarum ⁊ b ad c alia erit tūc ꝓportio a ad c ex illis ꝯpoſita. Dico ergo q ꝓportio a ad c eſt multiplex Quia ex terminis c erit ps aliquota b ⁊ b eſt pars aliquota a ergo p.22.primi c erit ps aliquota a ergo ex terminis proportio a ad c eſt multiplex quod eſt propoſitum.

1.co. ¶ Ex preſenti conſtat q ſi quotcūq3 multiplices coniungātur compoſita ex omnibus erit multiplex
Hoc conſimiliter apparet ſicut de duabus continuando illas omnes.

2.co ¶ Patet vltra q nulla multiplex numerat non multiplicē aut eſt ps aliquota alicuius non multipli
cis. Hoc ex preſēti ⁊ ex correlario precedenti ⁊ ex terminis manifeſte ſequitur.

27 ¶ Quelibet proportio multiplex cum ſuperparticulari conſimilis denominationis multiplicem vno maioris denominationis illa multiplici conſtituent.

¶ Sit a ꝓportio multiplex ⁊ b numerus eā denominās ⁊ c ſit ꝓportio ſupparticularis cuius denoīatio ſit vnum integrū cum pte aliquota denominata ſcdm b que ſit d ⁊ ſit e maior b vnitate. Tūc dico q ꝓportio ꝯpoſita ex a ⁊ c eſt multiplex denominata ſcdm e quia ex vno integro in b fiūt tot integra quot vnitates in b cum igiť p.21.noni octaui ex d in b fiat vnum integrū ſequiť q ex vno integro in b ⁊ ex d in b fient adequate tot integra quot ſūt vnitates in e quare p.13.noni ex ꝯpoſito ex vno integro ⁊ d quod eſt tota denominatio c in b totā denominationem a fient adequate tot integra quot ſūt vnitates in e cū igiť p.34.noni inde ꝓductum ſit denominatio ꝓportionis ꝯpoſite ex a ⁊ c erit denoīatio illi9 tot integra quot ſūt vnitates in e ⁊ p ꝯñs erit multiplex denoīata ſcdm e qd eſt propoſitum.

28. ¶ Quacumq3 ſupparticulari data contingit quotcumq3 multiplices reperire quarum quelibet cum illa multiplicem conſtituat.

¶ Sit a quecumq3 ſupparticularis cui9 denominatio ſit vnū integrum cum b pte aliquota denomīata ſcdm c ⁊ capiātur quotcumq3 multiplices quarū quelibet denomineť a nūero multiplici ad c. Tūc dico q quelibet talis cum illa ſupparticulari multiplicem cōponit ſit eñ d vna illarū quecumq3 fuerit denominata ſcdm e numerū multiplicem c tunc ex vno integro in e fient plura integra ⁊ p.22.noni ex b in e fient plura integra ergo p.13.noni ex tota denominatione a que eſt vnum integrum cū b in a denominationem b fient plura integra ergo p.34.noni denominatio proportiōis compoſite ex illis erit plura integra ⁊ per conſequens illa erit multiplex quod eſt propoſitum.

Co. ¶ Ex hac cōſtat q cum quacūq3 ſuperparticulari quelibet multiplex denoīata a numero multiplici aut equali illi a quo denominať ps aliquota a qua ptialiter denominať illa ſupparticularis multiplicem conſtituit. Hoc in forma aſſumiť ⁊ demonſtratur in preſenti.

29 ¶ Quacumq3 multiplici data contingit quotcumq3 ſupparticulares reperire quarum quelibet cum ea multiplicem ſupparticularē conſtituat. Similiter ⁊ quacumq3 ſupparticulari data quotcūq3 mul

tiplices quarum quelibet cum ea multiplicem ſuperparticularem componat contingit inueſtigare.
¶ Primum ptꝫ ſit a ꝓportio multiplex data ⁊ b nūerus eā denominās ⁊ ſumo tot quot volo ſuperparticulares quaꝝ quelibet denominetur ab vno integro cum pte aliquota denominata a nūero multiplici ad b. Tunc dico ꝙ quelibet talis ſupparticularis cum a multiplici ꝯſtituit multiplicem ſuperparticularem. Sit eīn c vna illaꝝ quecunqꝫ fuerit cuiꝰ denominatio ſit vnuꝫ integrū cum d pte aliquota denominata ſcd̄m e numerū multiplicem b tunc ex vno integro in b fient plura integra ⁊ ꝑ.23. noni ex d in b fiet ps aliquota vnius integri ergo ꝑ.13. noni ex tota denominatione c que eſt vnū integrum cū d in b totā denominationem a fient plura integra cū vna pte aliquota vniꝰ integri ergo ꝑ.34. noni denominatio ꝓportionis ꝯpoſite ex a ⁊ c eſt plura integra cū vna pte aliquota vnius integri ⁊ ꝑ ꝯñs illa erit multiplex ſupparticularis vnde ꝯſtat primū. ¶ Scd̄m ptꝫ ſit a q̄cumqꝫ ſupparticularis cuiꝰ denominatio ſit vnū integrū cum b pte aliquota denominata ſcd̄m c ⁊ ſumo tot quot volo multiplices quarum quelibet denomineꝛ ab aliquo numero adequate cōpoſito ex aliquo equali aut multiplici c et ex vnitate vltra. Tūc dico ꝙ quelibꝫ illaꝝ multiplicium cū a ꝓportionem multiplicē ſupparticularē cōſtituit ſit eīn d queeūqꝫ illaꝝ cuius denominatio ſit e nūerus adequate ꝯpoſitus ex f multiplici c et ex vnitate vltra ꝯſtat tunc ex vno integro in e fieri plura integra ⁊ qꝛ ꝑ.22. noni ex b in f fiet vnū integrum aut plura integra ⁊ ex b in vnitatem fit b ⁊ ꝑ.14. noni ex b in f ⁊ vnitatē tm̄ fit ſicut ex b in e ſequitur ꝙ ex b in e fient plura integra cū b pte aliquota vnius integri ergo ꝑ.13. noni ex tota denominatione a que eſt vnū integrum cū b in e totā denominationem d fient plura integra cū vna pte aliquota vnius integri ergo ꝑ.34. noni denominatio ꝓportionis ꝯpoſite ex a ⁊ e eſt plura integra cum pte aliquota vnius integri ⁊ per ꝯñs illa eſt multiplex ſupparticularis vnde conſtat ſecundum.

Co. ¶ Ex hac ꝯſtat ꝙ cum q̄libꝫ ſupparticulari quelibet multiplex denominata ab aliquo nūero qui ꝑ ſe addit vnitatem ſupra multiplicem aut equalē illi a quo denominaꝛ illa ps aliquota a qua ꝑtialiter denominaꝛ illa ſupparticularis multiplicē ſupparticularem facit. Hoc in forma aſſumitur ⁊ demonſtratur in ſecunda parte preſentis.

30 ¶ Quacumqꝫ multiplici data quotcumqꝫ ſuperparticulares contingit reperire quarum quelibꝫ cū illa multiplicem ſuperpartientem componat.
¶ Sit a queeūqꝫ multiplex ⁊ b nūerus eā denominās ⁊ ſumo tot quot volo ſupparticulares quaruꝫ quelibet denominaꝛ ab vno integro cum pte aliquota denominata a nūero maiori b qui non ſit multiplex ad b. Tunc dico ꝙ quelibꝫ illaꝝ ſupparticularium cum a multiplicem ſuppartientem ꝯſtituunt. Sit eīn e queeūqꝫ illaꝝ cuius denominatio ſit vnū integrū cum d pte aliquota denominata ſcd̄ꝫ c numerum maiorem b qui nō ſit multiplex ad b. Cōſtat tunc b eſſe maiorem c ⁊ nō eſſe ptem aliquotā ipſius c. Quare ꝑ.24. noni ex d in b producenꝛ ptes aliquote vnius integri q̄ erūt minꝰ illo integro ex quibus nō fiet vna ps aliquota vnius integri cum igiꝛ ex vno integro in b fient plura integra ꝑ.13.9. ex tota denominatione e q̄ eſt vnum integrū cum d in b totā denominationeꝫ a fient plura integra cū ptibus aliquotis vnius integri q̄ ſunt minus integro ex quibꝰ non fiet vna ps aliquota eiuſdē cū igiꝛ ꝑ.34.9. illud ꝓductum ſit denominatio ꝓportionis ꝯpoſite ex a ⁊ c erit denominatio illius plura integra cum partibus aliquotis vnius integri ex quibus fiet vna ps non aliquota illius ⁊ ꝑ conſequēs illa erit multiplex ſuperpartiens vnde conſtat propoſitum.
¶ Supparticulariū ſola ſeſquialtera eſt que cum nulla multiplici multiplicē ſuppartientem ꝯſtituit.

31 ¶ Dico primo ꝙ ſeſquialtera cū nulla multiplici multiplicem ſuppartientē ꝯſtituit. Dico ſcd̄o ꝙ q̄libet alia ſupparticularis cū aliqua multiplici multiplicē ſuppartientem ꝯponit. ¶ Primum ptꝫ qꝛ dato oppoſito ſit a multiplex que cū ſeſquialtera multiplicem ſuppartienteꝫ ꝯſtituat ⁊ ſit b denominas ipſā qꝛ igiꝛ denominatio ſeſquialtere eſt vnum integrū cum pte aliquota a binario denoīata que ſit c ⁊ ex vno integro in b fiunt plura integra ⁊ ꝑ.26. noni ex c in b fiat vnuꝫ integrū aut plura integra aut integrum aut integra cum c pte aliquota vnius integri ꝑ.13. noni ex tota denominatione ſeſquialtere que eſt vnum integrum cū c fiet plura integra aut plura integra cum pte aliquota vniꝰ integri ergo ꝑ.34. noni denominatio ꝓportionis ꝯpoſite ex ſeſquialtera ⁊ ex a erit plura integra aut plura integra cum pte aliquota vnius integri ⁊ ꝑ ꝯñs illa erit multiplex aut multiplex ſupparticularis qd̄ repugnat ypotheſi. ¶ Scd̄m patꝫ ſit a queeūqꝫ ſupparticularis cuius denominatio ſit vnū integrū cum b pte aliquota denominata ſcd̄m c numeꝝ quem ꝯſtat eſſe maiorem binario ſumo ergo ꝓportionem multiplicem cuius denominatio ſit d numerus minor c ſola vnitate. Tunc c non erit multiplex d quo habito ex demonſtratione precedentis conſtat in forma illā multiplicem cum illa ſuperparticulari conſtituere multiplicem ſuperpartientem ptꝫ igiꝛ propoſitum.

Co. ¶ Ex p̄nti ꝯſtat ꝙ ſeſquialtera cum qualibet multiplici denominata a numero pari multiplicē ꝯſtituit cum qualibet aūt denoīata a nūero impari maiori vnitate multiplicē ſupparticularem ꝯponit. Si eīn illa multiplex denominata a numero pari denomineꝛ a binario ex.27. huiꝰ ꝯſtat ꝓpoſitū. Si autē denomineꝛ a pari maiori binario cum ille ſit multiplex ad binariū ex correlario.28. huiꝰ ꝯſtat i forma ꝓpoſitū. Et ſi illa multiplex denomineꝛ ab impari maiori vnitate cū talis nūerꝰ adeq̄te reſultet ex binario aut multiplici ad binariū cū vnitate ex correlario.29. huius ꝯſtat ꝓpoſitum in forma.

32 ¶ Multiplicium ſola dupla eſt que cum nulla ſuperpartiente multiplicem conſtituit proportionem.
¶ Sit a ꝓportio dupla quā ꝯſtat a numero binario denominari qui ſit b. ¶ Tunc dico primo ꝙ a cū nulla ſuppartiente multiplicem ꝯſtituit. Dico ſcd̄o ꝙ quelibet alia multiplex cū aliqua ſuppartiente multiplicem ꝯponit. ¶ Primū ptꝫ ſit c queeūqꝫ ſuppartiens cuius denominatio ſit vnū integrū cuꝫ d ptibus aliquotis q̄ ſunt minus vno integro ex quibꝰ non ſit vna ps aliquota vnius integri tunc ex vno in b fient plura integra cum igiꝛ ꝑ.27.9. ex d in b non fiat integrū vel integra ex tota denoīatioe

e que eſt vnū integrū cum d nō fient plura integra ergo per .34. noni denominatio ꝓportionis ꝯpoſi-
te ex a ⁊ c nō erit plura integra ⁊ per ꝯñs illa nō erit multiplex vñ ꝯſtat ꝑmū. ¶ Scđm aūt ptꝫ ſit a
quecūqꝫ alia multiplex a dupla ⁊ b nūerus tā denominās q̃ ꝯſtat eſſe maiorem binario ⁊ ſit c minor il
lo vnitate q̃ ꝯſtat eſſe maiorem vnitate ⁊ per .3. correlariū .11. tertij primū ad b quare per correlarium
.42.9. ſi ſumātur partes aliquote vni⁹ integri ſcđm c denoīate ab ipſo b ille non erūt vna pars aliq̃
ta vnius integri ſed erūt min⁹ illo ⁊ partes aliquote illi⁹ ſit igiẗ d ꝓportio cuius denominatio ſit vnū
integrū cum e partib⁹ aliquotis ſumptis ſcđm nūerū c ⁊ denominatis ſcđm b tūc d erit ſuperpartiēs
Dico ergo ꝙ a ⁊ d multiplicē ꝯſtituunt. Nā ex vno integro in b fiunt plura integra ⁊ ex e in b per cor-
relarium .21.9. fiunt plura integra quare per .13.9. ex tota denominatione d que eſt vnū integrum cū
e in b denominationē a fient plura integra ergo per .34.9. denominatio proportionis compoſite ex a
⁊ d eſt plura integra per ꝯñs illa eſt multiplex quod eſt ſecundum.

Co. ¶ Ex p̄ñti ꝯſtat ꝙ q̄libet multiplex maior dupla cum quacūqꝫ ſuperpartiente denominata a partib⁹
aliquotis denominatis a numero denominā te illā multiplicem conſtituit multiplicē. Hoc omnino eo-
dem modo poteſt oſtendi ſicut in demonſtratione ſecunde partis p̄ñtis oſtenſum eſt propoſitum.

33 ¶ Quacumqꝫ ſuperpartiente data contingit quotcumqꝫ multiplices reperire quarum quelibet cū
illa multiplicem conſtituit.

¶ Sit a quecūqꝫ ſuperpartiens cui⁹ denominatio ſit vnū integrū cū b partibus aliquotis denomīa-
tis ſcđm c ⁊ ſumo tot quot volo multiplices quaꝝ quelibꝫ denomineẗ a numero c vel multiplici ad c/
⁊ dico ꝙ quelibꝫ illaꝝ cum a ꝯſtituit multiplicē qꝛ ſit d q̄cumqꝫ illaꝝ cui⁹ denominator ſit e equalis c
vel multiplex ad c tunc ex vno integro in e fient plura integra cū igiẗ per correlariū .21. adiuuāte cor
relariū .22.9. ex b in e fient etiā plura integra per .13.9. ex tota denominatione a q̃ eſt vnū integrum
cum b in e denominationem d fient plura integra ergo per .34.9. denominatio ꝓportionis ꝯpoſite ex
a ⁊ d eſt plura integra ⁊ per ꝯñs ꝯpoſita ex illis eſt multiplex vnde conſtat propoſitum.

Co. ¶ Ex preſenti conſtat ꝙ quelibet ſuperpartiens cum quacumqꝫ multiplici denominata a nūero mul
tiplici aut equali numero denominanti partes aliquotas a quibus partialiẗ illa ſuperpartiens deno-
minaẗ multiplicium ꝯponit. ¶ Hoc in forma aſſumiẗ ac demōſtraẗ in demonſtratione preſentis.

34. ¶ Quacumqꝫ multiplici data contingit quotcumqꝫ ſuperpartientes inuenire quarum quelibet cum
illa multiplicem ſuperparticularem efficiant.

¶ Sit a quecūqꝫ multiplex ⁊ b numer⁹ eam denominās ⁊ ex c maiori b in b fiat d ⁊ ſit e minor d ſola
vnitate qui per .3. correlariū .11. tertij erit ꝑm⁹ ad d ⁊ ex ꝯñti c erit ꝑm⁹ ad e qꝛ ſi eſſet illi ꝯmenſura
bilis per .3. correlarium .4. tertij d multiplex ad c eſſet ꝯmenſurabilis e cui⁹ oppoſitū eſt oñſum erit
ergo c ꝑmus ad e cum igiẗ quilibꝫ illorū ſit maior vnitate ⁊ c ſit minor e per vltimā noni ſi ſumāẗ par
tes aliquote vnius integri ſcđm numeꝝ c denominate ſcđm e ille nō erunt vna pars aliquota illi⁹ ſed
erunt min⁹ illo ſumo ergo f ꝓportionem cuius denominatio ſit vnū integrū cum g partibus aliquotis
ſumptis ſcđm c ⁊ denominatis ſcđm e ꝯſtat tunc illā eſſe ſuperpartientē. Dico igiẗ ꝙ a ⁊ f ꝯſtituunt
multiplicē ſuperparticularē. Nā ex vno integro in b fiunt plura integra ⁊ per correlariū .16.9. ex g in
b ꝓducenẗ tot partes equales g quot ſūt vnitates in d ꝓducto ex c in b ⁊ per ꝯñs ex g in b ꝓducenẗ
tot de illis partibus aliquotis quot ſunt vnitates in e ⁊ vna illaꝝ vltra ſed ille ſūpte ſcđm numerū e
per ꝑmum correlarium ꝑme .9. ſunt integrū ergo ex g in b fiet vnū integrū cum vna parte aliquota g
per .34.9. denominatio ꝓportionis ꝯpoſite ex illis erit plura integra cū parte aliquota vnius integri
⁊ per ꝯñs erit multiplex ſuperparticularis quod ē ꝓpoſitū. Et quibuſcūqꝫ diuerſis modis ſumes c
numeꝝ tot diuerſas ſuꝑpartientes iuxta demonſtrationem preſentis poteris ſumere quarum queli-
bet cum a multiplicem ſuperparticularem conſtituat vnde conſtat propoſitum.

35 ¶ Quacumqꝫ ſuperpartiente data contingit quotcumqꝫ multiplices reperire quarum quelibꝫ cum
illa multiplicem ſuperparticularem componat.

¶ Sit a ad b quecūqꝫ ꝓportio ſuꝑpartiens ⁊ ſint a ⁊ b mīmi numeri eius qui per .23. tertij erunt ad-
inuicem ꝑmi. Conſtat tunc quēlibet illorum eſſe maiorē vnitate. Inuenio ergo ꝑ .41. tertij multiplicē
a qui ſit c qui ſupra multiplicē b qui ſit d ſolā addat vnitatem ꝯſtat tunc ꝓportionem c ad a eſſe mul-
tiplicem. Dico ergo ꝙ illa cū ſuꝑpartiente data multiplicem ſuꝑparticularem cōponit. Nā ꝓportio c
ad b adequate ꝯponitur ex illa multiplici c ad a ⁊ illa ſuꝑpartiente a ad b ⁊ illa eſt multiplex ſuꝑpar-
ticularis qꝛ d pluries adequate ꝯtinet b ⁊ c vltra d ſolam addit vnitatem que eſt ꝑs aliquota b ergo c
pluries ipm̄ b ⁊ aliquā ꝑtem aliquotam eius vltra adequate ꝯtinet ergo ex terminis ꝓportio c ad b/
eſt multiplex ſuꝑparticularis vnde ex terminis ꝯſtat ꝓpoſitum ⁊ qꝛ ꝑ .2. correlarium .42. tertij quot
cumqꝫ diuerſi multiplices a poſſunt ſumi quoꝝ quilibꝫ ſupra multiplicem b ſolā addit vnitatem qui
buſcūqꝫ diuerſis modis ſumes tales multiplices tot diuerſas multiplices poteris reperire iuxta de
mōſtrationē p̄ñtis quaꝝ q̄lꝫ cū illa ſuꝑpartiēte multiplicē ſuꝑꝑticularē ꝯponat vñ totū ꝯſtat ꝓpoſitū
¶ Quacumqꝫ ſuperpartiente data quotcumqꝫ multiplices contingit ſcrutari quarum quelibet cū
illa multiplicem ſuperpartientem componat.

36. ¶ Sit a ⁊ b quecumqꝫ ſuꝑpartiens data ⁊ a ⁊ b ſint mīmi termini eius q̃ per .23. tertij erunt adinuicē
ꝑmi ꝯſtat tūc quemlibꝫ eorum eſſe maiorē vnitate. Inuenio ergo per .42. tertij multiplicē a qui ſit c
qui ſupra multiplicem b qui ſit d addat eundē numeꝝ quem a addit ſupra b qui ſit e quem ꝯſtat ex ter
minis eſſe minorē b ⁊ ꝑtes aliquotas b ex quib⁹ non fit vna ꝑs aliquota b cōſtat inſuꝑ ꝓportionem c
ad a eſſe multiplicem quā dico cū illa ſuꝑpartiente data ꝯſtituere multiplicem ſuꝑpartientem qꝛ pro
portio c ad b adequate ꝯponitur ex illis ⁊ illa eſt multiplex ſuꝑpartiens qꝛ d pluries adequate ꝯtinet
b ⁊ c vltra d preciſe addit e ⁊ ꝑ ꝯñs c ipm̄ b pluries ⁊ aliquot ꝑtes aliquotas b q̃ ſunt minus b ⁊ non

vna pars aliquota b adequate ꝯtinet vnũ ex terminis ꝯſtat ꝓportionem c ad b eſſe multiplicem ſuperpartientẽ ⁊ qꝛ per .2. correlariũ .4 2. tertij quotcunq̃ diuerſas multiplices a ꝯtingit ſumere quoꝝ quilibꝫ ſupra aliquẽ multiplicẽ b addit c quibuſcunq̃ diuerſis modis capies tales multiplices tot multiplicis iuxta demonſtrationem preſentis inuenies quarum quelibet cum illa ſuperpartiente multiplicem ſuperpartientem componat.

37 ¶ Quacunq̃ multiplici data contingit quotcunq̃ ſuperpartientes reperire quarum quelibet cum illa multiplicem ſuperpartientem componat.

¶ Sit a quecunq̃ multiplex ⁊ b nũerus eã denominãs ⁊ c multiplex ad b d aũt ſit minor c ſola vnitate q̃ per .3. correlariũ .11. tertij erit ꝑmus ad c ⁊ ex ꝯñti per .4. correlariuꝫ .4. tertij erit ꝑmus ad b duco igit̃ c in b ⁊ fiat e tunc per .12. tertij d erit etiã ꝑmus ad e ⁊ cũ ſit minor c a fortiori erit minor e ⁊ per correlariũ .20. ſcḋi ꝓportione c ad c erit multiplex denominata ſcḋꝫ b ⁊ per ꝯñs illa erit a ꝓportio ſit igitur f nũerus addẽs ſupra e tñ q̃tum eſt d ꝯſtat tunc ꝓportionem f ad e eſſe ſuppartientem qꝛ per ſcḋm correlarium ꝑme tertij d nõ eſt pars aliquota e quare per primã ꝑmi erit partes aliquote illius ⁊ cũ ſit numer⁹ e ex illis fiet vna pars non aliquota e cũ igit̃ f ſupra e ſolũ addat d erit ex terminis ꝓportio f ad d ſuperpartiẽs quã dico cum a ꝓportione ꝯſtituere multiplicem ſuperpartientem qꝛ ꝓportio f ad c eſt ꝓportio adequate ꝯpoſita ex ꝓportione f ad c ⁊ ex ꝓportione c ad c que ꝓbata ẽ a ⁊ ꝓportio f ad c eſt ꝓportio multiplex ſuperpartiẽs qꝛ c pluries adequate ꝯtinet c ⁊ f vltra e ꝓ̃ciſe addit d minorem c q̃ per ſcḋm correlariũ ꝑme tertij nõ eſt pars aliquota c ſed ex ꝯñti per ꝑmam ꝑmi erit partes aliquote c ex quib⁹ nõ fiet vna pars aliquota c quare ex terminis ꝓportio f ad c erit multiplex ſuperpartiens quod eſt ꝓpoſitum. Et qualitercunq̃ diuerſimode capiat̃ c multiplex ad b diuerſimode etiã inuenieẗ ſuperpartiens que cũ illa multiplice data multipltiplicẽ ſuperpartientẽ ꝯponat Hic tñ aduerte q̈ circa demonſtrationeꝫ pñtis poteſt occurrere difficultas qꝛ non videt̃ ipa oñdere quod pñs ꝓponit videt̃ eñ p̃ſens ꝓponere q̈ quacunq̃ data multiplici ꝯtingit quotcunq̃ ſuperpartientes reperire quaꝝ q̃libet cum illa eadẽ numero multiplicem ſuperpartientem cõponat modo hoc nõ oñditur in demõſtratione p̃ſentis ymmo nõ videtur illud ꝯtingere de aliqua multiplici inter aliq̃s nũeros reperta. Sed ad hoc poteſt dici vno modo q̈ pñs nõ intendit illud ꝓponere ſed intẽdit ꝓponere hoc vcꝫ q̈ quacunq̃ multiplici data ꝯtingit quotcunq̃ ſuperpartientes reperire quaꝝ quelibet cũ illa vel ſimili in ſpecie multiplicẽ ſuperpartientem ꝯſtituat. Aliter etiã poteſt dici q̈ licet illud non ꝯtingat in numeris tñ quacunq̃ multiplici inter duas quãtitates ꝯtinuas data per demonſtrationẽ p̃ſentis poterunt inueniri quotcunq̃ ſuperpartiẽtes quaꝝ q̃libet cum illa eadem numeꝝ multipliceꝫ ſuperpartientem componat. Et ſi ſimilis difficultas fiat circa aliquam de p̃cedentibus aut ſequentibus proportionabiliter dicendum eſt.

38 ¶ Si ꝓportio multiplex cum ſuperparticulari ꝯſtituat multiplicẽ illa cum qualibet multiplici ſuperparticulari ꝯſimilis denoiationis cum illa ſuperparticulari multiplicẽ ꝯponet. Et ſi cum ſuppartieulari multiplicẽ ſupparticularem aut ſuperpartientem effecerit cum qualibet multiplici ſuperparticulari ꝯſimilis denoiationis cũ illa ſuperparticulari multiplicem ſuperpartientem aut ſuperparticularẽ ꝯſimilis denoiationis cum alia multiplici ſuperparticulari aut ſuperpartiente ex parte ſuperparticularis aut ſuperpartientis conſtituet.

¶ Sit a quecunq̃ multiplex cuius denominatio ſit b ⁊ ſit c quecunq̃ ſuperparticularis cui⁹ denominatio ſit vnũ integrũ cum d pte aliquota denoiata ſcḋm e ⁊ ſit f quacunq̃ multiplex ſupparticularis cõſimilis denominationis cum c ex parte ſupparticularis cõſtat tunc exceſſum denominationis f ſupra denominationẽ c eſſe vnũ integrum vel plura integra ſit ergo ille exceſſ⁹ g tũc per .13. noni ex tota denominatione f in b denominationẽ a tñ fiet ſicut ex g in b ⁊ ex denominatione c ꝓportionis in b ⁊ per ꝯñs ꝓductum ex denominatione f in b addet ſupra ꝓductũ ex denominatione c in b q̃d ſit ex g in b cũ igitur ex g in b fiãt plura integra exceſſ⁹ illoꝝ ꝓductorum erit plura integra cũ igitur ꝓductũ ex denominatione f in b ꝑ .34. noni ſit denominatio ꝓportionis ꝯpoſite ex a ⁊ f ⁊ ꝓductuꝫ ex denominatione c in a ſit denoiatio ꝓportionis cõpoſite ex c ⁊ a ſequit̃ q̈ denominatio ꝓportionis ꝯpoſite ex a ⁊ f addet plura integra ſupra denominationẽ ꝓportionis ꝯpoſite ex a ⁊ c ⁊ per ꝯñs ſi denominatio ꝓportionis ꝯpoſite ex a ⁊ c ſit plura integra denominatio ꝓportionis ꝯpoſite ex a ⁊ f erit plura integra et ſi denominatio illius fuerit plura integra cũ aliqua fractione erit denominatio hui⁹ plura integra cũ ſimili fractione ⁊ ꝑ ꝯñs ſi illa fuerit multiplex hec erit multiplex. Et ſi multiplex ſupparticularis aut ſuperpartiens hec erit multiplex ſupparticularis aut ſuperpartiẽs ꝯſimilis denominations cum illa ex parte ſuperparticularis aut ſuperpartientis vnde conſtat ꝓpoſitum.

39 ¶ Si ꝓportio multiplex cum ſuppartiente multiplicem ꝯſtituat cum qualibet multiplici ſuperpartiẽte ꝯſimilis denominationis cũ illa ſuperpartiẽte multiplicem faciet ⁊ ſi multiplex cum ſuperpartiente multiplicẽ ſupparticularem aut ſuperpartientẽ ꝯponat cũ qualibet multiplici ſuppartiente cõſimilis denominationis cum illa ſuperpartiente multiplicẽ ſupparticularem aut ſuperpartientem conſimilis denominationis cum alia multiplici ſuperparticulari aut ſuperpartiente ex parte ſuperparticularis aut ſuperpartientis conſtituet.

¶ Hec conſimiliter omnino debet dmonſtrari ſicut p̃cedens.

40 ¶ Cuiuſcunq̃ numeri poſt vnitatem ad ꝓximum ſibi in ſerie minorem ipo ꝓportio addit ſupra proportionem ꝓximi ſibi in ſerie maioris ipo ad ipm ſuperparticularem que eſt quadrati ipius ad minorem illo ſola vnitate.

¶ Hec ſub aliis ꝟbis ab aliquibus ponit̃ hoc modo ſcꝫ. Si ꝓpoſitis ab vnitate quadratis nũeri eis vno minores ſumãtur ſupparticulares ab illis dicte ꝓportionuꝫ ab vnitate erũt dr̃e. Sed in idẽ redit

cum ꝯcluſione poſita clarius tñ apparet ſenſus illi⁹ illo modo quo poſita eſt. Sint igitur vnitas ⁊ a b c d e ⁊ ita deinceps numeri ordinati ſicut in ſerie occurrũt ⁊ ſit f quadratum a ⁊ g quadratũ b h quadratum c k quadratũ d e l quadratum e ⁊ ita deinceps ⁊ m n o p q ordinatim nũeri minores illis quadratis ſola vnitate m minor f ſola vnitate ⁊ n minor g ſola vnitate ꝯſtat tũc oẽs illos quadratos eſſe numeros in ſerie poſt binarium reptos quare per. 4. hui⁹ cuiuſlibz illorum ad minorẽ ipſo ſola vnitate erit ꝓportio ſupparticularis. Dico ergo ꝙ ꝓportio a ad vnitatem adequate addit ſupra ꝓportionem b ad a ꝓportionem ſupparticularem q̃ eſt f ad m ⁊ ꝓportio b ad a ſupra ꝓportionem c ad b ꝓportionem ſupparticularem g ad n ⁊ ita deinceps. Quia ꝑ correlariũ. 28. p̄mi quod fit ex vnitate in b erit min⁹ f ſola vnitate ⁊ per ꝯñs equale m ⁊ per idẽ quod fit ex a in c eſt equale n ⁊ qd̃ fit ex b in d equale o ⁊ ita deinceps cũ igitur dña a ad vnitatem ſit ea que b ad a ⁊ b ſit maior a ⁊ a maior vnitate per p̄mum correlariũ. 36. ſcd̃i maior eſt ꝓportio a ad vnitatẽ ꝙ b ad a ⁊ per idez b ad a erit maior ꝙ c ad b ⁊ c ad b maior ꝙ b ad c ⁊ ita deinceps cũ igitur ille oẽs ſint maioris inequalitatis ꝑ. 3. quinti ꝓportio a ad vnitatem addet ſupra ꝓportionem b ad a ꝓportionem ꝓducti ex a in ſe qui eſt f ad ꝓductum ex vnitate in b qui ꝓbatus eſt m ⁊ per eãdem ꝓportio b ad a addet ſupra ꝓportionem c ad a ꝓportionẽ ꝓducti ex b in ſe q̃ eſt g ad ꝓductũ ex a in c q̃ ꝓbatus eſt n ⁊ ita deinceps vnde totũ ꝯſtat ꝓpoſitum.

¶ Ex p̄ſenti ꝯſtat ꝙ dupla ſupra ſeſquialteram addit ſeſquitertiã ⁊ ex illis duab⁹ adequate cõponitẽ
1.co. Et ex ꝯñti ſupra ſeſquitertiã addit ſeſquialteram. ¶ Primũ ptz q: ex p̄ñti ꝓportio a ad vnitatẽ que eſt dupla addit ſupra ꝓportionem b ad a que ſeſquialtera ꝓportionem ſuperparticularez quã dem a eſt numerus quaternarius ad numeruz minorem ipſo ſola vnitate qui eſt ternarius quam conſtat eſſe ſeſquitertiam vnde conſtat p̄mum ſecundum ⁊ tertium ex illo manifeſte ſequuntur.

¶ Patet ſcd̃o ꝙ quelibet ſuperparticularis denomĩata a parte aliquota denoĩata ab aliquo nũero
2.co addit ſupra ſuperparticularem denominatã a parte aliquota denominata a nũero maiori illo ſola vnitate particularem denominatã a parte aliquota denominata a nũero minori ſola vnitate quadrato illius denominãtis partẽ aliquotã illius minoris. Et ex ꝯñti q̃libet ſuperparticularis ex duab⁹ ſuperparticularib⁹ nõ ꝯmunicãtibus adequate reſultat. Primũ manifeſte ſequitᷓ ex p̄ñti. Et ſcm̃ ex p̄mo.

¶ Si ordinẽtur tres multiplices a tribus nũeris imediate ſequentibus in ſerie denominate ſicut nu
41c meri illi in ſerie ordinãtur cõpoſita ex duobus extremis minor eſt ꝙ media duplicata. Et ſi quattuor compoſita ex duabus extremis eſt minor ꝙ compoſita ex duabus medijs.

¶ Sint a b c d quattuor nũeri poſt vnitatem immediate ſe ſequẽtes in ſerie b maior a ſola vnitate et c maior b ſola vnitate ⁊ d maior c vnitate ⁊ ſint e f g h ordinatim quattuor multiplices ab illis ordinatim denominate. ¶ Dico igitᷓ p̄mo ꝙ ꝓportio ꝯpoſita ex e p̄ma ⁊ g tertia mi⁀or eſt ꝙ f ſcd̃a duplicata Dico ſcd̃o ꝙ ꝓportio cõpoſita ex e ⁊ h minor eſt ꝙ ꝯpoſita ex f ⁊ g. Primum patz q: per p̄cedentem proportio b ad a maior eſt ꝙ ꝓportio c ad b ergo per ſcd̃m correlarium. 45. ſcd̃i ex c in a minus ꝓducetur ꝙ ex b in ſe cũ igitur ꝑ. 34. octaui quod fit ex c in a ſit denominatio ꝓportionis ꝯpoſite ex e ⁊ g ⁊ qd̃ fit ex b in a eſt denominatio ꝓportionis ꝯpoſite ex duab⁹ f que eſt dupla f ergo denominatio ꝓportionis ꝯpoſite ex e ⁊ g erit minor denominatione ꝓportionis duple f ⁊ ꝑ ꝯñs ꝯpoſita ex e ⁊ g minor ꝙ f duplicata qd̃ eſt p̄mum. ¶ Scd̃m ptz q: per p̄cedentem ꝓportio b ad a eſt maior ꝙ ꝓportio c ad b ⁊ c ad b maior ꝙ d ad c ergo a fortiori b ad a maior eſt ꝙ d ad c ergo ꝑ. 45. ſcd̃i ex b in c maius fiet ꝙ ex a in d quo habito ſicut ſtatim conſtat ꝙ denominatio ꝓportionis compoſite ex a ⁊ d ſit minor denominatione compoſite ex b ⁊ c vnde conſtat ſecundum.

42. ¶ Si tres ꝓportiones maioris inequalitatis imediate inter ꝓrimos numeros in ſerie repte ordinẽtur ſicut ⁊ illi numeri in ſerie ordinãtur ꝯpoſita ex p̄ma ⁊ tertia erit maior ꝙ ſcd̃a duplicata ⁊ ſi quattuor ꝯpoſita ex p̄ma ⁊ quarta maior erit compoſita ex duabus medijs.

¶ Sint a b c d e quinqꝫ numeri ꝓrimi in ſerie quecũqꝫ fuerint b maior a ſola vnitate ⁊ c ſimilitᷓ maior b vnitate ⁊ ſic deinceps ⁊ ſint f g h k ordinati quadrati illorũ quattuor poſt a f quadratũ b ⁊ g quadratum c ⁊ ita deinceps ⁊ ſint l m n o numeri minores illis quadratis vnitate l minor ꝙ f vnitate ⁊ m ꝙ g ⁊ ita deinceps ꝯſtat tunc m eſſe maiorem l ⁊ ꝑ ꝯñs remotiorẽ vnitate ꝙ ſit l quare ꝑ. 4. hui⁹ ꝓportio f ad l erit maior ꝓportione g ad m ⁊ per idem g ad m maior ꝙ h ad n ⁊ h ad n maior ꝙ k ad o ⁊ ita deinceps ſumãtur ergo quattuor ꝓportiones ordinatim in illis nũeris quaꝝ p̄ma ſit b ad a que ſit p ⁊ ſecunda c ad b que ſit q ⁊ tertia d ad c que ſit r ⁊ quarta e ad d que ſit ſ. Dico ergo p̄mo ꝙ ꝓportio cõpoſita ex p ⁊ ſ eſt maior ꝙ ꝓportio ꝯpoſita ex q ⁊ r duplicata. ¶ Primũ ptz q: per. 40. hui⁹ p ſupra q addit ꝓportionem f ad l ⁊ q ſupra r addit ꝓportionem g ad m q̃ ꝓbata eſt minor ꝓportione f ad l ergo per. 2. correlarium. 24. quinti ꝓportio ꝯpoſita ex p ⁊ r eſt maior ꝙ q duplicata quod eſt p̄mum.

¶ Scd̃m ptz quia per huius r ſupra ſ addit ꝓportionem h ad n q̃ ꝓbata eſt minor ꝓportione g ad m erit a fortiori minor ꝙ proportio f ad l quam p addit ſupra q ergo ꝑ. 2. 24. 5. quinti ꝓportio adequate compoſita ex p ⁊ ſ eſt maior compoſita ex q ⁊ r quod eſt ſecundum.

Co. ¶ Ex p̄ſenſenti conſtat ꝙ ſi capiãtur ordinatim tres ſupparticulares ſicut in ſerie reperiũtur cõpoſita ex p̄ma ⁊ tertia erit maior ꝙ ſcd̃a duplicata ⁊ ſi quattuor ꝯpoſita ex p̄ma ⁊ quarta erit maior cõpoſita ex ſecunda ⁊ tertia. ¶ Quia ille reperiuntur ordinatim inter numeros ꝓrimos in ſerie ꝓut ex. 4. huius apparet quo habito ex p̄ſenti conſtat ꝓpoſitum.

¶ Nulla ꝓportio multiplex ex aliquot ꝓportionibus rationalibus adequate reſultat niſi ille omnes
43 ſint multiplices.

¶ Quia dato oppoſito ſit a multiplex ꝓportio adequate reſultans ex plur. b⁹ ꝓportionibus equalibus b ꝓportioni rõnali non multiplici. Cõſtat tunc ex ſcd̃o correlario. 3. huius b ꝓportionẽ eſſe in numeris reperibilem ꝯſtat inſuꝑ b ꝓportionem eſſe maioris inequalitatis inueniãꝰ ꝑ. 9. quarti tot nũe

ros ordinatim ɔtinuo ꝓportionales ſcd̄m b proportionẽ quot ſūt vnitates in numero maiori ſola vnitate illo ſcd̄m quē b reperiꝭ in a ita ꝙ ſi ter reperiaꝭ inueniā quattuor tales proportionales ꝙ ſint ordinatim c d e ⁊ f ita ꝙ c ad d ſit b proportio ſimiliꝭ ⁊ d ad e ⁊ e ad f tunc ꝑ.5.correlariū.12.quarti b ꝓportio totiens adequate reperietur inter c ⁊ f quot ſunt illi termini ɔtinuo proportionales vno dēpto ⁊ per ɔ̄ñs totiēs adequate reperieꝭ in proportione c ad f quotiens in a ⁊ per ɔ̄ñs c ad f erit a proportio ⁊ per ɔ̄ñs f nūerabit c qꝛ igitur c d e ⁊ f ſunt ordinatim ɔtinuo proportionales ⁊ f vltimus nūerat e ꝑcedentem ip̄m per ſcd̄m correlarium.15.quarti f nūerabit c cū igiꝭ ſit minus e ꝑ.12.petitionē erit pars aliquota c ⁊ per ɔ̄ñs proportio e ad f que eſt b erit multiplex quod repugnat ypotheſi.

1.co. ❡ Ex p̄ſenti conſtat ꝙ nulla proportio multiplex poteſt in aliquot proportiōes rationales equales adequate diuidi niſi ille ſint multiplices.

2.co ❡ Patet vltra ꝙ nulla pars aliquota alicuiꝰ multiplicis in numeris poteſt reperiri niſi illa ſit multiplex. Et ex ɔ̄ñti nulla ſubmultiplex ex aliquot rōnalibus nō ſubmultiplicibꝰ adequate reſultat nec aliqua rōnalis nō multiplex eſt illius pars aliquota illiꝰ. Primum ex p̄ſenti ⁊ ex terminis conſtat. Et ſecundum conſimiliter poteſt deduci ſicut p̄ſens.

3.co ❡ Patet vltra ex hꝫs ſuppoſito ꝙ proportio diametri quadrati ad coſtā eiuſdē ſit medietas duple ꝙ ex.46.p̄mi ⁊ ex.18.6. Elementorū euclidis clariſſime deduciꝭ ꝙ proportio diametri quadrati ad eius coſtā eſt irrōnalis. Qꝛ illa nō eſt multiplex ⁊ eſt ꝑs aliquota multiplicis ergo ex p̄cedenti correlario illa nō erit ratiōalis hoc idē ſuppoſito ꝙ illa ſit medietas duple ex.9.correlario.14.quarti manifeſte ɔcluditur cū illic demōſtratum ſit medietatē duple nō poſſe in nūeris reperiri. ❡ Aliter etiaꝫ poteſt clariſſime oſ̄di ꝙ proportio diametri quadrati ad coſtam eius ſit irrōnalis ſuppoſito ꝙ illa ſit medietas duple qꝺ non eſt probādum ibi ſed ſicut tactū eſt ex geometria debet p̄ſupponi. Sic igitur ptꝫ. Qꝛ dato oppoſito ꝙ talis proportio ſit rōnalis ex.2.correlario.3.huiꝰ illa poterit in nūeris reperiri inuenio ergo ꝑ.31.3.mīmos nūeros inter quos illa reperiri poſſit qui ſint a maior ⁊ b minor tunc ꝑ.3.ſeptimi alter iſtoꝝ erit impar vel vnitas ſi igiꝭ alter ſit vnitas ille eſſet b ⁊ per ɔ̄ñs ꝓportio a ad b eſſet multiplex ⁊ nō medietas duple ⁊ ſi nullus ſit vnitas alter illoꝝ erit impar maior vnitate ſi ergo a ſit ille ſit c quadratū a quod per p̄mū correlariū.71.ſeptimi erit numerꝰ impar ⁊ ſit d quadratū b tūc ꝑ.7.6.proportio c ad d eſt duplicata ad proportionē a ad b ⁊ ꝑ ɔ̄ñs proportio c ad d erit dupla qꝺ eſt impoſſibile qꝛ tunc nūerus impar eſſet duplus ad aliquē ſi aūt a nō ſit impar cum ſit maior vnitate erit par ſit ergo c medietas eius erit tunc proportio a ad c maior proportione a ad b qꝛ illa dupla hec vero medietas duple quare ꝑ p̄mum correlariū.5.2.b erit maior c ⁊ per ɔ̄ñs proportio a ad c adequate ɔponetur ex proportionibꝰ a ad b ⁊ b ad c nō ɔmunicātibus cum igiꝭ illa ſit dupla ad proportionem a ad b ꝑ.26.ſuppoſitionē.2.proportio b ad c erit equalis proportioni a ad b ⁊ per ɔ̄ñs nō eſſent a ⁊ b minimi numeri inter quos proportio a ad b reperitur quod repugnat ypotheſi.

44 ❡ Nulla proportio ſuperparticularis ex aliquot proportionibus rationalibus equalibus non cōmunicantibus adequate reſultat.

❡ Quia dato oppoſito aliqua ꝑs aliquota alicuiꝰ ſuꝑparticularis eſſet in nūeris rep̄ſibilis et ꝑ ɔ̄ñs ꝑ quartum correlariū.12.quarti inter mīmos numeros alicuiꝰ ꝓportionis ſuꝑparticularis caderet aliquis numerꝰ medius ꝓportionalis aut caderent aliqui nūeri mediꝫ ꝓportionales quod eſt impoſſibile quia ꝑ p̄mum correlarium.4.huius cuiuſcumqꝫ talis minimi numeri ſola vnitate diſtant.

Co. ❡ Ex p̄ſenti ɔſtat ꝙ nulla ꝑs aliquota alicuius ſuꝑparticularis poteſt in numeris reperiri ⁊ ex ɔ̄ñti nulla ſuꝑparticularis poteſt in aliquot proportiones equales in nūeris reperibiles adequate diuidi. Et de ſubſuꝑparticularibus ſimilia hꝫs que p̄ſens cum correlario proponunt verificantur. Et proportionabiliter demonſtrantur.

45. ❡ Proportionē aliquā ab aliqua multiplici ⁊ ab aliqua rōali nō multiplici ſimul nūerari ē īpoſſibile.

❡ Qꝛ dato oppoſito ſit a multiplex ⁊ b rōnalis non multiplex ꝗcumqꝫ due proportiones quaꝝ ꝗlibꝫ numeret c ɔſtat tunc ex ſcd̄o correlario.26.huius ꝙ c ꝓportio erit multiplex quare cū b numeret c b erit rōnalis maioris inequalitatis ⁊ cū nō ſit equalis c ꝑ.40.ſuppoſitionem ſcd̄i b proportio rōnalis non multiplex erit pars aliquota c multiplicis quod repugnat ſecundo correlario ante p̄cedentis.

1.co. ❡ Ex hac ɔſtat ꝙ nulla proportio multiplex alicui rōnali nō multiplici eſt ɔmenſurabilis. Quia dato oppoſito per.16.octaui illa multiplex ⁊ talis rationalis non multiplex cui eſſet ɔmenſurabilis eandem communiter numerarent quod per p̄ſentem eſt impoſſibile.

2.co ❡ Patet vltra ꝙ nulla ſubmultiplex alicui rationali non multiplici eſt cōmenſurabilis. Quia conſimiliter ſicut in p̄ſenti poteſt cōcludi ꝙ nulla ſubmultiplex cum aliqua rationali non multiplici eādem numerent. Et ex ɔſequenti eodem modo concludetur propoſitum.

46. ❡ Quecumqꝫ due multiplices denominate a duobus numeris in eadem ſerie numerorum continuo proportionalium ab vnitate repertis ab eadem numerantur.

❡ Quia diſpoſitis talibus nūeris incipiēdo ab vnitate ꝓportio denoīata a p̄rimo poſt vnitatē nūerat ſeipſam ⁊ nūerat quamlibꝫ denominatā a quocūqꝫ alio illorū numerorū qꝛ ex quo proportio cuiuſlibet illorū ad vnitatem eſt multiplex ab ip̄o denoīata ꝑ.27.diffinitionē ſcd̄i erit medietas ꝓportionis denoīate a proximo ſequente illum ⁊ tertia pars proportionis ꝓximi ſequētis ad vnitatem.

Co. ❡ Ex hac ɔſtat ꝙ quecūqꝫ due multiplices taliter denoīate vt p̄ña ꝓponit ſūt ɔmēſurabiles de ſubmultiplicibꝰ aūt oppoſito modo ſumptis inter terminos illaꝝ ſimile ɔtingit ⁊ ſimilis eſt demōſtratio.

47 ❡ Superparticularium ſeſquialtera duplicata duplam ſeſquiquartam efficit proportionem quelibꝫ autem alia duplicata ſuperpartientem conſtituit proportionem.

❡ Sit a ſeſquialtera cuius denoīatio ſit vnū integrū cū b ꝑte aliquota ꝗ a binario denoīabitur qui ſi

c ⁊ ſit d quaternari⁹ qui ſit ex c in ſe. Dico ergo ꝙ a ꝓportio duplicata duplã ſeſquiquartã ꝯſtituit. Sed ꝗlibet alia ſuꝑparticularis duplicata ſuꝑpartientem ꝯſtituit. Primum ptꝫ qꝛ ex vno ītegro cũ b in vnũ integrũ ſit vnũ cum b ⁊ ex vno integro cum b in b ſit b cum ꝑte aliquota vni⁹ integri denominata ſcd̃m d qꝛ ex vno integro in b ſiet b ⁊ ꝑ .11.9. ex b in b ſiet ꝑs aliquota vnius integri denoīata ſecundũ d ergo ꝑ .13.9. ex vno integro cũ b in b ſiet b cum vna ꝑte aliquota vni⁹ integri denoīata ſcd̃m d ergo ꝑ .14.9. ex vno cũ b in vnũ cũ b ſiet vnũ integrum cũ duobus b ⁊ cũ ꝑte aliquota vni⁹ integri denominata ſcd̃m d cũ igitur duo b ſint vnũ integrũ ex tota denoīatione a in ſpamet ſient duo integra cum ꝑte aliquota vnius integri denoīata ſcd̃m d ergo per .34.9. denoīatio ꝓportionis cõpoſite ex duab⁹ equalibus a nõ ꝯmunicãtibus que eſt dupla ad a erit duo integra cũ parte aliquota denoīata a quaternario ⁊ ꝑ ꝯñs illa eſt dupla ſeſqquarta qḋ eſt primũ. ¶ Scd̃m ptꝫ qꝛ per correlarium .2. hui⁹ aliaꝝ oīm ſuperparticulariũ a ſeſqaltera ſeſquitertia eſt maxima cum igr̃ per ꝓmũ correlarium 40. huius ꝓportio dupla adequate reſultet ex ſeſquialtera ⁊ ex ſeſquitertia quaꝝ ſeſquitertia eſt minor ꝑ ꝓmũ correlarium .29.5. dupla erit maior ꝙ̃ ſeſquitertia duplicata ⁊ ꝑ ꝯñs quelibꝫ ſuꝑparticularis minor ſeſquialtera duplicata minorẽ dupla ꝯſtituit cũ igitur per ꝑcedentem nulla talis duplicata ꝯſtituat ſuꝑparticularẽ ꝑ .4. correlariũ .2. hui⁹ ꝗlibꝫ talis duplicata ꝯſtituat rõnalem ꝓportionẽ ꝑ .3. correlarium .3. huius quelibꝫ talis duplicata ſuperpartientem ꝯſtituet quod eſt ſecundum.

48. ¶ Omnis proportio adequate compoſita ex duabus diuerſis ſuperparticularibus eſt dupla aut ſuꝑparticularis aut ſuperpartiens.

¶ Quia ꝑ .2. hui⁹ quelibꝫ talis eſt rõnalis cũ igr̃ per correlariuꝫ .21. huius ſeſquialtera ⁊ ſeſqtertia ſint due maxime diuerſe ſuꝑparticulares ⁊ per ꝓmum correlariũ .40. hui⁹ dupla ſit ꝯpoſita ex illis ſequitur ꝙ ꝗlibet cõpoſita ex duabus diuerſis ſuꝑparticularibus erit dupla aut rõnalis minor dupla cum igr̃ ꝑ .3. correlarium .3. hui⁹ ꝗlibꝫ rationalis minor dupla ſit ſuperparticularis aut ſuperpartiẽs ſequitur ꝙ quelibꝫ adequate ꝯpoſita ex duabus diuerſis ſuꝑparticularibus nõ communicãtibus eſt dupla aut ſuperparticularis aut ſuperpartiens quod eſt propoſitum.

Co. ¶ Ex ꝑñti ꝯſtat ꝙ ꝗlibꝫ ꝓportio adequate ꝯpoſita ex duab⁹ diuerſis ſuꝑparticularib⁹ non cõmunicãtibus que non ſunt ſeſquialtera ⁊ ſequitertia eſt ſuperparticularis aut ſuperpartiens.

49. ¶ Maximam ſuperpartientem ex duabus ſuperparticularibus equalibus non cõmunicantibus adequate compoſitam contingit reperire ſimiliter ⁊ maximam ex duabus diuerſis ſuperparticularib⁹ non communicantibus adequate compoſitam.

¶ Dico ꝓmo ꝙ ꝓportio adequate ꝯpoſita ex duabus ſeſquitertijs nõ ꝯmunicãtibus eſt maxima ſuꝑpartiens adequate ꝯpoſita ex duab⁹ ſuꝑparticularib⁹ equalib⁹ nõ ꝯmunicantibus. ¶ Dico ſcd̃o ꝙ ꝓportio adequate ꝯpoſita ex ſeſquialtera ⁊ ex ſeſquiquarta eſt maxima ſuꝑpartiens ex duab⁹ ſuperparticularib⁹ inequalib⁹ non ꝯmunicãtibus adequate ꝯpoſita. Primũ ptꝫ qꝛ per añꝑcedentem quelibꝫ ſuꝑparticularis alia a ſeſquialtera duplicata ſuꝑpartientẽ ꝯſtituit ⁊ ſeſqaltera duplicata nõ cõſtituit ſuꝑpartientem cum igr̃ ꝑ correlarium .21. hui⁹ ſeſqtertia ſit maxima ſuꝑparticulariũ poſt ſeſqalteram illa duplicata maximã ſuꝑpartientem ex duab⁹ ſuꝑparticularib⁹ equalib⁹ non ꝯmunicãtib⁹ ꝯpoſitã ꝯſtituet vñ ꝯſtat ꝓmum. Scd̃m ptꝫ qꝛ ꝓportio adequate ꝯpoſita ex ſeſqaltera ⁊ ſeſquiquarta eſt maior ſeſquialtera ⁊ ꝑ ꝯñs eſt maior quacũqꝫ ſuꝑparticulari ⁊ ex ꝯñti non eſt ſuꝑparticularis cũ igitur ꝑ correlarium ꝑcedentis illa ſit ſuꝑparticularis aut ſuꝑpartiens ſeqtur ꝙ erit ſuꝑpartiens ꝙ a ũt nulle alie due ſuꝑparticulares inequales maiorẽ ſuperpartientẽ ꝯſtituant ptꝫ qꝛ ille non poterunt eſſe ſeſquialtera ⁊ ſeſquitertia cũ ille due ꝯſtituãt duplã nec poterunt eſſe alie due qꝛ quibuſcũqꝫ alijs duob⁹ datis cũ ſeſquiquarta ſit maxima ſuperparticulariũ poſt ſeſquitertiã aut ille eſſent minores ſeſquialtera ⁊ ſeſqquarta aut vna eſſet vni equalis ⁊ altera reliqua minor ⁊ quocũqꝫ iſtorũ dato ille minorem ꝓportionem conſtituent ꝙ̃ ſeſquialtera ⁊ ſeſquiquarta.

Co. ¶ Ex ꝑñti ꝯſtat ꝙ datur maxima ſuperpartiẽs ex duabus ſuperparticularib⁹ nõ ꝯmunicãtibus equalibus aut inequalib⁹ ꝯpoſita. Nã ꝯpoſita ex ſeſquialtera ⁊ ſeſquiquarta per ꝑñtem eſt maxima ſuperpartiens ex duab⁹ ſuperparticularib⁹ inequalib⁹ adequate ꝯpoſita ⁊ ſeſquitertia duplicata eſt maxima ſuperpartiens ex duab⁹ ſuperparticularib⁹ equalib⁹ adequate ꝯpoſita eum igr̃ per correlarium 42. hui⁹ ꝯpoſita ex ſeſquialtera ⁊ ſeſquiquarta ſit maior ꝙ̃ ſeſquitertia duplicata ſequitur ꝙ cõpoſita ex ſeſquialtera ⁊ ſeſquiquarta erit maxima ſuperpartiens ex duabus ſuperparticularibus equalibus aut inequalibus adequate compoſita.

50 ¶ Quacunqꝫ rationali maioris inequalitatis aliqua ſuperparticularis eſt minor contingitqꝫ maximam ſuperparticularem que ſit eius pars inueſtigare.

¶ Sit a ad b quecũqꝫ talis ꝓportio data ⁊ nõ ſint hij termini eius minimi ꝯſtat tunc exceſſum a ſupra b eſſe maiorẽ vnitate alias eēt ꝑ .3. correlarium .11. tertij illi numeri erũt adinuicem ꝓmi ex ꝯñti in ſua ꝓportione minimi quod eſt ꝯtra ypotheſim ſit ergo c maior a vnitate ꝯſtat tunc c eſſe minorẽ b ⁊ per .4. ſcd̃i ꝓportio a ad b maior eſt ꝓportione a ad c cũ igitur ꝑ .4. huius ꝓportio a ad c ſit ſuꝑparticularis ꝯſtat ꝓmum. ¶ Scd̃m aũt patꝫ qꝛ ꝓportio a ad c eſt ꝑs illius quo habito querã correlarium .2.5. an ꝓportio ſeſquialtera ſit maior illa ꝓportione data ſcꝫ a ad b vel minor ſi minor illa erit maxima ſuperparticularis ꝙ̃ erit illius ꝑs ſi aũt ſit illa maior querã eodem modo de ſeſquitertia ⁊ ita ꝯñr ꝓcedaꝫ in ſuꝑparticularibus donec occurrat aliqua ſuꝑparticularis minor illa data quod neceſſariũ erit ſaltẽ cũ deuenieꝛ ad ſuꝑparticulareꝫ que eſt a ad c ꝙ̃ finite diſtat a ꝓma ſuperparticulari qꝛ ſolum finite medie reperiunꝛ inꝛ illas in ſerie. Dico igr̃ ꝙ ꝙ̃ ꝓmum ita ordinatim ꝓcedẽdo ad aliquã ſuperparticularẽ deuenieꝛ que erit illius pars illa erit maxima ſuperparticularis ꝙ̃ erit illius pars. Quia nulla ſuperparticularium ante relictarum erit illius pars ⁊ inter illas oẽs ſuperparticulares illa eſt maxi-

ma prout ex correlario .21. huius apparet patet igitur propoſitum.
51 ¶ Quacunq; ſuperparticulari ſuperpartientem minorem ſimiliter & maiorem contingit reperire.
¶ Sit a quecunq; ſuperparticularis que per ſecundum correlarium .40. huius ex duabus ſuppar
ticularibus inequalibus non cõmunicãtibus adequate reſultabit quarum maior ſit b & minor c cõſtat
tunc b non eſſe ſeſquialterã ſimiliter neq; c quia tunc a ſuperparticularis eſſet maior q̃ ſeſquialtera
quod eſt impoſſibile conſtat inſuper ex primo correlario .29. quinti d proportionem eſſe maiorem q̃ ſit
dupla c & minorem q̃ ſit dupla d. Dicoigitur q dupla c eſt ſuperpartiens minor a & dupla b eſt ſuper
partiens maior a. Quia p .47. huius tam dupla b q̃ dupla c eſt ſuppartiens vñ cõſtat propoſitum.
1. co. ¶ Ex p̄ſenti conſtat q quacunq; maioris inequalitatis contingit ſuperpartientem minorem reperi
re. Quia per p̄cedentem quacunq; tali data contingit ſuperparticularem minorem ip̄a reperire qua
inuenta inueniã per preſentem ſuperpartientem minorem illa ſuperparticulari que a fortiori erit mi
nor illa data quo facto conſtabit propoſitum.
2. co ¶ Patet vltra q quacunq; rationali maioris inequalitatis minori dupla contingit ſuperpartientẽ
maiorem reperire. Quia per tertium correlarium .3. huius quelibz talis proportio erit ſuperparticu
laris aut ſuperpartiens hoc habito ex preſenti cum adiutorio .22. huius conſtat propoſitum.
52 ¶ Quacũq; p̄portione maioris inequalitatis rationali non maiori dupla ꝯtingit aliquã ſuppartientẽ
minorẽ inuenire ſupra quã addat data p̄portione maioris ineq̄litatis rõnali minorẽ maioris ie q̄litatis
¶ Sit a quecũq; rõnalis maioris inequalitatis non maior dupla & ſit b quecũq; rõnalis maioris ine
qualitatis data p̄poſitumq; ſit inuenire ſuppartientẽ minorez a ſupra qua a p̄portio addat minorẽ p̄
portionem q̃ ſit b ad quod faciẽdũ inuenio p .50. hu9 maximã ſupparticularẽ q̄ eſt eius ps que ſit c
& exceſſus a ſupra ip̄ſa ſit d qui p ſcõm correlariũ p̄me hu9 erit p̄portio rõnalis maioris inequalitatꝫ
ſubſtraho igitur ex d p̄portionem ſupparticularem minorem b que ſit e & reſiduã ptem eius q̄ ſit f ad
do ip̄i c erit tunc f rõnalis maioris inequalitatis. Dico igitur ꝓpoſitum ex c & f eſſe ſuppartientem q̄
ſitã. Q2; eñ ſit ſuppartiens patet q2 eſt minor dupla & p ſecundã huius rationalis & non eſt ſuppar
ticularis nã alias non eſſet c maxima ſupparticularis que eſt ps a quod eſt contra ypotheſim erit igi
tur tota c f ſuppartiens cum igitur ſit minor a & a ſupra ip̄ſã preciſe addat e minorem b q2 a adequate
reſultat ex c & d & d adequate ex e & f ex cõſequenti adequate reſultabit a ex e & ex c f & ex e & per cõ
ſequens ſupra totam c f preciſe addet e vnde totum conſtat propoſitum.
53 ¶ Quibuſcũq; duabus p̄portionibus rationalibus maioris inequalitatis quarũ nulla eſt maior du
pla ſignatis contingit ſuperpartientem aliquam minorem maiori q̃ maiorem minori reperire.
¶ Sint a maior & b minor quecunq; due tales p̄portiones ſit q c exceſſus a ſupra b & d ſit maxima
ſupparticularis que ſit ps a. Et ſi d ſit maior b ex exceſſu a ſupra d aufero ptem quã velim que ſit p̄
portio rationalis & addo illã ip̄ſi d & ſiat c ex illis conſtat tunc e eſſe minorem a & eſſe ſuperpartientẽ
alioquin ex quo e eſt maior d non eſſet d maxima ſupparticularis que eſt ps a cuz igitur e ſit maior d
a fortiori erit maior b ſicq; conſtabit ꝓpoſitum. Si autem d ſit minor b aufero ex c p̄portionem ratio
nalem quaz velim & eam addo ip̄ſi b & ſiat e ex ip̄ſis conſtat tunc e eſſe minorem a & maiorem b & a for
tiori erit maior d & per conſequens cum d ſit maxima ſuperparticularis que eſt pars a d non erit ſup
particularis cum igitur ſit minor a & a nõ ſit maior dupla erit e minor dupla & cũ ſit rationalis per ter
tium correlarium .3. huius erit ſuperpartiens vnde conſtat propoſitum.
Co. ¶ Ex p̄ſẽti ꝯſtat q quecũq; p̄portione ſupparticulari aut ſuppartiẽte data ꝯtingit aliquã ſuppartiẽ
tem maiorem ip̄ſa reperire q̄ ſupra ip̄ſã addat data p̄portione rõnali maioris iequalitatis minorẽ. Q2
ſit a q̄cunq; talis & ſit b data p̄portio maioris ineq̄litatis rõnalis & ſit c ꝯpoſita ex a & b tũc ſi c ſit dupla
vel ea minor inueniã p p̄ſtẽ ſuppartientem maiorẽ a & minorẽ c & illa erit q̄ſita. Si autẽ c ſit maior du
pla inueniam etiã p p̄ſentem ſuppartientem minorem dupla & maiorem a & illa erit queſita.
54. ¶ Superpartiẽtem que non in duas ſuperparticulares adequate diuidi poſſit cõtingit inueſtigare.
¶ Sit a maxima ſuppartiens ex duabus ſuperparticularibus equalibus aut inequalibus adequate
compoſita inuẽta p correlarium .49. huius & ſit c ſuppartiens maior a inuẽta p .22. huius quã dico
eſſe queſitã. Q2 dato oppoſito b adequate cõponeret ex duabus ſupparticularibus nõ ꝯmunicãtib9
& p ꝯñs a nõ eẽt maxia ſuppartiẽs ex duab9 ſupparticularib9 adeq̄te ꝯpoſita qḋ repugnat ypotheſi.
Co. ¶ Ex preſenti conſtat q contingit aliquam ſuperpartientem inuenire que non ex duabus ſuperpar
ticularibus non communicantibus adequate componitur.
55 ¶ Quocunq; numero dato contingit aliquã ſuperparticularem inuenire & tot alias ſuperparticula
res quot ſunt vnitates in illo numero quarum quelibet cum illa ſuperparticularem conſtituit.
¶ Quia quocunq; tali numero dato capiam ſecundum illum numeros pares ſicut in ſerie occurrũt
qui ſint ordinati in a b c d & ſit e minimus numeratus ab illis f autem compoſitus ex a & e & g ex b & e
& h ex c & e & k ex d e & ſit l numerus cuius quilibet illorum ſcz a b c d e f g h k ſit pars aliquota qui fa
cile reperietur q2 quilibet multiplex ad maximum numeratus ab illis omnib9 erit huiuſmodi ſit ergo
m addens ſupra l tm̄ q̃tum eſt e cõſtat tunc p̄portionẽ m ad l eſſe ſupparticularẽ. Dico ergo illã eſſe
quã querimus. Q2 cum e numerat l detractũ ex m & ſeip̄z reſiduũ p .20. p̄mi numerabit etiã m quare
p .21. p̄mi quilibet illorum a b c d numerabit m & ex ꝯñti p .12. petitionem quilibet illorũ erit ps aliquo
ta m ſit ergo n adequate compoſit9 ex m & a & o ex m & b & p ex m & c & q ex m & d tũc m addet ſupra
l e ptẽ aliquotã l & n ſupra l f ptẽ aliquotã l & o ſupra l g ptẽ aliquotã l & p ſupra l h ptez aliquotã l & q
ſupra l k ptem aliquotã l quare ex termĩs n ad l erit p̄portio ſupparticularꝫ ſimiliter & o ad l & p ad l & q
ad l & q2 n addit ſupra m a ptẽ aliq̄tã m p̄portio n ad m erit ſupparticularꝫ & p idẽ etiã o ad m erit p̄por
tio ſupparticularꝫ & erit alia q̃ n ad m q2 maior & p idẽ p ad m erit p̄portio ſupparticularꝫ alia ab illis

et q ad m alia etiā a p̄cedentibus. Dico igitur q̄ iſte ſūt diuerſe ſupparticulares ſumpte ſecundū illū
numerum datum quarum quelibet cum ꝓportione ſuperparticulari m ad l conſtituit ſuperparticula-
rem ⁊ quelibet illarum eſt ſupparticularis ab illa. Quia ꝓportio n ad l que ꝓbata eſt ſuperparticula-
ris addequate componitur ex ꝓportionibus n ad m ⁊ m ad l ⁊ ꝓportio o ad l que ꝓbata eſt ſuperpar-
ticularis adequate ex ꝓportionibus o ad m ⁊ m ad l ⁊ ꝓportio p ad l que ꝓbata eſt ſuperparticularis
adequate ex ꝓportionibus p ad m ⁊ m ad l ⁊ ꝓportio q ad l que ꝓbata eſt etiā ſuperparticularis ad-
equate ex ꝓportionibus q ad m ⁊ m ad l ergo quelibet illarum quattuor cum ꝓportione m ad l conſti-
tuit ſuperparticularem ⁊ quia nulla illarum quattuor cōmunicat cum illa quelibet illarum erit alia ſu-
perparticularis ab illa nam alias aliqua ſuperparticularis adequate componeretur ex duab⁹ ſuper
particularibus equalibus ⁊ non ꝯmunicantibus quod repugnat .44. huius pz igitur totuz ꝓpoſitū.

56 ¶ Quacumq̄ ſupparticulari data contingit quotcumq̄ alias ſuperparticulares reperire quarū q̄li-
bet cum illa ſuperpartientem componat.

¶ Sit a quecumq̄ ſuperparticularis cuius denominatio ſit vnuz cum b parte aliquota denominata
ſecundum c ⁊ ſumo tot quot volo numeros ordinatim continuo ꝓportionales ab vnitate inchoando
quorum primus poſt vnitatē ſit c. Dico igitur q̄ quelibet ſupparticularis cuius denominatio eſt vnū
cum parte aliquota denominata ſecundum aliquem illorum continuo ꝓportionalium poſt c cum a ſu-
perparticulari data conſtituit ſuppartientem. Sit enī d quecumq̄ talis cuius denominatio ſit vnuz
cum e p̄te aliquota denominata ſecundum f numerum ſequentem c in illa ſerie ⁊ ex c in f fiat g qui per
correlarium .32. quarti erit aliquis illorum ꝓportionalium ſumptorum ſit ergo h pars aliquota deno-
minata ſecundum g conſtat tunc d ꝓportionem non eſſe ſeſquitertiam quia tunc f numerus eſſet ter-
narius ⁊ p̄ ꝯñs ternarius eſſet de continuo ꝓportionalibus ſumptis ab vnitate ſequens poſt vnita-
tem quod eſt impoſſibile ⁊ p̄ idem etiam non erit ſeſquialtera quare p̄ correlarium .48. huius ꝓpor-
tio compoſita ex a ⁊ b erit minor dupla ⁊ quia ex vno in e fit e ⁊ p̄ .11.9. ex b in e fit h per .13.9. ex vno
⁊ b in e fient e ⁊ h ſed ex vno ⁊ b in vnum fit vnum cum b ergo per .14. huius ex vno ⁊ b quod eſt tota
denominatio a in vnum ⁊ e quod eſt denominatio d fiet vnum integrum cuz b ⁊ e ⁊ h partibus aliquo-
tis vnius integri ex quibus per .40.9. non fit vna pars aliquota vnius integri reductis ergo b ⁊ c et
h p̄ .6.9. ad aliquot ſimiles ⁊ eq̄les p̄tes aliquotas vni⁹ integri per .34.9. compoſitum ex illo cum il-
lis partibus aliquotis erit denominatio proportionis compoſite ex a et d quia illud compoſitum erit
equale illi producto ex vno ⁊ b in vnum ⁊ e cum igitur ille partes aliquote ſint minus vno integro q̄r
aliter proportio denominata ab vno integro cum illis que probata eſt eſſe compoſita ex a ⁊ b eſſet du-
pla vel ea maior cuius oppoſitum eſt oſtenſum ⁊ cum etiam probatum ſit ex illis non fieri vnam par-
tem aliquotam vnius integri ſequitur q̄ denominatio proportionis compoſite ex a ⁊ d erit vnum inte-
grum cum partibus aliquotis vnius integri ex quibus fit vna pars non aliquota vnius integri ⁊ per
conſequens illa erat ſuperpartiens quod eſt propoſitum.

57 ¶ Omnis proportio adequate compoſita ex ſuperparticulari ⁊ ſuperpartiente eſt minor tripla.

¶ Quia p̄ .27. huius ex dupla ⁊ ex ſeſquialtera ſupparticularium maxima fit tripla modo dupla qua-
cumq̄ ſuperpartiente maior eſt ergo per .18. ſuppoſitionem ſecundi omnis adequate cōpoſita ex ſeſ-
quialtera ⁊ ſuperpartiente eſt minor tripla ⁊ a fortiori omnis adequate compoſita ex alia ſuperparti-
culari ⁊ ſuperpartiente erit minor tripla ⁊ per conſequens omnis compoſita ex ſuperparticulari et
ſuperpartiente eſt minor tripla quod eſt propoſitum.

58 ¶ Quamlibet rationalem maioris inequalitatis minorem tripla contingit in ſuperpartientem ⁊ ſup-
particularem adequate diuidere.

¶ Sit a quecūq̄ ꝓportio rōnalis maioris inequalitatis minor tripla. Tunc dico q̄ adequate contin-
git diuidere in ſuppartientē ⁊ ſupparticularē. Nā ſi a ſit dupla vel ea minor inuenio maximā ſupparti-
cularē q̄ ſit ei⁹ p̄s ⁊ ſit illa b ⁊ reſidua pars ſit c que erit rationalis ⁊ maioris inequalitatis ⁊ ſit d ſup-
particularis minor c ⁊ reſidua pars eius ſit e q̄ erit rationalis maioris inequalitatis quam addo ipſi
b conſtat tūc a proportionem adequate ꝯponi ex tota b e ⁊ ex d ⁊ quia tota b e eſt minor dupla ex quo
eſt minor a ⁊ illa erit rationalis per ſecundam huius ⁊ non erit ſuperparticularis quia alias b non eſ-
ſet maxima ſuperparticularis que eſt pars a per tertium correlarium .3. huius tota b e erit ſuperpar-
tiens diuiſa ergo a proportione in totam b e ⁊ in d iuxta doctrinam correlarij .22. quinti cōſtat propo-
ſitum. Si autem a proportio ſit maior dupla ⁊ minor tripla ſit b adequate compoſita ex dupla ⁊ ex ſeſ-
quitertia que p̄ .42. huius eſt maior q̄ ſeſquialtera duplicata ⁊ ſi a ſit maior b vel illi equalis ſubſtra-
ho ex ea ſeſquialterā que ſit c ⁊ reſidua p̄s ſit d que p̄ ſcd̄m correlariū p̄me hui⁹ erit maioris inequa-
litatis ⁊ rationalis ⁊ illa erit minor dupla nā alias a eſſet tripla vel ea maior quod repugnat ypotheſi
erit inſuper d ꝓportio maior q̄ ſeſquialtera nam alias a non eſſet maior ſeſquialtera duplicata cuius
oppoſitum eſt oſtenſuz quare d proportio erit ſuperpartiens diuiſa igitur a ꝓportione in c ⁊ d conſta-
bit ꝓpoſitum. Si autem a ſit minor b cum ex ypotheſi a ſit maior dupla ſubſtrahatur ſeſquitertia ex a
que ſit c ⁊ reſidua pars a ſit d que p̄ ſecundū correlarium p̄me huius erit rationalis maioris inequa-
litatis ⁊ erit minor dupla nā alias a eſſet maior b vel illi equalis erit inſuper d maior ſeſquialtera nā
alias a non eſſet maior dupla erit igitur d ſuppartiens diuiſa igitur a in c ⁊ d conſtabit ꝓpoſitum.

59 ¶ Omnis proportio adequate compoſita ex duabus ſuperpartientibus eſt minor quadrupla.

¶ Hoc ideo eſt q̄r quadrupla adequate ꝯponitur ex duab⁹ duplis ex quo denoīatio ei⁹ ex denoīatiōe
duple in ſeipſam ꝓducitur cum igitur q̄libet dupla quacūq̄ ſuppartiente ſit maior conſtat propoſitū.

¶ Quamlibet rationalem maioris inequalitatis minorem quadrupla cōtingit in duas ſuperpartien-
tes adequate diuidere.

¶ Sit a rationalis maioris inequalitatis minor quadrupla. Tunc dico ꝙ illam contingit in duas ſuperpartientes adequate diuidere. Sit enim b maxima ſuperparticularis ꝑ .50. huius inuenta que ſit ꝑs a ꝛ ſit c reſidua pars a ꝛ inuenio per 51. huius ſuperpartientem minorem c que ſit d ſupra quam c proportio addat minorem proportionem ꝙ ſit ſeſquitertia proportio ꝛ illa quam addet ſit e quam addo ipſi b ꝛ fiat e b conſtat tunc a adequate componi ex tota e b ꝛ ex d conſtat inſuper totam e b eſſe ſuperpartientem quia non eſt ſuperparticularis nam tūc b non eſſet maxima ſuperparticularis que eſt ꝑs a quod repugnat ypotheſi et tota e b eſt minor etiam dupla quia dupla adequate reſultat ex ſeſquialtera ꝛ ex ſeſquitertia ꝛ tota e b adequate reſultat ex e minori ſeſquitertia ꝛ ex b minori ſeſquialtera vel illi equali ergo per .18. ſuppoſitionem ſecundi tota e b eſt minor dupla ꝛ cum ſit rationalis per tertium correlarium .3. huius tota e b eſt ſuperpartiens cum igitur ex ypotheſi d ſit etiam ſuperpartiens diuiſa a proportione in totam e b ꝛ in d conſtat propoſitum.

60 ¶ Omnis multiplex ſuperparticularis ſupra multiplicem conſimilis denominationis ex parte multiplicis addit ſuperparticularem partialiter denominatam a parte aliquota denominata a numero producto ex denominante illam multiplicem in denominātem partem aliquotā a qua partialiter illa multiplex ſuperparticularis denominatur.

¶ Sit a ad b proportio multiplex ſuperparticularis denominata a numero d ꝛ a parte aliquota denominata ſecundum e ꝛ ſit c ad b proportio multiplex denominata ſecundum d ꝛ ſit f productū ex d in e conſtat tunc a vltra c addere partem aliquotam b denominatā ſecundum e que ſit g. Dico igitur ꝙ proportio a ad b addit ſupra proportionem c ad b adequate vnam ſuperparticularem denominatam partialiter a parte aliquota denominata ſecūdum f. Quia enim g eſt pars aliquota b denominata ſecundum e ꝛ b eſt pars aliquota c denominata ſecundum d per .22. primi g eſt pars aliquota c denominata ſecundum g cum igitur a preciſe addat g ſupra c erit ex terminis proportio a ad c ſuperparticularis taliter denominata vt ꝓpoſitum eſt ꝛ quia proportio a ad b adequate componitur ex proportionibus a ad c ꝛ c ad b addet illa ſupra proportionem c ad b proportionem a ad c que probata eſt ſuperparticularis taliter denominata vt propoſitum eſt.

61 ¶ Omnis multiplex ſuperpartiens denominata ab aliquo numero cum partibus aliquotis ſumptis ſecundum ipſum addit ſupra multiplicem conſimilis denominationis ex parte multiplicis proportionem ſuperparticularem partialiter denominatam a parte aliquota cuius denominator eſt idem cum denominatore illarum partium ſuperpartientis.

¶ Sit a ad b ꝓportio multiplex ſuperpartiens denominata ſecundum c numerum ꝛ partes aliquotas ſumptas ſecundū ipſum quarū denominator ſit d ꝛ ſit e ad b proportio multiplex denominata ſecundum c conſtat tūc a eſſe maiorem e ꝛ exceſſum a ſupra e qui ſit f eſſe partes aliquotas b ſumptas ſecundum c ꝛ denominatas ſecundum d quarum vna ſit g conſtat inſuper proportionem a ad b adequate componi ex proportionibus a ad e ꝛ e ad b ꝛ per [illegible] ipſa addet ſupra ꝓportionem e ad b proportionem a ad e quam dico eſſe ſuperparticularem partialiter denominatam a parte aliquota denominata ſecundum d quia enim b eſt pars aliquota e denominata ſecundum c ex b in c ſit e ꝛ quia g eſt pars aliquota b denominata ſecundum d ex g in d fiet b quare ſi omnes partes equales g ex quibus adequate reſultat f ducantur in d fient tot equalia ipſi b quot ſunt vnitates in c ꝛ per conſequens fient tot equalia ipſi b quot reperiuntur in e quare per .16. primi ex toto f in d fiet e ergo per correlarium .20. ſecundi proportio a ad f erit multiplex denominata ſecūdum d quare f erit pars aliquota e denominata ſecundum d cum igitur ex ypotheſi a vltra ipſum e preciſe addat f erit proportio a ad e ſuperparticularis taliter denominata vt propoſitum eſt.

62 ¶ Quelibet multiplex ſuperpartiens denominata ab aliquo numero cum partibus aliquotis ſumptis ſecundum numerum ſubmultiplicem ad illum addit ſupra multiplicem conſimilis denominationis cū illa ex parte multiplici a proportionem aliquam ſuperparticularem.

¶ Sit a ad b multiplex ſuperpartiens denominata a numero c cum partibus aliquotis ſumptis ſecundū d ſubmultiplicem ad c ſitqꝫ e ad b multiplex denominata ſecundum c conſtat tunc a eſſe maiorem e et exceſſum a ſupra e qui ſit f eſſe partes aliquotas b ſumptas ſecūdum d quarum vna ſit g ꝛ ſit h denominans g in b conſtat inſuper proportionem a ad b adequate componi ex proportionibus a ad e ꝛ e ad b quare illa addet ſupra proportionem multiplicem e ad b conſimilis denominationis ex parte multiplicis proportionem a ad e quam dico eſſe ſuperparticularē. Quia enim ex g in h ſit b ꝛ g pluries adequate eſt in f ex f in h fient tot equalia ipſi b quot ſunt equalia g in f quare ꝛ quot ſūt vnitates in d ſit ergo k productum ex f in h erit tunc per correlarium .20. ſecundi proportio k ad f multiplex denominata ſecundum h ꝛ per conſequens f erit pars aliquota k ꝛ k ad b eſt ea proportio que d ad vnitatem ꝛ quia e ad b eſt multiplex denominata ſecundū c erit b ad e ea proportio que vnitatis ad c per equā igitur proportionalitatem directam k ad e eſt que d ad c ſed per ypotheſim d eſt pars aliquota c ergo k eſt pars aliquota e ergo per .22. primi f eſt pars aliquota e cum igitur a preciſe addat f vltra e ex terminis proportio a ad e eſt ſuperparticularis quod eſt propoſitum.

Co. ¶ Ex his duabus manifeſte conſtat ꝙ quelibet multiplex ſuperpartiens denominata ab aliquo numero cum partibus aliquotis ſumptis ſecundum numerum numerantem illum addit ſupra multiplicem conſimilis denominationis cū illa ex parte multiplicis aliquam ſuperparticularem.

63 ¶ Quibuſcumqꝫ duobus numeris commenſurabilibus datis contingit reperire multiplicem ſuperpartientem denominatam a quocumqꝫ illorum cum partibꝰ aliquotibus ſumptis ſecundum alterū ꝙ ſupra multiplicem conſimilis denominationis cum illa addet aliquam ſuperparticularem.

¶ Sint a ꝛ b quecūqꝫ duo numeri ꝯmenſurabiles ſiue equales ſiue inequales ſiue alterū numeret ſiue

nõ τ cmaxim⁹ illos nũerans qui nũeret a ſcđm d τ b ſcđm e τ ſit f maior e quẽ non nũeret e τ ex f in d fiat g τ ex f in e h tũc p.21.ſcđi b ad h erit ea ꝓportio que e ad f τ a ad g ſimilit̃ q̃ e ad f cũ igr̃ e nõ nũe ret f τ ſit minor f a nõ nũerabit g neq̃ b nũerabit h τ a eſt minor g τ b minor h τ p ꝯñs a nõ erit ps ali quota g τ p ꝑmã ꝑmi a erit ptes g ſũpte ſcđz a τ ex illis nõ ſit vna τ p idẽ b nõ erit ps aliq̃ta h ſed p tes aliquote ei⁹ ſũpte ſcđm b ex q̃b⁹ nõ ſit vna τ qꝛ a ad g eſt ea ꝓportio q̃ b ad h qꝛ vtraq̃ ꝓbata eſt q̃ e ad f p.43.ſcđi ꝓductũ ex a in h qui ſit k fiet etiã ex g i b quare p correlariũ.20.ſcđi ꝓportio k ad g erit multiplex denoĩata ſcđz b τ k ad h denomĩata ſcđm a τ ex ꝯñti a erit ps aliquota k ſimilit̃ τ b. Dico igit̃ ꝙ tot⁹ k b ad h eſt multiplex ſuppartiẽs denoĩata ſcđm a τ ptes ſũptas ſcđm b addens ſu pra totã multiplicẽ aliquã ſupparticularẽ τ ꝓportio tot⁹ a k ad g eſt multiplex ſuppartiẽs denoĩata ſcđm b τ ptes ſũptas ſcđm a addẽs ſupra totã multiplicẽ aliquã ſupparticularẽ. ¶ Primũ pz qꝛ k ad h eſt multiplex denoĩata ſcđm a cũ igit̃ totus k b addat vltra k ipm b q̃ ꝓbatus eſt minor h τ ptes aliquote ip̃i⁹ ſũpte ſcđz b ex q̃b⁹ nõ ſit vna ſeqtur ꝙ ꝓportio k b ad h erit multiplex ſuppartiẽs deno minata ſcđm a τ ptes ſũpte ſcđm b nõ illa adequate ꝯponit̃ ex ꝓportione k ad h q̃ eſt tota multiplex τ tot⁹ k b ad k q̃ eſt ſupparticularis ex quo b ꝓbat⁹ eſt ps aliq̃ta k q̃ illa ſupra ꝓportionẽ k ad h totã multiplicẽ addet ꝓportionẽ tot⁹ k b ad k ſupparticularẽ qđ eſt ꝑmũ. Cõſilr oino ꝯſtat ſcđz. ¶ Hic tñ aduerte ꝙ eſto ꝙ de qualibz multiplici ſuppartiẽte denoĩata a nũero cũ ptib⁹ aliq̃tis ſũptas ſcđm nũeꝝ equalẽ illi vel ſubmultiplicẽ ad illũ vniuerſlr ꝯtingat qđ pñs ꝓponit nõ tñ de q̃libz talit̃ denoia ta ſicut pñs ꝑſupponit ꝯtinget qđ ꝯcřo ꝓponit τ ip̃ius eſt inſtantia vbi nũer⁹ ptiũ eſſet multiplex ad numeꝝ multiplicis in hoc caſu puta ꝯparãdo.42.ad.15.q̃ eſt dupla ſupquadripartiens nõ tñ addẽs ſupparticularẽ ſupra duplã. Preterea eſt inſtãtia vbi nullus illoꝝ nũeraret aliũ ſz eſſent ꝯmẽſurabi les ꝯparãdo.70.ad.8.pueniret eĩ octupla ſupſeſq̃partiens octauas q̃ nõ addit ſupparticularẽ ſu pra octuplã τ vbi nũer⁹ multiplicis eſſet minor nũero partiũ τ illi ꝯmẽſurabilis τ null⁹ aliũ numerãs ptz de ꝓportione.38.ad.8.q̃ quadrupla ſupſeſq̃partiẽs octauas eſt nõ addens ſupra quadruplam ꝓ portionem ſuperparticularem ſaltem adequate. Ita eñ hec omnia intelligi debent.

64. ¶ Multiplicem ſuppartientem denomiuatã a numero cũ ptibus aliquotis ſũptis ſcđz numerũ ꝑmũ ad illum ſuper totã multiplicem adequate addere aliam ꝓportionem q̃ ſuppartientem eſt ipoſſibile.

¶ Sint a τ b quecumq̃ duo numeri adinuicẽ ꝑmi τ ſit c quecumq̃ multiplex ſuppartiẽs cuius deno minatio ſit a cum ptibus aliquotis ſumptis ſecundum b quarum denominator ſit d. Tunc dico ꝙ c ſu pra ꝓportionem multiplicem denominatam ſcđm a addit ſuppartientem. Quia b erit minor d et non erit ps aliquota d alioquin accideret oppoſitum.13.huius erit igitur per ꝑmam ꝑmi b partes aliquo te d ſumpte ſecundum b τ ex illis nõ fiet vna duco igitur a in d τ fiat e tunc p correlarium.20.ſecundi ꝓportio e ad d erit multiplex denominata ſecundũ a τ p.28.tertij b non numerat e τ per ꝯñs nõ erit ps aliquota e τ cũ b ſit minor d a fortiori erit minor e quare p ꝑmã ꝑmi b erit ptes aliquote e ſumpte ſcđm b τ ex illis nõ fiet vna quare ex terminis ꝓportio totius e b ad e erit ſuppartiens τ qꝛ e ꝯtinet d ſcđm a τ totus e b vltra e addit ip̃m b vltra qui ꝓbatus eſt ptes aliquote d ſũpte ſcđm b τ denomia te ſcđm d erit ex terminis ꝓportio totius e b ad d ea que c multiplex ſuppartiens cum igit̃ illa adeq̃ te ꝯponatur ex ꝓportione e ad d que ꝓbata eſt tota multiplex τ ex ꝓportiõe e b ad e illa addet ſupra ꝓportionem e ad d proportionem totius e b ad e que ꝓbata eſt ſuperpartiens patz igitur ꝓpoſitum.

¶ Quotcumq̃ ſuppartientes quaꝝ quelibz duplicata ſuperpartientem efficiat contingit reperire.

65 ¶ Sit a quecumq̃ ſuppartiens minor ꝓportione ſeſquitertia que duplicata conſtituat b. Tunc dico ꝙ b eſt ſupperpartiens. Quia b minor eſt q̃ ſeſquitertia duplicata cum igitur dupla maior ſit ſeſqui tertia duplicata erit b minor dupla cum igitur b ſit rationalis τ per.44.huius non ſit ſuperparticu laris per tertium correlarium.3.huius erit ſuperpartiens quod eſt propoſitum.

66 ¶ Quotcumq̃ ſuperpartientes quarum quelibet geminata multiplicem ſuperparticularez efficiat contingit reperire.

¶ Inuenio p.88.7.totiens quotiens velim duos quadratos poſt quadratum numeri ternarij quoꝝ maior excedat duplum minoris p vnitatem ſolum τ ſit a maior illorum τ b minor conſtat tunc propor tionem a ad b eſſe duplam ſupparticularem ptialiter denominatam a parte aliquota denominata ſe cundum b quare cum b ſit maior quaternario illa erit minor dupla ſeſquiquarta ſit ergo c medium ꝓ portionale inuentum p.6.6.inter a τ b. Dico ergo ꝙ ꝓportio c ad b eſt ſuppartiens quaz querimus Nã illa duplicata ꝯſtituit ꝓportionem a ad b τ ꝙ c ad b ſit ꝓportio ſuppartiens patz quia eſt minor dupla alias eñ proportio a ad b eſſet quadrupla vel ea maior inſup proportio c ad b non eſt ſupparti cularis qꝛ tunc p.47.huius proportio a ad b eſſet dupla ſeſquiquarta aut eſſet ſuperpartiens cuius oppoſitum eſt ꝓbatum erit igitur p.3.correlarium.3.huius ſuperpartiens vnde totum conſtat ꝓpo ſitum τ tot quot inuenies diuerſos binarios talium quadratorum quorum maior ſupra duplum mino ris ſolam addat vnitatem inuenies in hunc modum ſuppartientes queſitas.

67 ¶ Quotcũq̃ ſuppartiẽtes quaꝝ q̃libz bis ſũpta multiplicẽ ſuppartiẽtẽ efficiat ꝯtingit inueſtigare.

¶ Sit a quicũq̃ impar poſt vnitatem τ b ꝓximus par poſt ip̃m cuius medietas ſit c conſtat tunc c eſ ſe minorem a τ maiorem vnitate ex quo b erit maior ternario ꝯſtat inſuper c eſſe ꝑmum ad a qꝛ ſi eſſet illi ꝯmenſurabilis p.3.correlarium.4.tertij a eſſet ꝯmẽſurabilis b qđ eſt ꝯtra.3.correlariũ.11.tertij erit igr̃ c ꝑmus ad a τ minor a τ p ꝯñs nõ erit ps aliq̃ta a ſz p ꝑmã ꝑmi erit ptes aliq̃te a ſupte ſcđz c quaꝝ denominator eſt a quare ꝓportio denominata ab vno cum ptibus ſumptis ſcđm c quarum de nominator eſt a erit ſuppartiens illam dico duplicatã multiplicem ſuppartientẽ efficere ſit eñ d qua dratum a τ e quadratũ c ꝯſtat tunc ex.13.tertij e eſſe ꝑmum ad a τ ex ꝯñti p.11.tertij compoſitus ex e τ a qui ſit f erit etiã ꝑmus ad a τ ex ꝯñti p.13.3.erit etiam ꝑmus ad d τ qꝛ exceſſus d ſupra e p.44.

ſexti eſt quod fit ex dṡs a ad c in ꝯpoſitum ex a ⁊ c f erit minor d qui poſtq̄ eſt maior vnitate ⁊ incommenſurabilis ipſi d non erit ꝑs aliquota d ſed ꝑ ꝑmam ꝑmi erit ꝑtes aliquote d ex quibus nō fiet vna ſit ergo g illa ſuppartiens ⁊ tota eius denominatio ſit vnū cum h ꝑtibus ſumptis ſcđm c quarum denominator eſt a ⁊ ſit k vna illarum ꝯſtat tūc ex vno in vnū ⁊ h fieri vnum cū h ⁊ ex h in vnū fieri h eū igit̃ ꝑ .2. correlariū .15.9. ex h in h fiāt ꝑtes denominate ſcđm d ⁊ ſumpte ſcđm e ex h in totum vnum ⁊ h fiet h cum ꝑtibus ſumptis ſcđm e quarum denominator eſt d ⁊ ꝑ ꝯñs ex toto vno ⁊ h in vnū ⁊ h fiet vnum cū duobus h ⁊ cum ꝑtibus ſumptis ſcđm e quarum denomitor eſt d ⁊ qr duo h ſunt tot ꝑtes equales k quot ſunt vnitates in b erūt tot quot ſunt vnitates in a ⁊ vna vltra cum igitur ille ſūpte ſcđm a ſit vnū integrum duo h erunt integrū cum k ꝑte aliquota denoīata ſcđm a ⁊ ꝑ ꝯñs ex vno ⁊ h in vnū ⁊ h fient duo integra cum vno k ⁊ cum ꝑtibus ſūptis ſcđm e ⁊ denoīatis ſcđm d ſed illis ꝑtibus reductis ad ſimiles ⁊ eq̄les ꝑ demōſtrationē .6.9. ille erunt ꝑtes ſūpte ſcđm f ⁊ denoīate ſcđʒ d q̄ ex tota illa denoīatiōe in ſe fient duo integra cū ꝑtibus ſūptis ſcđm f ⁊ denoīatis ſm d cum igit̃ f ꝓbatus ſit minor d ⁊ non ꝑs aliquota illius ſed ꝑtes aliquote ꝑ .42. octaui ꝑtes ille ſumpte ſcđm f ⁊ denominate ſcđm d non erunt vna ꝑs aliquota ⁊ ꝑ ꝯñs proportio denominata ab illo producto erit multiplex ſuppartiens ſed ꝑ .34.9. illa eſt que reſultat ex illa ſuppartiente geminata ergo illa ſuperpartiens geminata multiplicem ſuppartientem efficit quod eſt propoſitum.

69 ¶ Quotcunq; multiplices ſuperparticulares contingit reperire quarum quelibet duplicata multiplicem ſuperparticularem efficiat.

¶ Sit a quicūq; numerus maior vnitate ex quo in ſe fiat b ⁊ ſit c maior b vnitate cōſtat tunc ꝓportionem c ad a eſſe multiplicem ſuppartſcularē cuius denominatio eſt a cum ꝑte aliquota ab ipſomet a denominata que ſit d. Dico igit̃ ꝓportionem c ad a eſſe multiplicem ſupparticularem q̄ duplicata multiplicem ſupparticularē ꝯponit qr ex d in a ꝑ .21.9. fit integrum ⁊ ex d in d ꝑs aliquota ergo ex d in totum a d fit integrum cum ꝑte aliquota ⁊ ex a in a fiunt plura integra ⁊ per .12. et .21.9. ex a in d fit integrum ergo ex a in totum a d fient plura integra quare ex toto a d in totum a d fient plura integra cuʒ parte aliquota quare denominatio proportionis duple ad proportionem c ad a erit plura integra cuʒ parte aliquota ⁊ per cōſequens illa erit multiplex ſuperpartiens quod eſt propoſitum.

70 ¶ Quotcunq; multiplices ſuparparticulares quarum quelibet geminata multiplicem ſuperpartiētem componat contingit inquirere.

¶ Sit a quicūq; impar poſt vnitatem ⁊ b ꝓximus par eo maior e autē medietas b ⁊ d quadratus a e aūt ꝑs aliquota dicta ſcđm a ⁊ f ꝑs aliquota dicta ſcđm d conſtat tunc e ⁊ f eſſe minus q̄ duplum ad e ⁊ ꝑ ꝯñs minus integro ⁊ qr a ⁊ d ſunt de numeris ꝓportionalibus ab vnitate ſumptis ꝑ .40.9. e et f ꝑtes ab ipſis dicte non cōſtituent vnam aliquotam ſit ergo g ꝓportio multiplex ſupparticularis cuius denominatio ſit c cum e ꝑte aliquota denominata ſcđm a ⁊ hanc dico geminatam multiplicem ſuppartientem ꝯponere qr ex e in c fiunt plura integra ⁊ ex c in e tot ꝑtes equales e quot ſunt vnitates in c ergo ex c in toto c e fiēt plura integra cum tot ꝑtibus equalib⁹ e quot ſunt vnitates in e ⁊ ex e in e ꝑ .11.9. fit f ergo ex c in toto c e fiens tot ꝑtes equales e quot ſunt vnitates in medietate b cū f quare ex toto e c in totum c e fient plura integra cum tot ꝑtibus equalibus e quot ſūt vnitates in b cuʒ f eū igit̃ ꝑtes equales e ſumpte ſcđm numerum b ſint integrum cum vna earum vltra ſequitur q̄ ex toto c e in totum c e fient plura integra cum vno e ⁊ vno f cum igitur e ⁊ f probate ſint minus integro ⁊ nō pars aliquota vnius integri ⁊ denominatio duple proportionis ad g debeat eſſe inde productum ſaltem illis ꝑtibus aliquotis reductis ad ſimiles ⁊ equales ſequitur q̄ denominatio illius erit plura integra cum ꝑtibus aliquotis ex quibus nō fit vna erit igitur multiplex ſuppartiens qḋ eſt propoſitum.

71 ¶ Quotcunq; multiplices ſuperpartientes quarum quelibet duplicata multiplicem ſuperparticularem conſtituat contingit inuenire.

¶ Sumo ꝑ .66. huius tot quot volo ſuppartientes quarū quelibʒ duplicata multiplicem ſupparticularem ꝯponat ⁊ denoīatio vnius illarū ſit vnū cum ꝑtibus aliquotis ſūptis ſcđm b nūerū quaꝝ denoīator ſit a ꝯſtat tūc b eſſe minorē a ⁊ nō eſſe ꝑtē aliquotā a ſed ꝑtes aliquotas ex quib⁹ non ſit vna alias eīn ꝑ .13. hu⁹ ꝓportio taliter denoīata nō eſſet ſuppartiens. Sit igit̃ c maior a vnitate ⁊ duco a in c et fiat d cui addat̃ b ⁊ ꝯpoſitus ſit e ꝯſtat tunc e totiens ꝯtinere a quotiēs vnitas eſt in c ⁊ b vltra quare ꝓportio e ad a erit multiplex ſuppartiens denoīata a c ⁊ ꝑtibus aliquotis ſūptis ſcđʒ b ⁊ denoīatis ſcđm a dico igit̃ ꝓportionem e ad a q̄ ſit f duplicatam ꝯſtituere multiplicē ſupparticularem ſit eīn tota eius denominatio c cum g ꝑtibus ſumptis ſcđm b ⁊ denominatis ſcđm a ꝯſtat tunc totam denoīationem illius eſſe a ⁊ vnum cū g ⁊ qr ex a in a fiunt plura integra ⁊ ex a in vnu fiunt etiā plura integra ⁊ ꝑ correlarium .13. noni etiā ex a in g fiunt etiā plura integra ſequitur q̄ ex a in totā illā denominationem fient plura integra pari forma ex a in vnuʒ ⁊ g quare ꝑ .12. noni ex vno ⁊ g in a fient etiam plura integra ſed ex vno ⁊ g in vnum ⁊ g fiunt plura integra cum ꝑte aliquota qr ex ypotheſi ꝓportio ſuperpartiens denominata ab vno ⁊ g duplicata multiplicē ſupparticularem efficit ergo ex vno ⁊ g in a et vnum ⁊ g fient plura integra cum ꝑte aliquota quare ex toto a cum vno ⁊ g in totū a ⁊ vnum ⁊ g fient plura integra cum parte aliquota ⁊ per ꝯñs denominatio ꝓportionis duple ad f erit integra cū parte aliquota erit igitur illa multiplex ſuperparticularis quod eſt propoſitum.

72 ¶ Quotcunq; multiplices ſuperpartientes quarum quelibet geminata multiplicem ſuperpartientem efficiat ſupereſt inuenire.

¶ Sumo ꝑ .65. hu⁹ tot quot volo ſuppartiētes quarū q̄libʒ geminata multiplicē ſuppartiētē ꝯſtituat ⁊ vni⁹ illarum denominatio ſit vnū cum ꝑtibus aliquotis ſumptis ſcđm d ⁊ denominatis ſecundū e ⁊ ſit c mai⁹ a vnitate ⁊ ex a in c fiet d cui addito b ꝓueniat e ꝯſtat tunc ſicut in p̄cedēti ꝓportionē

e ad a eſſe multiplicē ſuppartientem cuius denominatio erit c cū ptibus aliquotis ſumptis ſecundum b ⁊ denoīatus ſcđm a. Hanc igr̄ dico geminatā multiplicē ſuppartientem facere. Sit eñ illa f ⁊ eius tota denoīatio c cū g ptibus ſumptis ſcđm b ⁊ denominatis ſcđm a ꝯſtat tunc vt in p̄cedenti eius totam denominationē eſſe a cū vno ⁊ g ⁊ qꝛ ex g in vnum ⁊ g fiunt plura integra cum ꝑtib⁹ aliquotis ex quib⁹ non ſit vna qꝛ alias illa ſuppartiens iuncta duplicata nō faceret multiplicē ſuppartientem pro portionabilit̄ ꝓcedendo ſicut in p̄cedenti ꝯſtat ex toto a cū vno ⁊ g in totū a ⁊ vnum ⁊ g fieri plura integra cum partibus aliquotis ex quibus non ſit vna ⁊ ex ꝯñti ꝓportionem duplam ad f eſſe multiplicem ſuper partientem quod eſt propoſitum.

73 ¶ Quacunq̧ proportione maioris inequalitatis rationali data contingit ſecundū numerum datū proportiones ſuperparticulares equales non communicantes in ipſa reperire.

¶ Sit a ad b quecūq̧ ꝓportio maioris inequalitatis ⁊ ſit c quicūq̧ numer⁹ dat⁹ ſcđm quē iubemur reperire ꝓportiones ſupparticulares equales nō ꝯmunicātes in ꝓportione a ad b ſit d maior c ⁊ maior etiam dr̄a a ſupra b quē duco in a ⁊ fiat e ⁊ in b ⁊ fiat f ꝯſtat tūc inter e ⁊ f plures numeros mediare q̄ ſint vnitates in c ⁊ ex ꝯñti inter e ⁊ f tot vel plures ſupparticulares poſſe reperire quot ſūt vnitates in c quaꝝ minima erit e maximi oīm illoꝝ numeroꝝ ad ꝓximum minorē ipſo qui ſit g ꝯſtat inſuper ꝑ.21.ſcđi e ad f eſſe eā ꝓportionem que a ad b ꝯtinuo ergo illā ꝓportionē e ad g totiens ſibi ipſi quotiens eſt vnitas in c ꝯſtitit tunc ꝓportionem maioris extremi ad min⁹ talis ꝯtinuationis eſſe minorē ꝓportionem illa e ad f qꝛ hꝫ tot aut pauciores ꝑtes q̄ illa ⁊ minores cū igr̄ in ꝓportione illoꝝ extremorum reperiantur ꝓportiones ſupparticulares equales ꝓportioni e ad g ſumpte ſcđm numeꝝ c ꝯtinuatis illis equalibus cum dr̄a ꝓportionis e ad f ſupra ꝓportionem illoꝝ extremorum ꝯſtabit ꝓportionem inde ꝓuenientem eſſe eam que e ad f ⁊ in ipſa reperiri proportiones equales ſuperparticulares ſumpte ſecundum c numerum quod eſt propoſitum.

¶ Quotcūq̧ numeris ꝯtinuo ꝓportionalibus datis poſt quorum vltimum non contingit aliquem in 74 ꝯtinua ꝓportionalitate ipſis addere poterunt iuxta veterum p̄cepta totidem continuo ꝓportionales ſcđm ꝓportionem compoſita ex primo ⁊ ſcđo ad ꝑmū ab ipſo ꝑmo inchoando ꝓcreari ⁊ non plures.

¶ Tria ſunt veterum p̄cepta ꝑ q̄ pictagorici omnē inequalitatem ex equalitate habere ortū imaginabātur quaꝝ ꝑmū eſt iſtud ſcꝫ ꝑmū ſcđm eſt iſtud ſcꝫ ꝑmum ſcđm tertiū eſt iſtud ſcꝫ ꝑmum ſemel bis ſcđm ⁊ tertiū ſemel vnde hiis trib⁹ p̄ceptis rite vtendo imaginabātur ex tribus nūeris in eadē ꝓportione ſe hñtibus alios tres ꝯtinuo ꝓportionales ſcđm ꝓportionem ꝯpoſiti ex ꝑmo ⁊ ſcđo ad ꝑmum ab ipſo ꝑmo inchoando ꝓcreari capiendo iuxta ꝑmū p̄ceptum inprimis ꝑmum ſe ſolo ⁊ poſtea iuxta ſcđm ꝯpoſitum ex ꝑmo ⁊ ſcđo ⁊ poſtea iuxta tertiū capiendo ꝯpoſitum ex primo ſemel ſumpto ⁊ ex ſcđo bis ſumpto ⁊ ex tertio ſemel ſumpto ſed quia interdū plures q̄ tres poſſunt ꝓcreari tales ꝯtinuo ꝓportionales ex tribus ſicut apparebit opꝫ videre qualiter rite vtēdo ſit illis p̄ceptis ad plures ꝓcreandos. Pro quo dico ꝙ tribus ꝑmis ꝓcreatis ſi poſſint plures ꝓcreari tunc poterūt ſumi aliqui inchoādo ab illo tertio ꝓcreato ſe hñtes in ꝓportione primoꝝ trium ſicut ex demōſtratione p̄ſentis apparere poterit quib⁹ captis incipiēdo ab illo tertio ꝓcreato reiterāda ſunt p̄cepta ⁊ ꝓcreabuntur alij ꝯñr ad illos primos ſe hñtes in ꝯtinua ꝓportionalitate ⁊ ſi poſt illum tertiū ꝓcreatum nō ꝯtingeret capere niſi vnum in ꝯtinua ꝓportionalitate ꝑmorū triū ſatis eſſet ꝑma duo p̄cepta reiterare ⁊ ſi ſemel ꝑmis tribus p̄ceptis reiteratis adhuc ꝯtingat plures in ꝯtinua ꝓportionalitate ad illos ꝓcreatos ex illis tribus ꝑmis ꝓcreari ꝯſimiliter omnino ꝓcedendum eſt in reiteratione p̄ceptorum. Hijs igitur ſuppoſitis ad ꝓpoſiti demonſtrationem nos ꝯuertamus qđ primo in tribus oſtendendum ē.

¶ Sint igr̄ a b c tres numeri ordinatim cōtinuo ꝓportionales q̄bus non poſſit addi aliquis poſt c in ꝯtinua ꝓportionalitate ⁊ ſit d ꝯpoſitus ex a ⁊ b e aūt ꝯpoſitus ex b ⁊ c ꝯſtat tunc ex.39.quarti d ad e eſſe eādem ꝓportionem q̄ a ad b ⁊ nullum poſſe addi poſt e illis duob⁹ in ꝯtinua ꝓportionalitate. Dico igr̄ ꝙ poterunt totidē ꝯtinuo ꝓportionales ſcđm ꝓportionem d ad a ab ipſo a inchoādo iuxta illa p̄cepta ꝓcreari quot ſunt illi ⁊ nō plures. Primum ptꝫ vtor ꝑmo p̄cepto ⁊ capio a ſe ſolo poſtea vtēdo ſcđo capio d ꝯpoſitum ex a ⁊ b poſtea vtendo tertio capio ꝯpoſitū ex a ſemel ſūpto ⁊ ex b bis ſūpto ⁊ ex c ſemel ſumpto quē ꝯſtat eſſe ꝯpoſitum ex d ⁊ e ſit ergo ille f ꝯſtat tūc ex.33.ſcđi a d ⁊ f eſſe cōtinuo ꝓportionales ſcđm ꝓportionem d ad a cum igr̄ illi ſint iuxta illa p̄cepta a ꝑmo illorum inchoādo ꝓcreati ꝯſtat ꝑmum. Quod aūt nō poſſint plures ita inchoādo ꝓcreari ptꝫ quia ex quo d ⁊ e nō pōt aliquis in ꝯtinua ꝓportionalitate addi poſt e ꝑ.38.quarti d ⁊ f non poterit aliquis in cōtinua ꝓportionalitate poſt f addi ⁊ ꝑ ꝯñs illo modo inchoando nō poterunt plures ꝓcreari. ¶ Jam in quattuor illud oſtendit̄ ſint a b c d quattuor nūeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales quib⁹ nō poſſit poſt d aliquis in ꝯtinua ꝓportionalitate addi ⁊ ſit e ꝯpoſitus ex a ⁊ b ⁊ f ex b ⁊ c ⁊ g ⁊ c ⁊ d ꝯſtat tunc ex.39.quarti e f g eſſe ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſcđm ꝓportionē a ad b ⁊ ipſis poſt g nō poſſe addi aliquem in continua ꝓportionalitate ꝯſtat inſuꝑ ipſos eſſe pauciores alijs ſumptis vno ſolo ſit inſuꝑ h ꝯpoſitus ex e ⁊ f ⁊ k ex f ⁊ g tūc ꝑ.39.quarti h ad k erit ea ꝓportio que e ad f ⁊ ex ꝯñti que a ad b ⁊ nullus poterit illis addi poſt k in ꝯtinua ꝓportionalitate ꝯſtat inſuper illos eſſe pauciores q̄ e f ⁊ g vno. Dico igr̄ ꝙ iuxta illa p̄cepta poterunt totidē ꝯtinuo ꝓportionales ſcđm ꝓportionem e ad a inchoando ab ipſo a ꝓcreari quot ſunt illi quattuor ⁊ non plures. Primū eñ ptꝫ quia vtendo ꝑmo p̄cepto capitur a ꝓ primo poſtea ꝓ ſcđo capit̄ e cōpoſitus ex a ⁊ b pro ſcđo ⁊ poſtea vtendo tertio capit̄ ꝯpoſitus ex ꝑmo ⁊ tertio ⁊ ex ſcđo bis ſumpto quē ꝯſtat eſſe ꝯpoſitum ex e ⁊ f qui poſitus eſt h erūt tūc ꝑ.33.ſcđi a e ⁊ h ꝯtinuo ꝓportionales ſcđm proportionē e ad a hijs igr̄ tribus ſic ꝓcreatis qꝛ vltimus illorum ꝓcreatorum ſe hꝫ ad k ſicut a ad b reiterato primo p̄cepto capio h ⁊ poſtea reiterato ſcđo capio ꝯpoſitum ex h ⁊ k ⁊ qꝛ h ad k eſt ea ꝓportio q̄ a ad b ꝑ euerſā ꝓportionalitatem ꝯiunctam totius ꝯ k

ad h erit es h e ꝯpoſiti ex a ⁊ b ad a ⁊ ꝑ ꝯñs que h ad e erunt igitͬ a e h ⁊ h k totidem ordinatim ꝯtinue ꝓportionales quot ſũt illi quattuor p̄mo aſſumpti illo modo ꝓcreati qḋ eſt p̄mum. Scḋm aũt patz q̄ꝛ ex quo h ⁊ k nõ poteſt tertius in ꝯtinua ꝓportionalitate addi poſt k ꝑ .38. quarti nõ poterit h ⁊ h k tertius in continua ꝓportionalitate addi poſt h k ⁊ ꝑ ꝯñs non poterũt plures ꝓcreari inchoãdo ab ipſo a quod eſt ſcḋm. Et in quotcũq̧ pluribus ꝯſimiliͬ ꝓcedendo omnino eodem modo ꝯſtabit ꝓpoſitũ q̄ꝛ capiendo ꝯpoſitos ex quibuſcũq̧ duob⁹ p̄rimis ⁊ poſtea ꝯpoſitos ex quibuſcũq̧ duob⁹ p̄rimis illorum ꝯpoſitorum ⁊ ita ꝯſiͬ tãdem ad duos deueniet̃ in ꝯſimili ꝓportione ſe hñtibus ſicut p̄mi duo q̄bus nõ poterit poſt vltimũ tertius in ꝯtinua ꝓportionalitate addi ꝓcreatis igitur ex illis p̄mo aſſũptis quot ſunt illi penultim⁹ erit p̄mus illoꝝ duoꝝ ꝯpoſitorum ⁊ vltimus ꝯpoſitus ex illis. Hec omnia ſicut in demõſtratione p̄ñtis ꝯſtabunt quibus habitis ꝯſtabit etiã ſicut in p̄ſenti nullũ poſſe addi illis in ꝯtinua ꝓportionalitate poſt vltimũ ſicq̧ totũ ꝯſtabit ꝓpoſitum. ¶ Hic tñ aduerte ꝙ etiã rite vtendo duobus p̄mis illorum p̄ceptorum abſq̧ hoc ꝙ vteremur tertio quotcũq̧ nũeris ꝯtinuo ꝓportionalib⁹ datis poſſent ꝑ illa duo p̄cepta ꝓcreari totidem ꝯtinuo ꝓportionales inchoãdo a p̄mo ſcḋꝫ ꝓportionem compoſiti ex p̄mo ⁊ ſcḋo ad p̄mum ſicut vtendo tribus ymmo hãdẽ omnino ꝓcrearent̃ ⁊ ꝓportionabiliͬ vtẽdum eſſet illis duob⁹ p̄ceptis ꝓcreatis eñ p̄mis duobus ſi plures poſſint ꝓcreari ꝑ tria p̄cepta neceſſariũ erit vt ſcḋo ꝓcreato poſſit addi aliquis in ꝓportione p̄moꝝ aſſũptoꝝ ⁊ eſſet ille qui ꝯponeret̃ ex ſcḋo ⁊ tertio p̄morũ aſſumptorum quo facto reiterãda eſſẽt illa duo p̄cepta ſũpto ſcḋo ꝓcreato ꝓ p̄mo iuxta p̄mũ ⁊ ſumpto ꝓ ſcḋo ꝯpoſito ex illo cum eo qui põt ſibi addi in ꝓportione p̄morum aſſumptorũ ⁊ ita deinceps ⁊ non plures aut pauciores poſſent ꝓcreari q̄ vtendo tribus p̄ceptis ⁊ horum demõſtratio ex demõſtratione tacta ſatis poteſt ꝯſtare q̄ꝛ tñ antiqui illis tribus p̄ceptis vſi ſunt ꝯtinuo in ꝓcreatione talium terminoꝝ ꝯtinuo ꝓportionaliũ ꝓpterea ita ꝓcedemus. Siue tñ ꝓcreentur plures ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales q̄ tres ꝑ illa tria p̄cepta ſiue ꝑ duo p̄ma illoꝝ nõ dicent̃ illi ꝓprie creari ex tribus aut ex duob⁹ p̄mis illoꝝ ꝯtinuo ꝓportionaliũ ex ypotheſi ſumptoꝝ ſed ſi tribus p̄ceptis vtamur poterimus dicere ꝙ tres p̄mi ꝓcreati ꝓcreantur ex tribus p̄mis illorum ⁊ alij duo ſequẽtes cum vltimo illoꝝ ſi tot fuerint ex vltimo illorũ cum alijs duob⁹ qui poſſunt illi addi in ꝯtinua ꝓportionalitate ſcḋm ꝓportionem p̄morum aſſumptoꝝ ⁊ ita deinceps. Si aũt vteremur duob⁹ tm̃modo p̄ceptis duo p̄mi ꝓcreati ꝓcrearent̃ ex duobus p̄mis illorum ꝯtinuo ꝓportionalium p̄mo aſſumptoꝝ ⁊ tertius cum ſcḋo illorum ex ſcḋo illoꝝ ꝓcreatorum cũ illo qui poteſt ei addi in proportione illorum p̄mo aſſumptorum ⁊ proportiõnabiliter deinceps hec omnia manifeſte conſtant ex modo quo debemus vti illis preceptis iuxta dicta.

¶ Si fuerint quotcũq̧ numeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales quibus poſt vltimũ cõtingat aliquem
75 vel aliquos addere in ꝯtinua ꝓportionalitate tot ꝯtinuo ꝓportionales ſcḋm ꝓportionem cõpoſiti ex p̄mo ⁊ ſcḋo ad p̄mum a p̄mo ipſorum inchoãdo ꝑ illa tria p̄cepta ſimiliͬ ⁊ ꝑ duo p̄ma illoꝝ poterũt ꝓcreari quot ſunt illi oẽs cũ illo vel illis quos vel quẽ ꝯtinget illis addere quib⁹ omnib⁹ ꝓcreatis ſi vltim⁹ det̃ non ꝯtinget poſt illum aliquem in ꝯtinua eorum proportionalitate ipſis adiungere.

¶ Hoc ideo eſt quia captis illis omnibus cum illo vel illis quos vel quem continget illis addere idẽ erit penitus proceſſus ad demonſtrandum propoſitum ſicut in p̄cedenti.

76. ¶ Si poſt aliquem duorum numeroꝝ non ꝯtingat tertium in ꝯtinua ꝓportionalitate illis addere inchoando a reliquo ex illis poterũt duo ꝓcreari iuxta p̄ma duo p̄cepta in ꝓportione ꝯpoſiti ex illis ad illum reliquũ ſe hñtes ab illo reliquo inchoãdo ⁊ nõ plures. Si aũt poſt aliquẽ duorum numeroꝝ cõtingat aliquem vel aliquos in ꝯtinua proportionalitate ipſis addere tot poterũt ordinatim ꝯtinuo proportionales ſcḋm proportionẽ ꝯpoſiti ex illis ad reliquũ ab illo reliquo inchoãdo procreari ꝑ illa tria p̄cepta ſimiliͬ ⁊ ꝑ duo p̄ma illorum quot ſunt illi cum illo vel illis quem vel quos ipſis ꝯtingit addere quibus omnibus procreatis ſi vltimus detur non continget poſt illum vltimum aliquem vltra in continua proportionalitate ipſis adiungere.

¶ Primũ patz ſint a ⁊ b duo numeri quib⁹ non ꝯtingat poſt b tertiũ addere in ꝯtinua ꝓportionalitate ⁊ ſit c ꝯpoſitus ex illis. Tunc dico ꝙ ex illis iuxta p̄ma duo p̄cepta inchoãdo ab ipſo a poterunt ꝓcreari duo in ꝓportione c ad a ſe hñtes ⁊ non plures poterunt eñ ꝓcreari a ⁊ c vt manifeſte cõſtat. Q̄ꝫ aũt non plures taliͬ inchoando patz. Q̄ꝛ ꝑ .38. quarti non poterit a ⁊ c addi poſt c tertius in continua proportionalitate ⁊ ꝑ ꝯñs non poterit aliquis vltro procreari ita inchoando. Alie partes propoſitionis ex p̄cedenti ⁊ anteprecedenti euidenter conſtare poſſunt.

¶ Quibuſcũq̧ trib⁹ nũeris equalibus datis quotcũq̧ in ordine dupli iuxta illa p̄cepta a p̄mo illoꝝ
77. inchoandi poſſunt procreari. Et quibuſcũq̧ tribus in ordine multiplicibus propoſitis quotcunq̧ in ordine multiplices vno maioris denominationis a p̄mo illoꝝ inchoãdo iuxta illa p̄cepta poſſũt ꝓcreari

¶ Hec ⁊ alie ſequentes ſpãliͬ oſtendunt id quod tres p̄cedentes gñaliter ꝓponunt ꝓ quarum intellectione id ſupponendũ eſt ꝙ in ordine dupli dicunt̃ numeri ſe hñtes in ꝓportione dupla taliͬ ordinati ꝙ p̄mus eſt oĩm minimus ⁊ ſcḋs ad ipm̃ duplus ⁊ ita deinceps ſi plures fuerint dupli aũt ꝯuerſi dicunt̃ numeri in proportione dupla ſe hñtes taliͬ ordinatim ꝙ p̄mus eſt oĩm maximus ⁊ ad ſcḋm duplus ⁊ ita deinceps ſi plures fuerint ⁊ ꝓportionaliter de tripla ⁊ de quibuſcũq̧ alijs in alia ꝓportione ſe hñtibus imaginãdum eſt. ¶ His igr̃ ſuppoſitis ad propoſiti demonſtrationẽ deueniam⁹. Primum eñ in ꝓpoſitione profeſſũ ex hoc apparet q̄ꝛ quibuſcũq̧ tribus numeris equalibus datis poterũt poſt quemlibꝫ eorum quotcũq̧ addi ipſis in ꝯtinua ipſorum ꝓportionalitate ⁊ ꝓportio ꝯpoſiti ex p̄mo ⁊ ſecundo ad p̄mum illorũ eſt dupla quo habito ex añ p̄cedenti manifeſte ꝯſtat illud p̄mum in ꝓpoſitione propoſitum. ¶ Scḋm vero ex hoc ꝯſtat q̄ꝛ quibuſcũq̧ tribus in ordine multiplicib⁹ datis poterunt q̄cunq̧ poſt vltimum eorum in cõtinua proportionalitate eis addi ⁊ ꝑ .18. huius proportio compoſiti

ex pͥmo ⁊ ſecundo ad pͥmum illorum eſt multiplex vno maioris denominationis ꝙ ſit illa proportio il
lorum quo habito ex antepreceedenti conſtat etiam illud ſecundum.

Co. ¶ Ex preſenti conſtat ꝙ dupli nūeri ex equalibus procreantur et tripli ex duplis ⁊ quadrupli ex tri
plis ⁊ ita deinceps.

78 ¶ Ex multiplicibus in ordine cōuerſis diſpoſitis a pͥmo illorum inchoādo iuxta illa ꝑcepta ꝓportio
nabiliter procreantur ſimiles ſupparticulares ſicut dupli ex equalibus procreantur.

¶ Hoc ideo eſt q2 ꝑ.17.huiꝰ ſi pͥmi ad ſcḋꝫ fuerit ꝓportio multiplex ꝯpoſiti ex ipſis ad pͥmū exiſterit
ꝓportio ſupparticularis ꝯſimilis denomiationis quo habito ex.75.huius totum ꝯſtat propoſitum.

Co. ¶ Ex pſenti conſtat ꝙ ſeſquialteri ex duplis conuerſis immediate procreantur ⁊ ſeſquitertij ex tri
plis conuerſis ⁊ ſeſquiquarti ex quadruplis conuerſis ⁊ ita deinceps.

79 ¶ Ex nūeris in ordine ſupparticularibus diſpoſitis iuxta illa ꝑcepta a pͥmo illorum inchoādo dupli
ſupparticulares ſimiles ꝓcreantur. Ex multiplicibꝰ aūt ſupparticularibus in ordine diſpoſitis mul
tiplices ſupparticulares ſimiles ex pte ſupparticularis ⁊ vno maioris denominationis ex parte mul
tiplicis proportionabiliter procreantur.

¶ Primū ideo verꝫ hꝫ q2 ꝑ.18.huius ſi alicuiꝰ ad alterū fuerit ꝓportio ſupparticularis ꝯpoſito ex
illis ad illud idem erit ꝓportio dupla ſupparticularis hoc igitur habito ex.75.huius ꝯſtat illud pͥmū.
¶ Scḋm ptꝫ q2 ꝑ correlarium.19.huius ſi alicuiꝰ ad alterꝫ fuerit ꝓportio multiplex ſupparticularis
ꝯpoſiti ex illis ad illud idē erit ꝓportio multiplex ſupparticularis ſimilis denoiatiōis ex pte ſupparticu
laris ⁊ vno maioris denoiationis ex pte multiplicis quo habito ex.75.huius conſtat illud ſecundū.

Co ¶ Ex pſenti apparet ꝙ dupli ſeſquialteri immediate ex ſeſquialteris ꝓcreantur ⁊ dupli ſeſquitertij
ex ſeſquitertijs ita deinceps ſed tripli ſeſquialteri ex duplis ſeſquialteris ⁊ quadrupli ſeſquialteri
ex triplis ſeſquialteris ⁊ ita deinceps immediate procreantur. Et ꝯſimiliter de multiplicibus ſeſqui
tertijs aut ſeſquiquartis ⁊ ita deinceps.

80 ¶ Ex ſupparticularibꝰ ꝯuerſis diſpoſitis in ordine ſuppartiētes quorꝫ ꝑtiū nūerator erit denoiator
ptiū illorꝫ ſupparticulariū ⁊ denoiator illo nūeratore maior vnitate ꝓportioābilr iuxta illa ꝑcepta ꝓcreāt.
¶ Hoc ideo eſt quia ꝑ.18.huius ſi pͥmi ad ſecundum fuerit ꝓportio ſupparticularis compoſiti ex il
lis ad pͥmum erit ꝓportio ſuppartiens cuius numerator ꝑtium erit denominator ptis illius ſupparti
cularis ⁊ denominator maior illo ſola vnitate quo habito ex.75.huius conſtat propoſitum.

Co. ¶ Ex demōſtratione huiꝰ apparet ꝙ nūeri ſupbipartientes tertias ex ſeſquialteris ꝯuerſis imedia
te ꝓcreantur ⁊ ſuptripartientes ex ſeſquitertijs ⁊ ita ꝯſr de alijs. Et ex hoc apparet ꝓcreatio oīm
ſpēꝫ ſubalternaꝫ ſuppartientis ſiue capiant ſic ſupbipartiens ſuptripartiens ſiue ſic ſuperpartiens
tertias ſuppartiens quartas ſed nō apparet ex hoc ꝓcreatio oīm ſpēꝫ ſpāliſſimaꝫ q2 ſuptripartiēs
quintas non poteſt hoc modo ꝓcreari nec ſuptripartiens ſeptimas aut octauas quare non quelibet
ſuppartiens immediate ex ſupparticulari ortum habꝫ. Sed ad cognoſcendum ex quibus tales ſpēs
poſſunt ꝓcreari ponuntur due concluſiones ſequentes ꝑ ipſas enim illud poterit cognoſci.

81 ¶ Omnis ꝓportio inequalitatis ex proportione dīe maioris terminj eius ad minorem per duo prima
precepta procreatur.

¶ Sit quecumqꝫ ꝓportio inequalitatis reperta inter a minorem ⁊ b maiorem ⁊ ſit c eorum dīa ꝯſtat
tunc ꝙ capto a iuxta pͥmum ꝑceptum ⁊ poſtea iuxta ſecundum capto compoſito ex a ⁊ c qui eſt b ha
bebuntur illi duo numeri capti inter quos propoſitio illa reperitur patet igitur propoſitum.

82 ¶ Quicūqꝫ numeri ꝯtinuo proportionales ſcḋm ꝓportionem inequalitatis ex nūeris proportiona
libus ſcḋm proportionem dīe duorū minimorꝫ illius ad minimū illorum iuxta illa ꝑcepta procreantur.
¶ Sint a b c d quotcūqꝫ nūeri inequales ordinatim ꝯtinuo proportionales quorū a ſit minimus ⁊ b
poſt ipm ⁊ dīa b ad a ſit e. Dico igit̄ ꝙ illi quattuor procreant̄ ex nūeris proportionalibus ſcḋm pro
portionem e ad a. Quia ꝑ ꝑcedentem a ⁊ b procreantur ex a ⁊ e ⁊ quia a ⁊ b poſt b contingit aliquos
addere in continua proportionalitate ipſis a ⁊ e poterunt totidem addi alias accideret oppoſitum
.76.huius quo habito ex.75.huius manifeſte conſtat propoſitum.

Co. ¶ Ex his igit̄ duabus ꝯcluſionibꝰ ſufficient̄ apparet de quibuſcūqꝫ ꝯtinuo ꝓportionalibꝰ ſcḋm ꝓpor
tionem ſuppartientem qui non poſſunt ex ſupparticularibus ꝯuerſis procreari ex qͥbus poſſint ꝑ illa
ꝑcepta procreari quibuſcumqꝫ eīm talibus datis cape proportionem differentie duorum minimorum
ad minimū ipſorum ⁊ illi ex numeris in ordine ꝓportionalibus ſcḋm illam ꝓportionem procreabuntur.
¶ Hic tn̄ aduerte ꝙ eſto ꝙ in ꝓpoſito nō ſit ſermo de ꝓportione irrōnali adhuc tn̄ iſte due ꝯclōnes po
ſſūt habere ſitū de ꝓportionibꝰ irrōnalibꝰ ⁊ ꝯſilis eſſet demōſtratio de hoc tn̄ nō eſt i ꝓpoſito curādū.

83 ¶ Ex nūeris in ordine ſuppartientibus dupli ſuppartientes ſimiles ⁊ ex multiplicibus ſuppartien
tibus in ordine diſpoſitis multiplices ſuppartiētes ꝯſimilis denoiationis ex pte ſuppartiētis ⁊ vno
maioris denominationis ex pte multiplicis ꝯſimiliter ꝑ illa ꝑcepta procreabuntur.

¶ Primū ptꝫ q2 ꝑ.19.huius ſi alicuius ad alterū fuerit ꝓportio ſuperpartiēs ꝯpoſiti ex illis ad mi
nus illorū erit dupla ſuppartiens ſimilis quo habito ex.75.huius cōſtat illud. ¶ Et ſcḋm patꝫ. Q2
ꝑ correlarium.19.huius ſi alicuius ad alterū fuerit ꝓportio multiplex ſuppartiens ꝯpoſiti ex illis ad
minus illorum erit multiplex ſuperpartiens conſimilis denominationis ex parte ſuppartientis ⁊ vno
maioris denominationis ex parte multiplicis quo habito ex.75.huius conſtat illud.

Co. ¶ Ex pſnti pſtat ꝙ dupli ſuppartiētes ex ſimilibꝰ ſuppartientibus immediate ꝓcreantur ⁊ tripli ſu
ꝑpartientes ex duplis ſuperpartientibus ſimilibus ⁊ quadrupli ex triplis ⁊ ita deinceps.

84. ¶ Quelibet ꝓportio rationalis inequalitatis ex equalitate mediate vel immediate naſcitur.
¶ Sit a quecūqꝫ ꝓportio inequalitatis repta inter b maiorē ⁊ c minorem ⁊ ſit d. dīa b ad c. Tunc ex

Si huius ꝓportio repta inter d ⁊ e naſcitur ex ꝓportione repta inter c ⁊ d ſi igitur illa ſit equalitatis a ꝓportio immediate ex equalitate naſcetur ſin aũt illa reperta inter c ⁊ d ꝑ eãdem huius ex ꝓportione reperta inter dr̃am illorum ⁊ minimũ eorundem ꝓcreabitur cum igit̃ ita ꝓcedẽdo non poſſit procedi in infinitũ deſcendendo qꝛ tunc aliqui numeri in infinitũ decreſcerẽt ⁊ q̃diu ad equalitatem non deuenietur ꝯtinget vltra deſcẽdere tãdem ad duos inequales deuenietur quoꝝ dr̃a erit equalis minori modo ꝓportio illorum ex equalitate immediate naſcetur ꝑ .77. huius ⁊ illa aſſumpta mediate vel immediate ex illa oritur ergo ꝓpõſa ex equalitate mediate vel immediate naſcitur qḋ eſt propoſitũ. ¶ Hic aduerte ꝙ notant̃ dicit̃ in ꝓpoſitione de ꝓportione rationali. Nã de irrationali non haberet illud verum nã ita ꝓcedendo ſicut in demõſtratione ꝓceditur nũq̃ ad equalitatẽ deueniretur. ¶ Preterea aduerte ꝙ eſto ꝙ ibi nõ adeo expꝛ̃ſſe ſit facta mentio de ꝓcreatione ſpẽꝝ ꝓportionis minoris inequalitatis ſicut de procreatione ſpẽrum ꝓportionis maioris inequalitatis tñ per ea q̃ dicta ſunt apparet quid ſit dicendũ de procreatione ſpẽrum proportionis minoris inequalitatis. Nã vbicũq̧ ꝓcreatur aliqua proportio maioris inequalitatis ꝓcreatur etiã ꝓportio minoris inequalitatis oppoſito modo ſumpto inter terminos eius ⁊ idem intelligat̃ de reſolutione propterea in ſequentibus ꝯcluſionib⁹ nõ amplior fiet mentio de reſolutione proportionum minoris inequalitatis.

85 ¶ Quicumq̧ numeri continuo proportionales inequales in numeros proportionales ſecundũ proportionem illorum ex quibus immediate procreantur immediate reſoluuntur.

¶ Sicut per tria antiquorum p̃cepta oſtẽſum eſt oẽm inequalitatẽ rõnalem ex equalitate mediate vel immediate oriri ita per tria p̃cepta poterit oſñdi oẽm inequalitatẽ rõnalem in equalitatẽ mediate vel immediate reſolui qḋ p̃ſens ⁊ ſequentes oſtendũt ⁊ hec ſunt illa tria p̃cepta ſcꝫ p̃imum p̃imũ de ſcḋo p̃imum ſemel ⁊ ſcḋm bis de tertio vnde datis nũeris ordinatiꝫ ꝯtinuo proportionalib⁹ inequalib⁹ ſicut in ip̃orum procreatione a minimo inchoatur ita ⁊ in ip̃orum reſolutione a minimo inchoãdũ erit ⁊ ita hiis tribus p̃ceptis vtendũ erit diſpoſitis quibuſcũq̧ talibus ordinatim cõtinuo proportionalib⁹ ⁊ capto p̃imo pro minimo capiatur ille p̃imus ⁊ ſine ſubſtractione aliqua ponat̃ ſupra ſeip̃m ⁊ poſtea per ſcḋꝫ p̃ceptum ſubſtrahat̃ ille de ſcḋo ⁊ reſiduũ ponat̃ ſupra ſcḋm illorum poſtea vero per tertiuꝫ p̃ceptum ſubſtrahatur ille p̃imus de tertio ſemel ⁊ illud reſiduũ bis ⁊ qḋ remanebit ponatur ſupra tertiũ ⁊ tũc illi tres ſuprapoſiti erũt illi ex quib⁹ illi tres infra poſiti ordinatiꝫ procreãtur iuxta tria p̃cepta ſuperius poſita ⁊ ſi fuerint plures q̃ tres itez reiteranda erũt iſta p̃cepta vel ſaltem duo illoruꝫ incipiẽdo a tertio illoꝝ proportionabilit̃ ſicut in procreatione ⁊ tũc illi reſoluentur in alios in ſimili proportione ſe hñtes ſicut illi tres p̃imi in quos facta eſt reſolutio quorũ p̃imus erit ille terti⁹ ⁊ ita deinceps ſi plures fuerint q̃ quinq̧ vel ſex. ¶ Hoc igit̃ ſuppoſito ad propoſiti demonſtrationẽ deueniamus. Sint igit̃ a b c d e numeri ordinatim ꝯtinuo proportionales quorum a ſit minim⁹. Dico ergo ꝙ illi poſſunt reſolui per illa tria p̃cepta in numeros proportionales ſcḋm proportionem illorum ex quibus procreantur primo in illos eoſdem ex quibus procreantur per tria p̃cepta p̃ius poſita qḋ ſic ſumatur numeri proportionales ordinatim ex quibus procreant̃ a b c per tria p̃cepta quorum p̃imus erit ip̃emet a quẽ pono ſupra a ⁊ ſcḋs ſit f quẽ pono ſupra b terti⁹ ſit g quẽ pono ſupra c ꝯſtat tũc ex .7 [illegible]. h⁹ b ⁊ c que ꝯponit ex a ⁊ f ⁊ c adeq̃t ex a ſemel ſupto ⁊ ex g ſemel ſupto ⁊ ex f bis ſupto q̃ ſi a ſemel auferat̃ ex b ꝑ ſcḋm p̃ceptum iſtorum remanebit f ⁊ ſi ꝑ tertiũ p̃ceptum a auferat̃ ſemel ex c ⁊ f bis ex eodeꝫ c remanebit g vtendo igit̃ hiis tribus p̃ceptis a b c reſoluetur in illos ex quib⁹ per tria p̃cepta p̃ius poſita ꝓcreabant̃ ⁊ ꝯſimiliter omnino põt ꝯſtare de ip̃is d ⁊ e incipiendo ab ip̃o c ſicut in ꝓcreatione ponendo illos tres ex quibus ꝓcreant̃ ſupra eos. Et eadẽ eſt omnino demõſtratio. ¶ Hic tñ aduerte ꝙ ſicut quotcumq̧ nũeri ꝯtinuo ꝓportionales ſcḋm ꝓportionem inequalitatis ex numeris ꝓportionalibus ſcḋm ꝓportionem dr̃e duorum minoꝝ ad minũ eorundẽ ꝑ duo p̃ma p̃cepta illorum triũ ſuperius poſitorum poſſunt ꝓcreari. Ita etiam ⁊ quicũq̧ tales per duo p̃ma p̃cepta iſtorum in eoſdeꝫ ex quibus ꝓcreantur reſolui poſſunt ꝓportionabiliter ꝓcedendo in reſolutione ſicut in ꝓcreatione ⁊ huius demonſtratio eſt euidens ex demonſtratione ſtatim facta.

Co. ¶ Ex p̃ſenti ꝯſtat ꝙ numeri ꝯtinuo ꝓportionales in ordine dupli immediate in nũeros equales reſoluuntur ⁊ quicunq̧ alij in ordine multiplices maiores in multiplices vno minoris denominationis ⁊ illi in alios donec ad equalitatẽ deueniat̃ ⁊ quicũq̧ in ordine ſuprparticulares in ſimiles multiplices ꝯuerſos ⁊ dupli ſuprparticulares in ſimiles in ordine ſuprparticulares ⁊ ita deinceps de quibuſcũq̧ alijs in illos ex quibus ꝓcreant̃ dicẽdũ eſt. Hec oĩa ex demonſtratione p̃ſentis conſtant in forma.

86 ¶ Quelibet proportio inequalitatis in proportionem repertam inter differentiam ſuorum terminorum ⁊ minimum eorundem per duo p̃ma p̃cepta iſtorum reſoluitur.

¶ Sit a q̃cumq̧ ꝓportio inequalitatis repta inter b minorem ⁊ c maiorem ⁊ ſit d differentia illorum terminorum ⁊ vtendo p̃imo p̃cepto iſtorum pono b ſupra ſeip̃m ⁊ poſtea vtendo ſecundo auffero b ex c ⁊ reſiduum quod ex ypotheſi erit d pono ſupra c conſtat tunc a proportionem eſſe reſolutam in proportionem repertam inter b ⁊ d quod eſt propoſitum.

Co. ¶ Ex p̃ſenti cõſtat ꝙ quicunq̧ duo termini alicuius ꝓportionis inequales reſoluuntur in minorem illorum ⁊ differentiam eorundem ꝑ p̃ma duo p̃cepta. ¶ Hic aduerte ꝙ id quod p̃ſens ꝓponit non ſolum in ꝓportionibus rationalibus verum haberet verum etiam in irrationalibus.

87 ¶ Quelibet ꝓportio rõnalis ineq̃litatis in ꝓportioneꝫ eq̃litatis mediate vel immediate reſoluitur.

¶ Sit a quecũq̧ ꝓportio inequalitatis rõnalis repta inter b maiorem numeꝝ ⁊ c minorẽ ⁊ ſit d eorũ dr̃a tunc ꝑ p̃cedentem illa reſoluetur in ꝓportionem reptã inter d ⁊ c q̃ ſi ſit equalitatis ꝯſtat a immediate reſolui in ꝓportionem equalitatis. Si aũt ſit inequalitatis etiã ꝑ p̃cedentem illa reſoluet̃ in ꝓportionem reptã inter minimũ illoꝝ terminorum ⁊ eoꝝ dr̃am cũ igitur nõ ꝯtinget ita ꝓcedẽdo in infi

nitum deſcēdere q2 tunc aliqui numeri in infinitū decreſcerēt ⁊ ꝯtinuo ꝗdiu ad equalitatē nō deuenitur ꝯtinget vltro deſcendere ſequitur ꝙ tandem ad duos inequales deuenieꝭ quorum dr̃a erit equalis minori modo ꝑ ꝓcedentem ꝓportio inter illos repta immediate in ꝓportionem equalitatis reſoluetur ergo a ꝓportio mediate vel immediate in ꝓportionem equalitatis reſoluetur vnde conſtat ꝓpoſitum. ¶ In pn̄ti fit ſermo de ꝓportione rationali quia de irrationali non habet verum.

1.co. ¶ Ex pn̄ti euidēter ꝯſtat ꝙ quicūq3 duo numeri inequales in duos numeros equales mediate vel immediate reſoluūtur ⁊ quicūq3 numeri ꝯtinuo ꝓportionales ſcd̄m ꝓportionem inequalitatis in proportionales ſcd̄m ꝓportionem equalitatis mediate vel immediate reſoluūtur dato enī oppoſito omnino eodem modo ꝯcluderetur ſicut in pn̄ti aliquos numeros in infinitum decreſcere.

2.co. ¶ Patet vltra ex ꝓcedentibus ꝙ nulla ꝓportio inequalitatis in aliquam īmediate reſoluiꝭ niſi in illam ex qua immediate ꝓcreatur nec aliqui numeri inequales in aliquos immediate reſoluūtur niſi in illos ex quib9 īmediate ꝓcreantur. Et ex ꝯn̄ti nō quelibet ſuppartiens in ſupparticularem immediate reſolui poteſt ſicut nec ꝗlibet immediate ex ſupparticulari ꝓcreari poteſt nec quecumq3 numeri in ordine ſuppartientes in ſupparticulares immediate reſolui poſſunt quemadmodum nec ex talibus immediate procreari poſſunt.

¶ Deci Elementorum Arithmetices Gaſparis Lax finis.

¶ Undecimū Elementorum Arithmetices Gaſparis Lax.

¶ Diffinitiones.

1 Medietas eſt coniunctio aliquorum terminorum ſecundum certam habitudinem.

¶ Medietatum quedam ſunt principales ⁊ ille ſunt tres quedam vero ſunt principalibus collaterales ⁊ ille ſunt octo.

2 ¶ Prima triū principaliū eſt qn̄ aliqui termini talit̄ ordināꝭ ꝙ p̄mi ad ſcd̄m et ſcd̄i ad tertium. Et ita deinceps ſi plures fuerint differentie ſūt equales. Et hec arithmetica medietas dicitur.

3 ¶ Secunda eſt qn̄ aliqui termini taliter ordināt̄ur ꝙ p̄mi ad ſecundū ⁊ ſcd̄i ad tertiū. Et ita deinceps ſi plures fuerint ꝓportiōes ſūt eq̄les. Et hec geometrica medietas vocaꝭ.

4 ¶ Tertia eſt qn̄ trium terminorum inequalium maximi ad minimū eſt ea ꝓportio que differentie maximi ad medium ad dr̃am medij ad minimum. Et hec muſica ſeu armonica medietas nuncupatur.

5 ¶ Prima collateralium medietatum eſt cum trium terminorum inequalium maximi ad mediū eſt ea ꝓportio que differentie minorum ad differentiam maiorum.

6 ¶ Scd̄a eſt cū triū t̄minoꝝ inequaliū medij ad minimū eſt ea ꝓportio q̄ dr̃e minoꝝ ad dr̃am maiorum.

7. ¶ Tertia eſt cū triū t̄minoꝝ ineq̄liū maximi ad mediū eſt ea ꝓportio q̄ dr̃e extremoꝝ ad dr̃a3 maiorū.

8 ¶ Quarta eſt cū triū t̄minoꝝ ineq̄liū medij ad minimū eſt ea ꝓportio q̄ dr̃e extremoꝝ ad dr̃am maioꝝ.

9 ¶ Quinta eſt cū triū t̄minoꝝ ineq̄liū medij ad minimū eſt ea ꝓportio q̄ dr̃e extremoꝝ ad dr̃a3 minoꝝ.

10 ¶ Sexta eſt cū triū t̄minoꝝ ineq̄liū maximi ad minimū eſt ea ꝓportio q̄ dr̃e minoꝝ ad dr̃am maiorum.

11 ¶ Septima eſt cū triū t̄minoꝝ ineq̄liū maximi ad minimū ē ea ꝓportio q̄ dr̃e extremoꝝ ad dr̃a3 maioꝝ.

12 ¶ Octaua eſt cū triū t̄minoꝝ ineq̄liū maximi ad minimū eſt ea ꝓportio q̄ dr̃e extremoꝝ ad dr̃am minoꝝ.

¶ Decem iſtaꝝ medietatū diuus Seuerinus Boeti9 poſuit vt puta oēs ꝑter tertiā collateralē quā Jordanus adiunxit ⁊ non plures ſolent poni ideo in p̄ma diffinitione ꝑ certā habitudinem intelligitur aliquā illaꝝ vndecim habitudinū ſcd̄m quas ille vndecim medietates ſumūtur. Eſt tn̄ ibi ſupponēdū ꝙ quelibet iſtarum medietatū ad min9 exigit tres terminos ymo nulla dēpta geometrica poteſt in aliquibus terminis equalib9 reperiri ſed quelib3 alia exigit tres terminos quorū ꝗlibet cuilibet ſit inequalis niſi forte diceretur ꝙ Arithmetica medietas inter iſtos tres reperitur ſc3. 4. 6. et. 4. qd̄ nō videtur veꝝ ſcd̄m ꝙ ſolet cōmuniter dici difficultas tn̄ ſolum eſſet ad nomē ꝓpterea melius eſt in his loqui cū ꝯmuniꝭ loquētibus quare in ſequētibus ſupponem9 illud requiri ad medietate3 arithmeticā. Preterea aduerte ꝙ aliqui ſolēt has medietates vocare ꝓportionalitates antiqui tn̄ nō ita loquuti ſunt ſed ſolū geometricā medietatē ꝓportionalitatē vocabāt. Hoc tn̄ ad nomen ꝯſiſtit nec ē cura ſiue omnes iſte medietates ꝓportionalitates vocentur ſiue non verum eſt tn̄ ꝙ iam a multis medietas arithmetica ꝓportionalitas arithmetica vocari ſolet ſicut ⁊ medietas geometrica. His ſuppoſitis euidenter conſtat qualiter illa p̄ma diffinitio intelligenda ſit ſi debeat eſſe bona.

¶ Circa diuiſionē aduerte ꝙ p̄me tres dicunꝭ principales medietates tū q2 antiqui p̄mit9 illas tres ſolū poſuerūt alie ꝟo fuerūt poſtea illis addite tum etia3 q2 alie vt in pluribus ex illis trib9 ortū hn̄t.

¶ Circa ſcd̄am diffinitionem aduerte ꝙ illa ſic intelligēda eſt medietas arithmetica eſt ordinatio aliquorum terminoꝝ inequaliū ita ſe hn̄tium ꝙ p̄mi ad ſcd̄m ⁊ ſcd̄i ad tertiū ⁊ ita deinceps ſi plures fuerint dr̃e ſūt equales. Et ꝓportionabiliꝭ poſſunt diffinitiones oēs intelligi Et ꝓpterea in eaꝝ expoſition. h9 nō op3 amplius inſiſtere. Exemplū hui9 diffinitionis patet ſi quotcūq3 nūeri plures duob9 ordinati in ſerie capiāt ſine īterruptiōe. Et ꝓpterea ꝗbuſcūq3 nūeris in hac medietate ꝓpoſitis ꝗtcūq3 plures illis poſt coꝝ maximū poſſūt addi ita ꝙ ſemꝑ quorūcumq3 duorū ꝓximoꝝ ſit eadem dr̃a.

¶ Pro ſcd̄a medietate q̄ geometrica medietas nūcupatur ſatis facile poſſūt hr̄i exēpla captis cū terminis aliquibus ꝯtinuo ꝓportionalibus illi ſecundum illam medietate3 ſunt diſpoſiti ⁊ ꝓpter hoc quotcumq3 numeri plures duobus poſſunt ſecundum hanc medietatem diſponi ita vt quorumcumq3 duorum ꝓximorum ſit eadem proportio maioris ad minus.

¶ Pro tertia medietate q̃ armonica ſiue muſica nũcupatur exemplũ pʒ in hĩs tribus .6.4.3. Et ſi petas an tribus diſpoſitis in hac medietate poſſunt plures ipſis ↄtinuari queadmodum in p̃mis duabus medietatibus. Pro hui⁹ ſolutione has duas ꝓpoſitiones notabis quarũ demonſtrationes ex ſequentibus apparebunt. Prima eſt poſſibile eſt quotcũq; numeros ſumere quorũ p̃mus ſcd̃s ⁊ terti⁹ ſcd̃m hãc medietatẽ ſint diſpoſiti ſimiliter ſcd̃s tertius ⁊ quart⁹ ſimiliter ⁊ terti⁹ quartus ⁊ quintus ⁊ ita deinceps ⁊ hoc ↄtingeret ſi quotcũq; numeris ſcd̃m Arithmeticã medietatem ordinatis inueniatur aliquis quẽ illi omnes numerãt de illis nũeris ꝑ quos illi talem numerarẽt. Scd̃a ꝓpoſitio nõ eſt poſſibile quattuor aut plures numeros ita diſponere ꝙ p̃mus ſcd̃s ⁊ tertius ſcd̃m hãc medietatẽ diſponãtur ſimilit̃ ſcd̃s tertius ⁊ quart⁹ ⁊ ꝙ maximi p̃morum triũ ad minimũ illorũ ſit ea ꝓportio que maximi aliorũ ad minimũ ſimilit̃ ⁊ dr̃e maximi p̃morum ad mediũ ad dr̃am mediĩ ad minimum eadẽ ſit ↄſimilis ꝓportio ſicut ↄſimilium differentiarũ in aliis hui⁹ demõſtratio inferius apparebit. Et ideo ſi hoc requireretur ad hoc ꝙ poſſent aliqui trib⁹ addi in cõtinua medietate armonica nõ poterit aliq̃s addi tribus in hac medietate diſpoſitis ſi autem aliud ſufficeret bñ poſſent plures addi ymo quocũq; numero dato ſcd̃m illum poſſent ſumi numeri in ↄtinua medietate armonica ſe habentes.

¶ Alie omnes diffinitiones aliarum medietatum manifeſte ſunt nec aliqua egent explanatione dum modo earum exempla habeantur.

¶ Prime igit̃ medietatum minus principaliũ exemplũ apparet in hĩs nũeris .6.4.1. ⁊ hec ab aliq̃bus ↄtraria geometrice nũcupatur eo ꝙ in geometrica maximi ad mediũ eſt ea ꝓportio q̃ dr̃e maiorũ ad dr̃am minorum in hac aũt oppoſito modo maximi ad mediũ eſt que dr̃e minorum ad dr̃am maiorũ ⁊ hec ex geometrica medietate ꝓcreatur ſicut apparebit licet nõ ex quacũq; ſed ex ea vbi minimus eſt maior differentia maiorum nec cum aliqua triũ principaliũ medietatum coincidit ita vt contingat tres numeros in hac medietate conſtitutos in aliqua illarum trium eſſe diſpoſitos.

¶ Scd̃e exemplum apparet in hĩs numeris .5.4.2. et hec etiã poteſt cõtraria geometrice dici q2 in geometrica mediĩ ad minimũ ⁊ dr̃e maiorum ad dr̃am minorum eſt eadẽ ꝓportio ibi aũt oppoſito modo mediĩ ad minimũ eſt q̃ dr̃e minorũ ad dr̃am maiorũ hec inſuꝑ ex quacũq; geometrica ꝓcreari põt nec cum aliqua trium medietatum principaliũ coincidit nec etiã cum p̃ma collateralium.

¶ Tertie exemplũ apparet in hĩs .6.4.3. ex quo exemplo ſatis apparet ꝙ ipſa cũ armonica medietate coincidit ſunt eñ illi tres nũeri in armonica medietate ſicut ⁊ in iſta ↄſtituti. Hec etiã ex geometrica medietate ortũ hʒ nõ tñ ex quacũq; ſed ex ea in qua medi⁹ eſt maior dr̃a maiorum. Hec inſuper non cum geometrica aut arithmetica medietate aut aliqua collateralium coincidere poteſt.

¶ Quarte exemplũ apparet ibi .6.4.2. Ex quo exemplo ſatis ↄſtat hãc cum arithmetica coincidere ex quo illi tres numeri ſunt etiã in arithmetica medietate cõſtituti. Hec ex quacũq; inequalitate oriri põt nec cũ geometrica armonica aut aliqua collateraliũ p̃terq; cũ quīta coincidit ⁊ in hac medietate neceſſariũ ẽ vt maxim⁹ ĩnarr⁹ ſit eq̃lis ↄpoſito ex medio ⁊ ex mĩmo put i duodecio demõſtrabit̃.

¶ Quinte exemplũ poteſt eſſe idẽ cum exemplo dato ꝓ quarta vñ ↄſtat hãc cum arithmetica ⁊ cum quarta iſtarũ collateraliũ ſimul poſſe coincidere ⁊ in hac medietate poterit maxim⁹ terminus eſſe eq̃lis ↄpoſito ex aliis non tñ vł illud opʒ quia iſti tres termini .7.6. et .4. ſunt in hac medietate diſpoſiti tñ non illo modo ſe habent. Et ſimile contingit quo ad hoc de arithmetica medietate hec ex quacũq; medietate geometrica ortum habet nec cum geometrica armonica aut alia collateralium ab ipſa p̃terq; cum quarta coincidere poteſt.

¶ Sexte exemplũ apparet ibi .6.5.3. ⁊ hec ex muſica medietate ortum hʒ ⁊ poteſt ipſi ↄtraria dici eo ꝙ in muſica medietate maximi ad minimũ eſt ea ꝓportio q̃ dr̃e maiorum ad dr̃am minorũ in hac aũt e diuerſo maximi ad minimum que differentie minorum ad differẽtiam maiorum. Hec inſuper cũ nulla principalium medietatum aut alia collateralium coincidit.

¶ Septime exemplũ apparet ibi .4.3.2. Ex quo apparet illã cuʒ arithmetica medietate coincidere ſũt eñ illi tres etiã in arithmetica medietate ↄſtituti. Hec inſuꝑ in quacũq; geometrica medietate ortũ hʒ nec cũ aliqua principaliũ p̃terq; cũ arithmetica nec aliqua collateraliũ p̃terq; cũ octaua coincidit.

¶ Octaue exemplũ idẽ eſt cum exemplo ſeptime. Unde cõſtat illã cũ arithmetica ſimiliter ⁊ cũ ſeptima collaterali coincidere in eodẽ exẽplo ⁊ ex quacũq; geometrica medietate ortũ hʒ nec cũ alia principalium medietatum p̃terq; cum arithmetica aut cum aliqua collateralium p̃terq; cũ ſeptima coincidere poteſt. Horum oĩm que ibi aſſumpta ſunt in .12. apparebunt demonſtrationes.

¶ Undecimi libri propoſitiones.

Si quotcunq; nũeri totidẽ alios equaliter numerẽt ⁊ numerantes ⁊ numerati ſint in aliqua medietate diſpoſiti erunt ⁊ aliĩ in eadem medietate conſimili ordine diſpoſiti.

¶ Sint a maximus b medi⁹ ⁊ c minimus ⁊ d dr̃a a ad b ⁊ e dr̃a b ad c ⁊ f dr̃a a ad c ⁊ a numerat h ꝑ g ⁊ b numeret k ꝑ g ⁊ c numeret l ꝑ g tũc ex .6. petitione h erit maior k ⁊ k maior l ſit ergo m dr̃a h ad k ⁊ n dr̃a k ad l ⁊ o dr̃a h ad l. Dico igitur ꝙ ſi a b c ſint in aliqua medietate ↄſtituti h k ⁊ l erunt in eadem medietate ↄſtituti ↄſimili ordine ⁊ e diuerſo ſi h k ⁊ l ſint in aliqua a b ⁊ c erũt in eadeʒ q2 ꝑ ſcd̃m correlarium .19. p̃mi m fiet ex d in g ⁊ n ex e in g ⁊ o ex f in g quare ꝑ p̃mũ correlarium .21. ſcd̃i h ad k vt a ad b ⁊ k ad l vt b ad c ⁊ m ad n vt d ad e ⁊ o ad m vt f ad d ⁊ o ad n vt f ad e ⁊ n ad m vt e ad d quacunq; igitur medietate data in qua ponantur a b ⁊ c aut h k ⁊ l conſtat ex terminis reliquos tres illorum in eadẽ conſimili ordine eſſe conſtitutos. Eadem eſt demonſtratio in quotcunq; pluribus.

1.co. ¶ Ex pñti cũ adiutorio pmi correlarij .13. pmi ꝯſtat ꝙ ſi idem nũerus nũeret quotcunq; diuerſos ꝑ totidem ⁊ illi numerati aut illi ꝑ quos ille nũerus numerat illos ſint in aliqua medietate diſpoſiti reliqui illorum erunt in eadem medietate conſimili ordine conſtituto.

2.co ¶ Patet vltra ꝙ ſi trium nũerorum pmi ad ſcōm ſit ea ꝓportio que pmi ad ſcōm aliorum trium ⁊ ſecundi ad tertiũ q̃ ſcōi ad tertium ⁊ illi tres aut alij tres ſint in aliqua medietate cõſtituti erunt ⁊ reliq̃ tres eoꝝ in eadem medietate ꝯſtituti. ¶ Nã tres minimi in ꝯtinuatione ꝓportionum illoꝝ ꝑ .25. tertij numerabunt illos tres quiſq; ſuum correſpondentem equaliter ⁊ numerabunt etiam alios tres quiſq; ſuũ correſpondentem equaliter quare ex preſenti ſi illi tres aut alij tres ſint in aliqua cõſtituti illi minimi erunt in eadem conſtituti. Et ex pñti per preſentem reliqui tres illorum erunt in ea dem.

3.co ¶ Pꝫ vltra ꝙ ſi quotcũq; nũri ꝑ eũdẽ adequate diuidãtur ⁊ illi diuiſi aut ꝓuenientes ſint in aliqua medietate ꝯſtituti erũt ⁊ reliqui ipſoꝝ in eadẽ ꝯſimili ordine ꝯſtituti. Nã ex terminis ⁊ ex petitione illi ꝓuenientes numerabũt illos diuiſos ꝑ diuiſorẽ quo habito ex preſenti conſtat propoſitum.

2 ¶ Si diſponantur tres nũeri in arithmetica medietate erit ꝯpoſitus ex maximo ⁊ mĩno dupl⁹ medij.
¶ Nã ex terminis maxim⁹ ⁊ minimus erũt equidiſtãtes a medio quo hĩto ex .5. pmi ꝯſtat ꝓpoſitum.

Co. ¶ Ex hac conſtat ꝙ impoſſibile eſt trium numerorum in hac medietate diſpoſitorum maximi ad medium eſſe duplã proportionem aut maiorem.

9 ¶ Tribus nũeris in hac medietate diſpoſitis quod fit ex vno extremorũ in reliquum cũ eo quod fit ex dr̃a maximi ad mediũ in dr̃am minimi ad medium equum eſt quadrato medij. Et ꝯpoſitus ex quadratis extremorum duplus ꝯpoſiti ex quadrato medij ⁊ ex quadrato dr̃e maximi ad medium.
¶ Quia ex precedenti compoſitus ex duobus extremis illorũ eſt duplus medij poterit ergo vna diuiſione diuidi in duo equalia medio ⁊ alia in duo inequalia ſcꝫ in illa duo extrema quo facto ex .28. pmi conſtat pmum. Et ex .30. eiuſdem ſecundum.

Co. ¶ Et hac pꝫ ꝙ in caſu ipſius ex quolibet extremorum in reliquum minus fit q̃ ex medio in ſe.

4 ¶ Datis duob⁹ nũeris ineq̃lib⁹ an terti⁹ inter eos poſſit ſcōm hãc medietatẽ ſituari ꝯtigit inueſtigare.
¶ Nã datis talibus ſi ꝯpoſitus ex ipſis ſit impar nõ poterit tertius ſcōm hãc medietatem ſituari aliàs eñ cum ille ꝯpoſitus nõ habeat medietatẽ accideret oppoſitũ ſcōe huius. Si aũt ꝯpoſitus ex illis ſit par dico ꝙ medietas eius poterit inter illos ſcōm hãc medietatem ſituari qȓ ꝑ .5. pmi illi duo erunt equidiſtãtes ab illa medietate quo habito ex terminis conſtat propoſitum.

Co. ¶ Ex hac ꝯſtat ꝙ inter quoſcunq; duos pares inequales mediat aliquis arithmetice ſimiliter ⁊ inter quoſcunq; duos impares inequales puta medietas cõpoſiti ex illis quia per .4. et .6. ſeptimi cõpoſitus ex quibuſcunq; duobus talibus eſt par.

5 ¶ Si quattuor numeri ſecundum hanc medietatem diſponantur erit cõpoſitus ex duobus extremis equalis compoſito ex duobus medijs.
¶ Hec nõ ſolum verũ habet ſi illi in hac ita diſponãtur ꝙ primi ad ſcōm ſit ea dr̃a que ſcōi ad tertiũ ⁊ que tertij ad quartum verum etiã ſi ita diſponãtur ꝙ pmi ad ſcōm ſit que tertij ad quartũ ſed ſcōi ad tertium non ſit q̃ tertij ad quartũ qȓ tunc ex terminis duo medij equaliter intercipiẽtur inter duos extremos quo habito ex .6. pmi conſtat ꝓpoſitum. ¶ Hic aduerte ꝙ vbi plures termini diſponuntũr ſecundum hanc medietatem primo modo apud aliquos vocãtur continuo proportionales arithmetice ⁊ vbi ſecundo modo diſcõtinuo proportionales arithmetice.

6 ¶ Quattuor numeris inequalibus in hac medietate diſpoſitis ſiue ꝯtinuo ſiue diſcontinuo cuiuſlibꝫ extremorũ ad quẽlibet inter mediorũ erit ea dr̃a q̃ reliqui medioꝝ ad reliquum extremorũ. Et ex vno extremoꝝ in reliquũ ⁊ dr̃a maximi oĩm ad maximum mediorum indifferentiam maximi omniũ ad minimum mediorum tm̃ fiet ſicut ex vno mediorum in reliquum.
¶ Quia ꝑ p̃cedẽtem ꝯpoſitus ex duobus extremis eſt equalis ꝯpoſito ex inter medijs poterit ergo ille duplici diuiſione in duo inequalia diuidi vna in duos extremos ⁊ altera in duos inter medios quo taliter diuiſo per .7. pmi conſtat pmum. Et ꝑ .29. eiuſdem conſtat ſecundum.

Co. ¶ Ex hac ꝯſtat ꝙ in caſu ipſius ex vno extremorum in reliquũ minus fit q̃ ex vno medioꝝ in alteꝝ.

7. ¶ Si tres termini in hac medietate diſponãtur cuiuſlibet extremorum ad medium eſt minor ꝓportio q̃ medij ad reliquum. Et ſi quattuor ſi continuo ſiue diſcontinuo cuiuſlibet extremorum ad quemlibet mediorum eſt minor proportio q̃ reliqui mediorum ad reliquum extremorum.
¶ Hec p̃cedit de quibuſcũq; terminis in hac medietate diſpoſitis ſiue ſint numeri ſiue nõ pmũ igitur pꝫ qȓ ꝑ correlarium .3. huius tunc ex vno extremorũ in reliquũ minus fit q̃ ex medio in ſe ducto ꝑ ſcōm correlarium ergo .45. ſcōi ꝯſtat pmum. Scōm pꝫ qȓ ꝑ correlarium p̃cedẽtis ex vno extremorũ in reliquũ min⁹ fiet q̃ ex vno medioꝝ in reliquũ q̃ ex pmo correlario .45. ſcōi ꝯſtat ſecundum.

8 ¶ Si diſponãtur quattuor termini ſcōꝫ hãc medietatẽ ꝯtinuo a mĩmo inchoãdo maior erit exceſſus proportionis ſcōi ad pmum ſupra ꝓportionem tertij ad ſcōm q̃ ꝓportionis tertij ad ſecundum ſupra proportionem quarti ad tertium.
¶ Hãc pmo demonſtrabo in quãtitatibus ꝯtinuis. Et ex ꝯſti apparebit eius demõſtratio in numeris. Sint igitur a b c d quattuor quãtitates ꝯtinue in hac medietate ꝯtinuo ordinate quarũ a ſit minima ⁊ b poſt ipſã ⁊ c poſt b ⁊ d maxima ⁊ e dr̃a ꝯmunis b ad a ⁊ c ad b ⁊ d ad c tunc ex p̃cedenti ꝓportio b ad a maior eſt q̃ c ad b ⁊ c ad b maior q̃ d ad c. Dico ergo ꝙ exceſſus proportionis b ad a ſupra proportionem c ad b maior eſt exceſſu ꝓportionis c ad b ſupra ꝓportionem d ad c ſit eñ f ita ſe hñs ad b ſicut b ad a erit tunc f ad b maior ꝓportio q̃ c ad b ergo ꝑ pmum correlarium .5. ſcōi f eſt maior c ⁊ cũ c etiã ſit maior b ꝓportio f ad b adequate ꝯponetur ex ꝓportionibus f ad c ⁊ c ad b ⁊ ꝑ ꝯñs excedet ꝓportionem c ad b ꝑ ꝓportionem f ad c quare ⁊ ꝓportio b ad a ꝑ eãdẽ excedet illã ſit ergo g exceſſus

f ſupra b quē ꝯſtat eſſe maiorē e q̄ꝛ adeq̄te ꝯponiꝫ ex exceſſib⁹ c ſupra b ⁊ f ſupra e ſit g̃ reſidua ps g p̄t e ipſa h quā ꝯſtat eē exceſſū f ſupra e ⁊ ſic k ita ſe hñs ad e vt e ad b ꝯſtat tūc ꝙ maior ē ꝓportio k ad c q̄ꝫ d ad c ⁊ ꝑ ꝯñs ꝑ p̄mū correlariū .5. ſcd̄i k eſt maior d quare ꝓportio k ad c excedet ꝓportionē d ad c ꝑ ꝓportionē k ad d q̄re ⁊ ꝓportio e ad b ꝑ eādē excedet illā ſit g̃ l exceſſ⁹ k ſupra c quē ꝯſtat eē maiorē e reſidua g̃ ps ei⁹ p̄ter e ſit m quā ꝯſtat eſſe exceſſū k ſupra d q̄ꝛ igr̄ f tot⁹ ad b totū eſt ea ꝓportio q̄ b detracti ex f ad a detractū ex b ꝑ .26. ſcd̄i g reſiduū f ad e reſiduū b erit q̄ f ad b q̄re ⁊ q̄ b ad a ⁊ ꝑ idē q̄ꝛ k tot⁹ ad e totū eſt q̄ e detracti ex k ad b detractū ex e ꝑ eādē ſcd̄i l ad e erit q̄ k ad b quare ⁊ q̄ e ad b cū igr̄ ꝓportio b ad a ſit maior q̄ꝫ e ad b erit g ad e maior l ad e g̃ ꝑ p̄mū correlariū .5. ſcd̄i g erit maior l ⁊ cū e vna ps g ſit eq̄lis e vni p̄ti l h reſidua ps g erit maior m reſidua l erit igr̄ exceſſ⁹ f ſupra e maior exceſſu k ſupra d cū igr̄ e ſit minor d ꝑ p̄mū correlariū .36. ſcd̄i ꝓportio f ad e q̄ ꝓbata eſt exceſſ⁹ ꝓportiōis b ad a ſupra ꝓportionē e ad b erit maior ꝓportione k ad d q̄ ꝓbata eſt exceſſ⁹ ꝓportionis e ad b ſupra ꝓportionē d ad e ꝯſtat igr̄ ꝓpoſitū i q̄titatib⁹ ꝯtinuis. Mꝫ iā i nūeris faciłe ē illō oſ͞dere. Sint eñ a b c d q̄tuor nūeri ꝯtr̄ i hac medietate diſpoſiti q̄rū a ſit mim⁹ ⁊ b poſt ip̄m ⁊ c poſt b ⁊ d eorꝫ maxim⁹ dico igr̄ ꝙ ꝓportio b ad a ꝑ maiorē exceſſū excedit ꝓportionē c ad b q̄ꝫ ꝓportio c ad b excedat ꝓportionē d ad c ſit eñ e q̄cūꝗ quātitas ꝯtinua quā duco in illos q̄tuor ſeorſū ⁊ ordinati icipiēdo ab a ⁊ ꝓueniāt ordinatim f g h k erit tūc ex .9. petitione ad alia quā ad nūeros aplicata erit g maior f ⁊ h maior g ⁊ k maior h ⁊ ꝑ .4. correlariū .19. p̄mi exceſſ⁹ g ſupra f erit idē cū exceſſu h ſupra g ⁊ k ſupra h q̄re ꝑ p̄ſitē ꝓportio g ad f ꝑ maiorē exceſſū excedet ꝓportionē h ad g q̄ꝫ ꝓportio h ad g excedat ꝓportionē k ad h cū igr̄ ꝑ .21. ſcd̄i ꝓportio g ad f ſit q̄ b ad a ⁊ h ad g q̄ c ad b ⁊ k ad h q̄ d ad c ꝓportio b ad a ꝑ maiorē exceſſū excedet ꝓportionē c ad b q̄ꝫ ꝓportio c ad b excedat ꝓportione d ad c q̄d ē ꝓpoſitū ptꝫ igr̄ totū ꝓpoſitiōis ꝓpoſitū. ¶ Hāc ꝯcłone nitiꝛ calculator ad logū demōſtrare vt̄r i ep̄lo de loco elemēti nō tñ eā demōſtrat eo mō q̄ p̄dixit q̄ꝛ p̄ſupponiꝛ i ei⁹ ꝓceſſu hec ꝯcło. Si tot⁹ ad totū ſit ea ꝓportio q̄ detracti ad detractū erit reſiduū ad reſiduū q̄ tot⁹ ad totū ⁊ hec nō demōſtraꝛ ab ipſo.

1.co. ¶ Ex hac ꝯſtat ꝙ ſi quotcūꝗ t̄mini plures trib⁹ ſcd̄ꝫ hāc medietatē diſpōnanꝛ vocādo p̄mū minimū cuiuſlibꝫ ſequētis ad p̄rimū p̄cedētē ip̄m ꝓportio ꝑ maiorē exceſſū excedet ꝓportionē p̄rimi ſequētis ipꝫ ad ip̄m imediate q̄ꝫ ꝓportio alicui⁹ ſequētis ipꝫ ad p̄rimū p̄cedētē illū excedat ꝓportionē p̄rimi ſequētis illū ſequētē ad ip̄m imediate ſi fuerint tales ſequētes. Hoc ex p̄ſiti ⁊ a fortiori arguēdo manifeſte ſequitur

2.co ¶ Patet vltra ꝙ ſi fuerint duo inequalia ⁊ quarta ps exceſſ⁹ ipſorū auferaꝛ a maiori ⁊ addaꝛ minori ꝓportio maioris ad minus decreſcet magis q̄ꝫ ad ſubduplū ſint eñ a min⁹ ⁊ e mai⁹ talia duo ⁊ b addat ſupra a quartā p̄tē exceſſ⁹ e ad a ⁊ c tm̄ addat ſupra b ⁊ d tm̄ ſupra c ꝯſtat tūc e tm̄ adequate addere ſupra d quare ꝑ correlariū p̄cedentis ꝓportio b ad a maiorē exceſſū addet ſupra ꝓportionē c ad b q̄ꝫ ꝓportio d ad c ſupra ꝓportionem e ad d et ꝑ ꝯñs ꝑ .24. quinti ꝓportio ꝯpoſita ex ꝓportionibus e ad d ⁊ b ad a erit maior q̄ꝫ ꝯpoſita ex ꝓportionibus c ad b ⁊ d ad c ⁊ per ꝯñs erit maior ps q̄ꝫ medietas ꝯpoſite ex illis omnib⁹ ſed ꝓportio e ad a eſt ex illis omnib⁹ adequate cōpoſita ergo eſt maior ps q̄ꝫ medietas ꝓportiōis e ad a mō aufferēdo ex e quartā p̄tē exceſſ⁹ illi⁹ ſupra a ⁊ addēdo illā ipi a minoraret ꝓportio e ad a ꝑ ꝓportionē ꝯpoſitā ex ꝓportionib⁹ e ad d ⁊ b ad a q̄ꝛ ex e ſolū remaneret d ⁊ ex a fieret b ergo ꝑ illud ꝓportio illa minorabitur magis q̄ꝫ ad ſubduplum quod eſt propoſitum.

3.co ¶ Ptꝫ vltra ꝙ ſi minor duoꝝ inequaliū ſit maior medietate exceſſ⁹ maioris ſupra ipꝫ ⁊ ex ipſo aufferaꝛ medietas exceſſ⁹ maioris ſupra ipꝫ ⁊ addaꝛ maiori ꝓportio maioris ad illō min⁹ maiorabit magis q̄ꝫ ad duplū. ¶ Nā ſi ſint a minus ⁊ b mai⁹ duo inequalia taliter ſe hñtia ⁊ ſit e mai⁹ a ꝑ medietatem exceſſus b ſupra a ⁊ d ſit ꝑ eundē exceſſū minor a ⁊ e ꝑ eundem ſit maior b erūt tunc d a c b ⁊ e quinꝗ terminū ꝯtinuo in hac medietate diſpoſiti quare ꝑ p̄cedens correlariū ꝓportio e ad d erit maior q̄ꝫ dupla ad ꝓportionem b ad a q̄ꝛ aufferendo quartā p̄teꝫ exceſſus e ſupra d ex ipſo e ⁊ addendo illā ipſi d efficeretur e equalis b ⁊ d equalis a cum igitur ex ypotheſi aufferendo medietatem exceſſus b ſupra a ⁊ illā addendo b efficeretur b equalis e ⁊ a equalis d conſtat ꝙ illo facto proportio b ad a eſſet maior quam dupla ad proportionem que prius erat b ad a vnde conſtat propoſitum.

9 ¶ Quacumꝗ proportione rationali inequalitatis data contingit tres numeros in hac medietate diſponere inter quorum extremos illa reperiatur.

¶ Sit a nūeri ad b nūeꝝ q̄cūꝗ talis ꝓportio data ⁊ ſit c dupl⁹ a ⁊ d dupl⁹ b erit tūc ex t̄minis ⁊ ex p̄mo correlario .21. ſcd̄i c ad d vt a ad b cū igr̄ ex t̄minis a ſit ieq̄lis b erit ex p̄ma ſcd̄i c ieq̄lis d ⁊ q̄ꝛ ex t̄minis ⁊ ex ypotheſi c ⁊ d ſint ābo pares ⁊ ꝓbati ſūt ieq̄les ꝑ correlariū .4. h⁹ medietas cōpoſiti ex c ⁊ d q̄ ſit f erit medi⁹ ſcd̄m hāc medietatē int̄ c ⁊ d. Dico igr̄ c f ⁊ d eſſe nūeros q̄ſitos. Nā illi ꝓbati ſunt in hac medietate diſpoſiti ⁊ ꝓportio c ad d extremorum illorum trium probata eſt que illa data.

10 ¶ Quibuſcumꝗ tribus numeris in hac medietate diſpoſitis ſi diſponantur alij tres in eadem quorum maximi ad minimum ſit ea proportio que medij primorum ad differentiam communem ipſorum erit medij vltimorum ad d̄fam communem ipſorum ea proportio que maximi ad minimum primorum.

¶ Sint a maxim⁹ b medi⁹ ⁊ c mim⁹ tres nūeri ſcd̄m hac medietatē diſpoſiti ⁊ cōis d̄ra a ad b ⁊ b ad c ſit d ⁊ ſit f maxim⁹ g medi⁹ ⁊ h mim⁹ alij tres in eadēꝫ diſpoſiti ⁊ l d̄ra cōis f ad g ⁊ g ad h ⁊ f ad h ſit ea ꝓportio q̄ b ad d. Dico tūc g ad l eſſe eandē q̄ a ad c ſit eñ k tota d̄ra f ad h quam ꝯſtat eſſe duplā ad l ⁊ ſit m compoſitus ex f ⁊ h qui per .2. huius erit duplus ad g cōſtat tunc ex primo correlario .21. ſecundi g ad l eſſe candem ꝓportionem que m ad k ⁊ quia b ad d eſt que f ad h per coniunctam ꝓportionalitatem a compoſiti ex b ⁊ d ad ipſum d erit que m compoſiti ex f ⁊ h ad ipſum h ⁊ quia iterum b ad d eſt ea que f ad h permutatim b totius ad f totū erit que d detracti ad h detractuꝫ ergo per .25. ſecundi c reſidui ad k reſiduum erit que b ad f quare d ad h erit que c ad k ergo permutatim d ad c que h ad k ſed a ad d ꝓbata eſt que m ad h ergo per equam proportionalitatem directam m ad k erit que

a ad c cum igitur g ad l ꝓbata ſit que m ad k erit g ad l que a ad c quod eſt propoſitum.

11 ¶ Tribus numeris in hac medietate diſpoſitis maximi ad minimū eandem eſſe proportionē que me- dij ad dfam ipſorum communem eſt impoſſibile maiorē vero ſiue minorem eſt poſſibile.

¶ Sint a maxim⁹ b medi⁹ ⁊ c minim⁹ tres nūeri in hac medietate diſpoſiti ⁊ d dfa cōis a ad b ⁊ b ad c. Tunc dico primo q̄d impoſſibile eſt a ad c eā eſſe ꝓportionē q̄ b ad d. Dico ſcd̄o ꝙ poſſibile eſt a ad c eſſe maiorē q̄ b ad d. Dico tertio ꝙ poſſibile eſt eſſe minorē. Primū ptꝫ qꝛ dato oppoſito ſit c dupl⁹ d quē ꝯſtet eſſe dfam a ad d tūc ꝑ .4.3. ſcd̄i ex a in d tm̄ fiet ſicut ex c in b ſꝫ hoc eſt impoſſibile qꝛ ex q̄ a adeq̄te reſultatex c ⁊ c ꝑ .16. ꝑmi ex a in d tm̄ fiet ſicut ex c in d ⁊ ex c in d ⁊ ꝑ .23. eiuſdē ex b ī c tm̄ ſicut ex c in ſe ⁊ ex c in d quare q̄d ſit ex c in d equū erit ei q̄d ex c i ſe ergo ꝑ ꝑmū correlariū .4.3. ſcd̄i ꝓportio c ad c erit q̄ c ad d ⁊ ꝑ ꝯñs ꝓportio c ad d q̄ eſt dupla adeq̄te pōt diuidi in ꝓportiones c ad c ⁊ c ad d eq̄les in nūeris repibiles q̄d eſt ꝯtra nonū correlariū .12. quarti nō ḡ poterit a ad c eē q̄ b ad d q̄d eſt ꝑmū. ¶ Scd̄m ptꝫ qꝛ ſi eū toto caſu c ſit vnitas erit maior ꝓportio a ad c q̄ b ad d qꝛ ꝑ .4. ſcd̄i a ad c erit maior q̄ b ad c ſi ḡ d ſit vnitas ſicut ⁊ c erit a ad c maior q̄ b ad d ⁊ ſi maior vnitate erit ꝑ eandē ſcd̄i b ad c maior q̄ b ad d ḡ a fortiori a ad c maior q̄ b ad d ptꝫ igr̄ ſcd̄m. ¶ Tertiū ptꝫ qꝛ ſi c ſit maior vnitate ⁊ d dfa ꝯmunis b ad c ⁊ a ad b ſit vnitas ꝓportio b ad d erit maior dupla ex quo b eſt maior binario ⁊ proportio a ad c non poterit eſſe maior dupla ex quo differentia a ad c nō eſt ma- ior binario ⁊ c eſt binarius vel eo maior patet igitur tertium.

12 ¶ Quacumqꝫ proportione maioris inequalitatis data contingit tres numeros ſecundum hanc me- dietatem diſponere vbi exceſſus proportionis maximi ad minimum ſupra proportionem medij ad dif- ferentiam ipſorum communem ſit maior illa data.

¶ Sit a ad b quecumqꝫ multiplex maior illa maioris inequalitatis data quecumqꝫ fuerit ⁊ c compo- ſitus ex a ⁊ b cui addatur a ⁊ fiat d erit tunc a dfa cōmunis d ad c ⁊ c ad b quare d c b ſūt tres termi- ni in hac medietate diſpoſiti. Dico ergo ꝙ illi tres termini ſunt queſiti. Nā exceſſus ꝓportionis d ad b ſupra ꝓportionē c ad a eſt maior ꝓportione a ad b qꝛ ꝓportio c ad b addit ſupra ꝓportionē c ad a ꝓ- portionem a ad b modo ꝓportio d ad b maior eſt ꝑ .4. ſcd̄i q̄ c ad b ḡ illa maiorē ꝓportionē addet ſu- pra ꝓportionem c ad a q̄ ꝓportio a ad b ⁊ a fortiori q̄ ſit illa data vñ conſtat propoſitum.

13 ¶ Si maximus trium numerorum in hac medietate diſpoſitorum ſit duplus minimi erit medius tri- plus ad dfam ipſorum cōmunem ⁊ econuerſo. Et ſi maior duplo erit medius minor q̄ triplus ad illam dfam ⁊ econuerſo ⁊ ſi minor q̄ duplus erit medius maior q̄ triplus ad illam ⁊ econuerſo.

¶ Sint a maximus b medius ⁊ c minimus in hac medietate diſpoſiti ⁊ d dfa ipſorum ꝯmunis c aūt ſit duplus d quem conſtat eſſe dfam a ad c ⁊ ſit primo a duplus c. Tunc dico ꝙ b eſt triplus ad d. Nā tunc c eſt equalis c ⁊ per ꝯñs duplus ad d cum igitur b addat ſemel d vltra c per .18.10. ꝓportio b ad d erit tripla. Sit ſecundo b triplus d tunc dico ꝙ a eſt duplus c quia cū b vltra c addat preciſe ſemel ipſum d erit c duplus d ⁊ per ꝯſequens equalis c differentie a ſupra c ergo a erit duplus c. Sit tertio a maior duplo c tunc dico ꝙ b eſt minor triplo d quia tunc c erit maior c ⁊ per conſequens c erit minor duplo d cū igitur b preciſe ſemel addat d vltra c erit b minor triplo d. Sit quarto b minor triplo d tūc dico ꝙ a eſt maior duplo c. Quia poſt q̄ b vltra c preciſe addit d ⁊ eſt minor q̄ triplus ad d erit c mi- nor q̄ duplus ad d ⁊ per conſequens minor c exceſſu a ſupra c ⁊ per conſequens a eſt maior duplo c. Sit quinto a minor duplo c tūc dico ꝙ b eſt maior q̄ triplus ad d quia ſi ſit triplus aut minor q̄ tripl⁹ ad d accideret oppoſitum ſecunde aut quarte partis huius. Sit ſexto b maior triplo d. Tunc dico ꝙ a eſt minor duplo c. Nā ſi ſit duplus c aut maior duplo c accideret oppoſitū ꝑme aut tertie ꝑtis hui⁹.

14 ¶ Quibuſcūqꝫ ꝓportionibus inequalitatis rationalibus datis ꝯtingit ſcd̄m quālibet illaꝝ ſumere terminos inter quos medius ſcd̄m hanc medietatem reperiet̄ ⁊ erit vtrobiqꝫ communis dfa eadem

¶ Sint a ⁊ b minimi termini alicuius ꝓportionis inequalitatis date ⁊ c ⁊ d minimi alterius inequa- litatis date ⁊ e differentia a ad b ⁊ f differētia c ad d ⁊ ſit g quicūqꝫ par quem numeret e ſecundum h ⁊ f ſcd̄m k ⁊ duco a ⁊ b ſeorſum in h ⁊ fiant l ⁊ m duco inſuper c ⁊ d ſeorſum in k ⁊ fiant n ⁊ o tunc per 21. ſcd̄i ꝓportio l ad m erit que a ad b ⁊ n ad o que c ad d ⁊ per .19. ꝑmi dfa l ad m erit g qui ſit ex dfa a ad b in h ⁊ per eandem g erit differentia n ad o cum igitur g ex ypotheſi ſit par addita medietate g minori illorum l ⁊ m erunt l ⁊ ille proueniens ⁊ m in hac medietate diſpoſiti ⁊ inter extremos illorum prima ꝓportio data ⁊ cōſimiliter addendo medietatem g minori illorū n o/n ⁊ ille ꝓueniens ⁊ o erunt in hac medietate diſpoſiti ⁊ inter extremos erit ea ꝓportio q̄ inter c ⁊ d ⁊ dfa cōis primorū triū erit que dfa cōis vltimorum trium ⁊ de quotcūqꝫ plurib⁹ ꝓportionib⁹ ꝯſimiliter pōt demōſtrari ꝓpoſitū.

15 ¶ Quacūqꝫ ꝓportione inequalitatis data ſimiliter ⁊ quocūqꝫ nūero dato ꝯtingit quotcūqꝫ nūeros in hac medietate ordinare int̄ quoꝝ extremos ſit illa ꝓportio data ⁊ eoꝝ dfa ſit maior illo nūero dato.

¶ Sit a ad b quecumqꝫ ꝓportio inequalitatis data ⁊ eeorum dfa ⁊ d quicumqꝫ numerus datus pro- poſitumqꝫ ſit quotcumqꝫ numeros ſcd̄m hanc medietatē diſponere inter quorum extremos ſit pro- portio a ad b ⁊ eorum dfa cōmunis ſit maior d ⁊ ſit c quicumqꝫ numerus ſecundum quē libeat tales ordinare multiplico a ⁊ b ſecundum numerum vno minorem c ⁊ fiant f ⁊ g conſtat tunc ex .19. primi ꝙ ex c dfa a ad b in eundem numerum fiat differentia f ad g totiens ergo illa reperiatur in d differētia f ad g quot ſunt vnitates in minori c ſola vnitate quare addendo c minori illorum ⁊ poſtea compoſito addendo iterum c ⁊ ita deinceps cum deueniatur ad f erūt ſumpti tot numeri ſcd̄m hanc medietatem diſpoſiti quot ſunt vnitates in c ⁊ duo extremi erunt f ⁊ g ⁊ per .21. ſecundi f ad g erit ea proportio q̄ a ad b duco igitur h quemlibet numerū maiorē d in f ⁊ g ⁊ omnes alios inter medios prouenient tot numeri quot ſunt illi ⁊ per primum correlarium .19. primi illorū omnium continuo ſumptorū differētie erunt equales quare erūt tot ordinati ſcd̄m hāc medietatem quot ſūt vnitates in d ⁊ ꝑ .21. ſcd̄i vnius

extremi ad alterū erit ea ꝓportio que f ad g quare ⁊ que a ad b eſt igr̄ eoꝝ dr̃a debeat eſſe equalis h vel maior h erit ex ꝯſti maior d erūt ergo illi nūeri quoꝝ p̄ſis inuentionē ꝓponit ꝯſtat igr̄ ꝓpoſitum.

16 ¶ Quotcumqꝫ numeris in hac medietate diſpoſitis totidēqꝫ alijs ſcḋm eadem medietatē eandem dr̃am ſeruātes ſūptis minoribus ꝙ̄ maioribus additis equales numeros ꝑuenire neceſſe eſt.

¶ Sint a b c d quotcūqꝫ nūeri ſcḋm hāc medietatē ordinatim diſpoſiti quoꝝ a ſit mīm⁹ ⁊ e f g h ſint totidē in eadē medietate diſpoſiti ordinatim quoꝝ e ſit maxim⁹ ⁊ ſit eoꝝ dr̃a cōis ea ꝙ̄ alioꝝ dico tūc ꝯpoſitum ex a ⁊ e eſſe equalem ꝯpoſito ex b ⁊ f ⁊ ꝯpoſito ex c ⁊ g ſimiliter ⁊ cōpoſito ex g ⁊ h qꝛ e tm̄ addit ſupra f ꝙ̄tum b addit ſupra a ergo per primum correlarium.6.primi ꝯpoſitus ex a ⁊ e erit equalis compoſito ex b ⁊ f. Et conſimiliter patet de alijs patet igitur propoſitum.

17 ¶ Si quotcumqꝫ numeris in hac medietate diſpoſitis totidem equales addātur vel ab eis auferantur erunt compoſiti ⁊ remanentes in eadem medietate diſpoſiti.

¶ Si enī illis addātur equales ex ſcḋa p̄mi ꝯpoſitoꝝ erit eadem dr̃a ꝙ̄ illoꝝ. Et ſi ex eis auferatur ex p̄mo correlario illius remanentium erit eadem dr̃a que illorum totum igitur unde ꝯſtat ꝓpoſitum.

18 ¶ Si a quotcumqꝫ equalibus totidem in hac medietate diſpoſiti auferātur ⁊ ex quolibet eorum aliquid remanſerit erunt remanentes in eadem medietate diſpoſiti.

¶ Quia per.4.primi eadem erit differentia remanentium ⁊ ablatorum vnde conſtat propoſitum.

19 ¶ Si quotcumqꝫ numeris in hac medietate diſpoſitis totidem alij eiuſdē medietatis minores minoribus ⁊ maiores maioribus addantur ꝑuenient compoſiti in eadem medietate diſpoſiti.

¶ Sint a b c numeri in hac medietate diſpoſiti quoꝝ a ſit maxim⁹ ⁊ ſint d e f in eadē medietate diſpoſiti quoꝝ a ſit etiā maxim⁹. Dico tūc ꝯpoſitū ex a ⁊ d ⁊ ꝯpoſitū ex b ⁊ e ⁊ ꝯpoſitū ex c ⁊ f eſſe in eadem medietate diſpoſitos. Nā ſi dr̃e a ſupra b ⁊ d ſupra e auferātur a toto a d qḋ remanebit erit equale toti b e ergo dr̃a toti⁹ a d ſupra totū b e erit ꝯpoſita ex illis duab⁹ differentijs ⁊ ꝑ idē dr̃a toti⁹ b e ſupra totū c f erit ꝯpoſita ex duab⁹ differentijs b ad c ⁊ e ad f cum igitur ex ypotheſi ille due ſint equales illis duabus erunt dr̃e illorum ꝯpoſitorum equales ⁊ per ꝯn̄s ipſi ſecūdum hanc medietatem diſpoſiti quod eſt propoſitum. In quotcumqꝫ pluribus conſimiliter conſtat propoſitum.

20 ¶ Si a q̄tcūqꝫ nūeris ſcḋz hāc medietatē ordinatis totidē alij ſcḋz eādē medietatē diſpoſiti minores a minorib⁹ ⁊ maiores a maiorib⁹ auferāt̄ ꝙ̄ remanebūt erūt eq̄les aut ſcḋz eādē medietatē diſpoſiti.

¶ Sint a maxim⁹ b medi⁹ ⁊ c minim⁹ quotcūqꝫ numeri ſcḋm hāc medietatē ordinati ⁊ ſint d maxim⁹ ⁊ e medius ⁊ f minimus totidē alij minores illis ſcḋm eandē medietatem ordinati ⁊ hijs ſubſtractis ex illis remaneant ordinatim g h k. Dico tunc g h k eſſe equales aut in hac medietate diſpoſitos. Dato enī oppoſito ſi g ⁊ h ſint equales ⁊ h ⁊ k inequales tunc dr̃a toti⁹ h e qui eſt b ad totū f k qui eſt c erit ꝯpoſita ex dr̃a e ad f ⁊ h ad k qꝛ ſi ꝯpoſita ex illis differentijs ſubſtrahatur ab illis efficientur equalia illis ⁊ per.2.primi dr̃a totius g d qui eſt a ad totū h e erit dr̃a d ad e ⁊ ꝑ ꝯn̄s dr̃a a ad b erit minor dr̃a b ad c qḋ repugnat ypotheſi non ergo poterit g eſſe equalis h ⁊ h inequalis k ⁊ ꝑ idem non poterit h eſſe equalis k ⁊ inequalis g erit igitur g inequalis h ⁊ h inequalis k ſimiliter ⁊ eorū dr̃e inequales ⁊ per ꝯn̄s compoſitum ex dr̃a g ad h ⁊ ex dr̃a d ad e erit inequale cōpoſito ex dr̃a h ad k ⁊ ex dr̃a e ad f cum igitur p̄mum ꝯpoſitum ſit dr̃a totius g d qui eſt a ad totum h e qui eſt b ⁊ ſecūdum compoſitum ſit dr̃a totius h e qui eſt b ad totum k f qui eſt c erit dr̃a a ad b inequalis dr̃e b ad c quod repugnat ypotheſi. In quotcumqꝫ pluribus conſimiliter omnino oſtendatur propoſitum.

21 ¶ Quotcumqꝫ numeris in hac medietate diſpoſitis ſumam cōpoſiti ex omnibus contingit reperire.

¶ Quod hec ꝓponit ꝑ regulā ꝓgreſſionis inuenitur ꝙ̄ eſt hec. Si quotcumqꝫ numeri inter quorum ꝓximos continuo eadem eſt dr̃a coaceruētur tunc ſi illi ſumātur in numero impari cōpoſitus ex illis omnibus erit equalis illi qḋ ꝓducetur ex medio illorum in numerū illorum omniū. Et ſi illi ſumantur in nūero pari ꝯpoſitus ex illis omnib⁹ erit equalis illi qḋ fiet ex ꝯpoſito ex duob⁹ medijs illoꝝ in medietatē nūeri illorū ſimiliter ⁊ ꝓducto ex ꝯpoſito ex extremis illorū in medietatē nūeri illoꝝ. Primo ꝑs ptꝫ qꝛ tunc ꝑ p̄mū correlariū.14.ſeptimi erit aliquis medi⁹ illorū añ quē ſumēt̄ tot minores ſicut ſumunt̄ poſt ipm̄ maiores ⁊ illi⁹ ad maximū minimoꝝ ſumptoꝝ añ ex ypotheſi erit ea dr̃a ꝙ̄ illi⁹ ad minimū maioꝝ ſūptoꝝ poſt ⁊ maximi minimoꝝ ad ꝓximū añ ipm̄ ſi tot fuerint ꝙ̄ minimi maioꝝ ad ꝓximum poſt ipm̄ ⁊ ita deinceps ergo ꝑ p̄mū correlariū.8.p̄mi ꝯpoſitus ex illis oībus erit equalis ꝓducto ex illo medio in numeꝝ illoꝝ oīm qḋ eſt p̄mum. ¶ Scḋm patꝫ qꝛ tunc ꝑ p̄mū correlariū.14.ſeptimi erūt duo inequales medij de illis añ quorū minimū ſumēt̄ur tot minores ipſo ſunt poſt maiorē ſumūtur maiores ipſo ⁊ minimi illorū duoꝝ ad ꝓximū añ ipm̄ erit ea dr̃a ꝙ̄ maximū illorū ad ꝓximum poſt ipm̄ ⁊ ꝓximi añ mīmū ad ꝓximū añ ipm̄ ſi tot fuerint ꝙ̄ ꝓximi poſt maximū ad ꝓximū añ ipm̄. Et ita deinceps ergo per p̄imu correlariū.9.primi compoſitus ex illis omnibus erit equalis illi quod fiet ex compoſito ex illis medijs in medietatem numeri illorum ſimiliter ⁊ illi qḋ fiet ex cōpoſito ex extremis illorum in medietatem numeri illorum omnium.

22 ¶ Datum numerum an adequate poſſit diuidi in numeros ſumptos ſecundum alium numerum datū qui ſecundum hanc medietatem ordinentur contingit inueſtigare.

¶ Sit a talis nūerus datus ⁊ b ali⁹ datus tunc ſi b ſit impar dico ꝙ ſi a habeat ꝑtem aliquotam denoīatam ſcḋm b ꝙ̄ diſtet ab vnitate tm̄ ſicut medietas nūeri minoris b ſola vnitate vel magis a poterit adeq̄te diuidi in ꝑtes ſūptas ſcḋz b in hac medietate diſpoſitas ſin aūt nō. Primū pꝫ qꝛ data tali ꝑte ſumā duos ꝓximos illi vnū maiorē ⁊ alteꝝ minorē cū illo ita ꝓcedēdo poterunt ſumi ſcḋm nūeꝝ d ꝙ̄ factore r̃a ꝓgreſſiōis i ꝓcedēti demōſtrata ꝯſtat illū ꝯpoſiti adeq̄te ex illis ⁊ ꝑ ꝯn̄s i illos adeq̄te diuidi cū igr̄ dr̃a cōmunis illoꝝ ſit vnitas ꝯſtat ꝓpoſitum. Et ſcḋm ptꝫ qꝛ dato oppoſito ſi ille diuidatur in tales ꝑ regulā ꝓgreſſionis in ꝓcedēti demōſtratā medi⁹ illoꝝ erit ꝑs aliquota illi⁹ denoīata ſcḋz b

e inter illos ſumeꝫ tot miores poſt illā q̄t vnitates ī medietate minoris b ſola vnitate ꝛ ꝑ ꝯñs ille me dꝰ diſtabit ab vnitate tm̄ ſicut medietas illꝰ minoris b ſola vnitate vel magis qḋ eſt ꝯtra ypotheſy Si aūt b fuerit par tūc dico ꝙ ſi a habeat ptē aliquotā denoiatā a medietate b q̄ poſſit in duo īeq̄lia adeq̄te diuidi a quoꝝ mimo inchoādo ꝛ deſcēdēdo ꝓſꝰ vnitatē poſſint ſumi tot nūeri q̄t ſūt vnitates ī illa medietate inť q̄rū ꝑrios ꝯtinuo ſeruaꝫ ea dr̄a q̄ ē iť illa duo īeq̄lia a poterit tťr diuidi ſī aūť nō Hoc ꝑ rťaꝫ ꝑgreſſiōis ī ꝓcedētī demōſtratā ꝯſtiť oīno pōt deduci ſicut ſtatim deducebaꝫ ꝓpoſitū.

23 ℭ Quemlibet numerum adequate diuiſibilem in aliquot numeros in hac medietate diſpoſitos contingit in totidem tales adequate diuidere.

ℭ Nā ſi ille poſſit diuidi ī aliquot nūeros ſūptos in nūero īpari ꝑ ꝓcedētē hēbit ptē aliquotā ab illo denoiatā q̄ tm̄ vel magis diſtabit ab vnitate ſicut medietas ꝑmi paris infra illū imparē ſūpta ꝙ̄ tm̄ pte aliquota ꝛ ſūptis duobꝰ ꝑmis in ſerie ad illā quoꝝ vnꝰ ſit maior ꝛ alť minor ꝛ ſūptis aliis duobꝰ ꝑmis ad illos ꝑmos ſi fuerint plures ꝙ̄ tres ꝛ ita deīceps donec habeas tot nūeros quot ſūt illi in quos pōt taliť diuidi ꝑ regulā ꝑgreſſiōis ille erit eq̄lis ꝯpoſito ex illis oībus ꝛ ꝑ ꝯñs in illos poterit adeq̄te diuidi ꝛ illi erūt ꝯtinuo ī hac medietate diſpoſiti. Si aūt illi ī q̄s pōt ī ſrowidi ſint ī nūero pari ꝑ ꝓcedētē ille hēbit ptē aliquotā denoiatā a medietate illꝰ nūeri q̄ poterit in duos nūeros īneq̄les adequate diuidi a quoꝝ mimo īchoādo ꝓſus vnitatē deſcēdēdo poterūt ſumi tot quot ſunt vnitates in illa medietate inter quoꝝ ꝑmos ꝯtinuo ſeruaꝫ eadē dr̄a q̄ eſt inter illa duo inequalia ſūptis ergo tot talibus ab illo inchoādo ꝛ deſcendendo verſus vnitatem ꝛ ſumptis totidem a maximo illoꝝ inchoando aſcendendo continuo per regulam ꝑgreſſionis ille erit equalis compoſito ex illis omnibꝰ ꝛ per conſequens poterit in illos adequate diuidi patet igitur propoſitum.

24. ℭ Nulcūꝫ nūerum in quotcumq̄ ptes ſcd̄m hanc medietatē ordinatas adequate ꝯtingit frāgere.

ℭ Quod hec ꝓponit ad fractiones recurrēdo fieri pōt ꝛ nō aliť. Sit igr̄ a quicūq̄ numerꝰ diuidēdꝰ in ptes ſūptas ſcd̄m b numeꝝ quicūq̄ fuerit q̄ in arithmetica medietate ordineꝫ iumo oēs nūeros ab vnitate inchoādo in ſerie vſq̄ ad b incluſiue ꝯſtat oēs illos eſſe ſūptos ſcd̄ꝫ numeꝝ b ꝛ in hac medietate diſpoſitos ꝑ regulā ꝙ̄ ꝑgreſſionis iuenaꝫ ꝯpoſitꝰ ex illis q̄ ſit c ꝛ ſumo ꝑmo vnā ptē a denoiatā ſcd̄m c q̄ ſit d ꝛ poſtea ꝯpoſitū ex duabꝰ talibꝰ ptibꝰ qḋ ſit e ꝛ poſtea ex tribꝰ donec ſumaꝫ ꝯpoſitū ex talibꝰ ptibꝰ a ſūptis ſm̄ b ꝯſtat in ꝯpoſito ex illis oībꝰ eſſe tot tales ptes a q̄t ſūt vnitates ī c ꝛ ꝑ ꝯñs a adeq̄te diuideꝫ in tales ptes d ꝛ e ꝛ cetera cū igr̄ ille ſint tot q̄t ſūt vnitates in b qꝛ ſūt tot q̄t ſūt nūeri ab vnitate incluſiue ꝛ eorum dr̄a ſit continuo vna pars a denominata ſecundum c conſtat a eſſe diuiſum in tales partes ſicut preſens proponit patet igitur propoſitum.

25 ℭ Si trium numeroꝝ in hac medietate diſpoſitorum maximi ad minimū fuerit ea ꝓportio que alioꝝ trium in eadem medietate diſpoſitorū maximi ad minimū erit medij ꝑmorum ad minimū eorum q̄ medij ad minimum aliorum ſimiliter ꝛ maximi ad medium ꝑmorum que maximi ad medium aliorum.

ℭ Sint a maximꝰ d mediꝰ ꝛ c minimꝰ ſcd̄m hāc medietatē diſpoſiti ꝛ ſint d maximꝰ e mediꝰ ꝛ f minimꝰ totidē alij in eadē medietate diſpoſiti ſitq̄ a ad c ea ꝓportio q̄ d ad f erit tunc ꝑ ꝯuerſā ꝓportionalitatē c ad a q̄ f ad d. Dico igr̄ b ad c eſſe ea ꝫ q̄ e ad f ꝛ a ad b q̄ d ad e ſit enī g dr̄a cōmunis a ad b ꝛ b ad c cuꝰ duplū ſit h erit tunc h dr̄a a ad c ſit inſuꝑ k dr̄a cōis d ad e ꝛ e ad f cuꝰ duplū ſit l erit tūc l dr̄a g ad f qꝛ igr̄ a ad c eſt ea ꝓportio q̄ d ad f ꝑmutatim a totꝰ ad d totū erit q̄ c detractū ad f detractū ꝙ̄ p. 26. ſcd̄i h reſiduū ad l reſiduū ē q̄ a ad d quare ꝛ q̄ c ad f ſed ꝑ ꝑmū correlariū .21. ſcd̄i h ad l eſt q̄ g ad k ꝙ̄ g ad k eſt q̄ c ad f ꝙ̄ ꝑmutatim g ad c q̄ k ad f quare ꝑ ꝯiunctā ꝓportionalitatē totꝰ g c q̄ eſt b ad c ē q̄ totꝰ k f q̄ eſt e ad f qḋ eſt ꝑmū. Et qꝛ eadē ꝓbatū eſt q̄ f ad d ꝛ b ad c q̄ e ad f ꝑ equā ꝓportiōalitatē directā b ad a erit q̄ e ad d ꝑ ꝯuerſā igr̄ ꝓportionalitatem a ad b erit q̄ d ad e quod eſt ſecundum.

26 ℭ Si ordinētur tria termini in geometrica medietate dr̄a maioꝝ ad dr̄am minoꝝ erit ea ꝓportio q̄ maximi ad medium ꝛ q̄ medij ad mimum eritq̄ ꝯpoſitus ex duobus extremis maior ꝙ̄ duplus medij

ℭ Hec ex ſecundo correlario 27. et ex correlario. 42. ſecundi conſtant in forma.

1. co. ℭ Ex hac apparet ꝙ ſi ordinētur quotcumq̄ termini plures tribus in hac medietate differentie illorum erunt in eadem medietate ꝛ ſecundum eandem proportionem diſpoſiti.

2. co ℭ Patet vltra ꝙ ſi quotcumq̄ in ipſa ordinentur differentia maiorum maior erit differentia minoꝝ

ℭ Hoc ex preſenti cum ad utorio prime ſecundi conſtat.

27 ℭ Si tres numeri in hac medietate diſponantur ex primo in tertium tm̄ fiet ſicut ex ſecundo in ſe ꝛ ſi quatuor ex primo in quartum tm̄ ſicut ex ſecundo in tertium.

ℭ Hec ex primo correlario. 43. ſecundi conſtant in forma.

28 ℭ Datis duobꝰ nūeris an poſſit medius inter ipſos ſcd̄m hāc medietatē cadere ꝯtingit inueſtigare.

ℭ Hoc ex. 48. ſecundi cognoſcitur.

29 ℭ Tribꝰ nūeris inequalibꝰ in hac medietate diſpoſitis alijſq̄ tribꝰ ī eadē medietate diſpoſitis ſcd̄ꝫ maiorē ꝓportionē maioris inequalitatis ꝯpoſiti ex extremis primoꝝ ad duplum medij ipſorum maior eſt proportio ꝙ̄ compoſiti ex duobus extremis aliorum ad duplum medij ipſorum.

ℭ Sint a maximꝰ b mediꝰ ꝛ c minimꝰ in hac medietate diſpoſiti ſint inſuꝑ d maximꝰ e mediꝰ ꝛ f minimꝰ in eadē diſpoſiti ꝛ ſit d ad e minor ꝓportio ꝙ̄ a ad b. Dico tūc ꝙ ꝓportio totꝰ a c ad duplū b eſt maior ꝙ̄ totꝰ d f ad duplū e ſit enī g dr̄a a ad b ꝛ h dr̄a b ad c ꝛ k dr̄a d ad e ꝛ l dr̄a e ad f erit tunc p. 26. huꝰ g ad h ea ꝓportio q̄ a ad b ꝛ k ad l q̄ d ad e quare g erit maior h ꝛ k maior l ꝛ ꝓportio g ad h maior ꝙ̄ k ad l ſit ꝙ̄ m exceſſus g ſupra h ꝛ n exceſſꝰ k ſupra l tūc totus a c ſupra duplū b adequate addet m qꝛ a ſupra maiorē b cuꝰ exceſſus ſupra b eſt h addet m quare totꝰ a c ſupra ꝯpoſitū ex illo ꝛ ex e qui p. 5. primi eſt duplus b addet m ꝛ ꝑ idē totꝰ d f ſupra duplū e addet n qꝛ igr̄ a ad b maior eſt ꝓportio ꝙ̄ d ad e p. 34. ſcd̄i a totꝰ ad b totū maior ē ꝙ̄ b detractū ad e detractū ergo p. 27. ſcd̄i g reſiduū ad k re-

ſidui maior ꝙ a ad d ⁊ a fortiori ꝙ b ad e ergo p.34.ſcʒi g ad b maior ꝙ k ad e quare p.7.eiuſdeꝫ b ad g minor ꝙ e ad k ⁊ qꝛ g ad h ꝓbata eſt maior ꝙ k ad l p.34.ſcʒi g totꝰ ad k totum maior eſt ꝙ h detracti ad l detractū ergo p.27.ſcʒi m reſidui ad n reſidum maior ꝙ g ad k ergo p.43.eiuſdē m ad g maior ꝙ n ad k ⁊ p.7.eiuſdē g ad m minor ꝙ k ad n cū igr̄ b ad g ꝓbata ſit minor ꝙ e ad k p.12.ſecundi b ad m erit minor ꝙ e ad n ⁊ qꝛ dupli b ad b eſt ꝗ dupli e ad e p correlariuꝫ.12.ſcʒi dupli b ad m erit minor ꝙ dupli e ad n ergo p.34.ſcʒi ꝯpoſiti ex duplo b ⁊ ex m ꝗ ꝓbatꝰ eſt a e ad duplum b maior eſt ꝙ compoſiti ex duplo e ⁊ ex n qui ꝓbatus eſt d f ad duplum e quod eſt propoſitum.

Co. ¶ Ex hac ꝯſtat ꝙ in caſu ipſiꝰ ꝯpoſiti ex duobꝰ extremis ꝑmoꝝ ad mediū ipſoꝝ maior eſt ꝓportio ꝙ ꝯpoſiti ex duobus extremis alioꝝ ad mediū eorūdē. ¶ Nā ex quo dupli medij ꝑmoꝝ ad illū medium eſt que dupli medij aliorum ad medium ipſorum ex preſenti ⁊ ex.12.ſecundi conſtat illud.

30 ¶ Quotcumqꝫ numeris in hac medietate diſpoſitis totidemqꝫ alijs in eadem medietate ſecundum eandem proportionem diſpoſitis ſi maiores maioribus ⁊ minores minoribus addantur erunt compoſiti in hac medietate ſecundum eandem proportionem diſpoſiti.

¶ Hec ex.18.ſecundi pluries ſumpta manifeſte deducitur.

31 ¶ Si quotcumqꝫ numeris in hac medietate diſpoſitis totidem equales addantur erit inter maiores compoſitorum maior proportio maioris inequalitatis ꝙ inter minores.

¶ Sint a maximꝰ b mediꝰ ⁊ c minimꝰ ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ d dr̄a a ad b ⁊ dr̄a b ad e ſit e tūc p primā huiꝰ ꝓportio d ad e eſt ꝗ a ad b ſit ergo f quicūqꝫ nūerꝰ ꝗ cuilibꝫ illoꝝ ꝓportionaliū addat̄ erit tūc a f maior b f ⁊ b f maior c f. Dico ergo ꝙ totiꝰ a f ad totū b f eſt maior ꝓportio ꝙ b f ad totū c f qꝛ p.2. ꝑmi d eſt exceſſꝰ a f ſupra b f ⁊ e exceſſꝰ b f ſupra c f quare p ꝑmū correlariū.36.ſcʒi ꝓportio b f ad c f minor eſt ꝙ b ad e quare ⁊ ꝙ a ad b ⁊ p ꝯñs d ad e erit maior ꝙ b f ad c f ergo p.34.ſcʒi d ad b f maior ꝙ e ad c f ergo p eādē ꝯpoſiti ex d ⁊ ex b f qui eſt a f ad b f eſt maior ꝙ ꝯpoſiti ex e ⁊ ex c f qui eſt b f ad c f quod eſt propoſitum. In quotcumqꝫ pluribus conſimiliter omnino conſtat propoſitum.

Co. ¶ Ex hac ꝯſtat ꝙ ſi diſpoſitis nūeris ſcʒm hāc medietatē ab ipſis auferāntur equales ⁊ ex quolibet illoꝝ aliqd remāſerit erit inter remanētes ex maioribꝰ ꝯpoſitoꝝ minor ꝓportio ꝙ int̄ remanentes ex minoribꝰ. ¶ Nā ſi ſint a maximꝰ b mediꝰ ⁊ c minimꝰ in hac medietate diſpoſiti ⁊ ſit d quocūqꝫ illorum minor ⁊ auferat̄ ex quolibꝫ illoꝝ ⁊ reſiduū a ſit e ⁊ f reſiduū b ⁊ g reſiduū c tūc p ꝑmū correlariū.2. ꝑmi e ad f erit ea dr̄a ꝗ a ad b ꝗ ſit h ⁊ f ad g erit ꝗ b ad e ꝗ ſit k qꝛ igr̄ p ꝑmū correlariū.36.ſcʒi ꝓportio f ad g maior eſt ꝙ b ad c ⁊ p.26.huiꝰ h ad k eſt ꝗ b ad c erit f detracti ex e ad g detractum ex f maior ꝙ h reſidui e ad k reſiduum f ergo per.28.ſecundi e ad f minor erit ꝙ f ad g vnde conſtat propoſitum. Et in quotcumqꝫ pluribus conſimiliter procedatur.

32 ¶ Quotcumqꝫ numeris in hac medietate diſpoſitis totidemqꝫ alijs in eadem medietate ſecundum minorem proportionem maioris inequalitatis diſpoſitis ſi maiores maioribus ⁊ minores minoribus addātur erit inter maiores ꝯpoſitorum maior ꝓportio maioris inequalitatis ꝙ inter minores.

¶ Sint a maximꝰ b mediꝰ ⁊ c minimꝰ in hac medietate diſpoſiti ſint inſup d maximꝰ e mediꝰ ⁊ f minimꝰ in eadē diſpoſiti ſit tñ d ad e minor ꝓportio ꝙ a ad b. Tūc dico ꝙ totiꝰ a d ad totū d e eſt maior ꝙ totius b e ad totū c f ſit enī g ꝓductū ex a in f ⁊ h ex b in e ⁊ k ex d in c tunc p.3.quinti ꝓportio g ad h erit exceſſꝰ ꝓportionis a ad b ſupra ꝓportionē e ad f ⁊ p eādē ꝓportio h ad k erit exceſſꝰ ꝓportionis b ad c ſupra ꝓportionē d ad e cū igr̄ idē ſit exceſſꝰ ꝓportionis ad b ſupra ꝓportionē e ad f ⁊ ꝓportionis b ad c ſupra ꝓportionē d ad e erit ꝓportio g ad h ꝗ h ad k ꝙ p.26.huiꝰ totꝰ h k maior eſt ꝙ duplus h ⁊ qꝛ p.43.ſcʒi ex a i c tñ fit ſicut ex b in ſe ⁊ ex d i f tñ ſicut ex e in ſe ꝯpoſitū ex ꝓductis ex a i e ⁊ ex d in f ⁊ ex toto g k maius erit ꝯpoſito ex duplo h ⁊ ex quadratis b ⁊ e ſꝫ p.24.ꝑmi cōpoſitū ex duplo h ⁊ ex quadratis b ⁊ e tm̄ eſt ꝙtū qđ fit ex toto b e in ſeipm̄ ⁊ p.17.eiuſdē ꝯpoſituꝫ ex toto g k ⁊ ex ꝓductis ex a in c ⁊ ex d in f eſt tm̄ ꝙtum qđ fit ex toto a d in totū c f ergo ex toto a d in totū c f magis fit ꝙ ex toto b e in ſe, ꝙ p ſcʒm correlariu.45.ſcʒi totꝰ a d ad totū b e eſt maior ꝓportio ꝙ totꝰ b e ad totum e f qđ eſt ꝓpoſitum. In quotcumqꝫ pluribus conſimilis eſt demonſtratio.

33 ¶ Tribus numeris in hac medietate diſpoſitis maximi ad minimum eam eſſe proportionem que medij ad aliquam differentiarū illorum eſt impoſſibile.

¶ Sint a maximꝰ b mediꝰ ⁊ c minimꝰ in hac medietate diſpoſiti ⁊ d dr̄a a ad b ⁊ e dr̄a b ad c tūc p.26. huiꝰ ꝓportio d ad e eſt ꝗ a ad b quare ⁊ ꝗ b ad c. Dico ꝙ ꝙ nō pōt a ad c eſſe ea ꝓportio ꝗ b ad e nec ꝗ b ad d nec ꝗ b ad d e. Nā dato oppoſito ſi a ad e ſit ꝗ b ad e ꝑmutatim a ad b erit ꝗ e ad e ſꝫ a ad b eſt ꝗ b ad c ꝙ b ad e p̄t ēꝰ erit ꝗ c ad e reſidua p̄tē ipſiꝰ qđ p.11.quinti eſt impoſſibile. Et ſi a ad c ſit ꝗ b ad d aut ꝗ b ad d e ſint f g h tres minimi in ꝯtinuatiōe ꝓportionum a ad b ⁊ b ad c ita vt f ad g vt a ad b ⁊ g ad h vt b ad c tunc ex correlario.27.quarti nō poterit aliquis addi poſt g in ꝯtinua ꝓportionalitate illis tribꝰ ⁊ p equā ꝓportionalitatē directā f ad h vt a ad c ſit ꝙ k dr̄a f ad g ⁊ l dr̄a g ad h tūc p.26.huius k ad l vt f ad g quare ⁊ vt a ad b ⁊ ex ꝯſti vt d ad e qꝛ igr̄ a ad b vt f ad g ꝑmutatim a totꝰ ad f totū vt b detractꝰ ad g detractū ergo p.26.ſcʒi d ad k vt a ad f quare ⁊ vt b ad g ꝙ ꝑmutatim d ad b vt k ad g ⁊ p ꝯuerſā ꝓportionalitatē b ad d vt g ad k ⁊ qꝛ d ad e ꝓbatus eſt vt k ad l p equā ꝓportionalitatē directā b ad e vt g ad l ꝙ p.39.ſcʒi b ad totū d e vt g ad totū k l ſi igr̄ a ad c ſit vt b ad d erit f ad h vt g ad k ergo ꝑmutatim f ad g vt h ad k ⁊ p ꝯñs k addet̄ illis f g h poſt h in ꝯtinua ꝓportionalitate cuiꝰ oppoſitū eſt ꝓbatū ⁊ ſi a ad c vt b ad totū d e erit f ad h vt g ad totuꝫ k l ꝙ ꝑmutatim f ad g vt h ad totū k l ꝙ totꝰ k l addet̄ illis tribꝰ f g h in ꝯtinua ꝓportionalitate poſt h cuiꝰ oppoſitū eſt oſtenſum nō ergo poterit eſſe a ad c vt b ad d nec vt b ad e nec vt b ad totum d e quod eſt propoſitum.

34. ¶ Tribꝰ numeris in hac medietate diſpoſitis ſi maximi ad minimū ſit maior ꝓportio ꝙ maximi ad minimum aliorum trium in eadem medietate diſpoſitorum erit medij illorū ad quamlibet differentiarum

eorum minor proportio ꝙ medij aliorum ad talem differentiam ipſorum.

¶ Sint a maximꝰ ꝛ b mediꝰ ꝛ c minimꝰ ꝯtinuo ꝓportionales ꝛ d dr̃a a ad b e vero dr̃a b ad c ꝛ ſint f maximꝰ g mediꝰ ꝛ h minimꝰ ꝯtinuo ꝓportionales ꝛ k dr̃a f ad g ꝛ l dr̃a g ad h ꝛ ſit a ad c maior ꝓportio ꝙ f ad h tūc eni ex quo ꝓportio a ad c eſt dupla ad ꝓportionē a ad b ꝛ ad ꝓportionē b ad c ꝛ ꝓportio f ad h eſt dupla ad ꝓportionem f ad g ꝛ ad ꝓportionē g ad h erit a ad b ſimilr̃ ꝛ b ad c maior ꝓportio ꝙ f ad g ꝛ ꝙ g ad h. Dico igit̃ ꝙ b ad d minor ē ꝓportio ꝙ g ad k ſimilr̃ ꝛ b ad e minor ꝙ g ad l ꝛ b ad totū d e minor ꝙ g ad totū k l. Primū p3 qꝛ ex quo a ad b eſt ꝓbata maior ꝓportio ꝙ f ad g ꝑ .34. 2. a totꝰ ad f totū maior ꝙ b detracti ad g detractū ꝑ .27. ſcđi d reſiduū ad k reſiduum eſt maior ꝙ a ad f q̃re ꝛ ꝙ b ad g ꝑ .34. ſcđi d ad b eſt maior ꝙ k ad g ergo ꝑ .7. ſcđi b ad d minor ꝙ g ad k. Et qꝛ ꝓportio b ad c ꝓbata eſt maior ꝙ ꝓportio g ad h ꝑ .34. ſcđi b totꝰ ad g totum eſt maior ꝙ c detracti ad h detractū ergo ꝑ .27. ſcđi e reſiduū ad l reſiduū eſt maior ꝙ b ad g quare b ad g minor ꝙ g ad l ꝑ correlariū .34. ſcđi b ad e eſt minor ꝙ g ad l qđ eſt ſcđm. Et qꝛ b ad d minor eſt ꝓportio ꝙ g ad k ſimiliter ꝛ b ad e minor ꝙ g ad l vt ꝓbatū eſt ꝑ .39. ſcđi b ad totū d e eſt minor ꝙ g ad totū k l qđ ē ſm.

35 ¶ Tres nūeros ſcđm hāc medietatē q̃x maximi ad minimū maior ſit ꝓportio ꝙ medij ad aliquā dr̃ax illox ꝯtingit ordiare ſilr̃ ꝛ tres quox maximi ad minimū minor ſit ꝓportio ꝙ medij ad aliquā dr̃ax illox.

¶ Primū p3 quibuſcūq3 tribꝰ in hac medietate ordinatis quox minimꝰ ſit vnitas. Scđm ꝓo p3 ſint a b c tres numeri ꝯtinuo ꝓportionales ſcđm ꝓportionē ſuperparticularē ſeſquiquartā aut minorē ipſa ꝛ ſit a eox maximꝰ. Dico tūc ꝓportionē a ad c minorē eſſe ꝓportione b ad aliquā dr̃am illox qꝛ dr̃a b ad c erit ꝑs aliquota b denoīata a quaternario vel maiori nūero vnitate ꝙ ſit ille denoīans illā in c ꝛ ꝑ ꝯñs a maiori quaternario ꝛ dr̃a a ad b erit ꝑs aliquota a a quaternario denoīata vel maiori et ꝑ ꝯñs tota dr̃a ꝯpoſita ex illis erit minor ꝑs ꝙ medietas b ꝛ ꝑ ꝯñs b ad illā totā erit maior ꝓportio ꝙ dupla ꝛ a fortiori b ad quālibet illax duax dr̃ax erit maior ꝙ dupla ꝓportio ſ3 ꝑ .4. 7. 10. ꝓportio a ad c eſt minor dupla qꝛ ē ſupparticularis ꝙ ꝓportio a ad c minor eſt ꝙ b ad aliquā dr̃ax illox ꝯſtat igitur ꝓpoſitum.

36 ¶ Quotcumq3 numeros ſcđm geometricā medietatem quox maximi ad minimū ſit minor ꝓportio data ꝓportione maioris inequalitatis minimox vero dr̃a ſit dato nūero maior contingit continuare.

¶ Sit a data ꝓportio maioris inequalitatis q̃cūq3 fuerit ꝛ b quicūq3 nūerꝰ datꝰ dico igit̃ ꝙ poterūt ꝯtinuari in geometrica medietate quotcūq3 nūeri quox maximi ad minimū ſit minor ꝓportio ꝙ a ꝛ dr̃a minimox ſit maior nūero b ſit eni c nūerus ſcđm quē iubemur nūeros ꝯtinuare ꝛ ſit d ſupparticularis minor a in qua inuenio ꝑ .7 3. 10. tot ſupparticulares eq̃les quot ſūt vnitates in c ꝛ illas oēs vna dēpta ꝯtinuo erit tūc maximi ad minimū extremox talis ꝯtinuationis minor ꝓportio ꝙ d ꝛ a fortiori ꝙ a ꝛ oēs termini ꝓportionales in tali ꝯtinuatiōe capti ꝑ .8. correlariū .12. 4. erūt ſūpti ſcđm nūex c ſi igit̃ minimox dr̃a ſit maior b nūero factū eſt totū ꝓpoſitū ſi aūt minor duco e nūerū maiorē3 b in oēs illos ſcorſum ꝑ ſcđm correlarium .21. ſcđi ꝓueniens tot ꝯtinuo ꝓportionales ꝛ maximi ad minimū erit ea ꝓportio q̃ maximi ad minimū aliorum ꝛ ꝑ ꝯñs minor a ꝓportione data ꝛ ꝑ ꝓmū correlariū .19. ꝓmi dr̃a minimorum illox erit equalis e vel ea maior ꝛ ꝑ ꝯñs maior b factum erit igitur totum propoſitum.

37. ¶ Quotcumq3 numeris ſcđm hanc medietatem diſpoſitis ſi inter binos ꝛ binos medij ſcđm arithmeticam medietatem ſtatuantur erit inter ꝓximos illorum ea ꝓportio ſcđm quam alij ordinantur.

¶ Sint a b c d quotcūq3 nūeri i hac medietate diſpoſiti ꝛ e mediꝰ arithmetice īt a ꝛ b ꝛ f int̃ b ꝛ c ꝛ g int̃ c ꝛ d. Dico igi̇t̃ e ad f ſimiliter ꝛ f ad g eſſe eā ꝓportionē q̃ a ad b qꝛ ꝑ .25. huius a ad e eſt que b ad f ergo ꝑmutatim a ad b eſt que e ad f ꝛ ꝑ eādem huius b ad f eſt que c ad g ergo permutatim b ad c eſt que f ad g quare f ad g eſt que a ad b ꝯſtat igitur propoſitum.

38 ¶ Quacumq3 rationali inequalitatis data ꝯtingit duos numeros reperire in ꝓportione duplicata ad illam ſe habentes inter quos duo medij alter geometrice ꝛ alter arithmetice cadant.

¶ Nā quacūq3 tali data capiā tres nūeros ꝯtinuo ꝓportionales ſcđ3 illā ꝛ ſi duo extremi illox ſint ambo pares vel ābo īpares illi erūt q̃ſiti qꝛ ꝑ .27. diffinitionē ſcđi int̃ illos erit ꝓportio duplicata ad illā datam ꝛ ꝑ correlariū .4. huiꝰ medietas ꝯpoſiti ex illis erit mediꝰ arithmetice inter illos ꝛ ex ẏpotheſi aliquis eſt medius geometrice inter illos. Si aūt non ambo ſint pares aut ambo impares cape duplos illorum duorum extremorum ꝛ illi erunt queſiti qꝛ per ꝓmum correlariū .21. ſcđi inter illos duplos erit ea ꝓportio que inter illos ſub duplos ꝛ ꝑ .12. quarti inter illos duplos cadet mediꝰ geometrice ꝛ ꝑ correlarium .4. huius inter illos eoſdem cadet etiam medius arithmetice.

39 ¶ Si inter duos nūeros duo medij alter geometrice ꝛ alter arithmetice ſtatuāt̃ q̃dratū medij arithmetice inter illos erit maiꝰ q̃drato alteriꝰ medij ꝑ q̃dratū dr̃e illiꝰ medij arithmetice ad alterū illox.

¶ Sint int̃ a ꝛ d duo medij ſc3 b arithmetice ꝛ c geometrice ꝯſtituti ꝛ e dr̃a cōis a ad b ꝛ b ad d. tūc dico ꝙ quadratū b eſt maius quadrato c ꝑ quadratum e. Nā ꝑ ꝓmum correlarium .43. ſcđi quadratum c eſt equum illi quod fit ex a in d ſed per .3. huius quadratum b addit ſupra productū ex a in d q̃dratum ipſius e ergo quadratum b eſt maius quadrato c per quadratum e quod eſt propoſitum.

40. ¶ Tres numeros in arithmetica medietate contingit reperire inter quorum maximum ꝛ medium ꝛ ſimiliter inter medium ꝛ minimum medius proportionalis geometrice cadat.

¶ Nā ꝓ hec ꝓponit de q̃cūq3 q̃drato cū alijs duobꝰ q̃dratis ꝯtingere qꝛ ꝑ correlariū .27. ſexti q̃cūq3 q̃drato ꝯtingit cū ipo alios duos q̃dratos ſumere ꝛ illox triū ꝯtinuo ſūptox dr̃e ſūt eq̃les. Sit igĩ a q̃cūq3 q̃dratū ꝛ ſint b ꝛ c alij duo q̃drati ꝑ illud correlariū inuētū qbꝰ ita ſe habeat ꝙ a ad b ſit ea dr̃a q̃ b ad c erūt tūc illi tres nūeri in arithmetica medietate ꝯſtituti. Dico igĩ illos eſſe quos q̃rimus qꝛ ꝑ .6. ſepti int̃ a ꝛ b cadit vnꝰ mediꝰ ꝓportiōalis geometrice ſilr̃ ꝛ int̃ b ꝛ c vnꝰ vñ totū ꝯſtat ꝓpoſitū.

41 ¶ Si tribꝰ nūeris in arithmetica medietate diſpoſitis inter maximū ꝛ medium ſimiliter ꝛ inter medium ꝛ minimum medij proportionales geometrice reperiūtur erit inter quadratos illorum mediorum

quadratum medij primorum trium medium ſcđm arithmeticam medietatem conſtitutum.

¶ Sint ꝑ ꝑcedentē a maxim⁹ b medi⁹ ⁊ c minim⁹ tres nūeri in arithmetica medietate cōſtituti ⁊ d ſit med.⁹ geometrice int̄ a ⁊ b ⁊ e int̄ b ⁊ c ⁊ quadratū d ſit f ⁊ g quadratū b ⁊ h quadratū e. Dico igr̄ g eē mediū arithmetice int̄ f ⁊ h qꝛ ꝑ ꝑmū correlariū.43.ſcđi f eſt equale illi qđ fit ex a in b ſꝫ ꝑ.16.primi ex a in b fit tm̄ q̄tū ex b in ſe ⁊ ex dr̄a a ad b in b g̃ f excedet g ꝑ id qđ fit ex dr̄a a ad b in b ⁊ qꝛ ꝑ ꝑmū correlariū.43.ſcđi h eſt equū illi qđ fit ex c in b ⁊ ꝑ ꝑmū correlariū.16.ꝑmi ex b in ſe tm̄ fit ſicut ex c in b ⁊ ex dr̄a b ad c in b ergo g excedit h per id quod fit ex differētia c ad b in b cum igitur illa ſit equa lis differentie a ad b idem erit exceſſus f ſupra g ⁊ g ſupra h vnde conſtat propoſitum.

42. ¶ Si tres numeri in hac medietate ſecundum proportionem multiplicem ordinentur dr̄a maximi ad medium erit maior minimo eorundem. Et ſi ſcđm ſuperparticularem erit illa minor minimo.

¶ Primū patꝫ qꝛ tunc dr̄a maioris ad medium erit equalis medio vel eo maior ⁊ ꝑ ꝯn̄s maior minimo

¶ Scđm ſic patꝫ qꝛ ꝑ.17.10. tūc ꝓportio medij ad dr̄am maximi ad ip̄m erit multiplex ⁊ ꝑ ꝯn̄s maior q̄ ꝓportio illi⁹ ad minimū ergo ꝑ ꝑmū correlariū.5.ſcđi illa dr̄a erit minor illo minimo qđ eſt ſecūdum.

43 ¶ Si primi ad ſcđm fuerit ea ꝓportio q̄ tertij ad quartū ⁊ inter ꝑmum ⁊ ſcđm mediet aliquis geome trice ſimiliter ⁊ inter tertiū ⁊ quartū erit ꝑmi ad medium inter primum ⁊ ſcđm ea ꝓportio q̄ tertij ad medium inter illum ⁊ quartum ſimiliter ⁊ medij primorum ad ſcđm q̄ medij aliorum ad quartum.

¶ Quia vtrobiq̄ quelibet talis ꝓportio erit medietas ꝓportionis illorum extremorū inter q̄ cadit ille medius geometrice cum igr̄ ex ypotheſi ꝓportiones extremoꝝ ſint equales erūt ⁊ ille equales.

44 ¶ Trib⁹ nūeris ī armonica medietate ꝯſtitutis erit maximi ad mediū maior ꝓportio q̄ medij ad minimū ⁊ minimi ad mediū maior q̄ medij ad maximū. Eritq̄ ꝯpoſit⁹ ex duob⁹ extremis maior q̄ dupl⁹ medij.

¶ Sint a maxim⁹ b medi⁹ ⁊ c minim⁹ tres nūeri in armonica medietate ꝯſtituti ⁊ d exceſſ⁹ a ſupra b ⁊ e exceſſ⁹ b ſupra c. Tūc dico ꝑmo q̄ a ad b eſt maior ꝓportio q̄ b ad c ⁊ c ad b maior q̄ b ad a. Di co ſcđo q̄ ꝯpoſitus ex a ⁊ c maior eſt q̄ dupl⁹ b. Primū patꝫ qꝛ ꝑ.4.ſcđi ꝓportio a ad b minor eſt q̄ a ad c ſꝫ ex terminis a ad c eſt q̄ d ad e g̃ a tot⁹ ad b totū minor eſt q̄ d detracti ex a ad e detractū ex b ergo ꝑ.27.ſcđi b reſiduū ad c reſiduū c minor eſt q̄ a ad b ⁊ ex ꝯn̄ti per.7.ſcđi c ad b erit maior q̄ b ad a quod eſt primum. ¶ Scđm ex primo ⁊ ex correlario.42.ſcđi conſtat in forma.

1.co. ¶ Ex hac ꝯſtat q̄ ī hac medietate dr̄a maioꝝ eſt maior dr̄a minoꝝ. Nā ex terminis maximi ad minimū eſt ea ꝓportio q̄ dr̄e maiorum ad dr̄am minoꝝ ergo ex prima ſcđi dr̄a maiorū eſt maior dr̄a minorum.

2.co ¶ Ex hac cū aliīs ꝑcedētib⁹ ꝯſtat q̄ īpoſſibile eſt tres nūeros ī duab⁹ iſtaꝝ principaliū medietatū ſi mul eſſe conſtitutos. Nā dato oppoſito ex quo per.7.huius in arithmetica medietate maximi ad me dium eſt minor proportio q̄ medij ad minimum ⁊ in geometrica ex terminis eſt eadem cum illa ⁊ in ar monica ex preſenti eſt maior q̄ illa accideret impoſſibile.

45 ¶ Tribus numeris in hac medietate diſpoſitis ex vno extremorum in reliquum tm̄ fit ſicut ex medio in ſe ⁊ ex differentia maiorum in differentiam minorum.

¶ Sit eadē ypotheſis vt in ꝑcedēti. Tūc dico q̄ ex c in a tm̄ fit ſicut ex b in ſe ⁊ ex d in e. Nā ꝑ.14. ꝑmi ex c in a tm̄ fit ſicut ex c in b ⁊ ex c in d ⁊ ꝑ.43.ſcđi ex c in d tm̄ ſicut ex a in e g̃ ex c i a tm̄ ſicut ex c in b ⁊ ex a in e ſꝫ ꝑ.16.ꝑmi ex a in e tm̄ fit ſicut ex b in e ⁊ ex d in e ⁊ ꝑ.13.eiuſdē ex b in e tm̄ ſicut ex c in b g̃ ex c in a tm̄ fiet ſicut ex c in b ⁊ ex e in b ex d in e ſed ꝑ.16.ꝑmi ex c in b ⁊ ex e in b tm̄ fiet ſicut ex b in ſe ergo ex c in a tm̄ fit ſicut ex b in ſe ⁊ ex d in e quod eſt propoſitum.

1.co. ¶ Ex hac ꝯſtat q̄ ſi ordinentur tres numeri in armonica medietate ex vno extremorum in reliquum maius fit q̄ ex medio in ſe ducto.

2.co ¶ Patꝫ vltra q̄ ſi int̄ duos nūeros cadāt duo medij alr̄ geometrice ⁊ alr̄ arithmetice medi⁹ arithme tice maior ē. Et ſi cadāt duo alr̄ geometrice ⁊ alr̄ armonice mediū geometricū mai⁹ ē. Et ſi cadāt duo alr̄ arithmetice ⁊ alr̄ armonice mediū arithmeticū mai⁹ eſt. ¶ Primū patꝫ qꝛ ꝑ.39.hui⁹ quadratū me dij arithmetice mai⁹ eſt q̄drato medij geometrice. Et ſcđꝫ patꝫ qꝛ ꝑ.27.h⁹ ⁊ ꝑ p̄ntē q̄dratū medij geo metrice maius erit quadrato medij armonice. Tertium patꝫ quia ex correlario.3.huius ⁊ ex preſenti quadratum medij arithmetice maius erit quadrato medij armonice.

46. ¶ Tribus numeris in hac medietate ordinatis ex medio in extremos duplum fit illi quod ex vno ex tremorum in reliquum producitur.

¶ Sit eadē ypotheſis vt in ꝑcedētib⁹. Tūc dico q̄ ex b in a ⁊ ex b in c duplū fit illi qđ ex a in c. Nā ꝑ 16.ꝑmi ex b in a tm̄ fit ſicut ex c in a ⁊ ex e in a ⁊ ꝑ.43.ſcđi ex c in a tm̄ ſicut ex d in c g̃ ex b in a tm̄ ſi cut ex c in a ex d in c ſꝫ ex d in c ⁊ ex b in c ꝑ.16.ꝑmi tm̄ fit ſicut ex a in c g̃ ex b in a ⁊ ex b in c tm̄ fit ſi cut ex c in a ⁊ ex a in c ſꝫ ꝑ.13.primi ex c in a tm̄ fit ſicut ex a in c ergo ex b in a ⁊ ex b in c tm̄ fit ſicut ex a bis in c ⁊ per ꝯn̄s duplum illi quod fit ex a in c quod eſt propoſitum.

47 ¶ Inter duos nūeros in ſua ꝓportiōe minimos mediū ſcđm armonicā medietatē cadere eſt īpoſſibile.

¶ Nā dato oppoſito ſit eadē ypotheſis vt in ꝑcedētib⁹ ⁊ ſint a ⁊ c in ſua ꝓportione mini. Tūc ex ter minis ꝓportio a ad c erit q̄ d ad e g̃ ꝯmutatim a ad d q̄ c ad e ſꝫ a eſt maior d g̃ ꝑ ꝑmā ſcđi c eſt maior e cū igr̄ ꝓportio d ad e ꝓbata ſit q̄ a ad c nō erunt a ⁊ c in ſua ꝓportione minimi qđ eſt ꝯtra ypotheſim.

Co. ¶ Ex hac ꝯſtat q̄ vniuerſaliter in hac medietate minimus eſt maior dr̄a minorū. Et ex ꝯn̄ti inter nul lum numeꝝ ⁊ vnitatē cadet aliquis armonice medius. Primum vr̄ in quibuſcumq̄ concludetur eo modo ſicut in preſenti concluſum eſt c eſſe maiorem e. Secundum ſequitur ex primo.

48. ¶ Quecumq̄ ꝓportione irrationali inequalitatis data contingit tres numeros ſecundum hanc me dietatem diſponere inter quorum extremos ſit illa proportio data.

¶ Sit a quecūq̄ ꝓportio data inter a maiorē ⁊ b minorē ⁊ c eoꝝ dr̄a daūt ꝯpoſit⁹ ex a ⁊ b ⁊ ex a in d fiat e ⁊ f ex b in d. Tūc ꝑ.21.ſcđi ꝓportio e ad f eſt q̄ a ad b ⁊ ꝑ.19.ꝑmi dr̄a e ad f q̄ ſit g fiet ex c in d/

quare p.14.eiuſdē ex c in a ⁊ in b tm̄ fiet ſicut g ſit ḡ h pduct⁹ ex c l a ⁊ k ex c l b erit p.21.ſcđi h ad k vt a ad b q̄re ⁊ vt c ad f ⁊ g dfa e ad f erit adeq̄te ꝯpoſita ex h ⁊ k ſit ḡ l medi⁹ lt l ⁊ f ⁊ dfa e ad l ſit h vna p g ꝯſtat tūc dfa3 l ad f eē reſiduū p̄tē g vt puta k. Dico igr̄ q̄ e l ⁊ f ſūt nūeri q̄ſiti. Na3 pportio e extremi ad f extremū pbata eſt q̄ h dfe maiorū ad k dfam minoꝝ ⁊ etiam que pportio data a ad b.

Co. ¶ Ex hac ꝯſtat q̄ quacūq3 pportione maioris lequalitatis data ſl̄r ⁊ quocū nūero dato ꝯtingit tres nūeros in armonica medietate diſponere inť quoꝝ extremos ſit minor pportio maioris inq̄litatis illa data ⁊ cuiuſlib3 extremoꝝ ad mediū dfa maior illo nūero dato. Na3 ſūpta q̄cūq3 rōnali maioris ineq̄litatis minori illa data ⁊ p p̄ſitē inuēt̄is trib⁹ nūeris in armonica medietate diſpoſitis inter quoꝝ extremos ſit illa pportio ⁊ ductis illis trib⁹ ordinatim in nūerū maiorē illo dato ex terminis ⁊ ex p̄ma hui⁹ illi pducti erūt in hac medietate diſpoſiti ⁊ p.21.ſcđi inť extremos illorū erit ea pportio q̄ inť extremos alioꝝ q̄re minor illa data ⁊ p p̄mū correlariū.19.p̄mi dfa medij illoꝝ extremoꝝ ad q̄olib3 illoꝝ erit eq̄l nūero mlťiplicāti q̄ illo maior ⁊ p ꝯñs maior illo nūero dato erūt igr̄ illi.3.pducti nūeri q̄ſiti.

49. ¶ Quibuſcumq3 duobus numeris inequalibus propoſitis an poſſit medius ſecundum hanc medietatem inter ipſos reperire contingit inueſtigare.

¶ Sint a maior ⁊ b minor quicūq3 duo nūeri inequales ⁊ eoꝝ dfa ⁊ d maior ⁊ e minor mini in pportione a ad b. Dico igiť q̄ ſi ꝯpoſit⁹ ex d ⁊ e nūeret c dfa3 a ad b poterit inter a ⁊ b medi⁹ ſcđm hāc medietatē repiri ſi aūt nō pōt. Primū p3 nūeret ꝯpoſit⁹ ex a ⁊ b ipm c ſcđm f ⁊ duco d in f ⁊ fiat g ⁊ e l f ⁊ fiat h. Tunc p.16.p̄mi ꝯpoſit⁹ ex g ⁊ h erit equalis c ⁊ p.21.ſcđi pportio g ad h erit q̄ d ad e quare q̄ a ad b ſit ergo k medi⁹ inť a ⁊ b ⁊ g dfa a ad ip3 ꝯſtat tūc dfam ip̄i⁹ ad b eē reſiduā p̄tē c vt puta h. Dico igr̄ k eſſe mediū ſcđm hāc medietatē inť a ⁊ b. Na3 pportio g dfe a ad k maximi ſc3 ad mediū ad h dfam k ad b ſc3 medij ad minimū pbata eſt q̄ a maximi ad b minimū p3 igiť p̄mū. ¶ Scđ3 p3 q2 dato oppoſito ſi inť a ⁊ b ſit e t l r medi⁹ ⁊ ſit d dfa a ad e ⁊ e dfa e ad b ⁊ ſint f ⁊ g mini in pportiōe a ad b erūt ex terminis mini in pportiōe d ad e ſi igiť ꝯpoſit⁹ ex f ⁊ g nō nūeret dfa3 a ad b q̄ ē ꝯpoſitus ex d ⁊ e cū p.24.3.g ⁊ f nūerēt d ⁊ e q̄ſq3 ſuū correſpōdētē eq̄lr̄ accideret oppoſitū.4.correlariū.16.p̄mi.

Co. ¶ Ex demōſtratione hui⁹ ꝯſtat q̄ ſi inter duos nūeros ineq̄les cadat medi⁹ in hac medietate ille inuenieť hoc mō puta ducēdo minimū nūeꝝ minorū pportionis ipſoꝝ in eundē numeꝝ p quē ꝯpoſit⁹ ex illis mini⁹ nūerat dfa3 illoꝝ ⁊ addēdo pductū minimo illoꝝ vn̄ ꝯpoſit⁹ pueniēs erit ille medi⁹. Et eodē mō etiā inuenieť ſi pductus ex maximo illoꝝ minimoꝝ auferreť ex maximo illoꝝ vn̄ ille qui remaneret eſſet medi⁹ inter illos. Hoc eode3 modo in quibuſcumq3 concluditur ſicut in preſenti oſtenſum eſt k eſſe medium inter a ⁊ b qui taliter ſe habet vt dictum eſt.

50 ¶ Quacumq3 pportione rationali inequalitatis data ꝯtingit duos numeros reperire inter quos ſit illa pportio ⁊ ſint etiam duo medij alter armonice ⁊ alter arithmetice inter ipſos ſituati.

¶ Na3 quacūq3 tali data inuenia3 p.48.hui⁹ tres nūeros in hac medietate ꝯſtitutos inť quoꝝ extremos ſit illa pportio. Et ſi ꝯpoſit⁹ ex extremis illorū ſit par ex ypotheſi ⁊ ex demōſtratione.4.huius illi extremi erūt q̄ſiti. Et ſi impar capiā tres duplos illoꝝ triū erunt p p̄mā hui⁹ illi in hac medietate cōſtituti ⁊ cū ex terminis duo extremi illorum ſint pares p correlarium.4.huius inter illos duos extremos cadet medius arithmetice erunt igitur illi duo extremi numeri queſiti.

51 ¶ Si inter duos numeros duo ceciderint medij alter arithmetice ⁊ alter armonice maximi extremorum ad quemlibet mediorum erit ea pportio que reliqui mediorum ad minimum illorū ſimiliter ⁊ minimi extremorum ad quodlibet mediorum que reliqui mediorum ad maximum extremorum.

¶ Sint c arithmetice ⁊ d armonice medij inť a ⁊ b. Tūc dico q̄ a ad d eſt ea pportio que c ad b ⁊ a ad c q̄ d ad b ⁊ b ad c q̄ d ad a ⁊ b ad d q̄ c ad a q2 p.2.hui⁹ c eſt medietas toti⁹ a b quare ex d in totū a b duplū fiet illi qđ ex d in c ſ3 p.46.hui⁹ ex d in a ⁊ in b duplū ſit illi qđ ex a in b ⁊ p.14.p̄mi ex d in totum a b tm̄ ſicut ex d in a ⁊ in b ergo ex d in c tm̄ ſit ſicut ex a in b ergo per.43.ſecundi proportio a ad d eſt q̄ c ad b ⁊ a ad c que d ad b ⁊ b ad c q̄ d ad a ⁊ b ad d q̄ c ad a quod eſt totum propoſitum.

52 ¶ Tribus numeris in hac medietate diſpoſitis quorū maximi ad minimum eſt ea pportio q̄ maximi ad minimū aliorum trium in eadē medietate diſpoſitoꝝ erit maximi primoꝝ triū ad mediū ipſorum ea pportio q̄ maximi ad medium aliorum ⁊ medij ad minimum que medij ad minimum.

¶ Sint a maxim⁹ b medi⁹ ⁊ c minim⁹ in hac medietate ꝯſtituti ⁊ d maxim⁹ e medi⁹ ⁊ f mini⁹ ſint etiā in eadē medietate ꝯſtituti ⁊ a ad c ea pportio q̄ d ad f. Dico tunc a ⁊ b eſſe eā q̄ d ad e ⁊ b ad c q̄ e ad f ſit eni g dfa a ad b ⁊ h dfa b ad c ⁊ k dfa d ad e ⁊ l dfa e ad f erit tūc tot⁹ g h dfa a ad c ⁊ tot⁹ k l dfa d ad f ⁊ ex ťmis pportio g ad h q̄ a ad c ⁊ k ad l q̄ d ad f q̄re g ad h q̄ k ad l ḡ pmutatim g ad k q̄ h ad l ḡ p.18.ſcđi tot⁹ g h ad totū k l q̄ g ad k ⁊ q2 a ad c q̄ d ad f pmutati a tot⁹ ad d totū q̄ c detracti ad f detractū ḡ p.26.ſcđi g h reſiduū ad k l reſiduū q̄ a ad d q̄re a tot⁹ ad d totū q̄ g detracti ad k detractum ergo p.26.ſcđi b reſiduū ad e reſiduum que a ad d ergo permutatim b ad a que e ad d cum igitur a ad c que e ad f per equam proportionalitatem directam b ad c que e ad f ⁊ quia b ad a probata eſt q̄ e ad d conuerſim a ad b que d ad e patet igitur totum propoſitum.

53 ¶ Si primi ad ſcđm fuerit ea pportio q̄ tertij ad quartū ⁊ inť p̄mū ⁊ quartū alť mediorū ſit ſcđm alterā illaꝝ duarum medietatum ſc3 arithmeticam ⁊ armonicam medius reliquus inter eoſdem ſecundum reliquam illarum medietatum medius inuenietur.

¶ Sit a p̄mi ad c ſcđ3 ea pportio q̄ d tertij ad b quartū ⁊ ſit e vna illaꝝ duaꝝ medietatū ſc3 arithmetica ⁊ armonica q̄cūq3 fuerit ⁊ f reliq̄ ⁊ ſit e medi⁹ inter a ⁊ b ſcđm e vnā illaꝝ medietatū. Tūc dico d eſſe mediū inter a ⁊ b ſcđm f reliquā illaꝝ ſint eni g ⁊ h p.50.hui⁹ inuēti in pportiōe a ad b ita vt g ad h ſit q̄ a ad b inť quos ſit k medi⁹ ſcđm e pportionē ⁊ l medi⁹ ſcđm f erit tūc p.51.hui⁹ g ad k ea pportio q̄ l ad h ſ3 p p̄cedētē ⁊.25.hui⁹ g ad k eſt q̄ a ad c ḡ l ad h q̄ a ad c quare ⁊ q̄ d ad b ergo p ꝯuerſā

ꝓportionalitatē h ad l eſt q̄ b ad d ſꝫ g ad h eſt q̄ a ad b ꝑ ꝑ equā ꝓportionalitatē directā g ad l eſt que a ad d erit igit̄ a ad d q̄ g ad l ⁊ d ad b q̄ l ad h ꝯtinuent̄ ꝗ ꝓportiones g ad l ⁊ l ad h in minimis nūeris q̄ ſint m n o ita vt m ad n ſit q̄ g ad l ⁊ ex ꝯñti q̄ a ad d ⁊ n ad o q̄ l ad h ⁊ ex ꝯñti q̄ d ad b tūc ꝑ.25.tertij m nūerabit g ⁊ n nūerabit l ⁊ o ipm h ꝑ eundē nūex ⁊ ꝑ ꝯñs ꝑ pmā h⁹ n erit medi⁹ int̄ m ⁊ o ſcðm eādē medietatē ſcðm quā l mediat int̄ g ⁊ h ⁊ ꝑ ꝯñs ſcðm ſ medietatē ⁊ qꝛ ꝑ.25.tertij m etiam numerat a ⁊ n nūerat d ⁊ o nūerat b eq̄lr̄ ꝑ pmā h⁹ d erit medi⁹ inter a ⁊ b ſcðm eādē medietatē ſcðꝫ quā n mediat int̄ m ⁊ o ⁊ ꝑ ꝯñs ſcðm ſ medietatē qð eſt ꝓpoſitū. Et ſi d ſcðm aliquā illarū cadat inter a ⁊ b ꝯſimili modo oīno oſtendet̄ ꝙ e ſcðm reliquā inter eoſdē cadat ponendo d loco e ⁊ c loco d qꝛ poſtq̄ a ad c eſt ea ꝓportio q̄ d ad b ꝑmutatim a ad d eſt q̄ c ad b ⁊ tunc conſimilis erit omnino proceſſus.

54 ¶ Quotcumq̧ numeros in arithmetica medietate contingit continuare inter quorum binos ⁊ binos medios ſecundum armonicam medietatem contingit ſtabilire.

¶ Sint a b c d quotcumq̧ numeri ordinatim in arithmetica medietate diſpoſiti ⁊ e ꝯpoſitus ex minimis ꝓportionis a ad b ⁊ f ex minimis ꝓportionis b ad c ⁊ g ex minimis ꝓportionis c ad d ⁊ h quicūq̧ nūerus quem quilibꝫ illorum ꝯpoſitorum numeret quem duco ſeorſū ⁊ ordinatim in a b c d ⁊ ꝓueniēt ordinatim k l m n. Tūc per.21.ſcði ꝓportio k ad l erit que a ad b ⁊ l ad m que b ad c ⁊ m ad n que c ad d ⁊ ex terminis ⁊ ex prima huius adiuuante.13.primi k l m n erunt ordinatim in arithmetica medietate diſpoſiti. Dico igitur iſtos eſſe quos querimus. Quia ex terminis ⁊ ex.19.primi h numerabit differentiā k ad l ergo per.21.primi e compoſitus ex minimis ꝓportionis k ad l numerabit eandē differentiam ⁊ per idem f compoſitus ex minimis ꝓportionis l ad m numerabit differentiā l ad m ⁊ g compoſitus ex minimis ꝓportionis m ad n numerabit differentiā m ad n ergo per demonſtrationē.49.hui⁹ inter k ⁊ l cadet armonice medius ſimiliter ⁊ inter l ⁊ m ⁊ inter m ⁊ n qð eſt ꝓpoſitū. De quotcūq̧ pluribus ꝯſimilis eſt demonſtratio ſumendo tot quot velis in arithmetica medietate diſpoſitos.

55 ¶ Si primi ad ſcðꝫ fuerit ea ꝓportio q̄ tertij ad quartū tertiū inter primū ⁊ ſcðꝫ armonice aut arithmetice mediare ⁊ ſcðm inter tertium ⁊ quartum ſcðm eandem medietatem mediare eſt impoſſibile.

¶ Sit a primi ad b ſcðm ea ꝓportio q̄ c tertij ad d quartū. Tūc dico ꝙ impoſſibile eſt c inter a ⁊ b mediare arithmetice aut armonice ⁊ b ⁊ int̄ c ⁊ d eodē mō mediare. Nā dato oppoſito mediant talit̄ qꝛ igit̄ ꝓportio a ad b eſt q̄ c ad d ⁊ int̄ a ⁊ b mediat c armonice aut arithmetice et b inter c ⁊ d eodē mō ꝑ.25.et.32.h⁹ a maximi ad c mediū armonice aut arithmetice int̄ a ⁊ b eſſet ea ꝓportio q̄ c ad b qð per.7.et.44.hui⁹ eſt impoſſibile. In geometrica tñ medietate oppoſitū h⁹ ꝯtingit put pōt patere captis q̄tuor ordinatim ꝯtinuo ꝓportionalib⁹ geometrice qꝛ ex ꝑmutata ꝓportionalitate ⁊ ex ypotheſi primi ad tertiū erit ea ꝓportio q̄ ſcði ad quartū factis igit̄ ſcðo tertio ⁊ tertio ſcðo conſtabit propoſitum.

56 ¶ Si tres numeri in arithmetica medietate diſpoſiti eundem numerum numerent erūt illi per quos illum numerabunt conſimili ordine in armonica ordinati.

¶ In hac ⁊ in ſequenti per ly ꝯſimili ordine intelligitur ꝙ ille per quem medius nūerat illum debeat eſſe medius inter illos per quos alij eundē numerāt ⁊ nō intelligitur ꝙ ille per quē maximus nūerat illum debeat eſſe maximus ⁊ ille ꝑ quē minimus eſſe minimus hoc eñ falſum eſſet. ¶ Sint igitur a b c in arithmetica medietate ordinatim ſūpti qui numerent d a ꝑ e ⁊ b per f ⁊ c ꝑ g. Tunc dico e f g eſſe ordinatim in armonica medietate ꝯſtitutos. Quia eñ ex ypotheſi ⁊ ex terminis ex a in e tm̄ ſit ſicut ex b in f per.43.ſcði a ad b vt f ad e ⁊ per idem b ad c vt g ad f ⁊ per idem a ad c vt g ad e ſit igitur h duplus e ⁊ k duplus f ⁊ l duplus g erit tunc quilibꝫ iſtorum trium per ergo ꝑ correlarium.4.huius inter h ⁊ l cadet arithmetice medi⁹ qui ſit m ⁊ quia ꝑ pmum correlarium.21.ſcði l ad h vt g ad e ⁊ g ad e vt a ad c erit l ad h vt a ad c quare ꝑ.25.hui⁹ l ad m vt a ad b ⁊ qꝛ ꝑ idē correlariū.21.ſcði k ad h vt f ad e ⁊ f ad e ꝓbatū eſt vt a ad b erit k ad h vt a ad b ⁊ ꝑ ꝯñs vt l ad m ſꝫ int̄ l ⁊ h mediat m arithmetice ꝗ ꝑ.53.h⁹ h erit int̄ l ⁊ h armonice medi⁹ q̄re ꝑ pmā h⁹ f erit etiā armonice medi⁹ int̄ g ⁊ e qð ē ꝓpoſitū.

57 ¶ Si tres numeri in armonica medietate ordinati eundem numerent illi per quos illum numerabūt erunt conſimili ordine in arithmetica ordinati.

¶ Sint a b c in armonica medietate ordinatim ſumpti qui numerēt d a per e ⁊ b per f ⁊ c per g. Tunc dico e f g ordinatim eſſe in arithmetica medietate ꝯſtitutos. Quia ex terminis ⁊ ex.43.ſcði pluries ſūpta ꝓportio a ad b erit que f ad c ⁊ b ad c que g ad f ⁊ a ad c q̄ g ad e ſint igitur h duplus a ⁊ k dupl⁹ b ⁊ l dupl⁹ c qui ꝑ pmā hui⁹ erūt ordinatim in armonica medietate ꝯſtituti ⁊ quia ex terminis l ⁊ h ſūt ambo pares per correlariū.4.huius īter h ⁊ l erit aliquis arithmetice medius qui ſit m qꝛ igitur per primū correlarium.21.ſcði ꝓportio h ad k eſt que a ad b ⁊ k ad l que b ad c ⁊ h ad l q̄ a ad c erit h ad k q̄ f ad e ⁊ k ad l q̄ g ad f ⁊ qꝛ ꝑ.51.h⁹ h ad k eſt q̄ m ad l ⁊ h ad m q̄ k ad l erit h ad m q̄ g ad f ⁊ m ad l q̄ f ad e ꝯtinuent̄ igit̄ ille due ꝓportiones ſcꝫ h ad m ⁊ m ad l in minimis nūeris q̄ ſint n o p ita ꝙ n ad o ſit q̄ h ad m ⁊ ex ꝯñti q̄ g ad f ⁊ o ad p q̄ m ad l ⁊ ex ꝯñti q̄ f ad e tūc ex.25.tertij n nūerabit h ⁊ o nūerabit m ⁊ p nūerabit l eq̄lr̄ q̄re ꝑ pmā hui⁹ n o ⁊ p erūt ordinati in eadē medietate ꝯſtituti i q̄ h m ⁊ l vt puta in arithmetica ⁊ qꝛ ꝑ eādē tertij n nūerabit g ⁊ o nūerabit f ⁊ p nūerabit e eq̄lr̄ ꝑ pmā hui⁹ erūt g f ⁊ e ordinatim in eadem medietate ꝯſtituti in qua n o ⁊ p ⁊ ꝑ ꝯñs in arithmetica quod eſt propoſitum.

58 ¶ Quotcumq̧ numeros contingit ordinare inter quorum primum ⁊ tertium ſecundus ⁊ inter ſcðꝫ ⁊ quartum tertius ⁊ inter tertiū ⁊ quintum quartus ⁊ ita deinceps armonice medient.

¶ Capiā tot ordinati i arithmetica medietate ꝯſtitutos q̄t velī ī eos reqire ⁊ iueniā nūex quē eos illi nuerēt. Tūc dico ꝙ illi ordinati ꝑ q̄s illū nūerabūt erūt q̄ſiti. Nā ex quo pmꝰ ſcðs ⁊ terti⁹ nūerāt eūdē ꝑ pmū ſꝫ ⁊ tīū illox ordiati ꝑ añcedētē pm⁹ ſcðs ⁊ tri⁹ illox erūt ordiati i armonica medietate ꝯſtituti ⁊ ꝯſilr̄ ꝯſtat de ſcðo tīo ⁊ q̄rto ⁊ ita deiceps donec ad vltimū deueniat̄ vñ totū ꝯſtat ꝓpoſitū.

59 ¶ Quotcūq̧ nūeros in geometrica medietate ſcðm datam ꝓportionem rōnalem inequalitatis con-

tingit ꝯtinuare inter quoꝝ binos ⁊ binos ꝓximos medij armonice ſimilit' ⁊ medij arithmetice repiãt

¶ Sit a q̄cūq; rõnalis inequalitatis data ⁊ b ꝯpoſitus ex minimis nũeris a ⁊ ꝑ.9.quarti inueniã quotcunq; nũeros ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſcdm a ꝓportionẽ q̄ ſint c d e ⁊ f ⁊ duco b ordinatim et ſeorſũ in illos ⁊ ꝓueniãt ordinatim g h k ⁊ l q̄ ꝑ.2.correlariũ.21.ſcdi erũt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſcdm ꝓportionẽ c ad d ⁊ ꝑ ꝯñs in geometrica medietate ſcdʒ eãdẽ ꝓportionẽ ꝯſtituti. Sint ğ m n o ⁊ p ordinatim illoꝝ dupli erunt iſti ꝑ pmũ correlariũ.21.ſcdi ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſecundũ eandẽ ꝓportionem quare ⁊ in geometrica medietate ꝯſtituti ſcdm a ꝓportionem hos ergo dico eſſe q̄ſitos qꝛ ex terminis quilibʒ iſtoꝝ erit par ergo ꝑ correlariũ.4.hui' īter quoſcũq; duos iſtoꝝ cadet medi' arithmetice ⁊ qꝛ ex terminis ⁊ ꝑ.19.et.21.pmi b ꝯpoſit' ex minimis ꝓportionis m ad n numerat m ⁊ n ꝑ pmũ correlariũ.20.pmi nũerabit dr̃am m ad n ⁊ ꝑ idẽ nũerabit dr̃am m ad o ⁊ o ad p/ q̄re ꝑ demõſtratũ.49.hui' īter m ⁊ n cadet medi' armonice ſilr̃ ⁊ īt n ⁊ o ⁊ īt o ⁊ p vñ ꝯſtat ꝓpoſitũ.

60 ¶ Tres numeros in armonica medietate ꝯtingit diſponere inter quorum binos ⁊ binos ꝓximos medij geometrice cadant ſimiliter ⁊ medij arithmetice.

¶ Sint a c ⁊ e tres nũeri inuẽti in arithmetica medietate inter quorum a ⁊ c ſit b geometrice medius ⁊ d int' c ⁊ e ⁊ hij oẽs a b c d e nũerẽt f a ꝑ g ⁊ b ꝑ h ⁊ c ꝑ k ⁊ d ꝑ l ⁊ e ꝑ m erũt tũc ꝑ.56.hui' erũt g k ⁊ m ordinatim in armonica medietate ꝯſtituti. Si igit' q̄libet illoꝝ ſit par dico illos eſſe q̄ſitos qꝛ ꝑ correlariũ.4.hui' inter q̄ſcũq; duos illoꝝ cadet medi' arithmetice ⁊ qꝛ a b c ſũt ordinati ꝯtinuo ꝓportionales ꝑ.2.correlariũ.21.ſcdi g h k erũt ordinati ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ ꝑ ꝯñs h erit medi' geometrice int' g ⁊ k ⁊ qꝛ c d e ſũt ordinati ꝯtinuo ꝓportionales ꝑ idẽ correlariũ.21.ſcdi k l ⁊ m erũt ordinati ꝯtinuo ꝓportiõales ⁊ ꝑ ꝯñs l erit medi' geometrice int' k ⁊ m vñ totũ ꝯſtat ꝓpoſitũ. Si aũt nõ q̄libʒ illoꝝ g k ⁊ m ſit par cape duplos illoꝝ ⁊ illi erũt q̄ſiti. Hoc facile oñdes capiẽdo etiã duplos ipi' h ⁊ ipi' l.

1.co. ¶ Ex hac ꝯſtat ꝙ ꝯtingit tres nũeros in arithmetica medietate diſponere inter quoꝝ binos ⁊ binos ꝓximos cadãt medij geometrice ⁊ medij armonice. Inuẽtis eñ ꝑ.40.hui' trib' in arithmetica medietate inter quoꝝ binos ⁊ binos ꝓximos cadãt medij geometrice ducendo nũeꝝ numeratũ a ꝯpoſito ex minimis ꝓportionis primorũ duorũ ſimiliter ⁊ a ꝯpoſito ex minimis ꝓportionis vltimoꝝ duoꝝ in illos tres ſeorſũ qui ꝓuenient erunt queſiti ⁊ clara eſt ex hijs precedentibus huius demonſtratio.

2.co ¶ Patet vltra ꝙ ſcdm quãlibʒ iſtaꝝ triũ medietatũ ꝯtingit tres nũeros ordinare int' quoꝝ binos ⁊ binos ꝓximos ſcdm quãlibʒ earũdẽ cadãt medij. Nã ſi ſit arithmetica diſpoſitis trib' int' quoꝝ binos ⁊ binos ꝓximos cadãt medij geometrice ⁊ armonice de duplis illoꝝ ꝯtinget illud ⁊ ſi fuerit geometrica diſpoſitis trib' in geometrica medietate ſcdm ꝓportionẽ cui' ſubdupla in nũeris repit' int' quorũ binos ⁊ binos ꝓximos repiant' medij armonice ſilr̃ ⁊ arithmetice illi erũt q̄ſiti. Et ſi vis ſcdm armonicã datis trib' in ipa ordiatis it' q̄ꝝ binos ⁊ bios ꝓxios cadãt medij geometrice ſilr̃ ⁊ arithmetice ⁊ ducto mimo nũerato a ꝯpoſito ex minimis ꝓportiõis pmoꝝ duoꝝ illoꝝ triũ ſilr̃ ⁊ a ꝯpõito ex minimis ꝓportiõis alioꝝ duoꝝ i illos tres ſeorſũ q̄ ꝓueniẽt erũt q̄ſiti. hec oia manifeſtiſſiẽ ex ꝓcedẽtib' appent.

61 ¶ Quacũq; ꝓportione rationali inequalitatis data cõtingit duos numeros in ꝓportione duplicata ad illam ſe hñtes inuenire inter quos ſcdm quamlibet iſtarum medietatum medius reperiatur.

¶ Nã quacũq; tali data ſit a ad b ꝓportio cui' illa eſt medietas tũc ꝑ.2.correlariũ.12.quarti int' a ⁊ b cadet medi' geometrice ſcdm illã ꝓportionẽ datã ſit igit' c ꝯpoſit' ex minimis ꝓportionis a ad b quẽ duco in a ⁊ fiat d ⁊ in b ⁊ fiat e ⁊ ſit f dupl' e ⁊ g duplus e eris tũc ꝑ pmũ correlariũ.21.ſcdi f ad g vt d ad e ſʒ ꝑ.21.ſcdi d ad e vt a ad b ğ f ad g vt a ad b. Dico ğ f ⁊ g eſſe q̄ſitos qꝛ ex t'mis f ⁊ g ſũt ãbo pares ergo ꝑ correlariũ.4.huius inter ipſos cadit medius arithmetice ⁊ ꝑ.12.quarti inter f ⁊ g cadet medius geometrice quemadmoduʒ ⁊ inter a ⁊ b ⁊ qꝛ c ꝯpoſitus ex minimis ꝓportionis f ad g nũerat d ⁊ d nũerat f ꝑ.21.pmi c nũerat f ⁊ ꝑ idẽ nũerat g quare per pmũ correlariũ.20.pmi numerat differentiam f ad g ergo inter f ⁊ g cadet armonice medius vnde conſtat propoſitum.

Co. ¶ Ex hac ꝯſtat ꝙ quacũq; ꝓportiõe rõnali maioris ineq̃litatis data ꝯtingit duos nũeros i minori ꝓportione maioris ieq̃litatis q̃ illa ſe hñtes iuenire it' q̄s ſm quãlibʒ iſtaꝝ medietatũ medi' iueniat'. Nã q̄cũq; tali data poterit iueniri rõnalis maioris ieq̃litatis mior illa c' medietas i nũeris repiet'. Et hoc ſiet diuiſa illa i duas ieq̃les rõnales ꝑ.31.5.capta dupla ad minorẽ illaꝝ q̄ ꝑ pmũ correlariũ.29.quinti erit minor illa quo hito de illa dupla ad illã minorẽ diuidẽtũ poteris fieri qđ ꝓponitur ꝑ pſentem.

62 ¶ Si īter duos nũeros tres medij vn' arithmetice ⁊ alt' geometrice ⁊ terti' armonice ſtatuãt' arithmeticũ maximum ⁊ armonicũ minimũ atq; int' illos geometricũ mediũ ꝓportionalẽ eſſe neceſſe eſt.

¶ Sint c arithmetice d geometrice ⁊ e armonice tres medij inter a ⁊ b. Tũc dico primo d eſſe mediũ geometrice inter c ⁊ e. Deinde c eſſe maximũ illoꝝ triũ ⁊ e minimũ. Primũ ptʒ qꝛ ꝑ.51.hui' ꝓportio a ad c q̄ e ad b quare ꝑ.43.ſcdi ex c in e tm̃ ſit ſicut ex a in b ſʒ ꝑ.27.hui' ex d in c tm̃ ſit ſicut ex a in b ğ ex d in ſe tm̃ ſit ſicut ex c in e ğ ꝑ pmũ correlariũ.4.ſcdi d eſt medi' geometrice int' c ⁊ e qđ ẽ pmũ. Scdm vo ptʒ qꝛ ꝑ ſm correlariũ.45.h' c eſt tũc maior d ſilr̃ ⁊ maior e ⁊ d etiã maior e vñ ꝯſtat illd.

63 ¶ Trium numerorum in aliqua iſtarum trium principalium medietatũ diſpoſitorum differentiã maiorum eſſe minorem differentia minorum eſt impoſſibile.

¶ Nã ex terminis in arithmetica medietate ille dr̃e ſunt equales ⁊ ex terminis ⁊ ex ſecundo correlario.26.in geometrica differentia maiorum eſt maior dr̃a minorum ⁊ ex primo correlario.44.hui' in armonica differentia maiorum maior eſt etiam dr̃a minorum vnde totum conſtat propoſitum.

64 ¶ Si diſponãtur tres numeri in geometrica medietate ⁊ inter primum ⁊ ſcdm cadat aliquis geometrice medius aut aliqui tot adequate inter ſcdm ⁊ tertiũ cadent geometrice medij ſcdm eandem proportionẽ. Et ſi ſint tres in arithmetica medietate diſpoſiti ⁊ inter pmũ ⁊ ſcdm cadat aliq̄s arithmetice medi' aut aliqui tot adequate inter ſcdm ⁊ tertiũ arithmetice medij cadent ſcdm eandem dr̃am.

¶ Primum ex .12. quarti conſtat in forma ⁊ ſecundum patz quia ex quo dr̃a primi ad ſcdm erit tunc equalis dr̃e ſcdi ad tertium ſi prima poſſit adequate diuidi in aliquot partes equales ſcda poterit in tot equales adequate diuidi vn̄ ſatis conſtat ſcdm. De armonica tn̄ medietate non ita contingit quia iſti tres .12.6.4. ſunt in armonica medietate conſtituti ⁊ inter primos mediat numerus .8. in eadē medietate nullus tn̄ cadit armonice medius inter duos vltimos.

¶ Undecimi Elementorum Arithmetices Gaſparis Lax finis:

¶ Duodecimi et vltimi Elementorum Arithmetices Gaſparis Lax.

¶ Propoſitiones.

1 SI primi ad ſcdm fuerit ea pportio q̃ tertij ad quartum ⁊ inter primū ⁊ ſcdm cadat medius ſcdm aliquam medietatē ſimiliter inter tertium ⁊ quartum ſcdm eandem erit primi ad medium inter ipſuz ⁊ ſcdm ea pportio q̃ tertij ad mediū inter illū ⁊ quartū ⁊ medij primorū ad ſcdz q̃ medij alioꝝ ad quartū.

¶ Quod particulariter in vndecimo de vnaquaqꝫ triū principaliū medietatū demonſtratū eſt hec vl'r p q̃cūqꝫ tā principali q̄ min⁹ principali medietate pponit. Sit igit̃ a primi ad b ſcdm ea pportio q̃ e tertij ad d quartum ⁊ e medi⁹ inter a ⁊ b ſcdm aliquam medietatē ⁊ f inter c ⁊ d ſcdm eandem. Tunc dico q̄ pportio a ad e eſt q̃ c ad f ⁊ e ad b q̃ f ad d. Sit eñ g ad h q̃ a ad b ⁊ ſint g ⁊ h in ſua pportione mīmi tunc ex .24. tertij g nūerat a ⁊ h nūerat b equaliter ſit ergo p k ꝯſtat tunc k eſſe minorē mīmo illoꝝ a b aut illi equalē ex quo p pmū correlariū .13. primi nūerat illū quare ex ꝯſti erit minor e diuido ergo e p k adequate ſiue pueniat nūer⁹ ſiue nūer⁹ cū fractione ⁊ qd̄ pueniet ſit l tūc ex terminis ⁊ ex .20. petitione l nūerabit e p k quare p primā .11. g l ⁊ h erunt in eadē medietate in qua ſunt a e ⁊ b ⁊ qr p .24. tertij g nūerat c ⁊ h nūerat d equaliter ſit ſcdm m ⁊ duco l in m. Tūc dico q̄ pueniet f. Qr ex terminis ⁊ ex prima .11. qd̄ inde pueniet mediabit īt̃ c ⁊ d ſcdz medietatē ſcdm quā mediat f cū igit̃ p .21. ſcdi plures ſāptā pportio c ad f ſit q̃ g ad l ⁊ f ad d q̃ l ad h et a ad e q̃ g ad l ⁊ e ad b que l ad h erit a ad e que c ad f ⁊ e ad b q̃ f ad d quod eſt propoſitum.

2 ¶ Trib⁹ nūeris in geometrica medietate diſpoſitis q̃ꝝ mīm⁹ eſt maior dr̃a maioꝝ ſi dr̃a maiorū auferat̃ ex mīmo erūt medi⁹ ⁊ mīm⁹ illoꝝ triū ⁊ reſiduū illi⁹ mīmi i pria collateraliū medietatū ꝯſtituti

¶ Prima collateraliū medietatū ex geometrica ortū hz nō tn̄ ex qualibz ſz ex illa vbi mīmus eſt maior dr̃a maioꝝ ⁊ q̄ aliqua talis detur ptz p .42.11. Sint igit̃ a maxim⁹ b medi⁹ ⁊ c mīm⁹ in geometrica medietate ꝯſtituti ⁊ d dr̃a a ad b ⁊ e dr̃a b ad c ⁊ c maior d ⁊ reſidua p3 c pter d ſit f. Dico ergo b c ⁊ f eſſe in pma collateraliū ꝯſtitutos. Quia ex ypotheſi d erit dr̃a illorum minorum illorum trium ⁊ e maiorē cum igitur p .26.11. pportio d ad e ſit q̃ b ad c ex terminis conſtat propoſitum.

1.co. ¶ Ex hac ꝯſtat q̄ vl'r in hac medietate dr̃a minoꝝ maior eſt dr̃a maioꝝ. Et pportio medij ad mīmū maior q̄ maximi ad mediū ⁊ ex ꝯñti q̄ dr̃e minorum ad dr̃am maiorum. Primum ex terminis ⁊ ex pma ſcdi ꝯſtat. Scdm ex pmo ⁊ ex pmo correlario .36. ſcdi. Tertiū pō ex ſcdo ⁊ ex terminis conſtat.

2. co ¶ Patet vltra q̄ impoſſibile eſt tres numeros in hac medietate ꝯſtitutos in aliqua triū principaliū eſſe ſimul ꝯſtitutos. Quia p correlarium precedens in hac dr̃a minorum vniuerſaliter eſt maior differentia maiorum ⁊ p .63.11. non poteſt illud in aliqua principalium contingere.

3. ¶ Trib⁹ nūeris in hac diſpoſitis ſi dr̃a minoꝝ addat̃ maxi o ꝯpoſit⁹ pueniēs ⁊ maxim⁹ ⁊ medi⁹ illoꝝ triū in geometrica medietate ordinatum inueniētur diſpoſiti eritqꝫ illoꝝ mīm⁹ maior dr̃a maiorum.

¶ Sint a maximus b medi⁹ ⁊ c mīm⁹ in hac medietate ordinati ⁊ d dr̃a a ad b ⁊ e dr̃a b ad c quā addo ipſi a tunc dico primo totū e a ⁊ a ⁊ b eſſe ordinatum in geometrica ꝯſtitutos. Dico ſcdo q̄ b eſt maius dr̃a e a ad a. Primū patz qr ex terminis e ad d vt a ad b ergo pmutatim e ad a vt d ad b ergo coniunctim totus e a ad a vt totus d b qui eſt a ad b ex terminis igitur ꝯſtat primū. Scdz ptz qr dr̃a ad a eſt e ⁊ ex ypotheſi b ꝯſtat ex c ⁊ e ergo b eſt maior e dr̃a e a ad a quod eſt ſecundum.

4. ¶ Tribus numeris in geometrica medietate ordinatis ſi dr̃a minoruz addatur maximo compoſitus pueniens ⁊ maximus ⁊ medius erunt ordinatum in ſecunda collateralium medietatū diſpoſiti.

¶ Secunda collateraliū medietatū ex quacūqꝫ geometrica oriri poteſt. Sint igit̃ a maxim⁹ b medi⁹ ⁊ c mīm⁹ in geometrica medietate diſpoſiti ⁊ d dr̃a a ad b ⁊ e dr̃a b ad c quā addo a. Tunc dico totū e a ⁊ a ⁊ b eſſe ordinatum in ſcda collateraliū ꝯſtitutos. Qr d eſt dr̃a a ad b ⁊ e dr̃a totius e a ad a cū igitur per .26.11. proportio d ad e ſit que a ad b ex terminis conſtat propoſitum.

1.co. ¶ Ex hac ꝯſtat q̄ vl'r in hac medietate dr̃a minoꝝ eſt maior dr̃a maioꝝ ⁊ maximi ad mediū minor pportio q̄ medij ad minimū. Et ex ꝯñti q̄ dr̃e minoꝝ ad dr̃am maioꝝ ⁊ dr̃e extremoꝝ ad dr̃am maioꝝ maior q̄ medij ad mīmū ⁊ ex ꝯñti q̄ maximi ad mediū. Primū ex termīs ⁊ ex pma ſcdi ꝯſtat. Scdm ex pmo ⁊ ex pmo correlario .36. ſcdi. Tertiū ex ſcdo. Quartū ptz qr p .4. ſcdi. differentie extremorum ad differentiam maiorum maior eſt pportio q̄ differentie minorum ad differentiam maiorum ergo ⁊ maior q̄ medij ad minimum. Ultimum ſequitur ex quarto ⁊ ex ſecundo arguendo a fortiori.

2. co ¶ Ptz vltra q̄ ipoſſibile eſt tres nūeros i hac medietate ꝯſtitutos eſſe ſimul i aliqua triū pricipaliū aut in pria collateraliū ordinatos. Qr p pcedēs correlariū vl'r i hac dr̃a minoꝝ eſt maior dr̃a maioꝝ ⁊ maximi ad mediū minor eſt pportio q̄ dr̃e minoꝝ ad dr̃am maioꝝ ⁊ p .63.11. pmū iſtoꝝ nō pōt i aliqua principaliū ꝯtingere ⁊ ex termīs ſcdz nō pōt in pria collateraliū euenire vn̄ totū ꝯſtat ppoſitum

5 ¶ Tribus numeris in hac medietate diſpoſitis erit minim⁹ maior differētia maioꝝ ipſaqꝫ ex minimo ſubſtracta medius ⁊ minim⁹ illoruz ⁊ reſiduū ipſius erūt ordinatum in geometrica medietate ꝯſtituti.

¶ Sint a maxim⁹ b medi⁹ ⁊ c minim⁹ in hac medietate ꝯſtituti ⁊ d dr̄a a ad b ⁊ e dr̄a b ad c. Tunc di co p̄mo ꝙ c eſt maior d. Dico ſcḋo ꝙ b ⁊ c ⁊ reſidua pars e p̄ter d erunt ordinati in geometrica medie tate ꝯſtituti. Primū ptꝫ qꝛ ex terminis ⁊ ex ypotheſi b ad c vt c ad d ergo ꝑmutatim b ad c vt e ad d cum igitur ex ypotheſi b ſit maius c per p̄mā ſcḋi e eſt maius d quod eſt primū. Scḋm ptꝫ ſit f reſidua pars e p̄ter d ⁊ quia ex terminis ⁊ ex ypotheſi ꝓportio b totius ad e totum eſt que c detracti ad d de tractum per .25. ſcḋi e reſidui ad f reſiduum eſt que b ad c vñ ex terminis conſtat ſecundum.

6 ¶ Tribus nūeris in geometrica medietate diſpoſitis ſcḋm ꝓportionē dupla minorē ſi dr̄a maiorum ex medio tollatur erūt medius ⁊ minus ⁊ illud reſiduū mediū in tertia collateraliū ordinati ꝯſtituti.

¶ Tertia collateraliū medietatū ex geometrica ortum hꝫ ſꝫ nō ex quacūq; ſꝫ ꝑciſe ex ea in qua dr̄a maiorū min⁹ eſt medio ⁊ ꝓpterea poterit oriri ex quacūq; vbi maximi ad mediū eſt ꝓportio minor du placū in qualibꝫ tali illud ꝯtingat. Sint igr̄ a maxim⁹ b medi⁹ ⁊ c minimus in geometrica medietate cō ſtituti ⁊ ꝓportio a ad b minor dupla ⁊ d dr̄a a ad b ⁊ e dr̄a b ad c ꝯſtat tūc b eſſe maiorē d ſit ergo reſi dua pars b p̄ter d f. Dico ergo b e ⁊ f eſſe ordinatim in tertia collateraliū medietatū ꝯſtitutos. Nā dr̄a b ad f eſt d ⁊ dr̄a b ad c eſt d cū igitur ꝑ .2. correlariū .26. 11. d ſit maior e erunt b maximus e medius ⁊ f minimus cum igitur ex .25. 11. ꝓportio d ad e ſit que b ad c conſtat ex terminis propoſitum.

Co. ¶ Ex hac ꝯſtat ꝙ vniuerſaliter in hac maximi ad mediū maior eſt ꝓportio ꝙ̄ dr̄e minorū ad dr̄am ma iorū ⁊ dr̄a maiorꝫ maior eſt dr̄a minorꝫ. Primū ptꝫ qꝛ ꝑ .4. ſcḋi dr̄a extremorꝫ ad dr̄aꝫ maiorꝫ maior eſt ꝓportio ꝙ̄ dr̄e minorꝫ ad dr̄am maiorꝫ ⁊ ꝑ ꝯſ̄s ꝓportio maximi ad mediū maior eſt eadē. Scḋm patꝫ diſpoſitis b e ⁊ f in hac medietate vt in demonſtratione preſentis ꝯcluditur erit ex terminis pro portio b ad e que d ad e ergo ꝑmutatim b totius ad d totum ꝙ̄ e detracti ad e detractuꝫ ergo e reſidui b ad reſiduum d quod eſt differentia e ad f per .26. ſecundi erit que b ad d cum igitur b ſit maior d per primam ſcḋi e differentia b ad e ſcꝫ maiorum maior eſt differentia e ad f ſcꝫ minorꝫ quod eſt ſecundū.

7 ¶ Tribus nūeris in hac medietate diſpoſitis ſi dr̄a extremorꝫ addatur maiori erūt ꝯpoſit⁹ ꝓueniēs ⁊ maxim⁹ ⁊ medi⁹ in geometrica medietate ſcḋm ꝓportionē maioris ineq̄litatis dupla minorē ordinati.

¶ Sint a maxim⁹ b medi⁹ ⁊ c minim⁹ in hac medietate ꝯſtituti ⁊ d dr̄a a ad c quā cōſtat eſſe minorē a ⁊ ſit e dr̄a a ad b ⁊ d addatur ipſi a tunc dico totū d a ⁊ a ⁊ b eſſe in geometrica medietate ꝯſtitutos ſcḋm ꝓportionem maioris inequalitatis dupla minorē. Nā ex terminis ⁊ ex ypotheſi d ad c vt a ad b ergo ꝑmutatim d ad a vt c ad b ergo ꝯiunctim tot⁹ d a ad a vt tot⁹ c b ꝙ̄ ex ypotheſi eſt a ad b ⁊ qꝛ d eſt mi nor a ꝑ .2. correlariū .5. p̄mi tot⁹ d a eſt minor ꝙ̄ dupl⁹ ad a ſūt ergo ex terminis tot⁹ d a ⁊ a ⁊ b in geo metrica medietate ſcḋm ꝓportionē maioris inequalitatis dupla minorē diſpoſiti quod eſt propoſitū.

8 ¶ Triū nūerorꝫ in armonica medietate diſpoſitorꝫ ſi maior fuerit dupl⁹ minimi erūt illi in hac medieta te ꝯſtituti. Et ſi triū in hac diſpoſitorū maxim⁹ fuerit duplus minimi erunt ⁊ illi in armonica conſtituti.

¶ Primū ptꝫ ſint a maxim⁹ b medi⁹ ⁊ c minim⁹ ꝑ .48. 11. numeri in armonica medietate ⁊ ꝓportio a ad c dupla. Tūc dico illos eſſe in hac ꝯſtitutos. Sit eīn d dr̄a a ad b ⁊ e dr̄a b ad c erit tūc ex terminis ⁊ ex ypotheſi ꝓportio d ad e dupla quēadmodū ⁊ a ad c ꝙ̄ ꝑ .18. 10. totius d e ad e erit tripla ⁊ ꝑ .17. eiuſ dē tot⁹ d e ad d ſeſqalterā ⁊ qꝛ ꝓportio a ad c ē dupla erit dr̄a a ad c vt puta tot⁹ d e equalis ipſi c ⁊ per ꝯſ̄s c erit triplus e ⁊ ꝑ .18. 10. tot⁹ c e ꝙ̄ eſt b quadrupl⁹ ad e cū igitur d ad e ſit dupla ꝓportio erit etiaꝫ b ad d dupla ⁊ ꝑ ꝯſ̄s tot⁹ d b ꝙ̄ eſt a ad b erit ſeſquialtera ꝓportio cū igitur ꝓportio tot⁹ d e dr̄e a ma ximi ad c minimū ad d dr̄am a maximi ad b mediū ꝓbata ſit ſeſquialtera erūt ex terminis illi termini in hac ꝯſtituti qḋ eſt p̄mū. ¶ Scḋꝫ pꝫ ſint a maxim⁹ b medi⁹ ⁊ c mini⁹ i hac ꝯſtituti ⁊ a dupl⁹ c ⁊ d dr̄a a ad b ⁊ e dr̄a b ad c ꝯſtat tūc totū d e eſſe dr̄am a ad c ⁊ ipſm eſſe equalē c. Dico igitur illos eſſe in armo nica medietate ꝯſtitutos. Nā ex terminis a ad b vt tot⁹ d e ad d ergo ꝑmutatim a tot⁹ ad d e totū vt b detractus ad d detractū ergo ꝑ .25. ſcḋi d reſidu⁹ ad e reſiduū vt a ad d e ſꝫ ꝑ .2. ſcḋi a ad d e vt a ad c ergo a maxim⁹ ad c minimū vt d dr̄a maiorum ad e dr̄am minorum vñ ex terminis conſtat ſecundum.

¶ Tres numeros in hac diſpoſitos ſimul in arithmetica geometrica prima aut ſecunda collateraliū

9 medietatum eſſe conſtitutos eſt impoſſibile.

¶ Nā ꝑ correlariū .5. huius in hac medietate dr̄a maiorꝫ vīr maior eſt dr̄a minorꝫ mō in arithmetica ex terminis debet eſſe equalis illi ⁊ ꝑ p̄mū correlariū .2. ⁊ p̄mū correlariū .4. hui⁹ in primis duab⁹ collateralib⁹ vīr eſt minor illa ꝙ̄ nō poterūt tres in hac medietate ꝯſtituti eſſe ſimul in arithmetica et in p̄ma aut ſcḋa collateralium ꝯſtituti. Sed de geometrica patet qꝛ dato oppoſito ſit eadē ypotheſis cum ſcḋa parte p̄cedentis ⁊ ſint a b c ſimul cum hoc in geometrica medietate conſtituti ſi poſſit fieri erit tunc per .26. 11. ꝓportio d ad e que a ad b cum igitur ex terminis totius d e ad d ſit etiaꝫ que a ad b erit totius d e ad d que d ad e quod per .11. quinti eſt impoſſibile.

10 ¶ Si duo numeri inequales coniungantur compoſitus proueniens ⁊ maximus ⁊ minimus ordinati in quarta collateralium medietatum inuenientur diſpoſiti.

¶ Sit a numerus adequate ꝯpoſitus ex b maiori ⁊ c minori ꝯſtat tunc dr̄am a maximi iſtorum trium ad c minimum eſſe b ⁊ dr̄am a ad b medium eſſe c erit igitur b mediū ad c minimum ea ꝓportio que dr̄e extremorꝫ ad dr̄am maiorꝫ erunt igitur ex terminis a b ⁊ c in hac medietate ꝯſtituti qḋ eſt propoſitum.

Co. ¶ Ex hac ꝯſtat ꝙ ſi nūer⁹ dupl⁹ ⁊ ſubdupl⁹ ipſi⁹ ꝯiūgātur erūt ꝯpoſit⁹ ꝓueniēs ⁊ ille dupl⁹ ⁊ ille ſub dupl⁹ in hac medietate ſimul ⁊ in arithmetica ꝯſtituti. Nā tūc dr̄a illi⁹ dupli ad ſuū ſubduplū erit eq̄ lis illi ſubduplo ⁊ etiā dr̄a ꝯpoſiti ꝓueniētis ad illū duplū ꝙ̄re ex terminis ⁊ ex p̄ſti ꝯſtat ꝓpoſitum.

11 ¶ Si tres nūeri in hac medietate diſponātur erit maximus ipſorum equalis cōpoſito ex aliis duob⁹

¶ Sint a maximus b medius ⁊ c minimus in hac diſpoſiti ⁊ d dr̄a a ad b ⁊ e dr̄a b ad c ꝯſtat tūc totū d e eſſe dr̄am a ad c ⁊ totum e c eſſe b. Dico igitur ꝙ a eſt equalis compoſito ex b ⁊ c. Quia ex termi nis proportio totius e c qui eſt b ad c eſt que totius e d ad d ergo diſiunctiꝫ e ad c que e ad d ergo per

tertium correlarium .3. ſecundi d differentia a ad b eſt equalis c vñ conſtat propoſitum.

Co. ¶ Ex hac cõſtat φ vbi vbi in hac medietate medi⁹ eſt dupl⁹ mĩmi tales tres nũeri ſũt in arithmetica ↄſtituti. Et vbi in arithmetica medi⁹ eſt dupl⁹ mĩmi illi ſũt etiã in hac ↄſtituti. Primum patz qz ex pſiti maxim⁹ erit eq̃lis ↄpoſito ex illo duplo ⁊ ex illo ſubduplo vñ ex correlario pcedẽtis ↄſtat illud. Scḋm patz qz tunc dĩa minorum erit equalis mĩmo ⁊ p ↄñs mĩm⁹ erit equalis dĩe maiorum quare maximus erit equalis compoſito ex duobus alijs quo habito ex illo correlario conſtat illud.

12 ¶ Tres numeros in hac diſpoſitos in geometrica aut armonica aut aliqua trium primarum collateralium medietatum ſimul eſſe conſtitutos eſt impoſſibile.

¶ Sint a maxim⁹ b medi⁹ ⁊ c minimus in hac medietate diſpoſiti erit tũc ex pcedenti e dĩa maiorũ ⁊ b dĩa extremoꝝ ex quo a adequate reſultat ex b ⁊ e ⁊ ſint d maior ⁊ e minor minimi in ꝓportione a ad c et exceſſus d ſupra e. Dico igit̃ pmo φ impoſſibile eſt a b ⁊ c eſſe in geometrica medietate ↄſtitutos. Nã tunc ꝓportio a totius ad b vnã ptẽ eius eſſet q̃ b ad c reſiduã ptẽ a qḋ p .11. quinti eſt impoſſibile. Dico ſcḋo φ impoſſibile eſt illos in armonica eſſe ↄſtitutos. Nã dato oppoſito cũ ex ypotheſi d ad e vt a ad c pmutatim d tot⁹ ad a totũ vt e detract⁹ ad c detractũ ĝ p .26. ſcḋi f reſidu⁹ ad b reſiduũ vt d ad a quare ⁊ vt e ad c ſz p .24. tertij d nũerat a ⁊ e nũerat c equalit̃ ĝ p correlariũ pme ſcḋi f numerabit b equalit̃ quare p pmã .11. d f ⁊ e erunt ordinatim in armonica ↄſtituti ſicut a b c ſit ergo g dĩa d ad f ⁊ h dĩa f ad e erit tunc ex terminis ꝓportio g ad h q̃ d ad e ergo pmutatim g ad d q̃ h ad e ſz g eſt minor d ergo p pmã ſcḋi h eſt minor e cũ igit̃ ꝓbatũ ſit g ad h vt d ad e nõ erũt d ⁊ e mĩmi in ſua ꝓportione qḋ eſt ↄtra ypotheſim. Dico tertio φ impoſſibile eſt illos eſſe in pma collateraliũ ↄſtitutos. Nã dato oppoſito ſint d maior ⁊ e minor minimi in ꝓportione a ad b ⁊ f reſidua p d ꝓter e qz igit̃ d ad e vt a ad b pmutatim d tot⁹ ad a totũ vt e detractus ad b detractũ ergo p .26. ſcḋi f ad c vt d ad a quare ⁊ vt e ad b ſz p .24. tertij d nũerat a ⁊ e nũerat b equalit̃ ĝ p correlariũ pme ſcḋi f nũerat c p eundẽ numeꝝ q̃re p pmã .11. d e ⁊ f erũt ordinatim in pma collateraliũ ↄſtituti ſit ergo g dĩa e ad f erit tũc ex terminis d ad e vt g dĩe minorũ ad f dĩam maioꝝ cum igit̃ g ſit minor d ⁊ f minor e nõ eſſẽt d ⁊ e mĩmi in ſua ꝓportione qḋ eſt ↄtra ypotheſim. Dico quarto φ impoſſibile eſt illos eſſe in ſcḋa collateraliũ medietatum ↄſtitutos. Nã cum in ſcḋa medi⁹ ad minimũ ſit vt dĩa minoꝝ ad dĩam maioꝝ ⁊ in hac medi⁹ ad minimũ vt dĩa extremoꝝ ad dĩam maiorum eſſet dĩe extremoꝝ ad dĩam maiorũ vt dĩa minorum ad dĩam maioꝝ qḋ eſt impoſſibile. Dico quĩto φ impoſſibile eſt illos in tertia collateraliũ eſſe ↄſtitutos qz cum in illa maximus ad medium ſit vt dĩa extremoꝝ ad dĩam maioꝝ ⁊ in hac medius ad minimum ſicut differentia extremorum ad differentiam maiorum eſſet tunc maximus ad medium vt medius ad minimum ⁊ per ↄñs illi eſſent in geometrica conſtituti quod eſt impoſſibile.

13 ¶ Tribus numeris in geometrica medietate diſpoſitis ſi dĩa maiorum addat̃ mĩmo compoſitus ꝓueniens ⁊ medius ⁊ minimus illorum trium erunt ordinatim in quinta collateralium conſtituti.

¶ Sint a maximus b medi⁹ ⁊ c minim⁹ in geometrica medietate ↄſtituti ⁊ d dĩa a ad b ⁊ e dĩa b ad c tunc p .2. correlarium .26. .11. d eſt maior e addo ergo d ipſi c ⁊ dico φ totus d c ⁊ b ⁊ c ſũt ordinatim in quinta collateralium ↄſtituti qz p .26. .11. d differentie extremorum illorum trium ad e differentiam minorum eſt ea proportio q̃ b medij ad c minimum vñ ex terminis conſtat propoſitum.

Co. ¶ Ex hac ↄſtat φ vbi in hac medietate mĩn⁹ dĩa minoꝝ ⁊ dĩa maioꝝ ſũt ordinati ↄtinuo ꝓportionales geometrice ⁊ ꝓportio medij ad mĩmũ maior eſt q̃ maximi ad mediũ. Nã ſint a maxim⁹ b medi⁹ ⁊ c mĩm⁹ in hac ↄſtituti ⁊ d dĩa a ad b ⁊ e dĩa b ad c ⁊ f dĩa a ad c quã ↄſtat adequate ↄponi ex d ⁊ e ↄſtat inſup totuz f b eſſe maiorẽ a qz igit̃ ex terminis b ad c vt f ad e pmutatim b tot⁹ ad f totũ vt e detract⁹ ad e detractũ ĝ p .26. ſcḋi c reſidu⁹ ad d reſiduũ vt b ad f q̃re ⁊ vt c ad e vñ ex t̃minis ↄſtat pmũ ⁊ qz f ad e vt b ad c pmutatim f ad b vt e ad c ĝ ↄiunctim tot⁹ f b ad b vt tot⁹ e c q̃ eſt b ad c ſz p .4. ſcḋi ꝓportio totius f b ad b maior eſt q̃ a ad b ergo b ad c maior q̃ a ad b vñ conſtat ſecundum.

14 ¶ Tribus numeris in hac medietate diſpoſitis ſi dĩa extremorum addatur medio compoſitus ꝓueniens ⁊ medius ⁊ minimus illorum erunt ordinatim in geometrica conſtituti.

¶ Nam ſi totus d c ⁊ b ⁊ c ſint in hac conſtituti ⁊ e differentia b ad c erit tunc ex terminis ꝓportio d ad e que b ad c ergo permutatim d ad b que e ad c ergo coniunctim totius d b ad b que totus e c quĩ eſt b ad c vnde ex terminis conſtat propoſitum.

¶ Tres numeros in hac medietate ſimul ⁊ in quarta collateralium ſimiliter ⁊ in arithmetica conſti-

15 tutos continget reperire.

¶ Sint c minor ⁊ b dupl⁹ c ⁊ a maior b in arithmetica medietate ↄſtituti ↄſtat tũc dĩam a ad c eſſe duplam ad dĩam b ad c cum igitur b ſit duplus c ex terminis illi tres erunt in hac medietate ↄſtituti ſed per correlarium .11. huius illi ſunt etiaz in quarta collateralium conſtituti ergo illi tres erunt queſiti.

16 ¶ Tres numeros huius medietatis ſimul in geometrica aut armonica aut aliqua trium primaꝝ medietatum ſimul eſſe conſtitutos eſt impoſſibile.

¶ Sint a maxim⁹ b medi⁹ ⁊ c minimus in hac ↄſtituti ⁊ d dĩa a ad b ⁊ e dĩa b ad c ⁊ f ↄpoſitus ex d ⁊ e quẽ ↄſtat eſſe dĩam a ad c. Dico igit̃ pmo φ impoſſibile eſt illos in geometrica aut armonica eſſe cõſtitutos. Nã ſi in geometrica ꝓportio a ad b eſſet q̃ b ad c ⁊ ſi in armonica p .4. .4. .11. a ad b eſſet maior q̃ b ad c cũ igit̃ p correlariũ .13. huius b ad c ſit maior q̃ a ad b nõ erit illud poſſibile. Dico ſcḋo φ impoſſibile eſt illos eſſe in pma collateraliũ. Nã dato oppoſito cũ p correlariũ .13. huius c e d ſint ordinatim ↄtinuo ꝓportionales geometrice ⁊ ex terminis ꝓportio a ad b debeat eſſe que c ad d eſſet a tot⁹ ad b totũ q̃ c detractũ ad e detractũ ergo p .16. ſcḋi f reſiduũ ad c reſiduũ q̃ a ad b quare ⁊ vt c ad e ⁊ ex ↄſtĩs vt e ad d eſſent igit̃ f c e ⁊ d ordinatim ↄtinuo ꝓportionales quoꝝ f eſſet equalis cõpoſito ex d ⁊ e qḋ p .12. quinti eſt impoſſibile. Dico tertio φ impoſſibile eſt illos in ſcḋa collateraliũ eſſe ↄſti-

tutos. Nã cum ex terminis b ad e ſit vt f ad eſt eſſent etiã in illa ex terminis b ad e eſſet vt e ad b ꝗre f ad e vt e ad d qđ ꝑ.11. quinti eſt impoſſibile. Dico quarto ꝙ impoſſibile eſt illos ĩ tertia collateraliũ eſſe ꝯſtitutos qꝛ tunc ex terminis ꝓportio a ad b eſſet q̃ f ad d ergo ꝑmutatim a totius ad f totum q̃ b detracti ad d detractum ergo ꝑ.26. ſcđi d reſiduũ ad e reſiduũ q̃ a ad f quare ⁊ q̃ b ad d cuꝫ igitur per correlarium.13. huius d ad e ſit que e ad c eſſent b d e c ordinatim continuo proportionales quorum b adequate componetur ex e ⁊ c quod per.12. quinti eſt impoſſibile.

17. ¶ Tribus nũeris in armonica medietate ꝯſtitutis ſi inter maximum ⁊ minimũ ſumatur nũerus medi⁹ cuius ad maiorẽ ſit ea dỹa que illius medij armonice ad illũ minimũ erunt maximus aliorũ ⁊ iſte medius aſſumptus ⁊ minimus aliorum in ſexta collateralium medietatum ordinatim conſtituti.

¶ Hec ex quacũq; armonica oriri pôt. Sint igitꝰ a maximus b medi⁹ ⁊ c minimus ĩ armonica medietate ꝯſtituti ⁊ d dỹa a ad b e aũt dỹa b ad c ⁊ f dỹa a ad c quã ꝯſtat adequate reſultare ex d ⁊ e erit tunc ex terminis a ad c vt d ad e ſit ĝ g medi⁹ inť a ⁊ c ⁊ e dỹa a ad g ꝯſtat tũc dỹam g ad c eſſe d. Dico igitꝰ a g ⁊ c ordinati eſſe in hac ꝯſtitutos qꝛ ꝓportio a ad c ꝓbata eſt q̃ d ad e vñ ex terminis ꝯſtat ꝓpoſitũ.

1.co. ¶ Ex hac cũ adiutorio prime ⁊.4. ſcđi conſtat ꝙ vniuerſaliter in hac medietate differẽtia minorum maior eſt differentia maiorum ⁊ illius ad differentiam maiorum maior ꝓportio q̃ꝫ maximi ad medium ⁊ maior etiam q̃ꝫ medij ad minimum. Et differentie extremorum ad differentiam maiorũ maior q̃ꝫ maximi ad minimum ⁊ ex conſequenti maior q̃ꝫ maximi ad medium ⁊ q̃ꝫ medij ad minimum.

2.co ¶ Patet vltra ꝙ vniuerſaliter in hac medij ad minimum maior eſt proportio q̃ꝫ maximi ad medium. Hoc ex correlario precedenti ⁊ ex primo correlario.36. ſecundi conſtat.

18 ¶ Tribus nũeris in hac ꝯſtitutis ſi inter illos ſtatuatꝰ medius cuius ad maximum ſit ea differẽtia q̃ medij hꝰ medietatis ad minimũ maximꝰ ⁊ mediꝰ ſic ſtatutꝰ ⁊ minꝰ erunt in armonica ordinati diſpoſiti.

¶ Quia tunc illius medij ſic ſtatuti inter illos ad minimum differentia erit que illoꝝ maiorum huius medietatis ⁊ illius ad maximũ que minoꝝ huꝰ medietatis quo habito ex terminis ꝯſtat propoſitum.

19 ¶ Tres numeros huius medietatis in aliqua trium principalium medietatum aut in aliqua precedẽtium collateralium eſſe conſtitutos eſt impoſſibile.

¶ Sint a maximus b mediꝰ ⁊ c minimus in hac ꝯſtituti ⁊ d dỹa a ad b ⁊ e dỹa b ad c. Tũc dico p̃mo ꝙ nõ eſt poſſibile illos ĩ aliqua triũ principaliũ eſſe ꝯſtitutos. Nã ꝑ p̃mũ correlariũ añp̃cedẽtis e eſt maior d ⁊ ꝑ.63.11. illud nõ poteſt in aliqua principaliũ ꝯtingere. Dico ſcđo ꝙ nõ eſt poſſibile illos eſſe ĩ p̃ma aut ſcđa collateraliũ ꝯſtitutos qꝛ in qualibꝫ illaꝝ ꝓportio dỹe minoꝝ ad dỹaꝫ maioꝝ eſt q̃ maximi ad mediũ aut q̃ medij ad minimũ ⁊ ꝑ p̃mũ correlariũ añp̃cedẽtis in iſta illa ꝓportio quacũq; aliaꝝ eſt maior. Dico tertio ꝙ impoſſibile eſt illos eſſe in tertia aut quarta collateraliũ ꝯſtitutos. Nã in qualibet illarum differentie extremorum ad differentiã maiorũ eſt ea ꝓportio q̃ maximi ad mediũ aut que medij ad minimũ ⁊ in hac ꝑ idẽ correlariũ eſt quacũq; illaꝝ maior. Dico quarto ꝙ nõ eſt poſſibile illos eſſe in quinta collateraliũ ꝯſtitutos. Nã dato oppoſito ꝑ correlarium.13. huius c e ⁊ d eſſent continuo ꝓportionales ⁊ cum ex terminis ꝓportio a ad e ſit que e ad d eſſent a e c ⁊ d ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales quorum a eſſet equalis compoſito ex alijs tribus quod per.12. quinti eſt impoſſibile.

20 ¶ Tribus numeris in geometrica medietate ordinatis ſi differẽtia minorum ex maximo coꝝ demaťur erunt maximus illorum ⁊ reſiduus illius ⁊ medius illorum in ſeptima collateralium conſtituti.

¶ Sint a maximꝰ b mediꝰ ⁊ c minimus in geometrica medietate cõſtituti ⁊ d dỹa a ad b ⁊ e dỹa b ad c. Tunc ꝑ.26.11. ꝓportio d ad e eſt q̃ a ad b quare ꝑ primã ſcđi d erit minor e auffero ergo e ex a ⁊ remaneat f ꝯſtat tunc f eſſe maiorẽ b. Dico ergo a f ⁊ b eſſe in hac ꝯſtitutos quia ꝓportio a maximi ad b minimum probata eſt q̃ d dỹe extremorum ad e dỹam maiorum vñ ex terminis conſtat propoſitum.

Co. ¶ Ex hac ꝯſtat ꝙ vniuerſaliter in hac medietate minimꝰ eſt maior differẽtia maiorum ⁊ maximus et differẽtia extremoꝝ ⁊ differẽtia minoꝝ ſũt ꝯtinuo ꝓportionales. Nã ſi ſint a maximus b medius ⁊ c minꝰ ĩ hac medietate diſpoſiti ⁊ d dỹa a ad b ⁊ e dỹa b ad c ⁊ f dỹa a ad c cũ ex terminis a ad e vt f ad d ꝑmutatim a ad f vt e ad d ſed a eſt maior f ergo ex prima ſcđi e eſt maior d vnde conſtat primum. Scđa ꝑs quia ex terminis a ad e vt f ad d ergo ꝑmutatim a totus ad f totum vt e detractus ad d detractũ ergo per.26. ſcđi f reſiduus ad e reſiduum vt a ad f vnde ex terminis conſtat ſecundum.

21 ¶ Tribus numeris in hac diſpoſitis ſi differentia maiorum auferatur a minimo erũt maximus ⁊ minimus illorum trium ⁊ qui remanebit ex minimo in geometrica medietate conſtituti.

¶ Sint a maximꝰ b medius ⁊ c minimus in hac medietate ꝯſtituti ⁊ d dỹa a ad b ⁊ e dỹa b ad c ⁊ f dỹa a ad c erit tunc ꝑ correlarium p̃cedentis c maior d auffero ergo d ex c ⁊ remaneat g. Tunc dico a c et g eſſe in geometrica medietate ꝯſtitutos. Nã cum ex terminis a totus ad c totum vt f detractus ad d detractum per.26. ſcđi c reſiduus ad g reſiduum vt a ad c vnde ex terminis conſtat propoſitum.

22 ¶ Trium numeroꝝ in arithmetica medietate diſpoſitoꝝ ſi maior fuerit duplus minimi erũt illi in hac medietate ꝯſtituti. Et ſi triũ in hac ꝯſtitutoꝝ maior fuerit duplꝰ minimi erũt illi ĩ arithmetica ꝯſtituti.

¶ Huius demonſtratio facillima eſt ex terminis.

Co. ¶ Ex hac apparet qualiter debeant reperiri tres termini in arithmetica ⁊ in hac ſimul ꝯſtituti. Captis enim tribus in arithmetica medietate quorum maior ſit duplus minimi illi erunt queſiti.

23 ¶ Tres numeros huius medietatis in geometrica aut armonica aut aliqua precedẽtium collateralium medietatum eſſe conſtitutos eſt impoſſibile.

¶ Sit eadẽ ypotheſis ſicut in añp̃cedẽti. Tũc dico p̃mo ꝙ impoſſibile eſt illos eſſe in geometrica cõſtitutos. Nã dato oppoſito ex terminis ꝓportio a ad b eſſet q̃ b ad c ⁊ a ad e q̃ f ad d quare ꝑ.12. ꝗrti inť f ⁊ d cadet vnꝰ mediꝰ ꝓportionalis ſcđm ꝓportionẽ a ad b q̃ ſit g erit tũc f ad g ⁊ g ad d q̃ a ad b/ ſꝫ ꝑ.26.11. d ad e q̃ a ad b ꝗ f g d ⁊ e erunt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales quoꝝ f eſt equalis ꝯpoſito

ex d z e q̄d p.12.quinti eſt impoſſibile. Dico ſcdo q̄ īpoſſibile eſt illos eſſe in armonica ꝯſtitutos. Ma:
tūc ex terminis eſſet b ad e vt a ad c z etiā f ad d vt a ad c quare f ad d vt b ad e q̄d p.11.quinti eſt im
poſſibile. Dico tertio q̄ impoſſibile eſt illos eſſe in ꝑma collateraliū ꝯſtitutos q: dato oppoſito ex ter
minis erit ꝓportio a ad b q̄ e ad d ꝙ ex prima ſcdi c eſt maior d z q: ex terminis etiā ꝓportio a ad c ē q̄ f
ad d reſidue ꝑtes iſtarū ꝓportionū puta ꝓportiones b ad e z f ad e erūt eq̄les ꝙ ꝑmutatim b toti' ad
f totū q̄ e detracti ad c detractū ꝙ p.26.ſcdi c reſidui ad d reſiduū q̄ b ad f quare z q̄ e ad e z q: ꝑ co
relariū.20.hui' a ad f q̄ f ad e erit b ad c q̄ a ad f ergo ꝑmutatim b ad a q̄ c ad f ꝙ p.26.ſcdi c reſidui
ad c reſiduū q̄ b ad a q̄re z q̄ c ad f ergo ꝯuerſi f ad c q̄ e ad e ſz e ad e ꝓbata eſt q̄ e ad d ꝙ f e e d erūt
ordinatum ꝯtinuo ꝓportionales quoꝝ f erit eq̄lis ꝯpoſito ex e z d q̄d p.12.quinti eſt impoſſibile. Di-
co quarto q̄ impoſſibile eſt illos eſſe in ſcda collateraliū cōſtitutos. Ma: tūc ex terminis ꝓportio b ad
c eſſet q̄ e ad d z a ad c q̄ f ad d quare reſidue ꝑtes iſtarū vt puta ꝓportiones a toti' ad b totū z f de-
tracti ad c detractū eſſent equales ergo p.26.ſcdi c reſidui ad ipſmet c reſiduū eſſet q̄ a ad b q̄d eſt
impoſſibile. Dico quinto q̄ impoſſibile eſt illos in tertia aut quarta collateraliū eſſe ꝯſtitutos. Ma: ex
terminis z ex.4.ſcdi in qualibz illaꝝ dfa extremoꝝ ad dfam maioꝝ minor eſt ꝓportio ꝙ maximi ad
minimū z in hac ex terminis eſt q̄ maximi ad minimū. Dico ſexto q̄ impoſſibile eſt illos in quinta col-
lateraliū eſſe ꝯſtitutos. Ma: tūc ex terminis eſſet b ad c vt f ad e cū igit̄ p.4.ſcdi a ad c ſit maior ꝙ b/
ad c z ex terminis a ad c q̄ f ad d eſſet f ad d maior ꝙ f ad c z reſidua ꝑs illi' puta ꝓportio c ad d eſſet
q̄ reſidua ꝑs illi' a ad c vt puta q̄ a ad b z ꝑ ꝯſis illi eſſet i prima collateraliū ꝯſtituti q̄d oñſum eſt eſſe
impoſſibile. Dico vltimo q̄ nō eſt poſſibile illos eſſe in ſexta collateraliū q: cū ex terminis in illa pro-
portio maximi ad minimū ſit q̄ dfe minoꝝ ad dfam maioꝝ z in hac maximi ad minimū q̄ dfe extremoꝝ ad.
dfam maioꝝ eſſet dfe extremoꝝ ad dfaz maioꝝ q̄ dfe minoꝝ ad differētiā maioꝝ q̄d eſt impoſſibile

24 ¶ Trib' nūeris in hac medietate ordinatis ſi dfe minoꝝ addat̄ medio ipſoꝝ erūt maximus illorum z
compoſitus ꝓueniens z medius eorūdem in octaua collateralium medietatum diſpoſiti.
¶ Sint a maximus b medius z c minim' in geometrica medietate diſpoſiti z d differentia a ad b z e
differentia b ad c erit tūc p.26.11. d ad e vt a ad b z ex ꝯſtit ꝑ primā ſcdi d maior e addo igitur e ipſi b
z ſiat totus c b quē ꝯſtat eſſe minorem a. Dico igitur q̄ a z totus c b z b ſūt in octaua collateraliū diſ-
poſiti. Quia proportio d differentie extremorum ad e differentiam minorum illorum probata eſt que
a maximi ad b minimum eorum ex terminis igitur conſtat propoſitum.

Co. ¶ Ex hac ꝯſtat q̄ ſi tres numeri in hac diſponātur maximus eorum z dfa extremorum z differentia
maiorum erunt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales. Quia ſi ſint a maximus b medius z c minim' in hac
diſpoſiti z d differentia a ad b z e differētia b ad c z f ꝯpoſitus ex d z e erit f tota dfa a ad c z quia ex
terminis ꝓportio a ad c erit q̄ f ad e ꝑmutatim a totius ad f totum erit que e detracti ad e detractum
ergo p.26.ſecundi f reſidui ad d reſiduum que a ad f vnde ex terminis conſtat propoſitum.

25 ¶ Trium numerorum in hac diſpoſitorum minimus maior eſt differentia minorum z illa ex eo remota
maximus z minimus illorum z reſiduum illius minimi erunt in geometrica medietate conſtituti.
¶ Sit eadē ypotheſis vt in correlario ꝓcedēte. Tūc dico primo q̄ c eſt maior e. Dico ſcdo q̄ remo-
to e ex c erūt a z c z reſiduū e q̄d ſit g in geometrica medietate diſpoſiti. Primū ꝑz q: tūc ex terminis
a ad c vt f ad e ergo permutatiz a ad f vt c ad e ſed a eſt maior f ergo ex prima ſcdi c eſt maior e q̄d eſt
primum. Scdm ꝑatz quia ex terminis z ex primo a totus ad c totum erit vt f detractus ad e detractū
ergo per.26.ſcdi c reſiduus ad g reſiduum vt a ad c vnde ex terminis conſtat ſecundum.
¶ Tres nūeros i hac medietate ſimul z i arithmetica z i ſeptia collateraliū diſpoſitos ꝯtigit reperire

26 ¶ Sit a quicūqz par z b duplus eius qui ex terminis erit par quare per correlariū.4.11. inter a z b/
erit aliquis arithmetice medius qui ſit c. Dico igit̄ b c z a in qualibet illarū trium eſſe diſpoſitos. De
arithmetica ꝓbatum eſt z quia dfa b ad a eſt dupla tam ad dfam b ad c ꝙ ad dfam c ad a ex quo ex ſi
hs adequate reſultat z ex terminis ille ſunt equales z ex ypotheſi b etiam eſt duplus a erūt ex termi
nis illi in ſeptima z octaua collateralium medietatum conſtituti vnde conſtat propoſitum.

27 ¶ Tres numeros huius medietatis in geometrica aut armonica eſſe diſpoſitos eſt impoſſibile.
¶ Sint a maximus b medius z c minimus in hac medietate diſpoſiti z d dfa a ad b z e dfa b ad c z f
dfa a ad c quā ꝯſtat adequate ꝯponi ex d z e. Dico igit̄ ꝑmo q̄ impoſſibile eſt illos tres eſſe in geome
trica medietate ꝯſtitutos. Ma: dato oppoſito ſit g ad h vt a ad b z h ad k vt b ad c z ſint g h k minimi
in ꝯtinuatione illarū ꝓportionum z l dfa g ad h z m dfa h ad k tunc p.25.tertij g nūerat a z h nūerat
b z k nūerat c equaliter quare p ꝑmā.11. g h k ſūt in hac medietate ꝯſtituti ſicr z in geometrica quare
ex terminis l ad m vt g ad k cū igit̄ inter g z k mediet h in ꝯtinua ꝓportionalitate p.12.quarti int' l z
m mediabit aliqs ſcdm eādez ꝓportionē q̄ ſit n erit g l ad n vt g ad h z n ad m vt h ad k z q: l eſt minor
g p.8.ſcdi n erit minor h z p idem m minor k nō eſſent ergo g h k in ꝯtinuatione illarum proportionū
minimi quod eſt ꝯtra ypotheſim. Dico ſcdo q̄ impoſſibile eſt illos eſſe in armonica cōſtitutos. Quia
dato oppoſito eſſet ex terminis a ad c vt d ad e z etiā ex terminis a ad c vt f ad e quare f ad e eſſet vt
d ad e quod eſt impoſſibile.

28 ¶ Tres nūeros hui' medietatis in prima aut ſcda collateraliū medietatū eſſe ꝯſtitutos ē īpoſſibile
¶ Sit eadē ypotheſis vt in ꝓcedētib'. Tunc dico q̄ impoſſibile eſt a b c in primis collateralium eſſe
ꝯſtitutos. Quia dato oppoſito cum p.25.huius e ſit minor c auferatur ex c z remaneat g erit tunc ꝑ
eandē a ad c vt c ad g ſit igitur h ad k vt a ad c z k ad l vt c ad g z ſint iſti minimi in continuatione illa
rum ꝓportionum z ſit m differentia h ad k z n differētia k ad l tunc p.25.tertij h numerabit a z k nu
merabit c z l numerabit g equaliter z ex ꝯſti per.2.correlarium.19.primi n numerabit e dfam c ad g
equaliter quare ꝑ quartum correlariū.16.primi totus n k nūerabit totum e c qui eſt b equaliter ergo

per primã.11.h et totus n k et k erunt in hac medietate ſicut et in prima collateraliũ quemadmodũ a b c Sit ergo o dr a h ad n k tunc per correlariũ.24.huius h m et o erunt 9tinuo proportionales et per 9ñs totus m k ad m ſicut totus n o ad o ergo diſiunctim k ad m vt n ad o et quia illi ſũt in prima ex terminis h ad n k vt n ad o quare vt k ad m ergo permutatim h ad k vt n k ad m et quia ex terminis h ad k vt m ad n erit n k ad m vt m ad n et per 9ñs n k ad m vt h ad k et m ad n vt h ad k et ex 9ſti vt k ad l cũ igitur n k ſit minor h per 8.ſcdi m erit minor k et n minor l et per 9ñs non eſſent h k et l minimi in 9tinuatione iſtarum proportionum quod eſt 9tra ypotheſim. Dico ſcdo q impoſſibile eſt illos eſſe in ſcda collateralium 9ſtitutos. Quia dato oppoſito per correlarium.24.huius a f et d erũt 9tinuo proportionales quare totus e f ad f vt totus e d ad d ergo diſiunctim e ad f vt e ad d et quia illi ſunt in ſcda ex terminis b ad e vt e ad d quare b ad e vt e ad f ſit ergo g ad h vt b ad e et h ad k vt e ad f et ſint iſti minimi in 9tinuatione illarũ proportionum tunc per.25.tertij g numerabit b et h numerabit e et k nũerabit f equaliter ergo per.4.correlarium.16.primi totus h k qui ſit l numerabit totũ e f qui eſt a per eundem numerum quare per primam 11.d g et h erunt in hac medietate 9ſtituti ſimiliter et in ſcda ſicut et a b e ſit ergo m dr a l ad g et n differentia g ad h erit tunc k equalis toti m n ex quo k eſt tota differentia l ad h et q1 per.25.huius h eſt maior detrahatur n ex h et remaneat o tunc per eandem l h et o erunt 9tinuo proportionales quare per.26.11.h ad o vt k ad n ergo permutatim h ad k vt o ad n et quia g ad h vt h ad k erit g ad h vt o ad n et q1 l g h ſint in hac medietate per correlarium.24.huius l k et m ſunt 9tinuo proportionales et per 9ñs totus h k ad k vt totus n m ad m ergo diſiunctim h ad k vt n ad m erit igitur o ad n vt g ad h et n ad m vt h ad k et quia o eſt minor g et n probatus eſt minor h per.8.ſecundi m erit minor k non ergo eſſent g h k in continuatione illarum proportionum minimi quod eſt contra ypotheſim.

29 Tres numeros huius medietatis in tertia aut quarta aut quinta aut ſexta collateralium medietatum eſſe conſtitutos eſt impoſſibile.

Sit eadem ypotheſis vt in precedentibus. Tunc dico q impoſſibile eſt a b c eſſe in tertia collateralium 9ſtitutos. Qui dato oppoſito ex terminis eſſet a ad b vt f ad d quare permutatim a totus ad f totũ vt b detractus ad d detractum ergo per.26.ſcdi d ad e vt a ad f et quia per correlariũ.24.huius a ad f vt f ad d eſſet f ad d vt d ad e quod per.11.quinti eſt impoſſibile. Dico ſcdo q impoſſibile eſt illos eſſe quarta. Quia tunc ex terminis eſſet b ad c vt f ad d ergo permutatim b totus ad f totũ vt c detractus ad d detractum ergo per.26.ſcdi e ad ipſummet vt b ad f et per 9ñs b eſſet equalis f quare per.2.ſcdi a ad b vt a ad f ſed per correlarium.24.huius a ad f vt f ad d ergo a ad b vt f ad d eſſẽt ergo ex terminis illi in tertia collateraliũ 9ſtituti quod oſtenſum eſt eſſe impoſſibile. Dico tertio q impoſſibile eſt illos eſſe in quinta. Quia tũc ex terminis eſſet b ad c vt f ad e et quia ex terminis etiã a ad c vt f ad e eſſet a ad c vt b ad c qđ eſt impoſſibile. Dico vltimo q impoſſibile eſt illos eſſe in ſexta. Quia tũc ex terminis eſſet a ad c vt e ad d et q1 etiam ex terminis a ad c vt f ad e eſſet f ad e vt e ad d qđ per.11.quinti eſt impoſſibile.

30 Tribus numeris in alia medietate q̃ geometrica diſpoſitis aliquem maiorem maiori cuius ad medium illorum triũ ſit ea proportio que maximi illorum ad minimum ipſis addere ita vt ille cum primis duobus ſint in eadem medietate ordinati eſt impoſſibile.

Sint a maximus b medius et c minimus in alia medietate q̃ geometrica quecunq fuerit illa diſpoſiti 9ſtat tunc ex precedentibus illos non eſſe in geometrica diſpoſitos. Tunc patz propoſitum. Quia dato oppoſito ſit d maior a et proportio ipſius ad b que a ad c et d et a et b ſint in eadem medietate in qua a b c q1 igitur d ad b vt a ad c et a media inter d et b ſcdm eandem medietatem ſecundum quam b media inter a et c erit per primam huius d ad a vt a ad b et a ad b vt b ad c et per conſequens a b c eſſẽt in geometrica medietate diſpoſiti quod eſt impoſſibile.

1.co. Ex hac 9ſtat q in caſu ipſius nõ poterit aliquis minor minori illorum addi ipſis ita vt mediũ illorum ad illum ſit ea proportio que maximi ad minimum ipſorum et medius et minimus et ille ſint eadem medietate. Quia ſi d ponatur minor c et b ad d vt a ad c et b c et d in eadem medietate 9ſtituti per primã huius a erit ad b vt b ad c quod oſtenſum eſt eſſe impoſſibile.

2.co Patz vltra q impoſſibile eſt aliquibus numeris in alia medietate q̃ geometrica ordinatis aliquẽ quocunq maiorem aut quocunq minorem addere ita vt proportio illius ad vnum extremum illorum ſit que illius extremi ad medium et ille cum illo extremo et cum medio ſint in eadem medietate diſpoſiti. Quia tunc illi eſſent etiam in geometrica diſpoſiti quod oſtenſum eſt eſſe impoſſibile.

31. Trium numerorum inequalium maximi ad medium eandem eſſe proportionem que differentie maximi ad medium ad differentiam mediũ ad minimum eſt impoſſibile.

Sint a maximus b medius et c minimus quicunq tres numeri inequales et d dr a a ad c et e dr a b ad c. Tunc dico q impoſſibile eſt proportionem a ad b eſſe que d ad e. Quia dato oppoſito erit a totius ad b totum que d detracti ad e detractum ergo per.26.ſecundi c reſiduũ a ad ipſummet c reſiduum b q̃ a ad b ergo per primam ſcdi a eſſet equalis b quod repugnat ypotheſi.

Finis. Laus deo. Spes mea Jeſus Maria.

Explicit Arithmetica ſpeculatiua Magiſtri Gaſparis Lax Aragonenſis de Sarinyena duodecim libris demonſtrata. Impreſſa Pariſius opera ac characteribus Magiſtri Nicolai de la barre. Expenſis honeſti viri Remundi le feure Bibliopole Pariſius in vico diui Jacobi ſub ſigno Creſcentis albi vitam degentis. Anno Domini.1515. Die vero.18. Menſis Decembris.